

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA
FACOLTÀ DI SCIENZE M.F.N.

A.A. 1989/1990

TESI DI LAUREA IN FISICA

**Misura di massa e larghezza
degli stati χ_1 e χ_2 del charmonio
formati in interazioni $p - \bar{p}$.**

Relatore: prof. Alberto Santroni

Correlatore: dott. Mauro Taiuti

Candidato: Marco Pallavicini

Introduzione

Oggetto di questa tesi è la misura di alcune caratteristiche fisiche (massa, larghezza, e larghezza parziale in $p - \bar{p}$) degli stati 3P_1 e 3P_2 del charmonio, - ovvero del sistema legato di un quark "charm" e del suo antiquark -, nell'ambito dell'esperimento E-760, installato nell'acceleratore di antiprotoni del Fermilab (U.S.A.).

Questo sistema presenta molti aspetti interessanti, in quanto la massa relativamente grande del quark "charm" consente una descrizione dell'interazione fra i quark stessi in termini non relativistici, il che, pur essendo certamente passibile di critiche profonde in merito al significato fisico stesso di questa approssimazione, ha il merito di essere l'unico strumento efficace nella spettroscopia dei mesoni pesanti e di fornire una guida molto utile nella ricerca di nuovi stati legati.

È infatti ben noto che le interazioni fra quarks possono essere descritte da una teoria di campo, - la Cromodinamica Quantistica -, fondata su un principio di invarianza di Gauge del gruppo $SU_3(c)$, associato al numero quantico "nascosto" di colore. Questa teoria, pur avendo certamente avuto ottimi successi, soprattutto nell'ambito dei processi ad altissima energia, non consente di fatto previsioni affidabili a bassa energia a causa delle difficoltà di calcolo. Anche gli stessi calcoli perturbativi falliscono in quanto la costante di accoppiamento efficace α_s è troppo vicina a 1 per garantire una rapida convergenza.

Nel caso però dei sistemi legati del tipo $q - \bar{q}$ composti dai quark pesanti "charm" o "beauty" (ed eventualmente "top"), la cui massa è molto più grande della differenza fra i vari livelli energetici, un approccio relativistico è almeno in parte giustificato. In questo modo tali sistemi sono descritti da un potenziale, sotto certi aspetti ispirato alla QCD, che consente il calcolo delle masse degli stati legati e delle corrispondenti autofunzioni, dalle quali si possono poi ottenere le larghezze parziali di decadimento con calcoli perturbativi. Inoltre lo studio comparato dei sistemi $c - \bar{c}$ e $b - \bar{b}$ è di fatto una verifica diretta della indipendenza delle interazioni forti dal sapore, senza le complicazioni legate agli effetti dinamici dei fermioni più leggeri.

Dall'anno della sua scoperta, avvenuta nel 1974 ad opera di due gruppi indipendenti, il charmonio è stato oggetto di numerosi esperimenti, in massima parte realizzati su anelli di collisione $e^+ e^-$. Con questa tecnica possono essere formati al primo ordine perturbativo tutti gli stati vettoriali con i numeri quantici del fotone ($J^{PC} = 1^{--}$), mentre gli altri devono essere studiati per mezzo di processi di produzione secondaria, quali ad esempio il decadimento radiativo dei mesoni vettoriali più pesanti. Questo fatto limita fortemente le possibilità di indagine per gli stati con numeri quantici diversi da 1^{--} , sia perchè questi non sono tutti ottenibili da processi secondari, sia perchè la risoluzione è in questo caso strettamente legata alle caratteristiche dell'apparato di misura ed in particolare a quelle del calorimetro elettromagnetico che rivela i fotoni.

Per questa ragione agli inizi degli anni '80 è stato realizzato un esperimento al CERN nell'anello ISR (Intersecting Storage Ring), nel quale tutti gli stati del charmonio, indipendentemente dai loro numeri quantici, potevano essere formati

direttamente in interazioni antiprotone-protone. Purtroppo la chiusura anticipata di ISR ha impedito di completare il programma sperimentale e molti stati del charmonio sono rimasti inesplorati; per questo un esperimento simile viene oggi ripetuto nell'anello di accumulazione di antiprotoni del Fermilab, sotto il nome di E-760.

Sia in R-704 sia in E-760 la tecnica usata è quella di formare direttamente gli stati del charmonio attraverso interazioni antiprotone-protone per mezzo di un getto supersonico di idrogeno gassoso che interseca il fascio di antiprotoni. Questo tipo di bersaglio comporta numerosi vantaggi, sia rispetto ad un anello di collisione, sia rispetto ad un bersaglio fisso: rispetto al primo caso si ha una luminosità istantanea molto grande ($0.6 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$), una limitata regione di interazione (1 cm^3) e la risoluzione in energia è nettamente migliore; rispetto ad un bersaglio fisso gli antiprotoni possono circolare liberamente nell'anello, il che ne consente un utilizzo più efficiente. Inoltre le interazioni secondarie con il bersaglio stesso sono ridotte quasi a zero.

La presenza di un grande fondo adronico non risonante impone di limitare la ricerca ai soli stati finali elettromagnetici. Per questo il rivelatore di E-760 è concepito essenzialmente per la ricostruzione degli eventi con una j/ψ inclusiva che decade in una coppia $e^+ e^-$ e per una accurata discriminazione dei fotoni dai π^0 ; a questo scopo, oltre ad un sistema di contatori gassosi per la ricostruzione delle tracce cariche, l'apparato è fornito di un contatore Cerenkov a soglia, calibrato naturalmente per discriminare al meglio gli elettroni dai π^\pm , e di due calorimetri, dei quali uno centrale a simmetria cilindrica al vetro-piombo ed uno nella regione in avanti al piombo-scintillatore. Per avere la massima accettazione angolare la geometria dell'apparato è quella tipica di esperimenti su anelli di collisione, con un "barrel" a simmetria cilindrica attorno all'asse del fascio e una

ulteriore copertura nella regione in avanti. Infine, per avere un controllo continuo della luminosità istantanea, è stato montato anche un telescopio di rivelatori al silicio che sfruttano la diffusione elastica degli antiprotoni nella regione a $\approx 90^\circ$ nel sistema del laboratorio.

La tecnica sperimentale usata consiste nel misurare la sezione d'urto efficace del processo considerato in funzione dell'energia nel centro di massa, operando quindi un'analisi completa della risonanza. Da questa curva di eccitazione, tenendo conto della dispersione nello spazio degli impulsi del fascio di antiprotoni, si risale quindi alla sezione d'urto reale e ai parametri fisici della risonanza stessa, ovvero massa, larghezza totale e sezione d'urto sul picco, che è strettamente legata al prodotto delle larghezze parziali del processo di formazione e di quello di decadimento.

Questa tesi si occupa in dettaglio dei canali di decadimento radiativo degli stati χ_1 e χ_2 (3P_1 e 3P_2) del tipo:

$$p - \bar{p} \rightarrow \chi_J \rightarrow j/\psi + \gamma \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$$

In particolare vengono illustrati tutti i criteri adottati per la selezione degli eventi, con riferimento anche alla misura della loro efficienza e del potere di reiezione. Tali criteri sono basati su due filoni di analisi paralleli e complementari: il primo di essi, che possiamo definire *inclusivo*, è fondato sulla ricostruzione della $j/\psi \rightarrow e^+ e^-$ attraverso il riconoscimento degli elettroni e la misura della loro massa invariante. A questo scopo abbiamo definito dei criteri di selezione fondati sulle informazioni del Contatore Cerenkov, sul calorimetro elettromagnetico e sull'odoscopio H2. Il secondo filone, che chiamiamo *esclusivo*, si fonda su

un algoritmo di "fit" che verifica la compatibilità cinematica delle tre particelle rivelate con l'ipotesi di evento χ , utilizzando il metodo dei minimi quadrati.

Nel capitolo 5 vi è inoltre una dettagliata discussione sulla misura dei parametri della risonanza a partire dalla curva di eccitazione. Il metodo che abbiamo usato è quello di massima verosimiglianza, con cui abbiamo potuto tenere opportunamente conto delle caratteristiche del fascio incidente e della sezione d'urto efficace misurata sul fondo.

Abbiamo infine confrontato brevemente con alcuni modelli teorici i risultati ottenuti, che per quanto riguarda le larghezze parziali $\Gamma(\chi_J \rightarrow p-\bar{p})$ e la larghezza totale della χ_1 sono del tutto nuovi.

Indice

INTRODUZIONE	I
1 Il charmonio	2
1.1 Cenni di Cromodinamica Quantistica	3
1.1.1 Modello a quark non relativistico e il quark charm	3
1.1.2 Principio di Gauge e Elettrodinamica	6
1.1.3 Teorie di Gauge non abeliane e la QCD	9
1.1.4 La QCD su reticolo	13
1.2 Fenomenologia del Charmonio	16
1.3 Modelli del Charmonio	19
1.4 Processi di decadimento	27
2 Spettroscopia del charmonio	30
2.1 Principali tecniche di spettroscopia del charmonio	31
2.2 Obiettivi fisici dell'esperimento E-760	35
2.3 La tecnica sperimentale di E-760	36
2.4 Principi generali di progettazione del rivelatore	38
3 L'apparato sperimentale	41
3.1 Il fascio di antiprotoni	42

3.2	Il bersaglio	44
3.3	Il monitor di luminosità	45
3.4	Gli odoscopi H1 e H2	48
3.5	Le straws	48
3.6	Le camere RPCe MWPC	50
3.7	I tubi a streamer limitato e FTC	51
3.8	Il contatore Cerenkov	53
3.9	I calorimetri	55
3.10	I contatori di veto e i "forward straws"	57
3.11	Il trigger e l'acquisizione dati	58
4	Selezione degli eventi χ	63
4.1	Il trigger per gli eventi χ	64
4.2	Criterio generale di selezione degli eventi	65
4.3	Il metodo dei minimi quadrati e il fit cinematico.	66
4.3.1	Preliminari matematici	66
4.3.2	Il fit cinematico per eventi $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma$	70
4.4	Efficienza del fit cinematico.	72
4.5	Riconoscimento di elettroni col CCAL	74
4.5.1	Sciame elettromagnetici e adronici	74
4.5.2	Secondi momenti dei "clusters" del Ccal.	76
4.6	Selezione degli eventi con H2.	78
4.7	Efficienza del contatore Cerenkov.	79
4.8	Selezione finale	81
5	Studio della curva di eccitazione	95
5.1	Caratteristiche del fascio di antiprotoni	96

SOMMARIO

VIII

5.2	Il fit della curva di eccitazione	98
5.3	Confronto dei risultati con la teoria	100
	Conclusione	109
A	Il metodo di massima verosimiglianza	111
	Bibliografia	114

Elenco delle Figure

1.1	L'ottetto e il decupletto barionico.	3
1.2	Esempio di evento a "jet". L'osservazione di tali eventi è una delle più significative prove sperimentali a sostegno della libertà asintotica dei quark.	11
1.3	Diagrammi fino all'ordine α^3 per lo scattering quark-quark	12
1.4	Il potenziale efficace statico fra due quark come risulta da modelli di potenziale e da calcoli su reticolo.	15
1.5	Evidenza sperimentale della j/ψ a Brookhaven	17
1.6	La regola di Okubo-Zweig spiega il fatto che gli stati del charmonio al di sotto della soglia del charm aperto sono molto stretti.	18
1.7	Lo spettro degli stati del charmonio	20
1.8	Diagramma al primo ordine per il potenziale fra due quark	22
1.9	La tabella mostra la parte radiale dei termini di potenziale spin-spin, spin-orbita, tensoriale che si ottengono nel caso di andamento coulombiano e lineare-confinante, sia nell'ipotesi scalare che in quella vettoriale.	24
1.10	Il potenziale fra due quark calcolato con la tecnica dello scattering inverso a partire dai dati del charmonio e del bottomonio	26

1.11	Larghezze parziali di decadimento di stati del quarkonio ($c - \bar{c}$ e $b - \bar{b}$) calcolati con modelli di potenziale e con la QCD perturbativa. Sono anche inclusi i fattori di correzione dovuti a diagrammi del secondo ordine perturbativo non nullo.	29
2.1	Spettro energetico dei fotoni rivelati all'energia della ψ' dall'esperimento Cristall Ball. Sono facilmente visibili i picchi risonanti corrispondenti ai vari stati del charmonio accessibili per transizione radiativa.	32
2.2	Diagrammi di Feynman per la produzione inclusiva di stati del charmonio in interazioni adroniche.	33
2.3	Diagrammi di formazione degli stati del charmonio a partire da una coppia antiprotone-protone.	34
2.4	Masse, numeri quantici e valori dell'impulso del fascio nel sistema del laboratorio per gli stati del charmonio al di sotto della soglia del charm aperto.	38
2.5	L'apparato sperimentale di E-760.	40
3.1	L'Acceleratore di antiprotoni del Fermilab	42
3.2	Schema del bersaglio di idrogeno gassoso	44
3.3	Il monitor di luminosità	46
3.4	Schema dell'ugello che controlla il getto d'idrogeno gassoso.	47
3.5	Le camere di tracciamento interne: sulla destra i tubi straws, sulla sinistra la MWPC e la RPC.	49
3.6	Schema della camera proporzionale in avanti FTC	51
3.7	Il "barrel" di tubi a streamer limitato e sezione trasversale di uno di essi.	52
3.8	Disegno schematico del contatore Cerenkov.	54

3.9	Schema del calorimetro centrale	55
3.10	Il calorimetro in avanti	56
3.11	I contatori di veto in avanti.	57
3.12	Posizionamento dei rivelatori usati nel trigger carico.	58
3.13	Schema logico per il trigger carico.	61
3.14	Schema a blocchi del sistema di acquisizione dati di E760.	62
4.1	La figura mostra la struttura topologica tipica di un evento del tipo $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$ nel sistema di riferimento del laboratorio.	64
4.2	Varianze usate per perturbare le direzioni delle tracce.	72
4.3	Distribuzione di χ^2 per gli eventi generati con un programma di Montecarlo.	82
4.4	Distribuzione della probabilità di χ^2 per gli eventi generati.	83
4.5	Meccanismi che contribuiscono alla perdita di energia per un elettrone in un mezzo, in funzione dell'energia	84
4.6	Diagrammi di Feynman per la creazione di una coppia e^+, e^- in presenza di un campo esterno e per la Bremsstrahlung	85
4.7	Distribuzione del secondo momento dei "clusters" del calorimetro centrale per elettroni selezionati da un campione di eventi j/ψ . . .	86
4.8	Distribuzione del secondo momento dei "clusters" del calorimetro centrale per un campione di adroni che hanno un'energia rilasciata nel calorimetro stesso superiore ad 1 GeV.	87
4.9	"Scatter plot" dei secondi momenti nelle direzioni θ e ϕ per elettroni. Si può notare la scarsa correlazione delle due grandezze. . .	88
4.10	Variabili cinematiche per eventi j/ψ nel sistema del centro di massa e nel sistema del laboratorio.	89

4.11	Efficienze del contatore Cerenkov in funzione dell'angolo θ	89
4.12	Efficienze e poteri di reiezione dei tagli studiati.	90
4.13	Distribuzione del numero di M.I.P. dell'odoscopio H2 per eventi reali. In alto per gli eventi che hanno superato il trigger, senza ulteriori tagli. In basso per eventi χ selezionati in modo indipendente da H2.	91
4.14	Fotoelettroni per le tracce in avanti. In alto eventi che hanno superato il trigger senza altri tagli. In basso per eventi χ selezionati in modo indipendente dal Cerenkov: è ancora presente una frazione di eventi con zero fotoelettroni, a causa della regione di inefficienza attorno a 37°	92
4.15	Spettro di massa invariante per selezioni successive: 1. segnale del trigger, 2. taglio sui secondi momenti. 3. secondi momenti e mip di H2. 4. tutti i tagli	93
4.16	Spettro di massa invariante calcolata per le due tracce cariche per tutti gli eventi che hanno superato il trigger e per gli eventi selezionati.	94
5.1	Curva di eccitazione misurata in due "scan" distinti all'energia della χ_1	103
5.2	Curva di eccitazione misurata in due "scan" all'energia della χ_2	104
5.3	Spettro in frequenza del fascio e parametri della doppia gaussiana che lo descrive. La deviazione standard per alte frequenze differisce di circa il 20 % da quella per basse frequenze.	105
5.4	Distribuzione tipica degli antiprotoni rivelati dal monitor di luminosità.	106
5.5	Tabella dei risultati finali per gli stati χ_1 e χ_2	107

- 5.6 La tabella riporta tutti i dati relativi ai 2 "scan" sulla risonanza χ_1 :
impulso del fascio, numero di eventi trovato, luminosità integrata
raccolta su nastro, larghezza del fascio. 107
- 5.7 La tabella riporta tutti i dati relativi ai 2 "scan" sulla risonanza χ_2 :
impulso del fascio, numero di eventi trovato, luminosità integrata
raccolta su nastro, larghezza del fascio. 108

Capitolo 1

Il charmonio

Dal 1974, anno della sua scoperta, il charmonio attira l'attenzione dei teorici in quanto, nell'ambito della Cromodinamica Quantistica, svolge assieme al bottonio lo stesso ruolo che l'atomo di idrogeno e il deutone hanno avuto in passato, rispettivamente nello studio delle interazioni elettromagnetiche e della forza nucleare. Infatti la massa relativamente grande dei quark "charm" e "beauty" consente un'analisi semplificata dell'interazione elementare fra quark che non è possibile con gli adroni più leggeri, in quanto, almeno in prima approssimazione, può essere trattata da un punto di vista non relativistico.

In questo capitolo, dopo una breve illustrazione della Cromodinamica Quantistica, vengono messi in luce gli aspetti più interessanti della fenomenologia del charmonio e le caratteristiche dei principali modelli che cercano di interpretarne le proprietà, sia dal punto di vista di una applicazione diretta della QCD, sia da quello, meno ambizioso ma attualmente più produttivo, dei modelli non relativistici.

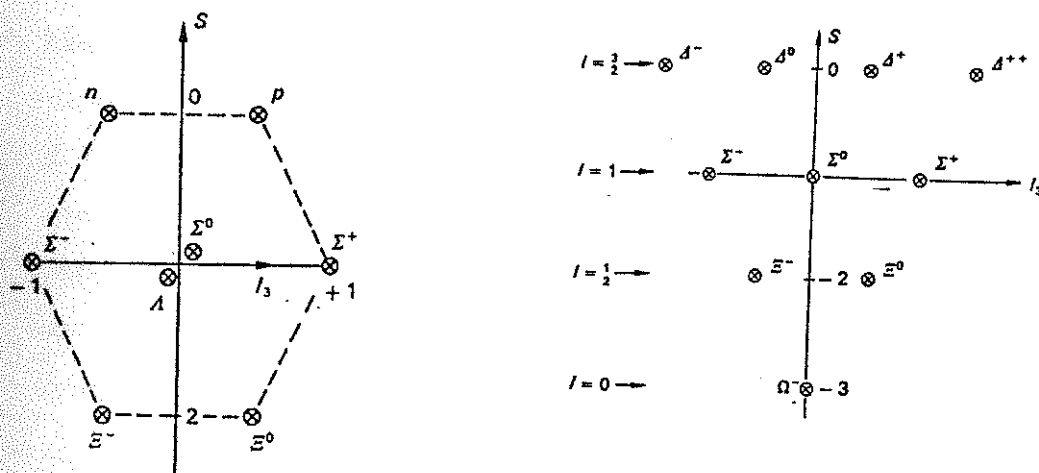


Figura 1.1: L'ottetto e il decupletto barionico.

1.1 Cenni di Cromodinamica Quantistica

1.1.1 Modello a quark non relativistico e il quark charm

Le regolarità e le simmetrie notate nella grande quantità di adroni scoperti hanno suggerito, durante gli anni '60, l'elaborazione di un modello non relativistico a quark costituenti [1]. Originariamente tale modello era fondato sulla simmetria approssimata $SU_F(3)$, vista come generalizzazione della simmetria di spin isotopico, che già aveva dato buoni frutti nella descrizione del sistema pione-nucleone. Tale simmetria, pur essendo palesemente rotta dalla differenza di massa fra il quark s ("strange") e gli altri due, ("up" e "down") consentì una completa classificazione degli adroni allora conosciuti, o come composti di 3 quark (barioni, rappresentazioni $3 \otimes 3 \otimes 3$ di $SU_F(3)$), o come composti di un quark e un anti-quark (mesoni, rappresentazioni $3 \otimes \bar{3}$ di $SU_F(3)$) (vedi figura 1.1).

Successivamente, su basi teoriche, fu avanzata l'ipotesi che esistesse un quarto sapore di quark, per spiegare il fatto che eventuali correnti neutre con cambiamento di sapore nei processi deboli risultavano essere del tutto trascurabili rispetto a quelle cariche[4]. L'ipotesi era rafforzata dalla teoria elettrodebole di Weinberg, Glashow e Salam[2,3], nella quale l'interazione elettromagnetica e quella debole sono unificate nell'ambito di una teoria di Gauge non abeliana fondata sul gruppo $SU(2) \otimes U(1)$. Si può infatti dimostrare che tale proprietà di simmetria comporta, in un modello con 3 soli sapori di quark u, d, s , l'inevitabile comparsa di correnti neutre del tipo:

$$j_\mu = \bar{d}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)s \quad (1.1)$$

Per vederlo partiamo dalla scrittura delle correnti cariche che in un modello a 3 quark si possono scrivere come:

$$\bar{u}(\cos \theta_c d + \sin \theta_c s) = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) C_+ \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (1.2)$$

dove per semplicità di notazione si sono omesse le matrici γ e gli indici tetra-vettoriali e dove la matrice C_+ è data dalla relazione:

$$C_+ = \begin{bmatrix} 0 & \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

dove θ_c è l'angolo di Cabibbo. In virtù della simmetria di Gauge, la costruzione di Yang e Mills della teoria impone anche l'introduzione della corrente:

$$\bar{u}(\cos \theta_c d + \sin \theta_c s) = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) [C_+, C_-] \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} = \quad (1.4)$$

$$= (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos^2 \theta_c & -\sin \theta_c \cos \theta_c \\ 0 & -\sin \theta_c \cos \theta_c & -\sin^2 \theta_c \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} = \quad (1.5)$$

$$= \bar{u}u - \bar{d}d \cos^2 \theta_c - \bar{s}s \cos^2 \theta_c - \cos \theta_c \sin \theta_c (\bar{d}s + \bar{s}d) \quad (1.6)$$

Questo termine contiene appunto correnti neutre con $\Delta S = 1$. Per superare questa difficoltà Glashow, Iliopoulos e Maiani [4] ipotizzarono l'esistenza di un quarto quark; infatti in un modello a 4 sapori (modello GIM) la struttura delle correnti cariche assume la forma:

$$(\bar{c}, \bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) C_+ \begin{pmatrix} c \\ u \\ d \\ s \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

dove C_+ è in questo caso data da:

$$C_+ = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\sin \theta_c & \cos \theta_c \\ 0 & 0 & \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

L'introduzione del termine

$$= (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}, \bar{c}) [C_+, C_-] \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \\ c \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

non implica più la comparsa di correnti neutre con cambiamento di sapore in quanto il commutatore $[C_+, C_-]$ è una matrice diagonale.

Nel 1974, come vedremo meglio al paragrafo (1.2), ci fu la scoperta di due risonanze vettoriali molto strette che furono quasi subito identificate come stati legati del sistema $c - \bar{c}$ che, per le forti analogie con il positronio, fu chiamato charmonio. Sulla base di questo successo del Modello Standard, si tentò di costruire anche la teoria delle interazioni fra quark sulla base di un principio di Gauge. Non fu però possibile farlo usando la simmetria di sapore $SU_F(4)$ per cui fu necessario postulare l'esistenza di un numero quantico nascosto, il colore¹, associato ad una simmetria esatta dell'hamiltoniana che indicheremo con $SU_c(3)$. Nei prossimi due paragrafi illustreremo brevemente il concetto di simmetria di Gauge e le caratteristiche fondamentali della Cromodinamica Quantistica.

1.1.2 Principio di Gauge e Elettrodinamica

Una teoria di Gauge [5] è una particolare teoria di campo invariante per un definito gruppo di trasformazioni locali. Per meglio illustrare questo concetto prendiamo ad esempio la più nota e più antica teoria di Gauge, l'elettrodinamica.

Classicamente tutti i fenomeni elettromagnetici sono descritti dalle equazioni di Maxwell:

$$\nabla \cdot \vec{E} = Qe\rho \quad \nabla \wedge \vec{H} - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{c} Qe\vec{j} \quad (1.10)$$

¹La necessità di introdurre un numero quantico nascosto per i quark era già stata evidenziata nell'ambito del modello a quark non relativistico per spiegare le proprietà di simmetria delle funzioni d'onda dei barioni.

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad \nabla \wedge \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (1.11)$$

Queste equazioni sono naturalmente Lorentz-invarianti ma per rendere più esplicita questa proprietà di covarianza è comodo introdurre un potenziale quadri-vettoriale A^μ e una quadricorrente j^μ per cui la (1.10) e la (1.11) si scrivono:

$$\partial^\mu F_{\mu\nu} = \frac{1}{c} Q e j_\nu \quad F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (1.12)$$

Per estendere la teoria al caso quantistico è utile osservare che tali equazioni si possono dedurre da una lagrangiana di campo data dalla relazione:

$$L = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + j^\mu A_\mu \quad (1.13)$$

dove la corrente j^μ è assegnata e non è quindi influenzata dal campo elettromagnetico. Di fatto tale lagrangiana, pur con qualche difficoltà, conserva la sua validità anche in ambito quantistico. Per estenderla al caso generale di un sistema di cariche interagenti, per le quali la corrente non è assegnata a priori, ma è anch'essa accoppiata dinamicamente al campo elettromagnetico, si può partire dall'equazione di Dirac per un elettrone libero:

$$(i\partial^\mu \gamma_\mu - m) \psi = 0 \quad (1.14)$$

In presenza di un campo elettromagnetico esterno assegnato A^μ l'equazione giusta può essere formalmente ottenuta da quella libera invocando il principio di corrispondenza e ricordando che classicamente l'Hamiltoniana di una carica in un campo elettromagnetico si ricava da quella libera sostituendo l'impulso \vec{p} con la quantità $\vec{p} - \frac{Qe\vec{A}}{c}$ e sostituendo alla vecchia hamiltoniana H la quantità $H - Qe\Phi$. Per cui possiamo porre:

$$\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + iQeA_\mu \quad (1.15)$$

da cui si ha:

$$[i\gamma^\mu(\partial_\mu + iQeA_\mu) - m]\psi = 0 \quad (1.16)$$

A questa equazione è associata una corrente conservata $j^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ che si identifica con la corrente elettromagnetica. Possiamo quindi scrivere la Lagrangiana di un sistema di fermioni interagenti a spin 1/2 nel modo seguente:

$$L = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \bar{\psi}[i\gamma_\mu(\partial^\mu + iQeA^\mu) - m]\psi \quad (1.17)$$

È abbastanza semplice verificare che la (1.17) è invariante per trasformazioni di fase del tipo:

$$\psi \rightarrow e^{-iQ\theta}\psi \quad (1.18)$$

da cui discende, per il teorema di Noether, la conservazione della carica. Si può altresì vedere che questa Lagrangiana è invariante per tali trasformazioni anche se θ è una funzione del punto, pur di ammettere che il campo A^μ si trasformi anch'esso secondo la relazione:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\theta(x) \quad (1.19)$$

Tale trasformazione è detta trasformazione di Gauge abeliana (o commutativa) in quanto il risultato di due trasformazioni è indipendente dall'ordine.

Il punto essenziale è che si può ritrovare la Lagrangiana (1.17) rovesciando il ragionamento, imponendo cioè l'invarianza per le trasformazioni di Gauge $U(1)$ date dalle relazioni (1.18) e (1.19) e sostituendo la derivata ∂_μ con una derivata covariante $D_\mu = \partial_\mu + iQeA_\mu$. Infatti l'unico invariante di Lorentz che posso costruire con i vettori A_μ , j_μ , imponendo l'invarianza di Gauge, l'invarianza per trasformazioni di parità e time reversal e richiedendo la rinormalizzabilità della teoria, è proprio la (1.17). Il principio di Gauge fissa quindi univocamente la natura dell'interazione.

1.1.3 Teorie di Gauge non abeliane e la QCD

Vediamo ora come si può estendere il formalismo sviluppato per l'elettrodinamica al caso di un gruppo di Gauge non abeliano G [5,6]. Consideriamo un campo spinoriale $\psi(x) \equiv (\psi_1(x) \dots \psi_N(x))$ appartenente ad una rappresentazione di rango N del gruppo G . L'algebra di Lie associata al gruppo G sarà generata da n operatori T^a , detti appunto generatori del gruppo, soddisfacenti alle relazioni di commutazione:

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c \quad (1.20)$$

dove si è sottointesa la somma sugli indici ripetuti e dove le costanti f^{abc} sono dette costanti di struttura del gruppo. In analogia al caso elettromagnetico vogliamo costruire una lagrangiana che sia invariante per trasformazioni di Gauge del tipo:

$$\psi'_i(x) = U_{ij} \psi_j(x) \quad U = e^{-iT^a \theta^a(x)} \quad (1.21)$$

Partendo dalla Lagrangiana di Dirac :

$$L = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi \quad (1.22)$$

ci aspettiamo che la strada giusta sia quella di porre al posto della derivata ∂_μ il derivato covariante $D_\mu = \partial_\mu - igT^a A_\mu^a$ dove g è una costante di accoppiamento fra il campo di Gauge e i fermioni. Il termine che descrive la dinamica del campo A^μ è del tutto identico a quello elettromagnetico ma per avere l'invarianza per trasformazioni di Gauge la definizione del tensore $F_{\mu\nu}^a$ contiene un termine aggiuntivo dovuto alla non commutatività del gruppo G ed è dato dalla relazione:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (1.23)$$

La lagrangiana per un sistema di fermioni interagenti con un campo di Gauge non abeliano è quindi data da:

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi \quad (1.24)$$

È interessante notare che tale lagrangiana fornisce necessariamente un termine di autointerazione fra i bosoni di Gauge.

La Cromodinamica quantistica è una teoria di Gauge non abeliana in cui il gruppo G si identifica con il gruppo $SU_c(3)$, mentre i generatori dell'algebra di Lie sono dati dalle 8 matrici di Gell-Mann λ^a . Come è noto oltre alla simmetria esatta $SU_c(3)$, associata al numero quantico "nascosto" di colore, introdotto per evitare contraddizioni con il principio di Pauli nella costruzione delle funzioni d'onda dei barioni e per avere l'accordo con i dati sperimentali in tutta una serie di fenomeni, quali ad esempio il decadimento in due fotoni del π^0 , le interazioni forti sono caratterizzate da una serie di altri numeri quantici, genericamente detti "sapori", che sono legati a 6 diversi tipi di quark, di cui 2 di massa sostanzialmente uguale (up e down, associati al numero quantico di isospin) mentre gli altri 4 (strange, charm, beauty e top²) hanno masse assai diverse fra loro. La lagrangiana della QCD contiene quindi 6 campi fermionici colorati accoppiati con 8 diversi gluoni di massa nulla, anch'essi colorati, ed è data dalla relazione:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{k=1}^{N_f} \bar{\psi}^k (i\gamma^\mu D_\mu - m_k) \psi^k \quad (1.25)$$

La costante di accoppiamento g è necessariamente indipendente dal sapore a causa dell'invarianza di Gauge per cui la simmetria $SU_F(6)$ risulta essere rotta solo dagli effetti dinamici dovuti alla differenza di massa fra i quark.³

Le due fondamentali proprietà delle interazioni forti che ci aspettiamo di poter

²Il sesto quark top non è ancora stato osservato, ma la sua esistenza è necessaria, anche in questo caso in seno al Modello Standard, per spiegare la violazione della simmetria CP osservata nel decadimento dei mesoni K^0, \bar{K}^0 .

³Oltre che dall'effetto dinamico citato, tale simmetria è anche violata dalle interazioni deboli ma questo è naturalmente indipendente dalla QCD.

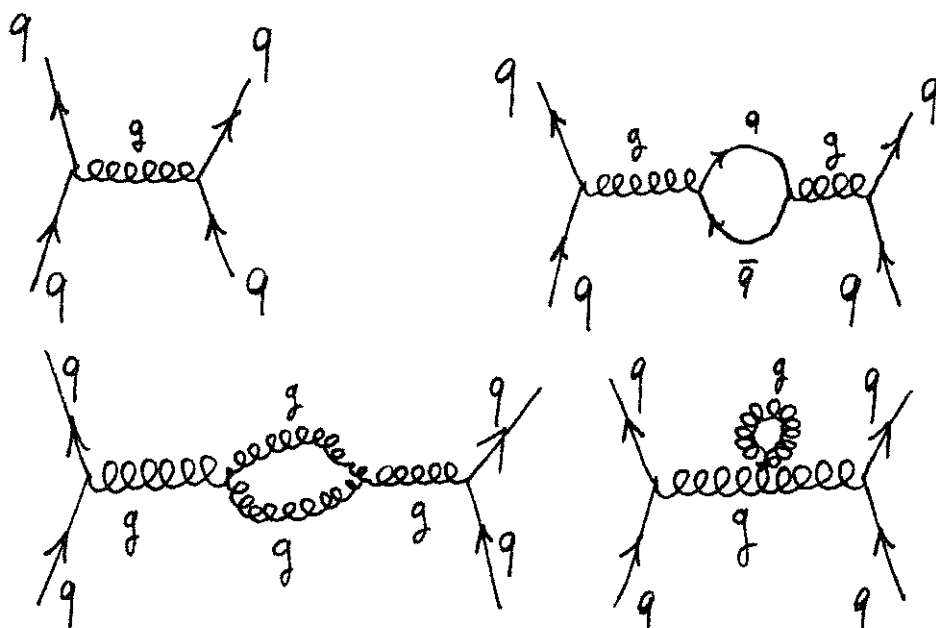


Figura 1.3: Diagrammi fino all'ordine α^3 per lo scattering quark-quark

quark riscontrata in numerosi processi adronici ad alta energia, fra i quali citiamo per tutti gli esperimenti di "deep inelastic scattering" di elettroni su protoni, e gli eventi a "jet" visti in interazioni e^+, e^- (vedi figura 1.2), la QCD fornisce una spiegazione soddisfacente.

Con un calcolo perturbativo (vedi figura 1.3) si può infatti mostrare che la costante di accoppiamento efficace fra due quark è data, in funzione dell'impulso trasferito, dalla relazione:

$$\alpha_s(q^2) = \frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \frac{(33-n_f)}{12\pi} \alpha_s(\mu) \log \frac{q^2}{\mu^2}} \quad (1.26)$$

dove n_f è il numero di sapori di quark, q l'impulso trasferito e μ è il tetraimpulso di riferimento rispetto al quale si è fatta la rinormalizzazione⁴.

⁴Il fatto che la costante di accoppiamento sia funzione dello schema di rinormalizzazione è legato al fatto che la serie perturbativa non è stata calcolata totalmente ma ci si è fermati ad un ordine finito.

Per comodità si usa riscrivere la costante α_s come:

$$\alpha_s(q^2) = \frac{12\pi}{(33 - n_f) \log \frac{q^2}{\Lambda^2}} \quad (1.27)$$

dove Λ è un parametro libero che sperimentalmente si fissa attorno a 200 MeV/c. Come si può vedere, se il numero di sapori di quark è minore di 16, al crescere dell'impulso trasferito, ovvero al diminuire della distanza di interazione, la costante di accoppiamento effettiva α_s decresce logicamente, il che rende ragione della libertà asintotica. L'aspetto fondamentale di questo discorso è il fatto che per impulsi trasferiti abbastanza grandi, (q^2 dell'ordine di $10 (GeV/c)^2$), il valore di α_s è sufficientemente piccolo da giustificare calcoli perturbativi per i processi adronici.

Malgrado questi successi, l'uso della QCD nello studio dei fenomeni ad alta energia, presenta spesso insormontabili difficoltà di calcolo, in quanto il valore relativamente grande della costante α_s impone di spingere lo sviluppo perturbativo fino a ordini troppo elevati. Il caso del charmonio non fa eccezione, per cui nei prossimi paragrafi illustreremo alcuni metodi alternativi alla teoria delle perturbazioni nello studio delle proprietà dell'interazione fra quarks: la QCD su reticolo (paragrafo 1.1.4) e i modelli non relativistici basati su teorie di potenziale (paragrafo 1.3).

1.1.4 La QCD su reticolo

L'approccio perturbativo ai processi adronici ha avuto molto successo nello studio dei fenomeni a grandissima energia e anche, come vedremo, nella descrizione dei sistemi legati $c-\bar{c}$ e $b-\bar{b}$, ma, in molti casi, è stato evidente fin dall'inizio che la teoria delle perturbazioni non poteva portare a risultati sensati. È stato

quindi necessario lo sviluppo di tecniche alternative per tener conto di effetti non perturbativi.

In tempi molto recenti, lo sviluppo dei calcolatori, delle tecniche di calcolo numerico e dei metodi di Montecarlo, ha reso praticabile la strada della soluzione numerica delle equazioni di campo senza passare per la teoria delle perturbazioni. La formulazione della teoria dei campi che meglio si presta a questo approccio è quella fondata sui cosiddetti "path integrals", in cui invece di vedere i campi come operatori soddisfacenti alle regole di commutazione canoniche, ogni campo è un numero reale e la Lagrangiana conserva il suo significato classico [5,7]. I processi fisici in questo modo vengono calcolati sommando su tutti i possibili "cammini", ovvero su tutte le possibili configurazioni del sistema, pesando ciascuno di essi con l'azione del sistema definita dalla relazione:

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(x) \quad (1.28)$$

L'ampiezza di un processo fisico si può allora calcolare con la formula:

$$\langle \Phi_f, t_f | \Phi_i, t_i \rangle = C \int [d\Phi] e^{i \int_{t_i}^{t_f} dt \int d^3x \mathcal{L}(x)} \quad (1.29)$$

dove il simbolo $[d\Phi]$ sta proprio a significare la somma su tutti i possibili valori del campo Φ . Questa integrazione può essere fatta in modo molto più semplice se invece di considerare lo spazio-tempo come un continuo infinito ci limitiamo ad un volume discreto V , che usualmente è chiamato reticolo. In tal caso infatti la (1.29) si riduce ad un numero finito di integrali ordinari che possono essere calcolati numericamente.

Possiamo sperare che nel caso della Cromodinamica Quantistica, gli effetti dovuti a questa discretizzazione non siano troppo rilevanti in quanto la libertà asintotica ci dice che le interazioni a corto raggio sono assai più deboli di quelle a

lungo raggio. Purtroppo, anche nel caso di reticoli molto limitati ⁵, il numero di ore di elaborazione che occorrono per il calcolo delle masse degli adroni usando la Lagrangiana (1.25) è ancora troppo elevato, per cui è necessario fare delle ulteriori approssimazioni per limitare il numero dei possibili cammini da considerare.

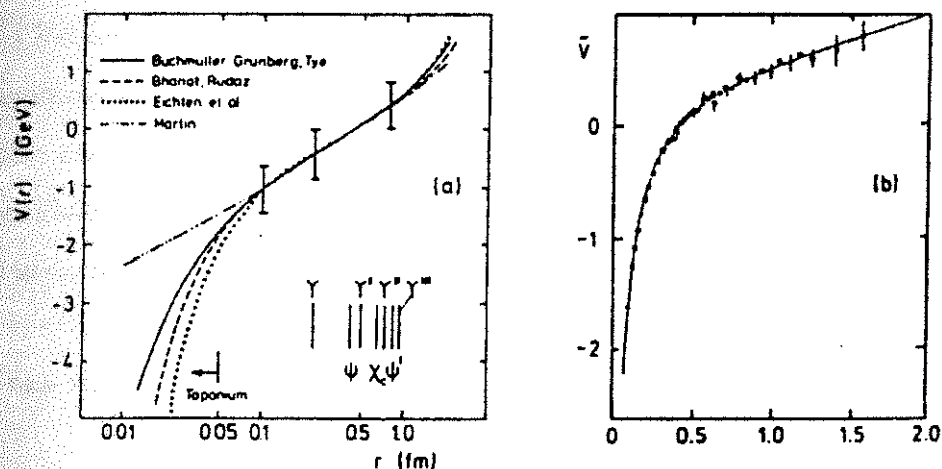


Figura 1.4: Il potenziale efficace statico fra due quark come risulta da modelli di potenziale e da calcoli su reticolo.

Una delle preferite fra queste è quella di considerare i quark come congelati ("quenched QCD"), ovvero di trascurare i contributi dovuti alla possibile creazione di coppie $q - \bar{q}$ e di tener conto solo dei processi coinvolgenti i quark costituenti e i campi gluonici. Soprattutto nel caso di adroni pesanti (quarks c e b) questa ipotesi non è troppo azzardata e i risultati sono in buon accordo con i modelli di potenziale e con i dati sperimentali (vedi figura 1.4) [8,9]. Recentemente sono stati fatti anche dei calcoli in cui si tiene conto del contributo proveniente da

⁵Valori tipici sono reticoli del tipo $8^3 \times 12$

coppie di quark leggeri u, d nell'ambito di una teoria $SU_c(2)$ a due colori[10]. Il risultato di questo contributo dinamico dei fermioni è una leggera attenuazione del potenziale a grandi distanze rispetto all'ipotesi lineare, come già previsto per esempio dai modelli a tubo di flusso, mentre a piccole distanze si osserva una deviazione dall'andamento puramente Coulombiano. Entrambi gli effetti sono associati alla schermatura del campo Cromoelettrico indotta dalla coppie $q - \bar{q}$.

Per adesso i risultati della QCD su reticolo non sono ancora particolarmente significativi in quanto non forniscono maggiori informazioni di quelle che si possono avere con modelli più semplici. Fino ad oggi, infatti, i reticoli che è stato possibile implementare non sono abbastanza fini per consentire calcoli precisi; ci sono però speranze che il rapido sviluppo dell'elettronica, ed in particolare la costruzione di macchine concepite "ad hoc", consentano previsioni più accurate e una verifica più stringente della teoria.

1.2 Fenomenologia del Charmonio

La prima prova sperimentale evidente della esistenza di un quarto sapore di quark fu la scoperta, ad opera di due gruppi indipendenti, del mesone vettoriale j/ψ , osservato come un picco risonante nello spettro di massa invariante e^+, e^- . Nel primo di questi esperimenti, realizzato a Brookhaven nel 1974 [12] (vedi figura 1.5), gli elettroni erano prodotti da un fascio di protoni incidenti su un bersaglio fisso di berillio. Nel secondo esperimento, effettuato contemporaneamente a Stanford [13], la risonanza fu osservata nelle sezioni d'urto dei processi $e^+ e^- \rightarrow e^+ e^-$, $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ e $e^+ e^- \rightarrow \text{adroni}$. La massa fu stimata attorno ai 3100 MeV e fu dato un limite superiore alla larghezza parziale di decadimento in tali canali di circa 2 MeV. Subito dopo ci fu la scoperta di una seconda risonanza stretta[14], caratterizzata dagli stessi numeri quantici della j/ψ , di massa più grande, che fu

chiamata ψ' .

Il valore di 2 MeV dato per queste larghezze era in realtà una misura della risoluzione sperimentale in energia più che della larghezza della risonanza stessa.

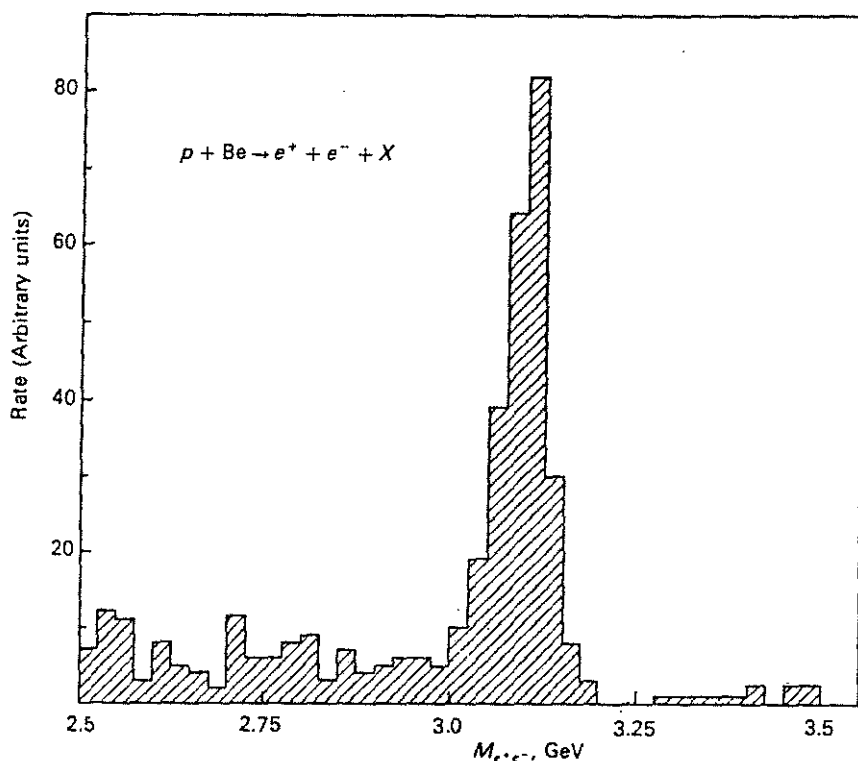


Figura 1.5: Evidenza sperimentale della j/ψ a Brookhaven

Per risalire alla larghezza totale vera della risonanza fu quindi necessario tener conto di altre due grandezze, entrambe misurabili. Partendo infatti dalla formula di Breit e Wigner per la sezione d'urto nel sistema del centro di massa per il processo $e^+ e^- \rightarrow j/\psi \rightarrow e^+ e^-$ si ha :

$$\sigma(E) = \frac{\pi \lambda^2 (2J + 1)}{(2s_1 + 1)(2s_2 + 1)} \frac{\Gamma_{e^+e^-}^2}{(E - E_R)^2 + \Gamma^2/4} \quad (1.30)$$

dove λ è la lunghezza d'onda di De Broglie degli elettroni e positroni, $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$,

Γ è la larghezza totale della risonanza, E_R è la massa della risonanza stessa e Γ_{e^+,e^-} è la larghezza parziale del processo $j/\psi \rightarrow e^+, e^-$. Da questa relazione si può calcolare la quantità (direttamente misurabile):

$$\int_0^\infty \sigma(E) dE = \frac{3\pi^2 \lambda_R^2 \Gamma}{2} \left(\frac{\Gamma_{e^+,e^-}}{\Gamma} \right)^2 \quad (1.31)$$

Il rapporto $\frac{\Gamma_{e^+,e^-}}{\Gamma}$ è anch'esso misurabile per cui da queste due grandezze si può risalire al valore di Γ . Il risultato per la j/ψ è di $\Gamma = 0.067$ MeV, sorprendentemente piccolo.

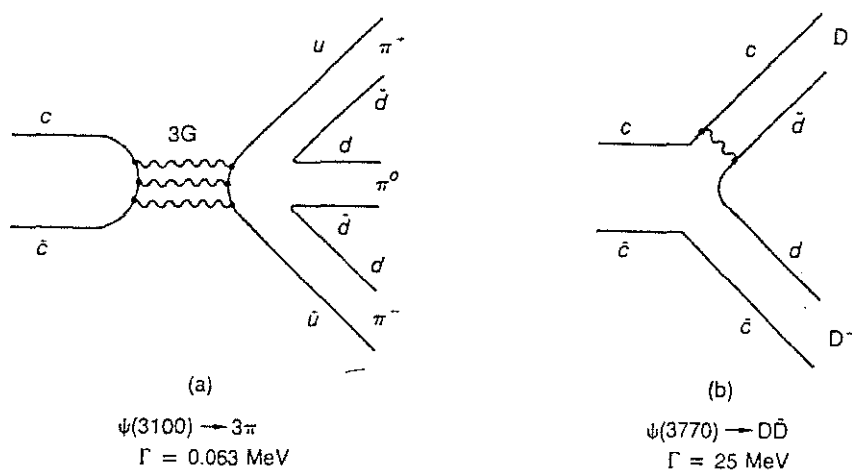


Figura 1.6: La regola di Okubo-Zweig spiega il fatto che gli stati del charmonio al di sotto della soglia del charm aperto sono molto stretti.

Per interpretare queste risonanze ed in particolare per spiegare l'estrema soppressione dei canali di decadimento adronici rispetto ai valori tipici delle interazioni forti, l'unica ipotesi ragionevole era quella di ammettere l'esistenza di un nuovo sapore di quark e spiegare la piccola larghezza di questi stati per mezzo della regola Okubo-Zweig, che era stata già introdotta nello studio del mesone $\Phi = s\bar{s}$. Secondo questa i processi adronici "non connessi", ovvero quelli in cui gli

stati iniziale e finale sono mediati solo da gluoni, risultano essere fortemente soppressi rispetto a quelli connessi (vedi figura 1.6). Se ammettiamo, come di fatto è, che la massa di questi stati del charmonio sia più piccola di una qualunque coppia di mesoni charmati, il decadimento di questi stati dovrà procedere con un processo a 3 gluoni, avendo quindi un fattore di soppressione almeno dell'ordine di α_s^3 ⁶.

Oltre agli stati j/ψ e ψ' negli anni successivi furono scoperte tutta una serie di risonanze di massa intermedia studiando le transizioni radiative della ψ' prodotta in anelli e^+, e^- , interpretate anch'esse come stati del charmonio, che a causa dei loro numeri quantici diversi da quelli del fotone non potevano essere formate direttamente. La figura (1.7) mostra lo spettro del sistema $c - \bar{c}$ come è conosciuto oggi. Per un approfondimento delle tecniche usate negli esperimenti di spettroscopia del charmonio ed in particolare per quella usata dall'esperimento E-760 si rimanda al capitolo successivo.

1.3 Modelli del Charmonio

La descrizione dello spettro del charmonio, fin dalla sua scoperta, ha impegnato i teorici, sia per fornire indicazioni sulla esistenza di altri stati non ancora osservati, sia per capire quali indicazioni sulle proprietà delle interazioni fra quark possono essere tratte da esso.

Un approccio diretto al problema usando la lagrangiana della QCD in generale non è possibile a causa delle difficoltà di calcolo; infatti sia la QCD su reticolo, sia

⁶Il processo non può essere mediato da un solo gluone in quanto lo stato iniziale è un singoletto di colore e i gluoni sono tutti colorati. Quello a 2 gluoni è vietato a causa della invarianza delle interazioni forti per coniugazione di carica: infatti sia la j/ψ sia la ψ' hanno i numeri quantici del fotone e del gluone $J^{PC}=1^{--}$.

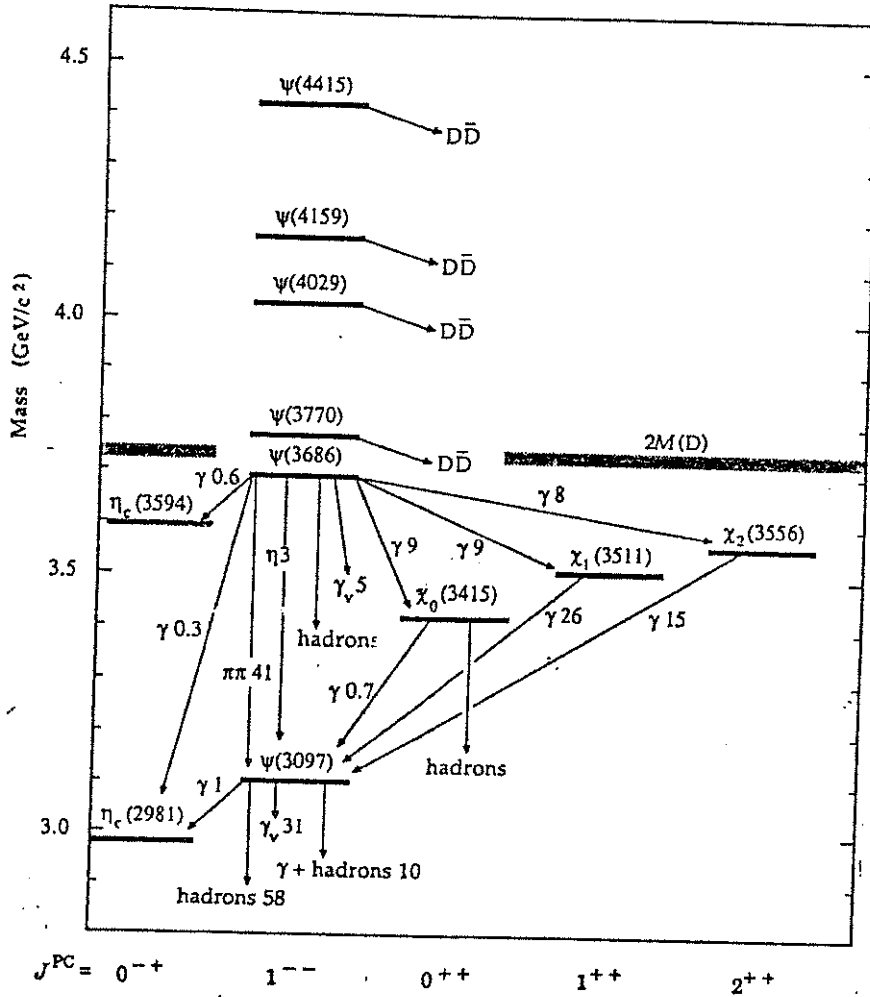


Figura 1.7: Lo spettro degli stati del charmonio

la tecnica delle regole si somma⁷, non sono in grado di fornire altro che indicazioni approssimate e comunque anch'esse basate su un certo numero di assunzioni fenomenologiche non sempre giustificate. Uno dei pochi esempi significativi di

⁷Questa tecnica è fondata sulla possibilità di mettere in relazione diretta la trasformata di Fourier della funzione di correlazione $\Pi^J(q^2) = i \int dx e^{iqx} \langle O | T(J_\mu(x) J_\nu(0)) | O \rangle$, che può essere calcolata perturbativamente con la tecnica dello sviluppo di Wilson, con la sezione d'urto $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{charm})$ usando le proprietà di analiticità della funzione $\Pi^J(q^2)$ e le relazioni di dispersione.

previsioni quantitative sulle proprietà del charmonio è il calcolo della differenza di massa fra la j/ψ e l' η_c , effettuato con la tecnica delle regole di somma [11] unitamente ad alcune correzioni fenomenologiche per tener conto degli effetti non perturbativi [15].

Il risultato trovato è:

$$M(j/\psi) - M(\eta_c) \approx 100 \text{ MeV} \quad (1.32)$$

in buon accordo con i dati sperimentali oggi disponibili ⁸.

Questa tecnica non ha però dato ulteriori risultati di rilievo. Per questa ragione sono stati sviluppati dei modelli semplificati nei quali l'interazione fra due quark è descritta da un potenziale non relativistico, la cui forma è in parte ispirata alla QCD. Questi modelli, pur essendo soggetti a pesanti critiche dal punto di vista teorico, hanno il pregio di fornire indicazioni abbastanza attendibili sulla forma dello spettro e consentono quindi una ricerca mirata dei nuovi stati.

Nel caso specifico del charmonio, e ancor più nel caso del mesone Υ ⁹, un modello di questo tipo trova parziale giustificazione nel fatto che la massa di questi quark è di un ordine di grandezza superiore di quella dei quark u , d , s , per cui ci si aspetta che il moto dei quark all'interno dell'adrone sia non relativistico.

Uno dei primi modelli siffatti è stato sviluppato da Eichten e altri nel 1974 [16,17,18,19] ed è fondato sulle seguenti ipotesi:

- Si assume che l'interazione fondamentale fra quarks goda della simmetria esatta di Gauge $SU_c(3)$. Vengono inoltre trascurati tutti i contributi provenienti da coppie $q - \bar{q}$ ("quenched" QCD).

⁸Questo risultato, pubblicato nel 1978, suscitò allora un grandissimo clamore in quanto era in aperta contraddizione con l'ipotesi, oggi esclusa, dell'esistenza di uno stato pseudoscalare $X(2.83)$ del charmonio.

⁹Risonanza scoperta nel 1979 al Fermilab ed interpretata come stato legato $b - \bar{b}$

- Il moto dei quark è descritto in modo non relativistico per mezzo di una equazione di Schrodinger, dove il campo $\psi(x)$ ha quindi il ruolo di funzione d'onda del sistema.
- Il potenziale deve godere delle proprietà asintotiche corrette, sia per piccole distanze (libertà asintotica), sia per grandi distanze (confinamento).

Partendo da questi presupposti il potenziale fu scelto della forma già suggerita da Cornell:

$$V(r) = -\frac{k}{r} + \frac{r}{a^2} \quad (1.33)$$

dove sia k che a sono due parametri liberi da fissare sperimentalmente. Il primo termine coulombiano viene direttamente dalla QCD perturbativa, calcolando il diagramma di figura (1.8), mentre il secondo termine rende conto del confinamento¹⁰.

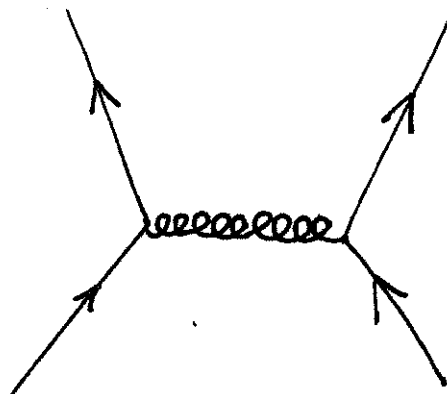


Figura 1.8: Diagramma al primo ordine per il potenziale fra due quark

Di fatto questo potenziale è una buona descrizione del sistema nei due casi asintotici $r \rightarrow \infty$ e $r \rightarrow 0$, ma non ha sostanzialmente alcun significato per valori

¹⁰L'andamento lineare è in accordo con molti modelli di confinamento e con i calcoli su reticolo.

intermedi della distanza; per ovviare almeno parzialmente a questo problema, il parametro k , pur essendo fissato al valore $\frac{4}{3}\alpha$, dal calcolo del diagramma (1.8), viene lasciato libero e determinato fittando i dati sperimentali.

Osservando lo spettro del charmonio (figura 1.7) o del bottomonio risulta inoltre evidente che l'interazione fra quark deve contenere termini relativistici di interazione spin orbita (per esempio per spiegare la separazione dei livelli 3P_2 (χ_2), 3P_1 (χ_1), 3P_0 (χ_0) del charmonio, la cui misura è uno degli scopi di questa tesi) e termini spin-spin (separazione dei livelli 3S_1 (j/ψ) e 1S_0 (η_c)). La forma più generale del potenziale tenendo conto di questi termini è data quindi da:

$$V(\vec{r}) = V_c + V_{s.o.} \vec{L} \cdot \vec{S} + V_t \left(3(\vec{S}_1 \cdot \hat{r})(\vec{S}_2 \cdot \hat{r}) - \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \right) + V_{s.s.} \vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2 \delta(\vec{r}) \quad (1.34)$$

L'equazione che si ottiene usando un potenziale di questo tipo si chiama equazione di Breit-Fermi e consente una buona descrizione dello spettro, anche scegliendo un andamento radiale diverso dalla (1.33) [20]. È importante notare il fatto che la forma delle funzioni $V_{s.o.}$, $V_{s.s.}$, V_t dipende criticamente dalla natura delle particelle che mediano l'interazione. Infatti, pur essendo il campo gluonico un campo vettoriale, è possibile introdurre termini di tipo diverso (per esempio scalare) provenienti da processi coerenti a molti gluoni. La tabella (1.9) mostra le previsioni che si ottengono per i due casi. È abbastanza chiaro che a piccole distanze il potenziale è di natura solo vettoriale mentre i termini di confinamento sono più complessi.

Un altro approccio non relativistico, affatto diverso dal precedente, consiste nel calcolare il potenziale efficace fra due quark usando la tecnica dello scattering inverso [21,22,23]. In questo modo è possibile un test indipendente della validità

Interazione	Lineare - Confinante		
	Coulomb	scalare	vettoriale
spin-spin	$(8\pi\alpha_s/3)\delta^3(\vec{r})$	0	a_v/r
spin - orbita	$2\alpha_s/r^3$	$-a_s/2r$	$3a_v/2r$
tensoriale	$4\alpha_s/r^3$	0	a_v/r

Figura 1.9: La tabella mostra la parte radiale dei termini di potenziale spin-spin, spin-orbita, tensoriale che si ottengono nel caso di andamento coulombiano e lineare-confinante, sia nell'ipotesi scalare che in quella vettoriale.

dell'approssimazione non-relativistica nello studio del sistema $q - \bar{q}$ e della indipendenza delle interazioni forti dal sapore, confrontando il potenziale calcolato a partire dallo spettro del bottomonio con quello del charmonio.

La tecnica si basa sul formalismo sviluppato da Gel'fand e Levitan per la soluzione di problemi di diffusione inversa, ovvero per determinare la forma del potenziale di un sistema a due corpi a partire dalle energie di legame dei suoi stati legati. Si può infatti dimostrare che per un sistema unidimensionale descritto dall'equazione di Schrodinger :

$$\psi''(x) = [k^2 + 2\mu V(x)] \psi(x) \quad (1.35)$$

la conoscenza di N stati legati di energia $-\frac{k^2}{2\mu}$ consente di calcolare il potenziale $V(x)$ con la formula:

$$V(x) = -\frac{1}{\mu} \frac{d^2}{dx^2} \log(\det A) \quad (1.36)$$

dove A è una matrice definita dalla relazione:

$$A_{mn} = \delta_{mn} + \frac{\lambda_m \lambda_n}{k_m + k_n} \quad \lambda_m = c_m e^{-k_m x} \quad (1.37)$$

con

$$\frac{c_m^2}{2k_m} = \prod_{i \neq m} \frac{k_m + k_i}{k_m - k_i} \quad (1.38)$$

Questo formalismo si estende semplicemente al caso al problema tridimensionale per un potenziale centrale, in quanto scrivendo l'equazione d'onda in coordinate sferiche si può separare la parte angolare da quella radiale ponendo:

$$\Phi(\vec{r}) = R(r)Y_{lm}(\theta, \phi) \quad u(r) = rR(r) \quad (1.39)$$

da cui si ottiene per la parte radiale:

$$-\frac{1}{2\mu}u''(r) \left[\frac{l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) - E \right] u(r) = 0 \quad (1.40)$$

dove μ è la massa ridotta del sistema e l il momento angolare orbitale. Questa equazione è del tutto analoga a quella in una dimensione, con l'aggiunta però di una condizione al contorno nell'origine:

$$u(0) = 0 \quad (1.41)$$

Il prezzo da pagare è quello di avere quindi N parametri liberi associati al valore nell'origine delle N autofunzioni $\Phi_i(r)$ associate agli stati legati. Per fissare questi parametri è quindi necessario tener conto di altre caratteristiche sperimentali del sistema, quali ad esempio le larghezze parziali leptoniche degli stati vettoriali, che sono legate al valore della funzione d'onda nell'origine dalla formula di Weisskopf-Van Royen :

$$|\psi(0)|^2 = \frac{M_v^2}{16\pi\alpha^2 e_q^2} \Gamma(v \rightarrow e^+ e^-) \quad (1.42)$$

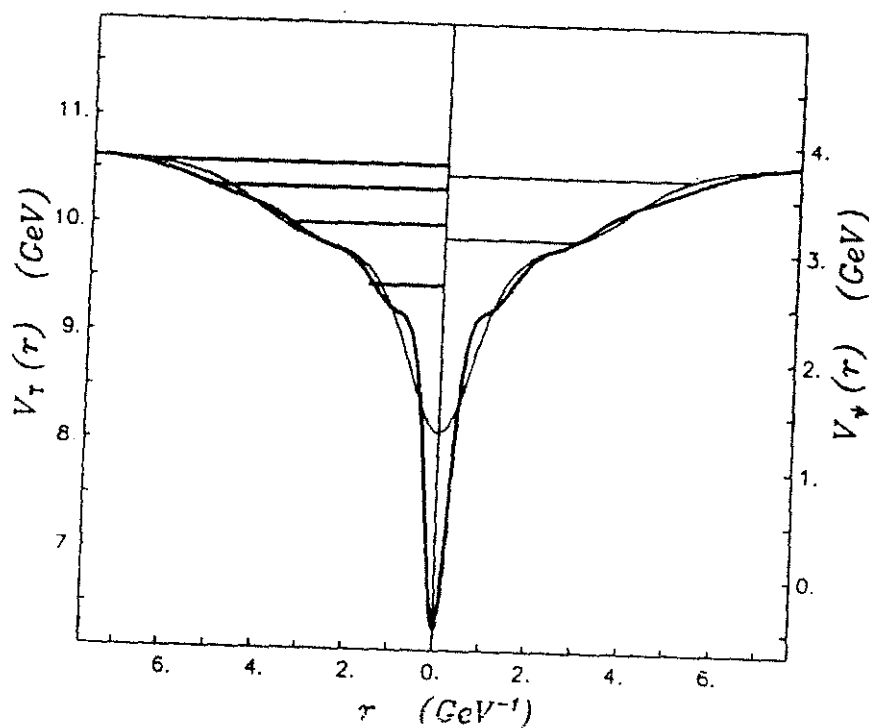


Figura 1.10: Il potenziale fra due quark calcolato con la tecnica dello scattering inverso a partire dai dati del charmonio e del bottomonio

dove M_v è la massa dello stato vettoriale, α la costante di struttura fine, e_q la carica del quark.

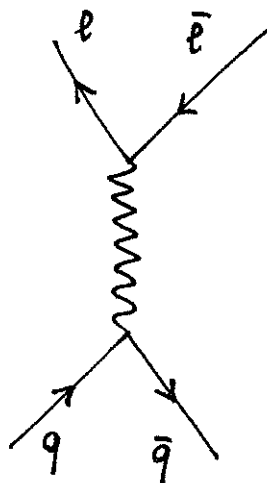
La figura (1.10) mostra il potenziale calcolato sia per il charmonio sia per il bottomonio, tenendo conto di tutti gli stati sotto soglia. In particolare si può notare la completa compatibilità dei due potenziali, il che è una stringente prova sperimentale della indipendenza dal sapore delle interazioni forti.

1.4 Processi di decadimento

I possibili processi di decadimento di uno stato del charmonio al di sotto della soglia del charm aperto sono essenzialmente di 3 tipi: adronici, leptonici e radiativi.

Nel caso di decadimenti in adroni per gli stati sotto soglia è possibile fare dei calcoli perturbativi conoscendo il valore della funzione d'onda nell'origine per gli stati con momento angolare $l=0$ (e delle sue derivate nel caso di stati con l non nullo). A seconda del numero quantico C il numero minimo di gluoni del processo è 2 o 3, il che fornisce una parziale spiegazione della regola di Okubo-Zweig. La tabella di figura (1.11) mostra le previsioni teoriche per vari decadimenti. Sopra soglia i decadimenti dominanti sono quelli in coppie di adroni charmati, la cui trattazione va al di là delle possibilità di un modello non relativistico.

I decadimenti leptonici avvengono per annichilazione dei due quark in un fotone, secondo un diagramma del tipo:



Si possono descrivere in completa analogia con il positronio, calcolando la larghezza parziale del processo con la formula di Weieskopf-Van Royen che, per uno

stato vettoriale, è data da:

$$\Gamma(V \rightarrow e^+ e^-) = \frac{16\pi\alpha^2 q^2}{m_V^2} |\psi(0)|^2 \quad (1.43)$$

La misura di queste larghezze ha quindi un particolare significato fisico in quanto consente una determinazione del valore della costante di accoppiamento α_s .

I processi radiativi, ovvero i decadimenti di uno stato del charmonio in un altro con l'emissione di uno o più fotoni, possono essere calcolati usando i metodi usuali sviluppati nello studio del positronio. Anche questi sono soggetti alle regole di selezione per le transizioni di dipolo elettrico e magnetico con l'aggiunta di quelle già citate per la conservazione della C-parità. In particolare il processo:

$$\chi \rightarrow j/\psi \gamma \rightarrow e^+ e^- \gamma \quad (1.44)$$

che avviene come transizione di dipolo elettrico, è il canale prescelto in questo lavoro di tesi per la misura della massa e della larghezza totale degli stati χ_1 e χ_2 .

Process	Rate ^a	Correction factor	Equation number
$n^3S_1 \rightarrow e^+ e^-$	$\frac{16\pi}{3} N_c \alpha^2 e_Q^2 \Psi(0) ^2 / M_n^2$	$1 - 16\alpha_s/3\pi$	
$\rightarrow \gamma\gamma\gamma$	$\frac{16(\pi^2 - 9)}{9} N_c \alpha^3 e_Q^6 \Psi(0) ^2 / m_Q^2$	$1 - 12.6\alpha_s/\pi$	
$\rightarrow ggg$	$\frac{40(\pi^2 - 9)}{81} \alpha_s^3 \Psi(0) ^2 / m_Q^2$	$1 + 4.9\alpha_s/\pi$ for J/ψ $1 + 3.8\alpha_s/\pi$ for Υ	}
$\rightarrow gg\gamma$	$\frac{32(\pi^2 - 9)}{9} e_Q^2 \alpha \alpha_s^2 \Psi(0) ^2 / m_Q^2$	$1 - 0.9\alpha_s/\pi$ for J/ψ $1 - 1.7\alpha_s/\pi$ for Υ	
$n^1S_0 \rightarrow \gamma\gamma$	$4\pi N_c e_Q^4 \alpha^2 \Psi(0) ^2 / m_Q^2$	$1 - 3.4\alpha_s/\pi$	
$\rightarrow gg$	$\frac{8\pi}{3} \alpha_s^2 \Psi(0) ^2 / m_Q^2$	$1 + 10.6\alpha_s/\pi$ for η_c $1 + 10.2\alpha_s/\pi$ for η_b	}
$n^3P_2 \rightarrow \gamma\gamma$	$\frac{12}{5} N_c e_Q^4 \alpha^2 R'_{nP}(0) ^2 / m_Q^4$		
$\rightarrow gg$	$\frac{8}{5} \alpha_s^2 R'_{nP}(0) ^2 / m_Q^4$	$(1 + 8.4\alpha_s/\pi)a$ for χ $(1 + 11.7\alpha_s/\pi)a$ for χ_b	}
$n^3P_1 \rightarrow q\bar{q}g$	$\frac{8}{9\pi} n_f \alpha_s^3 \ln(2m_Q/r) R'_{nP}(0) ^2 / m_Q^4$	not known	
$n^3P_0 \rightarrow \gamma\gamma$	$9N_c e_Q^4 \alpha^2 R'_{nP}(0) ^2 / m_Q^4$	$(1 + 5.5\alpha_s/\pi)a$	
$\rightarrow gg$	$6\alpha_s^2 R'_{nP}(0) ^2 / m_Q^4$	$(1 + 20.4\alpha_s/\pi)a$ for χ $(1 + 21.2\alpha_s/\pi)a$ for χ_b	}

^a N_c is the number of quark colors. Rate expressions that do not contain a factor of N_c are for $N_c = 3$. For $N_c = (6, 8)$, the rate expressions in Equations 4, 6, 8, and 11 should be multiplied by a factor of (25/2, 27/2), and Equation 3 by (49/2, 0).

^b Naïve absorption of a $1/r$ term into $|R'_{nP}(0)|^2$ gives (73) $a = 1 - 16\alpha_s/3\pi$.

^c n_f is the number of light-quark flavors.

Figura 1.11: Larghezze parziali di decadimento di stati del quarkonio ($c - \bar{c}$ e $b - \bar{b}$) calcolati con modelli di potenziale e con la QCD perturbativa. Sono anche inclusi i fattori di correzione dovuti a diagrammi del secondo ordine perturbativo non nullo.

Capitolo 2

Spettroscopia del charmonio

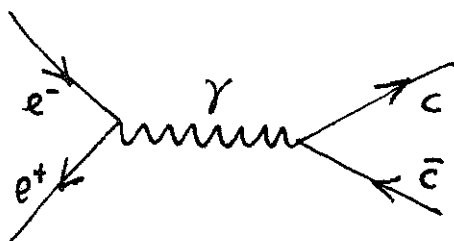
Nel 1974, due gruppi sperimentali indipendenti, annunciarono la scoperta di una nuova risonanza molto stretta nello spettro di massa invariante e^+e^- , che fu subito interpretata come uno stato legato del sistema $c - \bar{c}$ e fu chiamato j/ψ . Il primo di questi, installato al laboratorio di Brookhaven, studiava le interazioni di un fascio di protoni su un bersaglio fisso di Berillio; il secondo era un esperimento sull'anello di collisione elettrone-positrone di SLAC.

Da allora sono stati scoperti molti altri stati del charmonio, sia in anelli di collisione elettrone-positrone, sia in esperimenti adronici.

In questo capitolo, dopo una breve descrizione delle varie tecniche di indagine fino ad oggi utilizzate nella spettroscopia del charmonio, illustreremo le caratteristiche e gli obiettivi sperimentali dell'esperimento E-760, con particolare riferimento alle caratteristiche peculiari che lo distinguono da altri esperimenti già realizzati.

2.1 Principali tecniche di spettroscopia del charmonio

La maggior parte delle informazioni oggi disponibili sulle caratteristiche degli stati del charmonio provengono da esperimenti realizzati su anelli di collisione elettrone-positrone, nei quali gli stati vettoriali con i numeri quantici del fotone ($J^{PC} = 1^{--}$) sono formati direttamente in grande quantità attraverso processi descritti da un diagramma del tipo:



In questo modo sono stati raccolti, in numerosi esperimenti, milioni di eventi j/ψ e ψ' , che hanno consentito una misura precisa dei loro parametri caratteristici (massa, larghezza) e uno studio sistematico dei loro processi di decadimento.

Gli altri stati sono però accessibili solo attraverso processi secondari quali ad esempio le transizioni radiative degli stati vettoriali eccitati (vedi figura 2.1).

Questo metodo ha però due inconvenienti fondamentali:

- Non tutti gli stati sono facilmente accessibili per mezzo di transizioni radiative; in particolare le transizioni a stati con numero quantico di coniugazione di carica C uguale a quello di partenza sono assolutamente vietate, mentre le transizioni di dipolo magnetico sono relativamente soppresse.
- La misura della massa e della larghezza degli stati in studio è strettamente

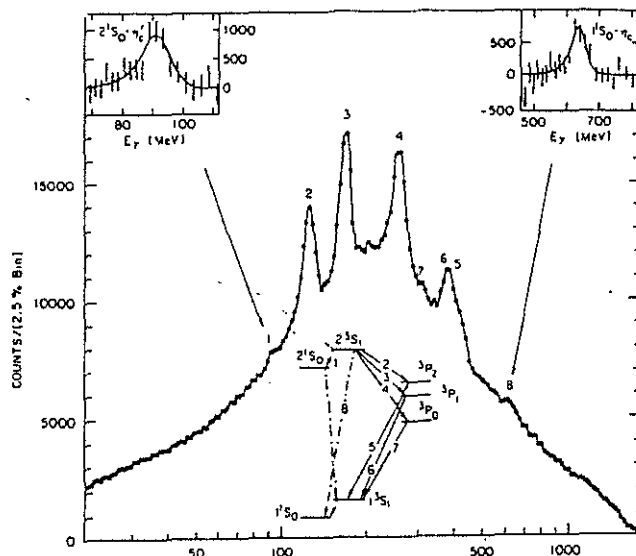


Figura 2.1: Spettro energetico dei fotoni rivelati all'energia della ψ' dall'esperimento Crystall Ball. Sono facilmente visibili i picchi risonanti corrispondenti ai vari stati del charmonio accessibili per transizione radiativa.

dipendente dall'apparato di misura ed in particolare dalla risoluzione energetica del calorimetro elettromagnetico. Questo fatto impedisce la misura delle larghezze totali degli stati al di sotto della soglia del charm aperto in quanto il loro valore è molto più piccolo dell'errore sulla misura dell'energia del fotone.

Un'altra tecnica molto usata consiste nel produrre gli stati del charmonio in interazioni protone-nucleo o pione-nucleo. Essa ha il vantaggio di poter produrre tutti gli stati del charmonio (vedi diagrammi di figura 2.2) ma, trattandosi di processi inclusivi, anche in questo caso la misura dei parametri della risonanza è legata alla risoluzione dell'apparato. Inoltre il segnale è sommerso in un elevatis-

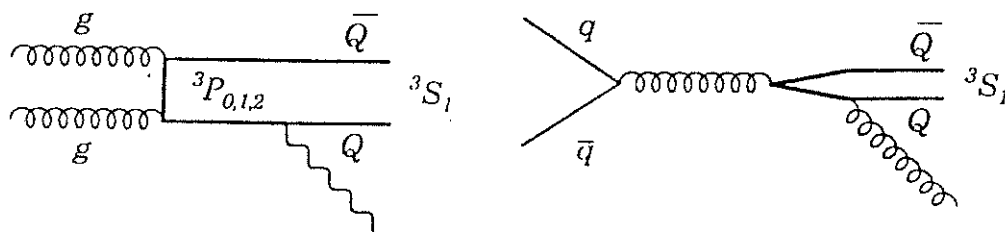


Figura 2.2: Diagrammi di Feynman per la produzione inclusiva di stati del charmonio in interazioni adroniche.

simo fondo adronico, che limita le possibilità di identificazione ai soli stati finali elettromagnetici. Questa tecnica è quindi interessante solo per quegli stati non accessibili in interazione $e^+ e^-$.

Una terza possibilità, già utilizzata con successo dall'esperimento R-704[24,25,26,27,28] (realizzato al Cern alcuni anni orsono) e adottata anche dall'esperimento E-760, consiste nel formare gli stati del charmonio direttamente in interazioni antiprotone-protone per mezzo di un bersaglio gassoso interno all'anello di accumulazione degli antiprotoni. In questo caso tutte le risonanze, indipendentemente dal numero quantico di carica, sono accessibili direttamente attraverso i diagrammi di figura (2.3) e la misura della loro massa e della loro larghezza è completamente indipendente dalle caratteristiche del rivelatore, che ha quindi

¹L'esperimento R-704 è stato realizzato dallo stesso gruppo di Genova attualmente impegnato nell'esperimento E-760, oggetto della presente tesi. I suoi obiettivi fisici erano assai simili a quelli di E-760 ma a causa della chiusura dell'anello ISR (Intersecting Storage Ring) non ha potuto completare il suo programma sperimentale.

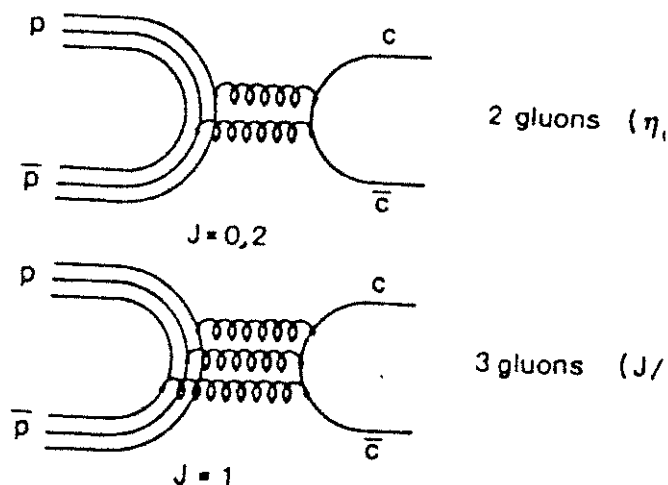


Figura 2.3: Diagrammi di formazione degli stati del charmonio a partire da una coppia antiprotone-protone.

soltanto la funzione di riconoscere gli eventi interessanti.

La scelta di utilizzare un bersaglio interno di idrogeno gassoso invece di un anello di collisione o di un bersaglio solido è motivata dalle seguenti considerazioni:

- Rispetto ad un esperimento su bersaglio fisso consente di raccogliere una luminosità integrata molto più grande in quanto il fascio può circolare liberamente nell'anello di accumulazione per molte ore consecutive (la fase di presa dati di E760 nell'estate 1990 è stata caratterizzata da cicli di circa 75 ore, di cui circa 20 per accumulare il fascio).
- Rispetto ad un anello di collisione tradizionale consente di avere una luminosità istantanea assai più elevata; inoltre il volume della regione di interazione è molto piccolo, il che facilita molto il lavoro in fase di analisi.

2.2 Obiettivi fisici dell'esperimento E-760

Poichè a distanza di più di quindici anni dalla sua scoperta, per le ragioni su esposte, la conoscenza delle caratteristiche del charmonio è ben lungi dall'essere completa, l'esperimento E-760, che ha iniziato la presa dati nel marzo del 1990 si prefigge i seguenti obiettivi:

- Scoprire gli stati 1P_1 , 3D_2 e 1D_2 teoricamente previsti da quasi tutti i modelli di potenziale; inoltre confermare lo stato η'_c , di cui c'è solo una debole evidenza in esperimenti su anelli di collisione e^+e^- (vedi figura 2.1). L'interesse per queste misure va al di là della semplice scoperta di nuove particelle: infatti sia per gli stati P che per gli stati D, la differenza di massa fra lo stato di singoletto e il centro di gravità del tripletto, consente di verificare la natura puramente vettoriale del potenziale a piccole distanze (come indicato da calcoli su reticolo), mentre la differenza di massa fra i membri del tripletto fornisce informazioni sulla natura scalare o vettoriale del termine di confinamento.
- Misurare con precisione la massa e la larghezza totale di tutti gli stati con numeri quantici diversi da quelli del fotone. Di fatto, ad esclusione dello stato 3P_2 , non esistono misure di queste larghezze. La loro conoscenza è di grande interesse in quanto danno un confronto diretto delle misure con le previsioni della QCD perturbativa, che consente il calcolo dei rapporti di decadimento indipendentemente dal valore della funzione d'onda nell'origine, che, come già detto nel capitolo precedente, è fortemente dipendente dalla particolare scelta del potenziale fra i quark.
- Determinare con grande precisione la forma delle distribuzioni angolari dei fotoni nelle varie transizioni radiative, sia per indagare sulla struttura dei

momenti di multipolo, sia per misurare il contributo di elicità dello stato iniziale[29,30].

La scelta di formare direttamente gli stati del charmonio a partire da uno stato iniziale $p - \bar{p}$, pur offrendo i molti vantaggi già esposti, limita le possibilità di individuazione di tali stati allo studio dei soli canali elettromagnetici, in quanto il fondo adronico non risonante sommerge quasi totalmente gli altri processi di decadimento. Per questa ragione le principali reazioni che l'esperimento E-760 si propone di studiare sono:

$$\begin{aligned}
 p - \bar{p} &\rightarrow \Psi \rightarrow e^+ + e^- \\
 &\rightarrow \Psi' \rightarrow e^+ + e^- \\
 &\rightarrow \Psi' \rightarrow \Psi + X \rightarrow e^+ + e^- + X \\
 &\rightarrow \chi_{1,2} \rightarrow \Psi + \gamma \rightarrow e^+ + e^- + \gamma \\
 &\rightarrow \chi_{0,2} \rightarrow \gamma + \gamma \\
 &\rightarrow \eta_c \rightarrow \gamma + \gamma \\
 &\rightarrow \eta_c \rightarrow \Phi\Phi \rightarrow K^+ + K^- + K^+ + K^- \\
 &\rightarrow \eta'_c \rightarrow \gamma + \gamma \\
 &\rightarrow \eta'_c \rightarrow \Phi\Phi \rightarrow K^+ + K^- + K^+ + K^-
 \end{aligned}
 \tag{2.1}$$

2.3 La tecnica sperimentale di E-760

Il vantaggio di poter formare direttamente gli stati del charmonio, come già detto, consiste nel fatto che la risoluzione in energia è solamente legata alle caratteristiche del fascio di antiprotoni incidenti. La massa M_R della risonanza in

studio è legata all'energia del fascio E_{beam} dalla relazione:

$$E_{beam} = \frac{M_R^2}{2M_p} - M_p \quad (2.2)$$

dove M_p è la massa del protone. La tabella di figura (2.4) mostra l'intervallo di energie interessato. Nel nostro caso il fascio ha una dispersione in impulso nel centro di massa decisamente inferiore alla larghezza degli stati in studio (circa 200 KeV nel centro di massa contro larghezze dell'ordine del MeV), per cui è possibile effettuare uno studio sistematico della curva di risonanza muovendo a piccoli passi l'energia del fascio stesso. Il numero di eventi medi che ci si aspetta ad una energia E_0 è data dalla relazione:

$$N(E_0) = \eta \int_0^\infty \sigma(E - E_R) f_{beam}(E - E_0) dE \quad (2.3)$$

dove η è l'efficienza totale del trigger, dell'apparato e del procedimento di selezione degli eventi, $\sigma(E)$ è la Breit-Wigner della risonanza e $f_{beam}(E)$ è la funzione di distribuzione dell'energia del fascio nel centro di massa. Il modo in cui la conoscenza di questa curva di eccitazione consente di determinare i parametri della risonanza è descritto in dettaglio nel capitolo 5. Qui vale solo la pena di ricordare che oltre alla larghezza totale è anche possibile misurare le larghezze parziali dei decadimenti tenendo conto del fatto che l'area al di sotto della curva di eccitazione è data dalla relazione:

$$A = \int_0^\infty N(E) dE = \frac{3}{4} \frac{2\pi^2}{k^2} \frac{\Gamma_{in}\Gamma_{out}}{\Gamma_R} \quad (2.4)$$

ed è del tutto indipendente dalla forma del fascio.

Stato	J^{PC}	Massa (MeV/c ²)	P_{beam} (GeV/c)
η_c	0^{-+}	2979.6	3.679
j/ψ	1^{--}	3096.9	4.066
χ_0	0^{++}	3415.1	5.192
χ_1	1^{++}	3510.6	5.552
1P_1	1^{+-}	??	??
χ_2	2^{++}	3556.3	5.724
η'_c	0^{-+}	??	??
ψ'	1^{--}	3686.0	6.232
1D_2	2^{-+}	??	??
3D_2	1^{--}	??	??

Figura 2.4: Masse, numeri quantici e valori dell'impulso del fascio nel sistema del laboratorio per gli stati del charmonio al di sotto della soglia del charm aperto.

2.4 Principi generali di progettazione del rivelatore

Lo formazione degli stati del charmonio a partire da interazioni antiprotone-protone, come si è già detto in precedenza, impone di limitare lo studio ai soli stati finali elettromagnetici, in quanto gli altri canali di decadimento sono sommersi da un enorme fondo adronico non risonante.

L'apparato sperimentale dell'esperimento E-760 (vedi figura 2.5) è stato quindi concepito per avere un grande capacità di discriminare gli elettroni dagli adroni e per fornire precise misure energetiche sia degli elettroni che dei fotoni. Purtroppo l'area sperimentale nell'accumulatore di antiprotoni del Fermilab è troppo piccola per consentire l'installazione di uno spettrometro tradizionale a campo magnetico,

per cui il riconoscimento degli elettroni è affidato ad un contatore Cerenkov a soglia.

Per avere la massima accettazione è stata scelta una geometria a simmetria cilindrica, con una copertura ulteriore nella regione in avanti. Strutturalmente l'apparato è realizzato come una serie di corone cilindriche concentriche, inserite in un grande calorimetro elettromagnetico a geometria puntante, la cui segmentazione è tale da consentire una buona discriminazione fotone- π^0 . Oltre al calorimetro il rivelatore è fornito di due odoscopi di scintillatori per il trigger veloce delle particelle cariche e di un sistema di camere a fili per la ricostruzione delle tracce delle stesse.

La maggior parte dei canali in studio contengono una j/ψ inclusiva che decade in due elettroni. Per questa ragione la posizione geometrica del rivelatore è stata scelta in modo da avere il maggior numero possibile di eventi con entrambi gli elettroni entro l'accettazione angolare.

Per una descrizione dettagliata dell'apparato sperimentale si rimanda al prossimo capitolo.

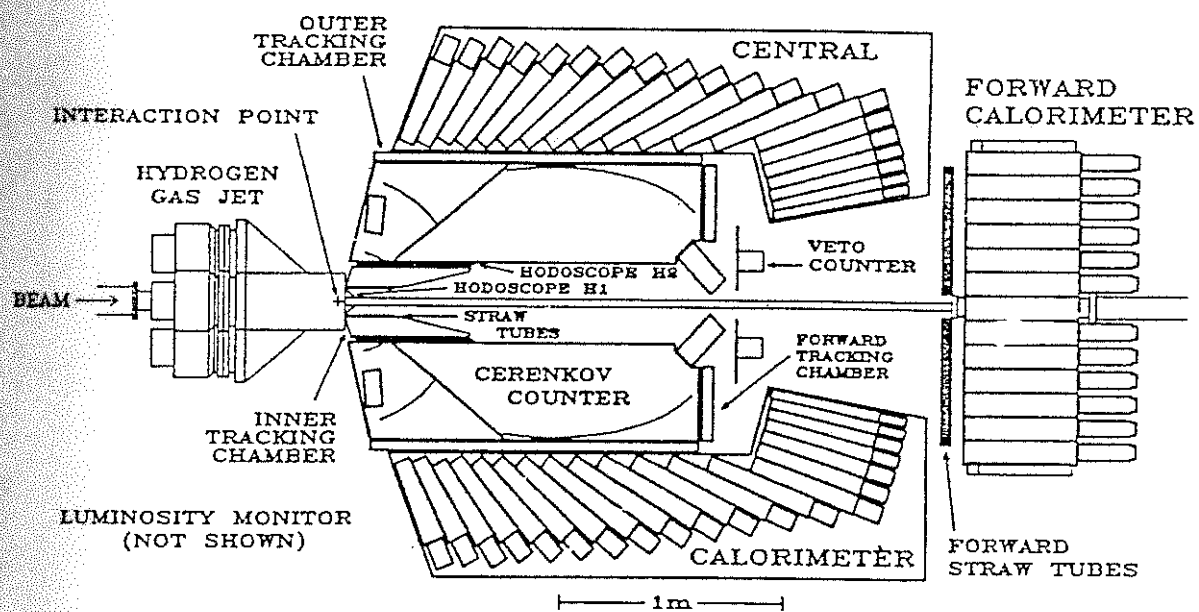


Figura 2.5: L'apparato sperimentale di E-760.

Capitolo 3

L'apparato sperimentale

L'apparato sperimentale dell'esperimento E760 è stato progettato per la rivelazione e l'analisi dei decadimenti elettromagnetici del charmonio, con particolare riferimento a quelli in j/ψ inclusiva. La scarsa disponibilità di spazio nell'area dell'accumulatore di anti-protoni del Fermilab ha impedito la costruzione di uno spettrometro con campo magnetico, per cui il riconoscimento degli elettroni finali sul preponderante fondo adronico è affidato in gran parte ad un contatore Cerenkov a soglia. L'intero apparato è incluso in un calorimetro elettromagnetico al vetro-piombo, mentre la rivelazione delle tracce cariche è affidata ad un insieme di contatori gassosi di vario tipo.

In questo capitolo vengono descritte in dettaglio le caratteristiche e le prestazioni dell'apparato, del bersaglio di idrogeno gassoso e dell'accumulatore di anti-protoni.

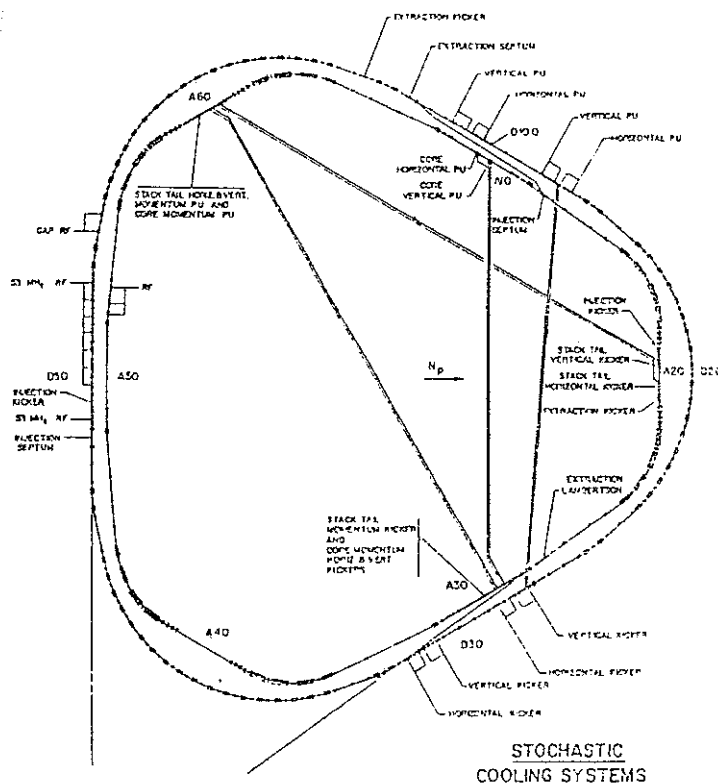


Figura 3.1: L'Accumulatore di antiprotoni del Fermilab

3.1 Il fascio di antiprotoni

Un esperimento di spettroscopia di quark pesanti che si prefigga misure molto precise ha bisogno di un fascio incidente assai ben definito, sia nello spazio degli impulsi, sia nelle dimensioni trasversali x e y (per convenzione la direzione del fascio è l'asse z).

L'Accumulatore di antiprotoni del Fermilab (vedi figura 3.1), pur essendo stato originariamente progettato per funzionare solo come supporto al Tevatron, è stato adattato per questo scopo.

La sorgente di antiprotoni è costituita da un bersaglio fisso di tungsteno su cui vengono fatti incidere protoni a 240 GeV di energia: gli antiprotoni sono qui prodotti in grande quantità in un ampio spettro di energia ed un sistema

di lenti magnetiche raccoglie quelli con impulso longitudinale dell'ordine di 8 GeV/c e con impulso trasverso non superiore a 0.5 GeV/c. A questo punto gli antiprotoni raccolti sono iniettati in un anello chiamato "debuncher" che ha essenzialmente la funzione di ridurre la loro dispersione in impulso; tale operazione, molto schematicamente, è realizzata da un sistema a radiofrequenza che agisce sul fascio allargando la sua dispersione spaziale e riducendo quindi, per il teorema di Liouville, la dispersione in impulso. Dopo il "debuncher" il fascio è pronto per essere iniettato nell'accumulatore ad una energia di circa 8 GeV/c, dove è costantemente in funzione un sistema di raffreddamento stocastico che controlla sia l'impulso longitudinale che quello trasversale (emittanza).

Conclusa la fase di accumulazione del fascio è necessario portare la sua energia ai valori utili alla spettroscopia del charmonio che vanno da circa 3 GeV/c a 7 GeV/c. L'accumulatore è dotato di un sistema assai efficiente per il controllo dell'energia del fascio che ha consentito una riproducibilità delle misure entro 0.1 MeV con una larghezza del fascio dell'ordine di 200 KeV nel centro di massa. Per arrivare a energie al di sotto di 4.2 GeV/c è però necessario superare un punto critico della macchina che richiede una delicata operazione schematizzabile in quattro fasi:

- Abbassare momentaneamente il punto critico a 3.9 GeV/c
- Portare l'energia del fascio a 4.2 GeV/c
- Il fascio a questo punto viene "abbandonato" a se stesso per circa 2 secondi, tempo necessario per ridefinire le rampe dei magneti in modo da portare il punto critico più in alto, a circa 4.8 GeV/c.
- Il controllo del fascio viene ripreso e la decelerazione può proseguire.

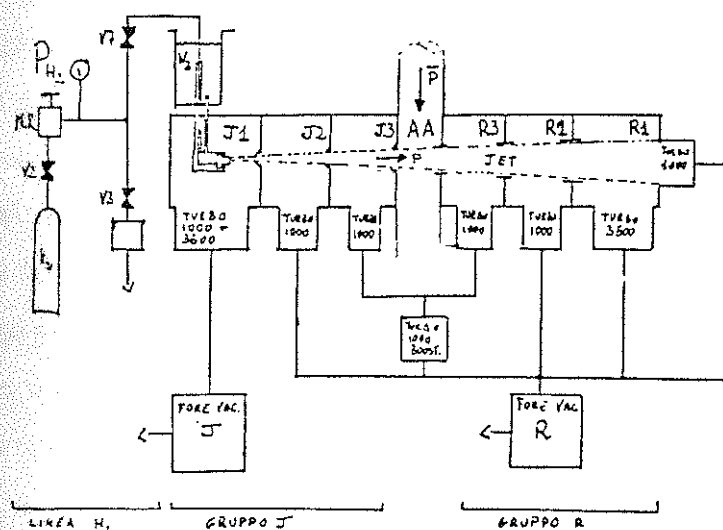


Figura 3.2: Schema del bersaglio di idrogeno gassoso

Tale sistema ci ha consentito di arrivare all'energia della j/ψ con una efficienza nella transizione di circa il 90%, anche se con fasci non troppo intensi (non oltre 10 mA).

3.2 Il bersaglio

L'interazione antiproton-protone è realizzata tramite l'intersezione di un fascio ben collimato di antiprotoni con un bersaglio di idrogeno gassoso[31]. Tale fascio molecolare viene prodotto dal dispositivo mostrato in figura (3.2): idrogeno ad alta pressione e bassa temperatura si espande adiabaticamente attraverso un ugello di $30 \mu\text{m}$ di diametro, progettato in modo da generare un getto supersonico fortemente direzionato. La geometria del dispositivo favorisce la formazione di

agglomerati metastabili ("clusters") che consentono di raggiungere una densità nella regione di interazione di 10^{14} atomi/cm³ partendo da una temperatura di 77° Kelvin e da una pressione di una decina di millibar. La funzione di tali agglomerati è cruciale sia per ottenere una grande luminosità istantanea, sia per ridurre al minimo (circa 1 cm³) la regione di intersezione fascio-bersaglio. È da notare il fatto che attualmente non esiste una formulazione teorica completa del fenomeno per cui il progetto del sistema ed in modo particolare dell'ugello è stato fatto con modelli semi-empirici (figura 3.4).

La luminosità istantanea è data dalla relazione:

$$L = N\omega\rho d \quad (3.1)$$

dove N è il numero di antiprotoni circolanti nell'accumulatore, ω è la frequenza di rivoluzione degli stessi, ρ è la densità dell'idrogeno espressa in atomi/cm³ e d è lo spessore del bersaglio gassoso attraversato dal fascio. Esprimendo la (3.1) in termini della corrente di antiprotoni si ha:

$$I = New \quad (3.2)$$

per cui

$$L = \frac{I\rho d}{e} \quad (3.3)$$

Con una corrente I di circa 20 mA, una densità del fascio di 10^{14} atomi/cm³ e con $d=1$ cm dalla (3.3) si ottiene $L \simeq 10^{31}$ cm⁻²sec⁻¹, in buon accordo con i valori misurati con il monitor di luminosità descritto al paragrafo seguente.

3.3 Il monitor di luminosità

La misura delle sezioni d'urto, delle larghezze totali e dei rapporti di diramazione (Branching Ratios) dei processi in studio richiede un'accurata conoscenza delle luminosità integrate registrate sul nastro.

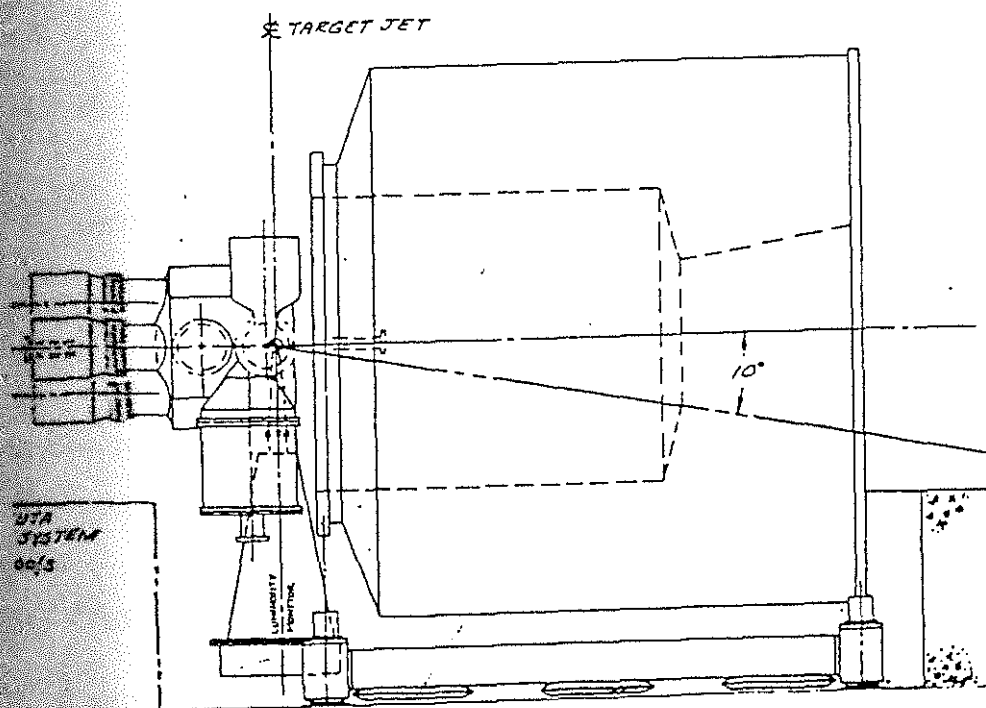


Figura 3.3: Il monitor di luminosità

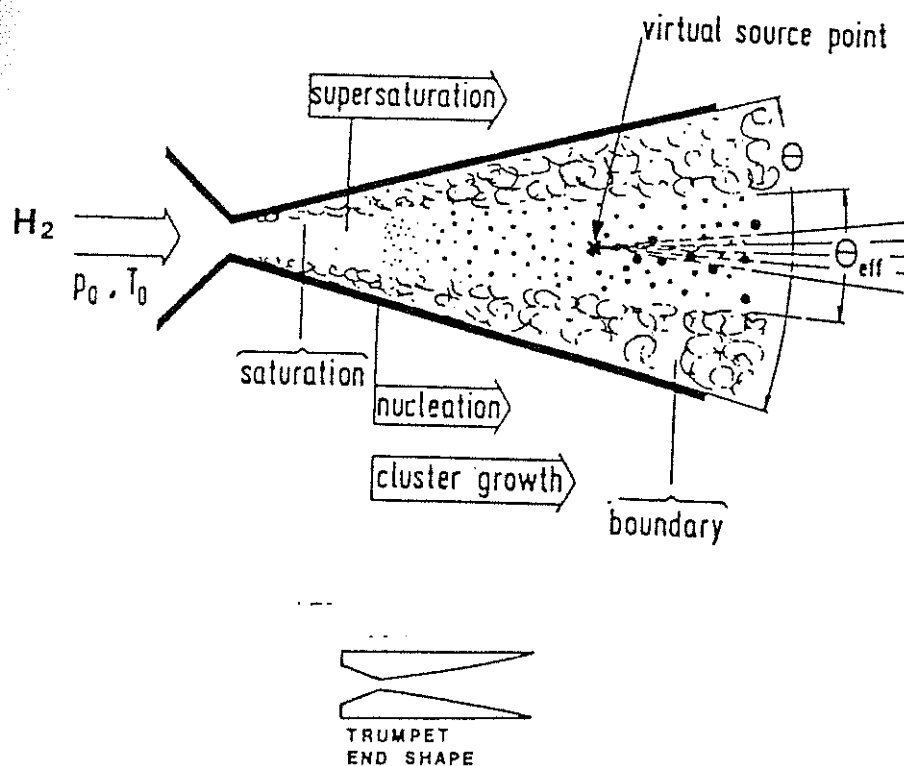


Figura 3.4: Schema dell'ugello che controlla il getto d'idrogeno gassoso.

A questo scopo è stato predisposto nella parte inferiore del bersaglio gassoso un contatore (vedi figura 3.3) costituito da 10 piastrelle di silicio impiantato con litio di area $10 \times 47 \text{ mm}^2$ e $500 \text{ }\mu\text{m}$ di spessore, la cui funzione è quella di misurare con precisione il numero di eventi elastici del tipo $p + \bar{p} \rightarrow p + \bar{p}$ nella regione angolare dove t (quadruplo trasferito) è minimo ($10^{-3} \div 5.0 \cdot 10^{-2} \text{ GeV}/c^2$) e dove si ha la massima interferenza fra l'ampiezza di diffusione elastica elettromagnetica e quella nucleare. Dalla conoscenza di tale grandezza si risale poi alla luminosità istantanea e quindi a quella integrata. Nel laboratorio la regione angolare coperta dagli scintillatori è compresa fra 80° e 92° in θ e di 1° in ϕ .

3.4 Gli odoscopi H1 e H2

Gli odoscopi H1 e H2 hanno essenzialmente una funzione di trigger per le particelle cariche, sia per l'individuazione delle tracce cariche stesse sia per la ricerca di coppie di particelle "coplanari", definite da coincidenze fra settori corrispondenti.

H1 è montato direttamente sul tubo a vuoto dell'accumulatore ed è costituito da 8 contatori di NE102A disposti con geometria a tronco di cono, allo scopo di minimizzare la distanza dalla regione di interazione. Ogni elemento copre una regione angolare di 45° in ϕ e da 9° a 45° in θ ed è spesso 2 mm.

L'odoscopio H2 è invece costruito con 32 elementi dello stesso materiale (disposti in precisa corrispondenza "1 a 4" con gli elementi di H1), montati con geometria cilindrica all'esterno delle camere di tracciamento interne; copre la regione angolare da 12° a 70° in θ ; lo spessore degli elementi è in questo caso di 4 mm.

I segnali provenienti dai due odoscopi sono letti sia in modo digitale con dei registri per fornire un trigger veloce, sia in modo analogico con degli ADC (Convertitori Analogico-Digitali) per avere informazioni sull'ampiezza del segnale. In modo particolare, le informazioni dell'odoscopio H2 sono state utilizzate per discriminare gli elettroni dalle coppie e^+ , e^- .

3.5 Le straws

Il rivelatore di tracciamento più interno [32] è costituito da 80 tubi proporzionali di mylar alluminizzato (figura 3.5), disposti in due strati cilindrici di 25 cm di lunghezza e del diametro di 10 mm ad una distanza di 6 cm dall'asse del fascio. Ogni tubicino è di fatto un rivelatore indipendente dagli altri, caratteri-

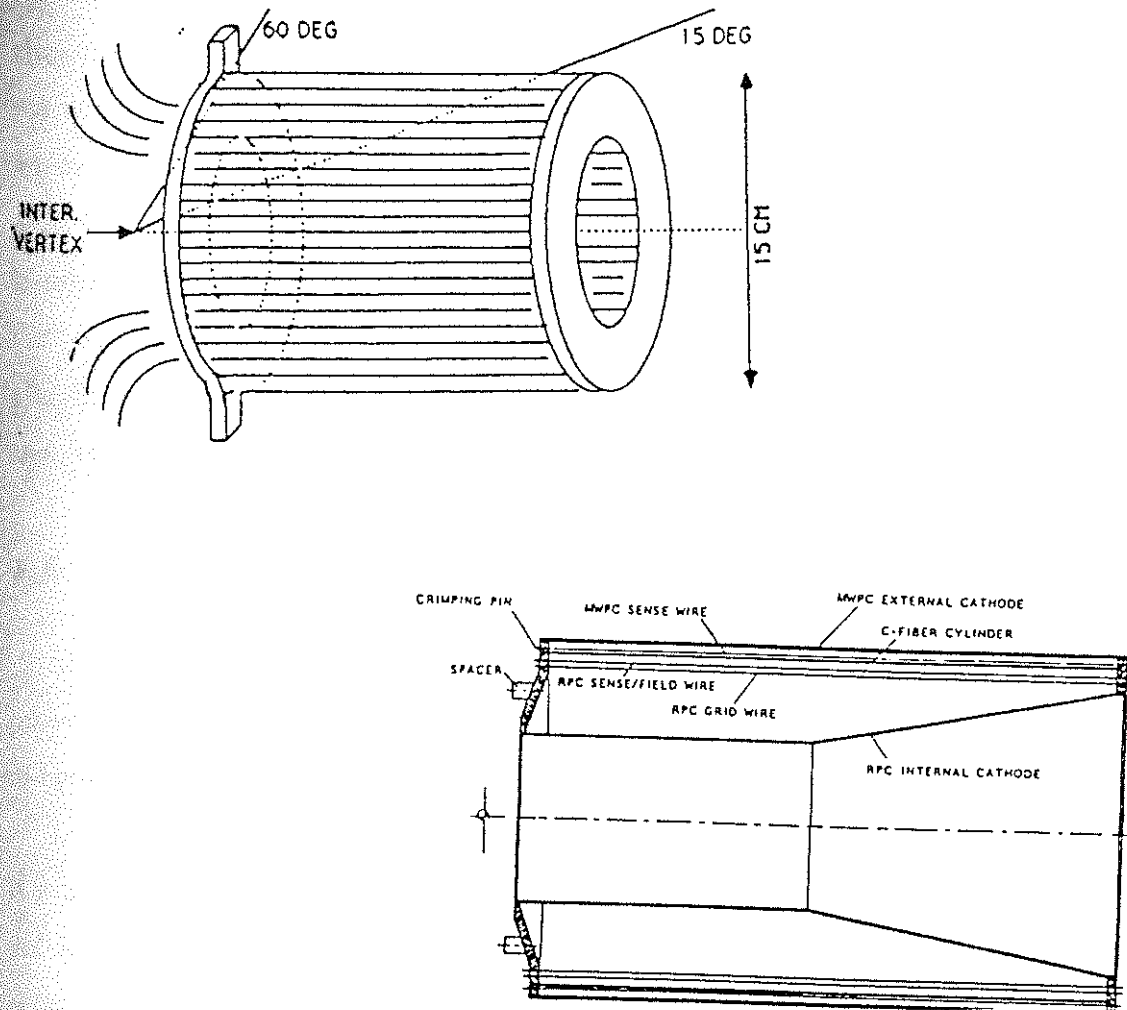


Figura 3.5: Le camere di tracciamento interne: sulla destra i tubi straws, sulla sinistra la MWPC e la RPC.

stica che si è rivelata particolarmente utile in quanto una volta montato non è più accessibile per eventuali riparazioni. Il gas usato è una miscela di Argon e Anidride Carbonica (80 % Ar e 20 % CO_2). La carica prodotta per ionizzazione dalla particella viene raccolta da un filo resistivo di 18 μm di diametro (anodo): la misura del tempo di drift consente di risalire alla distanza della particella dal filo (ovvero la direzione ϕ della traccia) mentre per divisione di carica si risale alla direzione θ della traccia. Le migliori risoluzioni ottenute con questo apparato sono state di 280 μm nella direzione azimuthale e di 2 mm nella direzione del filo.

3.6 Le camere RPCE MWPC

Sia per mancanza di spazio sia per ridurre al massimo il peso, la camera a fili proporzionali MWPC e la camera a proiezione radiale RPC, pur essendo affatto indipendenti, sono state realizzate sul medesimo supporto meccanico [33].

La RPC è una camera a drift in cui il campo elettrico è diretto radialmente. Il numero dei fili è relativamente piccolo (80 fili di campo e 80 fili per la lettura del segnale) e consente di campionare la ionizzazione prodotta fino a 16 volte, ottenendo una precisione del 37 % sulla misura del $\frac{dE}{dx}$, con una risoluzione spaziale di 6 mm lungo la direzione z e di 400 μm nella direzione azimuthale. Il gas usato è una miscela di Argon-Etano. Per limitare gli effetti di un elevatissimo flusso di particelle cariche che potrebbe accecare la camera nella regione in avanti, la parte anteriore del catodo ha una struttura conica (figura 3.5). Ciò ha reso necessario un delicato procedimento di germaniatura del catodo stesso che di fatto lo rende un partitore di tensione continuo, compensando gli effetti dovuti alla sua deformazione e mantenendo quindi la corretta direzione radiale del campo drift.

La MWPC, come già detto è realizzata sullo stesso supporto della RPC, è una camera a fili proporzionali composta da 320 fili sensibili dello spessore di 20

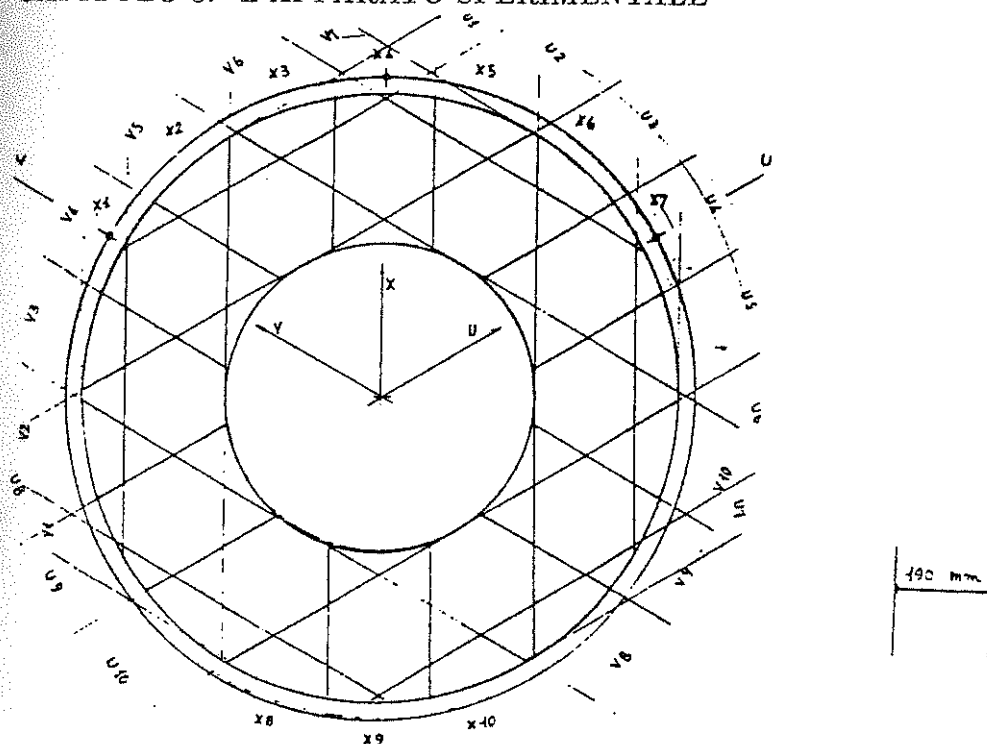


Figura 3.6: Schema della camera proporzionale in avanti FTC

μm , operanti ad una tensione di 3.2 kV in una miscela di Argon-Etano. La sua funzione è essenzialmente quella di risolvere le ambiguità destra-sinistra dell'RPC e di migliorare la risoluzione angolare nella direzione θ .

Sfortunatamente sia la RPC che la MWPC sono state gravemente danneggiate in fase di montaggio nel maggio 1990 e la loro riparazione non è stata possibile fino a settembre. Per questo le informazioni di questi due apparati non sono state utilizzate in questo lavoro di tesi, in quanto si basa interamente sull'analisi dei dati raccolti nell'estate 1990.

3.7 I tubi a streamer limitato e FTC

Il rivelatore è fornito di due ulteriori strumenti per la misura della posizione delle tracce cariche: una camera a fili proporzionali (figura 3.6) nella regione angolare fra 10° e 18.5° in θ (FTC, Forward Tracking Chamber), atta a sopportare

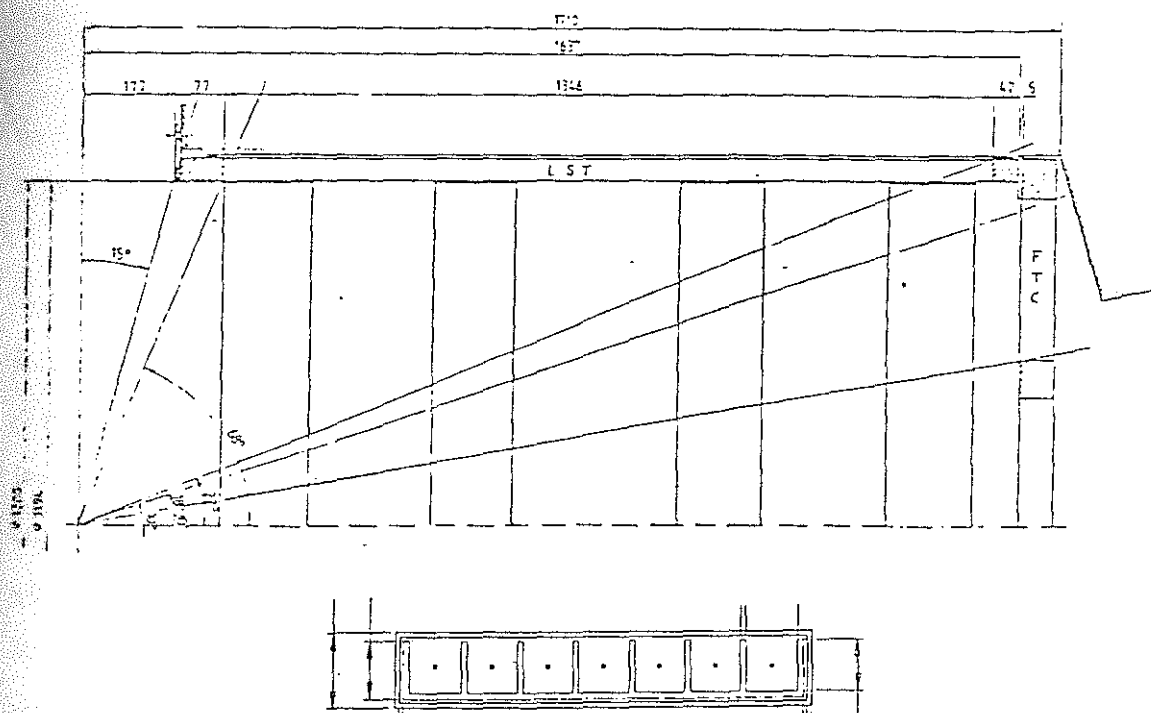


Figura 3.7: Il "barrel" di tubi a streamer limitato e sezione trasversale di uno di essi.

il grande flusso di particelle cariche della regione in avanti, ed un "barile" di tubi a streamer limitato (figura 3.7) per la regione fra 22° e 68° (LSTB, Limited Streamer Tubes Barrel) che, oltre alla relativa economicità, offrono una grande modularità, assai gradita per le già citate difficoltà di intervento sul rivelatore dopo l'inserimento nel calorimetro centrale[34].

La FTC è stata realizzata con una geometria a corona circolare di raggio interno $r_1 = 288$ mm e raggio esterno $r_2 = 568$ mm ed è composta da 3 piani di fili ruotati di 60° l'uno dall'altro in modo da consentire una migliore risoluzione delle ambiguità nell'associazione dei segnali per la ricostruzione geometrica della posizione della traccia carica. La miscela di gas usata è una "magica" mistura di Argon-Isobutano-Freon nelle proporzioni 69.6 % - 30 % - 0.4 %.

I tubi a streamer limitato sono montati su una struttura cilindrica di 128 cm di diametro e 135 cm di lunghezza, ha uno spessore totale di 4 cm ed è composta

da due strati. Ogni tubo di PVC è realizzato come mostra la figura 3.7 e contiene 7 fili tungsteno dorato di $100\ \mu\text{m}$ di diametro, tesi con una tensione di 200 g.

Il raggiungimento del regime di streamer limitato, ovvero la saturazione della scarica di ionizzazione, è possibile solo se il gas ha una grande capacità di assorbire fotoni, il che può essere ottenuto con una miscela ricca di idrocarburi o di anidride carbonica. Dopo numerosi test, ne è stata scelta una composta da Argon (2.5 %), Isobutano (9.5 %) e Anidride Carbonica (88.0 %), che oltre a essere relativamente economica ha il pregio di non essere infiammabile. La tensione di streamer con questo gas è di circa 4500 V. I segnali sono molto ampi ($5 \div 10\ \text{mV}$) e sono letti induttivamente su strisce capacitive parallele ai fili nella direzione ϕ e su strisce ortogonali, poste sull'altra faccia del tubo, per la direzione θ . La lettura è completamente digitale in ϕ mentre in θ si è preferita, per uno solo dei due strati di tubi, una lettura analogica.

3.8 Il contatore Cerenkov

La necessità di avere un trigger rapido per individuare gli elettroni nel preponderante fondo adronico ha suggerito l'idea di installare un contatore Cerenkov a soglia[35].

Per migliorare ulteriormente la capacità di discriminare gli elettroni dai pioni carichi si è deciso di segmentare il contatore in due parti nella direzione θ oltre che in spicchi di 45° nella direzione ϕ ; le due parti contengono diverse miscele di gas: nella regione in avanti (da 15° a 38°), dove naturalmente le particelle sono più energetiche, è stata usata CO_2 (indice di rifrazione 1.00041) mentre nella regione a grandi angoli (da 38° a 70°) si è usato Freon-13 (indice di rifrazione 1.00072). Con questi gas i π^\pm hanno una soglia di impulso di 4.87 GeV/c e 3.68 GeV/c rispettivamente.

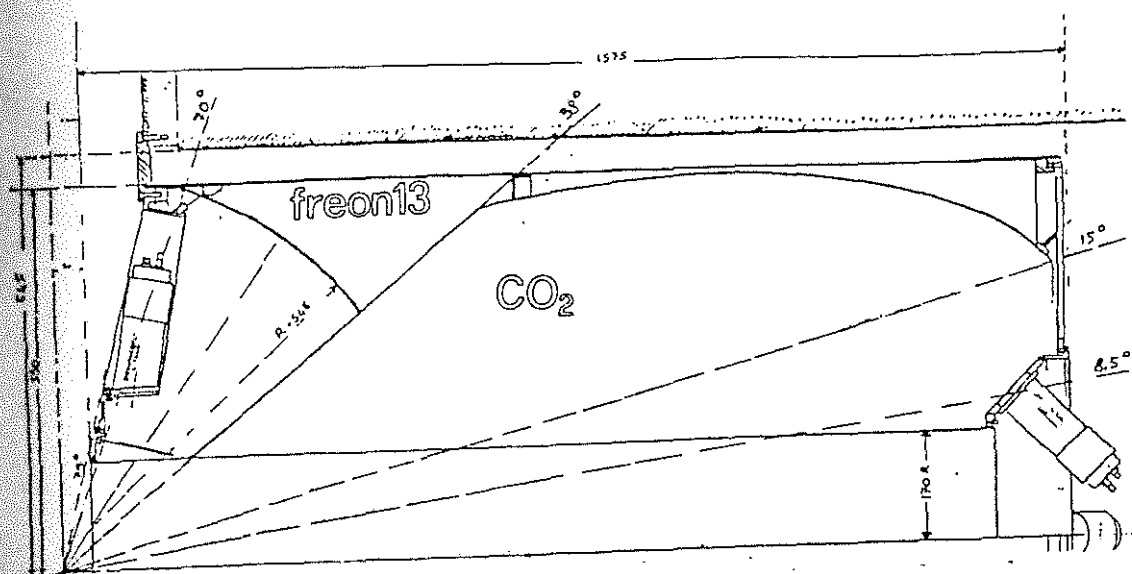


Figura 3.8: Disegno schematico del contatore Cerenkov.

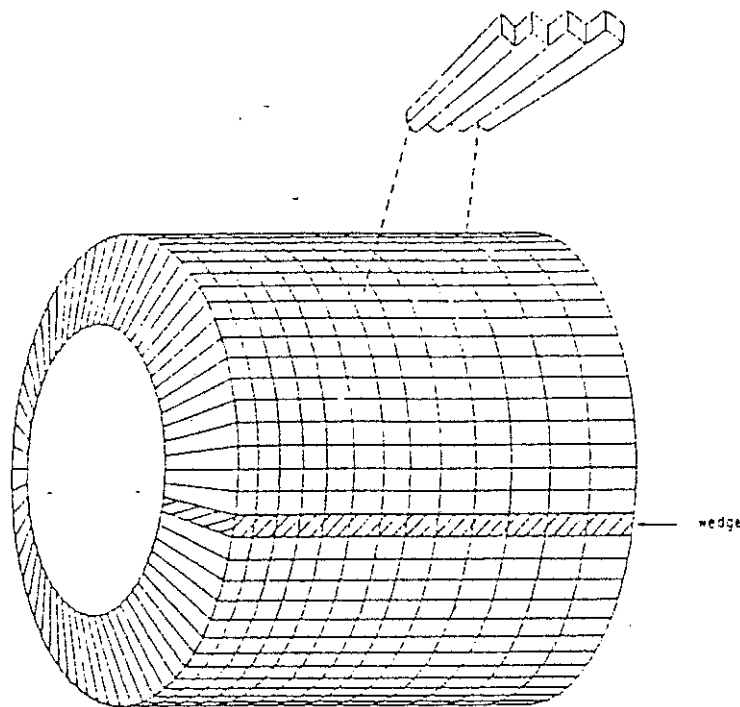


Figura 3.9: Schema del calorimetro centrale

Tale geometria impone però una diversa forma per gli specchi: sferica per quelli a grandi angoli, ellittica per quelli in avanti (vedi figura 3.8). Le informazioni provenienti dai tubi fotomoltiplicatori sono lette sia per via digitale, come già detto per dare un trigger veloce per gli elettroni, sia per via analogica per discriminare gli elettroni stessi dalle coppie e^+, e^- misurando il numero di fotoelettroni rilasciati.

3.9 I calorimetri

Tutta la struttura del rivelatore è inserita all'interno di un grande calorimetro elettromagnetico a geometria puntante che svolge anche una funzione di sostegno per gli altri apparati[36].

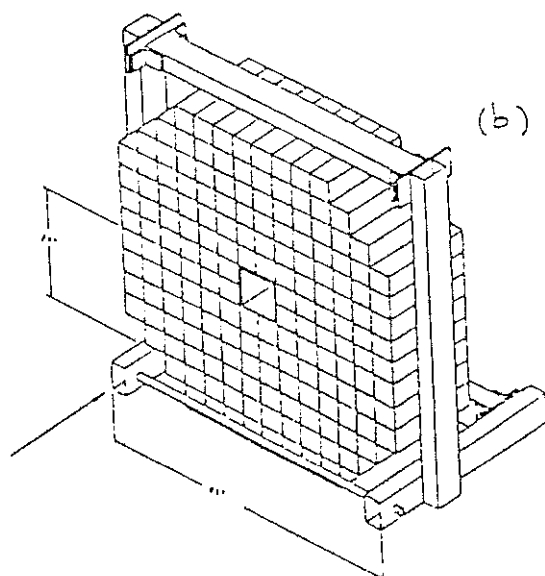


Figura 3.10: Il calorimetro in avanti

È costituito da 64 "spicchi", composti da 20 blocchi di vetro al piombo ognuno (vedi figura 3.9). Ogni blocco è posizionato in modo da puntare verso la regione di intersezione del fascio con il bersaglio e copre un intervallo costante di pseudorapidità di 0.1 .¹ I tubi fotomoltiplicatori atti a raccogliere la luce Cerenkov emessa dagli elettroni e positroni dello sciame elettromagnetico sono montati all'interno della struttura stessa, consentendo un notevole risparmio di spazio.

L'accettanza angolare è di 360° in ϕ e da 10.6° a 70.0° in θ , mentre la lunghezza di radiazione varia da un minimo di $12.5X_0$ a un massimo di $16.4X_0$ (la lunghezza di interazione per adroni è circa 1). La calibrazione del calorimetro è stata fatta usando π^0 , elettroni e soprattutto usando la j/ψ . Il miglior valore ottenuto per la risoluzione in energia è :

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{0.07}{\sqrt{E}} \quad (3.4)$$

¹In questo caso la pseudorapidità è definita come il $\log \tan \frac{\theta}{2}$ dove θ è l'angolo di diffusione.

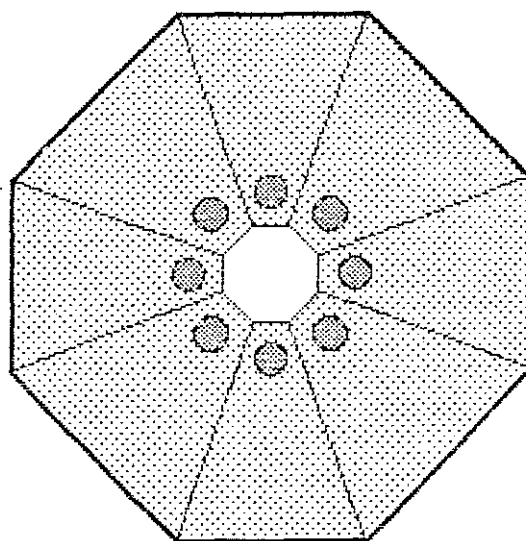


Figura 3.11: I contatori di veto in avanti.

Il calorimetro in avanti[37] è un calorimetro elettromagnetico a campionamento, che copre la regione angolare fra 2° e 10° . È costituito da 144 moduli rettangolari disposti come in figura 3.10. Ognuno di questi è composto da 148 strati alterni di piombo e scintillatore acrilico. I piani di piombo sono spessi 1 mm mentre quelli in acrilico variano fra 0.64 cm e 0.32 cm, per una lunghezza di radiazione totale di $14.7X_0$.

3.10 I contatori di veto e i "forward straws"

Per eliminare l'ambiguità fra elettroni e fotoni nel calorimetro in avanti e per migliorare la risoluzione di traccia a piccoli angoli, nella regione in avanti sono stati montati due ulteriori rivelatori per particelle cariche[34]: un contatore

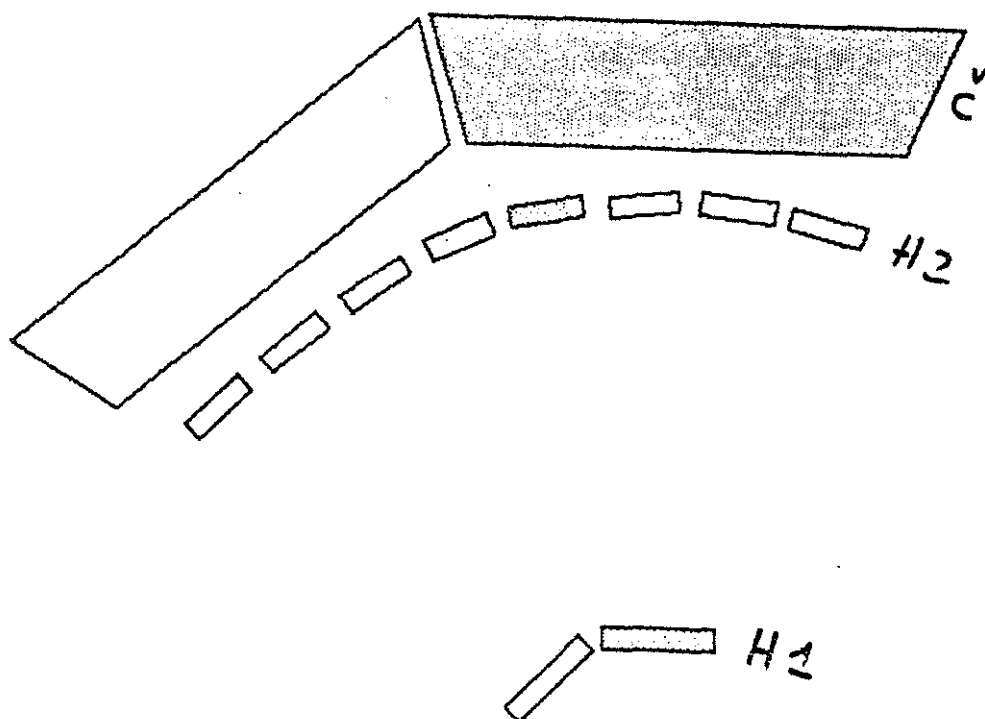


Figura 3.12: Posizionamento dei rivelatori usati nel trigger carico.

di veto, realizzato con 8 scintillatori trapezoidali (vedi figura 3.11), e un rivelatore a tubi proporzionali "straws" affatto simili a quelli installati all'interno. L'accettanza angolare di tale rivelatore va da 2° a 15° .

3.11 Il trigger e l'acquisizione dati

Il sistema di trigger è strutturato su tre livelli di analisi successivi, di cui i primi due "hardware" (anche se programmabili) ed il terzo "software".

Il trigger di primo livello è suddiviso in due parti, una per il riconoscimento di particelle cariche, la seconda per le particelle neutre.

L'analisi degli eventi con particelle cariche, che si avvale delle informazioni dei due odoscopi, del contatore Cerenkov e del contatore di veto in avanti, è fondata

su tre criteri essenziali:

- Topologia: le tracce cariche sono definite dalla coincidenza di elementi corrispondenti di H1 e H2 nel caso adronico e dalla coincidenza H1-H2-C nel caso di elettroni (vedi figura 3.12).
- Molteplicità: le informazioni di H2 e del Veto sono utilizzate per definire una molteplicità di traccia, sia per adroni che per elettroni.
- Coplanarità: sempre con H2 è possibile definire un criterio di coplanarità per due tracce, imponendo che gli elementi colpiti siano opposti con una indeterminazione fissata da 0 a ± 4 elementi (figura 3.12).

Il criterio di trigger per le particelle neutre si avvale naturalmente delle informazioni dei calorimetri e consente di fare una misura rozza dell'energia depositata nel calorimetro centrale e del numero di "clusters" presenti, permettendo di selezionare gli eventi interessanti per mezzo di soglie dipendenti dall'angolo θ per tener conto della cinematica. Per rendere operativamente possibile tutto questo i 1280 elementi del calorimetro centrale sono stati raggruppati in 80 blocchi logici parzialmente sovrapposti, composti da 8 blocchi in ϕ e 10 blocchi in θ .

Tutte le informazioni del trigger di primo livello vengono poi trasferite ad una unità MLU, in cui è codificato (via software) il trigger di secondo livello (figura 3.14). Sono possibili al più 16 criteri differenti. Quando un evento soddisfa le richieste, il gatemaster comunica agli SCC (Smart Crate Controller) il codice del trigger con la priorità più alta. A questo punto lo SCC inizia la lettura dei moduli dei vari rivelatori e trasferisce i dati ad una batteria di 10 ACP (Advanced Computer Program) che gestiscono il trasferimento al μ Vax che si occupa della scrittura dei dati su nastro.

Il trigger di terzo livello è costituito proprio da questa batteria di ACP che su richiesta può effettuare una rapida analisi dell'evento (utilizzando però le informazioni di tutti i rivelatori) e decidere se rigettarlo o se trasferirlo al μ Vax.

Una parte degli eventi che arrivano al μ Vax vengono anche trasferiti ad altre due macchine del "cluster" locale, sia per il controllo del corretto funzionamento dei rivelatori, sia per un conteggio del numero di candidati riconosciuti dagli ACP. Soprattutto questa seconda operazione è stata fondamentale durante l'acquisizione in quanto ha consentito di vedere "on line" le risonanze in studio (j/ψ , ψ' , χ_1 , χ_2 nel periodo giugno-agosto 1990) ed ha quindi favorito un'analisi più sicura delle risonanze stesse.

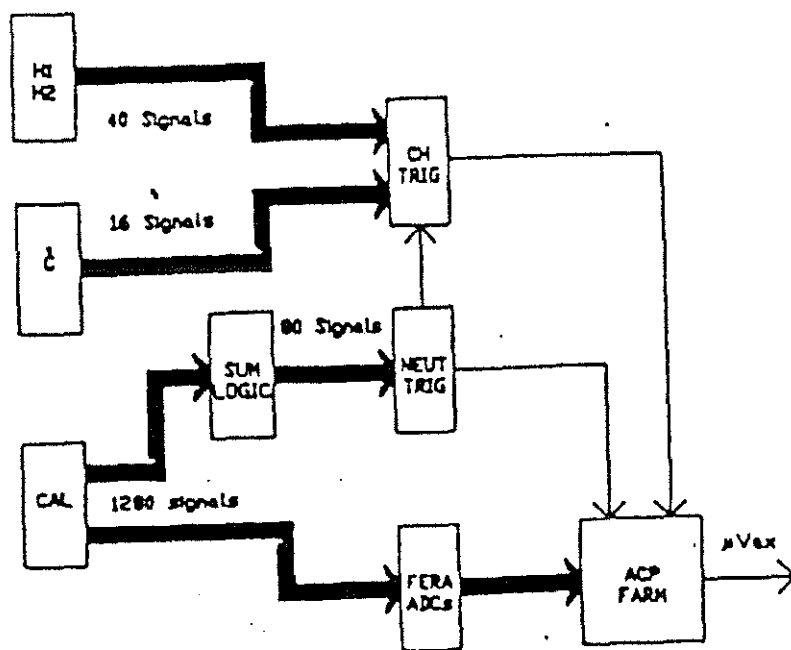


Figura 3.13: Schema logico per il trigger

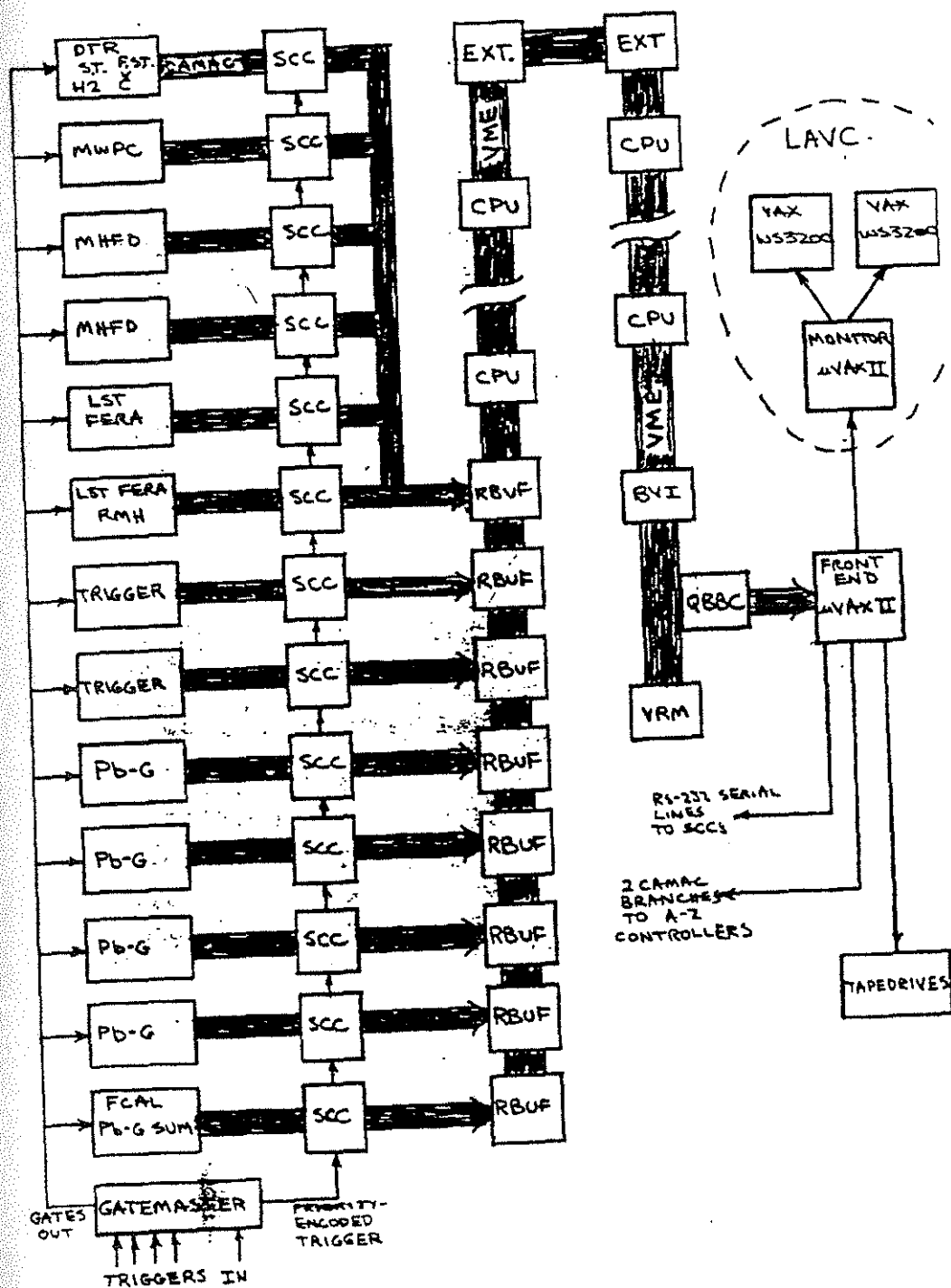


Figura 3.14: Schema a blocchi del sistema di acquisizione dati di E760.

Capitolo 4

Selezione degli eventi χ

La parte essenziale di questo lavoro di tesi consiste nello studio degli stati χ_1 e χ_2 del charmonio e quindi nella ricerca di criteri di selezione ottimali per gli eventi del tipo:

$$\chi \rightarrow j/\psi + \gamma \quad \text{con} \quad j/\psi \rightarrow e^+ e^- \quad (4.1)$$

In questo capitolo, dopo una breve digressione sul trigger usato in fase di acquisizione dati, vengono descritti tutti i tagli utilizzati in questa analisi, sia dal punto di vista della loro giustificazione teorica, sia da quello della misura della loro efficienza e del loro potere di reiezione del fondo. In modo particolare abbiamo posto l'attenzione sul fit cinematico e sui tagli per discriminare gli elettroni dal fondo adronico e dal fondo proveniente da conversioni di fotoni nelle "beam pipe".

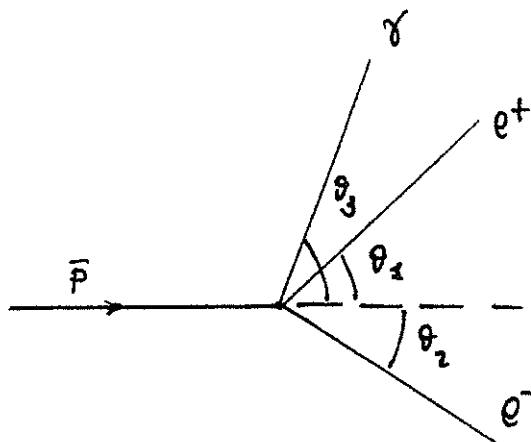


Figura 4.1: La figura mostra la struttura topologica tipica di un evento del tipo $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$ nel sistema di riferimento del laboratorio.

4.1 Il trigger per gli eventi χ

Come si è già accennato nel capitolo 4 il trigger dell'esperimento E-760 si fonda sulle caratteristiche di topologia, molteplicità e coplanarità delle tracce cariche, unitamente alle informazioni sulla energia depositata nel calorimetro elettromagnetico.

Nel caso degli eventi χ , oggetto di questa analisi, il criterio di trigger fondamentale è concepito per ricercare gli eventi del tipo $j/\psi \rightarrow e^+ e^-$, ed è così definito:

- Non più di 4 segnali in entrambi gli odoscopi H1 e H2.
- Due "elettroni" provenienti dalla regione di interazione, definiti come la coincidenza di settori corrispondenti H1, H2, C.
- Due "clusters" nel calorimetro centrale, entrambi con energia superiore ad una certa soglia, dipendente dall'angolo θ .

- Nessun segnale nel contatore di veto in avanti.

Inoltre per controllare il corretto funzionamento dell'apparato, ed in particolare del contatore Cerenkov e del calorimetro centrale, sono stati implementati altri due triggers: nel primo di essi la richiesta di avere 2 segnali Cerenkov viene rilasciata mentre nel secondo non c'è richiesta sul calorimetro centrale. Per abbassare la frequenza di acquisizione di questi due trigger la molteplicità di traccia è rigorosamente 2 e vi è una ulteriore richiesta di coplanarità delle due tracce stesse ($|\Phi_1 - \Phi_2| > 163^\circ$).

La frequenza che si ottiene ad una luminosità istantanea di $0.5 \cdot 10^{31} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}^{-1}$ è di circa 10 Hz, per cui tutti gli eventi possono essere scritti su nastro senza bisogno di una ulteriore selezione negli ACP.

4.2 Criterio generale di selezione degli eventi

Gli eventi che hanno superato il trigger descritto nel paragrafo precedente hanno una struttura topologica molto semplice (4.1), caratterizzata da due tracce cariche a cui sono associati due corrispondenti "clusters" nel calorimetro centrale e un certo numero di "clusters" (generalmente 3)¹ nei due calorimetri senza una traccia carica corrispondente. La ricerca di un criterio ottimale per la selezione, fra questi, degli eventi χ è stata fatta seguendo due filoni paralleli e complementari.

Il primo aspetto è quello che possiamo definire inclusivo, in cui l'attenzione è posta principalmente sulla ricostruzione della j/ψ a partire dalle due tracce ca-

¹Il numero dei "clusters" non è fisso a 3. Infatti possono essere 2 in quanto il fotone è fuori dall'accettanza angolare del rivelatore ma possono essere anche 4, per esempio perchè un elettrone proveniente dalla j/ψ ha emesso un fotone (Bremsstrahlung) o per un processo Compton del fotone o altro.

riche. In questo caso i due problemi principali consistono nel riconoscere correttamente gli elettroni dagli adroni e di rigettare il fondo proveniente da processi di decadimento Dalitz dei π^0 e da conversioni di fotoni in coppie elettrone-positrone. A questo scopo sono stati studiati alcuni tagli, descritti in dettaglio nei paragrafi seguenti, basati sulle informazioni provenienti dall'odoscopio H2, dal contatore Cerenkov e dal calorimetro elettromagnetico, atti a ridurre il più possibile questo fondo non risonante.

Il secondo approccio, che definiamo "esclusivo", consiste nello studio completo dell'evento per mezzo di un fit cinematico, che consente di verificare se le variabili misurate (direzioni ed energie degli elettroni e del fotone) sono compatibili con l'ipotesi di un evento $\chi \rightarrow j/\psi \gamma$. I paragrafi seguenti forniscono una completa descrizione del procedimento di fit, del criterio usato per la selezione degli eventi e della misura della efficienza di questo taglio, sia su eventi simulati che su eventi reali.

Di fatto il criterio finale di selezione degli eventi utilizzato in questo lavoro di tesi è legato ad entrambi questi filoni ed è descritto in dettaglio nell'ultimo paragrafo di questo capitolo.

4.3 Il metodo dei minimi quadrati e il fit cinematico.

4.3.1 Preliminari matematici

Il metodo dei minimi quadrati, oltre che per calcolare i parametri liberi di un modello, può essere proficuamente utilizzato per migliorare la conoscenza di variabili misurate connesse ad un certo fenomeno fisico e, sotto certe ipotesi, per definire un criterio di accordo fra ipotesi fisica e risultato sperimentale.

Immaginiamo di avere un insieme di N valori osservabili $\vec{\eta} = (\eta_1 \dots \eta_N)$ di cui

possiamo dare una stima per mezzo di un processo di misura e siano $\vec{y} = (y_1 \dots y_N)$ i valori trovati con la misura stessa. Assieme a queste misure dobbiamo associare una matrice di covarianza $V(y)$, definita dalle relazioni:

$$V_{ii}(y) = \sigma_i^2 \quad V_{ij}(y) = E(\epsilon_i \epsilon_j) \quad (4.2)$$

dove con $E(\epsilon_i \epsilon_j)$ si intende il valor medio del prodotto $\epsilon_i \epsilon_j$. La matrice di covarianza è naturalmente simmetrica e, nel caso di variabili statisticamente non correlate, è diagonale. Supponiamo altresì che, connesse al fenomeno, vi siano M variabili $\vec{\xi} = (\xi_1 \dots \xi_M)$ non note di cui non possediamo una stima e che quindi a tutti gli effetti devono essere considerate incognite del problema. Nel caso più generale l'insieme di queste variabili $\vec{\eta}$ e $\vec{\xi}$ potrà essere soggetto a L equazioni di vincolo del tipo:

$$f_k(\eta_1, \dots, \eta_N, \xi_1, \dots, \xi_M) = 0 \quad k = 1 \dots L \quad (4.3)$$

In accordo con il principio dei minimi quadrati sceglieremo come miglior stima delle osservabili $\vec{\eta}$ e delle incognite $\vec{\xi}$ i valori per cui la forma quadratica

$$Z(\vec{\eta}, \vec{\xi}) = (\vec{y} - \vec{\eta})^T V^{-1} (\vec{y} - \vec{\eta}) \quad (4.4)$$

è minima nello spazio definito dagli L vincoli (4.3). Il metodo più generale e nello stesso tempo più adatto ad una soluzione numerica è quello dei moltiplicatori di Lagrange: introducendo quindi L nuovi parametri incogniti $\vec{\lambda} = (\lambda_1 \dots \lambda_L)$, posso definire una nuova funzione:

$$Z(\vec{\eta}, \vec{\xi}, \vec{\lambda}) = (\vec{y} - \vec{\eta})^T V^{-1} (\vec{y} - \vec{\eta}) + \sum_{k=1}^L 2\lambda_k f_k(\vec{\eta}, \vec{\xi}) \quad (4.5)$$

In questo modo il problema di minimo in $N+M$ variabili con L vincoli viene ricondotto ad un problema senza vincoli in uno spazio di dimensione $N+M+L$.

La soluzione è quindi data dal sistema di equazioni non lineari:

$$\nabla_{\vec{\eta}} Z = 0 \quad \Rightarrow \quad -V^{-1}(\vec{y} - \vec{\eta}) + F_{\vec{\eta}} \vec{\lambda} = 0 \quad (4.6)$$

$$\nabla_{\vec{\xi}} Z = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{\vec{\xi}}^T \vec{\lambda} = 0 \quad (4.7)$$

$$\nabla_{\vec{\lambda}} Z = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{f}(\vec{\eta}, \vec{\xi}) = 0 \quad (4.8)$$

dove le matrici $F_{\vec{\eta}}$ e $F_{\vec{\xi}}$ sono definite dalle relazioni:

$$F_{\vec{\eta}}^{ij} = \frac{\partial f^i}{\partial \eta^j} \quad F_{\vec{\xi}}^{ij} = \frac{\partial f^i}{\partial \xi^j} \quad (4.9)$$

Risolvere questo sistema di equazioni può essere molto difficile anche usando tecniche numeriche al calcolatore. In questo caso però possiamo semplificare il problema in quanto abbiamo già una stima della soluzione. Infatti è certamente lecito aspettarsi che il punto di minimo della funzione $Z(\vec{\eta}, \vec{\xi}, \vec{\lambda})$ non sia molto distante dal valore misurato dall'apparato sperimentale, per cui è sensato linearizzare le equazioni sviluppandole in serie di Taylor e quindi risolverle iterativamente. Supponiamo quindi di conoscere dopo ν iterazioni le quantità $\vec{\eta}^\nu$, $\vec{\xi}^\nu$, $\vec{\lambda}^\nu$, corrispondenti ad un valore Z^ν . Sviluppiamo in serie l'equazione (4.8) e otteniamo (trascurando i termini di ordine superiore) :

$$f_k^\nu + \sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f_k}{\partial \eta_i} \right)^\nu (\eta_i^{\nu+1} - \eta_i^\nu) + \sum_{i=1}^M \left(\frac{\partial f_k}{\partial \xi_i} \right)^\nu (\xi_i^{\nu+1} - \xi_i^\nu) + \dots = 0 \quad (4.10)$$

Da questa equazione linearizzata, insieme alle equazioni (4.6) e (4.7) si ottengono le formule iterative:

$$\vec{\xi}^{\nu+1} = \vec{\xi}^\nu - \left(F_{\vec{\xi}}^T S^{-1} F_{\vec{\xi}} \right)^{-1} F_{\vec{\xi}}^T S^{-1} \vec{r} \quad (4.11)$$

$$\vec{\lambda}^{\nu+1} = S^{-1} \left[\vec{r} + F_{\vec{\xi}} (\vec{\xi}^{\nu+1} - \vec{\xi}^\nu) \right] \quad (4.12)$$

$$\vec{\eta}^{\nu+1} = \vec{y} - V F_{\vec{\eta}}^T \vec{\lambda}^{\nu+1} \quad (4.13)$$

dove per semplicità di scrittura si è definito:

$$\vec{r} = \vec{f}^{\nu} + F_{\vec{\eta}}^{\nu}(\vec{y} - \vec{\eta}^{\nu}) \quad S = F_{\vec{\eta}}^{\nu} V \left(F_{\vec{\eta}}^T \right)^{\nu} \quad (4.14)$$

Questo sistema di equazioni fornisce la soluzione del problema. Per procedere ad una soluzione numerica è però necessario definire un criterio di convergenza conveniente ed in modo particolare è necessario scegliere con attenzione il punto iniziale per le variabili non misurate, in quanto, come già detto, la linearizzazione delle equazioni ha senso soltanto se il punto iniziale è abbastanza vicino al punto di minimo.

Questo formalismo è valido in generale, senza che sia necessaria alcuna ipotesi statistica sulla distribuzione delle variabili misurate, ma l'aspetto essenziale che ci ha consentito di usare questo procedimento per la selezione degli eventi χ è il fatto che nell'ipotesi di distribuzione gaussiana degli errori di misura il minimo della funzione $Z(\vec{\eta}, \vec{\xi}, \vec{\lambda})$ è una funzione di tipo χ^2 con $\mu = N - M + K$ gradi di libertà. Con questa proprietà è quindi possibile stabilire un criterio di bontà del fit e di definire un eventuale selezione degli eventi "buoni". In particolare introducendo la funzione cumulativa, $F(\chi^2; \mu)$ con μ gradi di libertà e la conseguente probabilità di χ^2 definita da :

$$P_{\chi^2} = 1 - F(\chi^2; \mu) \quad (4.15)$$

gli eventi con probabilità di χ^2 inferiore ad una certa soglia possono essere rigettati²

²La scelta del valore di soglia deve essere accuratamente valutata caso per caso, a seconda del fondo che deve essere rigettato e a seconda del numero di vincoli del problema. Quanto più i vincoli sono stringenti quanto più difficilmente la probabilità di χ^2 sarà elevata[40].

4.3.2 Il fit cinematico per eventi $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma$

Vediamo ora come il formalismo illustrato nel paragrafo precedente può essere applicato allo studio di eventi del tipo $\bar{p} + p \rightarrow \chi \rightarrow j/\psi + \gamma$ con $j/\psi \rightarrow e^+ + e^-$. Se tutte le particelle dello stato finale cadono entro l'accettanza geometrica dell'apparato, abbiamo una misura diretta della direzione e dell'energia del fotone e delle tracce cariche, per cui l'evento è "chiuso" e il numero di incognite del fit è nullo. Indichiamo con $\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i, \bar{E}_i$ tali valori misurati e con θ_i, ϕ_i, E_i i valori "veri"³ da calcolare. Per determinare i vincoli del fit dobbiamo tener conto della conservazione del 4-impulso totale del sistema e del fatto che la massa invariante dei due elettroni è uguale alla massa della j/ψ , per cui abbiamo cinque equazioni di vincolo. Ricordando che gli elettroni finali sono in condizione cinematica ultrarelativistica, $E \gg m_e$, per la quale la loro massa può essere trascurata, si ottiene:

$$p_k = E_k(1, \sin \theta_k \sin \phi_k, \sin \theta_k \cos \phi_k, \cos \theta_k) \quad k = 1, 2, 3 \quad (4.16)$$

per cui la conservazione del 4-impulso si scrive:

$$\sum_{i=1}^3 E_i = M_p + \sqrt{M_p^2 + p_{beam}^2} \quad (4.17)$$

$$\sum_{i=1}^3 E_i \sin \theta_i \sin \phi_i = 0 \quad (4.18)$$

$$\sum_{i=1}^3 E_i \sin \theta_i \cos \phi_i = 0 \quad (4.19)$$

$$\sum_{i=1}^3 E_i \cos \theta_i = p_{beam} \quad (4.20)$$

³Per valore "vero" qui naturalmente si intende la miglior stima delle grandezze interessate nel senso usuale della statistica.

dove con p_{beam} si è indicato l'impulso del fascio di anti-protoni. La quinta equazione è data dalla relazione (indicando con gli indici $k=1$ e $k=2$ i due elettroni):

$$(p_1 + p_2)^2 = M_{j/\psi}^2 \quad \Rightarrow \quad 2E_1 E_2 (1 - \cos \alpha) = M_{j/\psi}^2 \quad (4.21)$$

$$\cos \alpha = \sin \theta_1 \sin \theta_2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \cos \phi_1 \cos \phi_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 + \cos \theta_1 \cos \theta_2 \quad (4.22)$$

dove α è l'angolo fra le due tracce cariche. Per quanto riguarda i valori iniziali della matrice di covarianza V_{ij} , gli elementi diagonali si identificano con le risoluzioni sperimentali degli strumenti (misurate direttamente sui dati reali), mentre gli elementi non diagonali si suppongono trascurabili e sono posti a zero. Questa assunzione è giustificata dal fatto che ogni misura è di fatto il risultato di molte osservazioni indipendenti, per cui si suppone che la correlazione sia scarsa.

La procedura di fit è strutturata nel modo seguente:

1. Fit completo assumendo che tutte le variabili siano state correttamente misurate per cui $N=9$, $M=0$, $L=5$. Tale fit viene tentato sempre due volte, partendo da condizioni iniziali differenti: nel primo caso le direzioni delle tracce cariche sono misurate tenendo conto delle informazioni di tutto il rivelatore mentre nel secondo caso si parte dai valori ottenuti con il solo calorimetro centrale.
2. Se si suppone che il fotone sia fuori dall'accettanza del rivelatore il fit viene provato ugualmente tenendo conto solo delle informazioni dei due elettroni, per cui $N=6$, $M=3$, $L=5$. In questo caso però la scelta delle condizioni iniziali è assai critica, per cui si è deciso di fare il fit due volte, la prima a partire dalle variabili misurate, la seconda perturbando queste ultime con errori Gaussiani con σ uguale alla risoluzione degli strumenti. Le condizioni iniziali per le variabili del fotone vengono calcolate all'inizio della

prima iterazione a partire dalle informazioni sugli elettroni imponendo la conservazione del quadrimpulso totale.

Il criterio di convergenza in tutti questi casi è sempre lo stesso ed è dato dalla condizione:

$$\frac{|\chi_{\nu+1}^2 - \chi_{\nu}^2|}{\chi_{\nu}^2} \leq 0.01 \quad \nu \leq 20 \quad (4.23)$$

Una volta effettuato il fit la conoscenza del valore della probabilità di χ^2 consente di selezionare gli eventi che sono compatibili con l'ipotesi cinematica $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma$, imponendo una soglia minima a tale probabilità. Nel prossimo paragrafo viene discussa e misurata l'efficienza di questo criterio di selezione.

4.4 Efficienza del fit cinematico.

Abbiamo misurato l'efficienza dell'algoritmo di fit cinematico con un generatore di eventi del tipo $p + \bar{p} \rightarrow \chi_2 \rightarrow j/\psi + \gamma \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$ che ha fornito 10.000 eventi distribuiti uniformemente nello spazio delle fasi entro l'accettazione geometrica del rivelatore (in particolare con le due tracce cariche degli elettroni entro la regione angolare coperta dall'odoscopio H2 e con il fotone all'interno della copertura calorimetrica), all'energia di 3555 MeV nel centro di massa.

Angolo	Cariche	Neutre
θ	4 mrad	10 mrad
ϕ	7 mrad	15 mrad

Figura 4.2: Varianze usate per perturbare le direzioni delle tracce.

Questi eventi sono poi stati perturbati con errori casuali distribuiti gaussianamente attorno ai valori generati, con le varianze riportate in tabella di figura

(4.2). Per semplicità abbiamo assunto uguali le risoluzioni energetiche del calorimetro centrale e del calorimetro in avanti e abbiamo supposto che la risoluzione angolare delle tracce (sia cariche che neutre) sia indipendente dalla direzione della traccia stessa. Gli errori per la misura dell'energia sono stati calcolati con una relazione del tipo

$$\frac{\sigma(E)}{E} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{E}}$$

con $\sigma_0 = 0.07$.

A questo punto gli eventi perturbati sono stati sottoposti ad un fit cinematico. La distribuzione di χ^2 ottenuta ed in particolare la distribuzione della probabilità di χ^2 sono riportate nelle figure (4.3) e (4.4). Tali distribuzioni sono in ottimo accordo con quelle teoricamente previste, a riprova della bontà dell'algoritmo usato per il fit. L'efficienza che si ottiene richiedendo una probabilità di χ^2 superiore a 0.01 è del 97.3 per cento. Tale valore non può però essere considerato come una misura dell'efficienza del fit per quanto concerne la selezione degli eventi reali perchè in tal caso ci sono molti fattori che comportano sostanziali deviazioni dal caso ideale. Infatti, come ho mostrato nel paragrafo precedente, la funzione dei minimi quadrati Z ha una distribuzione di tipo χ^2 solo nell'ipotesi di errori rigorosamente Gaussiani. Quest'ipotesi, pur essendo una ragionevole approssimazione, non è in generale verificata esattamente per nessun rivelatore ed il numero degli strumenti usati è troppo piccolo per sperare che il teorema del limite centrale venga in nostro aiuto.

Abbiamo perciò proceduto a misurare l'efficienza del taglio introdotto sulle probabilità di χ^2 direttamente sui dati reali presi alle energie della χ_1 e della χ_2 . A questo scopo abbiamo selezionato un campione ragionevolmente pulito di eventi con tagli indipendenti dal fit (questi tagli, fondati sulle informazioni fornite dal Cerenkov, dall'odoscopio H2, dai rivelatori di tracciamento e dal calorimetro

centrale sono illustrati in dettaglio nei paragrafi successivi). Il risultato ottenuto è una efficienza del 83 %.

4.5 Riconoscimento di elettroni col CCAL

4.5.1 Sciami elettromagnetici e adronici

Ormai da molti anni i calorimetri[38] sono usati nella fisica delle particelle elementari per la misura dell'energia, della posizione, della direzione e talvolta per la determinazione della natura stessa delle particelle, neutre o cariche che siano. Sono essenzialmente grandi blocchi di materia nei quali la particella interessata interagisce dando luogo ad uno sciame di altre particelle di energia via via decrescente, fino ad un valore tale da poter essere rivelata come energia di ionizzazione, come energia di eccitazione di atomi o come luce cerenkov emessa dagli elettroni secondari.

Il calorimetro elettromagnetico dell'esperimento E-760, come già detto nel capitolo 3, è un calorimetro di vetro-piombo, nel quale l'energia degli elettroni o dei fotoni è misurata raccogliendo la luce Cerenkov emessa dallo sciame. In questo paragrafo cercheremo di illustrare le principali caratteristiche degli sciami elettromagnetici e di quelli adronici, con particolare attenzione a quelle differenze che ci hanno consentito di mettere a punto un criterio di discriminazione parziale degli elettroni dagli adroni.

Quando una particella molto energetica interagisce in un materiale di grande massa genera una cascata di altre particelle le cui principali caratteristiche sono:

- L'energia si distribuisce su un grande numero di altre particelle secondarie e essenzialmente viene assorbita totalmente dal materiale. La profondità media di assorbimento cresce come il $\log E$ mentre l'energia rivelata è

proporzionale a E , indipendentemente dalla carica della particella.

- Allo sciame sono associate ampie fluttuazioni, sia per quanto riguarda l'energia, sia per quanto riguarda la posizione, causate dalla natura quantistica dei fenomeni microscopici che provocano lo sciame. Vi sono perciò dei limiti intrinseci alla risoluzione dello strumento che decrescono con l'aumentare dell'energia in quanto aumenta il numero di particelle in gioco. Nel caso elettromagnetico si può calcolare tale limite che è dato dalla relazione:

$$\frac{\sigma_{el}(E)}{E} = \frac{0.7\%}{\sqrt{E}} \quad (4.24)$$

Per gli sciami adronici non è possibile un calcolo teorico ma con metodi di simulazione di tipo Montecarlo si può valutare il limite in⁴:

$$\frac{\sigma_{ha}(E)}{E} = \frac{45\%}{\sqrt{E}} \quad (4.25)$$

I meccanismi che contribuiscono alla perdita di energia di un elettrone in un mezzo sono molteplici[39], interazioni con fononi, ionizzazione, effetto Compton, Bremsstrahlung (vedi figura 4.5), ma ad energie dell'ordine del GeV soltanto la Bremsstrahlung, ovvero l'emissione di fotoni in presenza di un campo elettromagnetico esterno, è significativa. Anche per i fotoni i meccanismi di interazione con la materia sono molti, ma a grandi energie il processo di creazione di coppie è dominante su tutti gli altri.

Questi due processi sono, all'ordine più basso, descritti dai diagrammi di Feynman di figura (4.6)

⁴È possibile migliorare questo limite con calorimetri a uranio, che consentono, almeno in parte, di compensare le perdite di energia

Come si può facilmente vedere da questi diagrammi le sezioni d'urto dei due processi sono strettamente legate per cui lo sciame elettromagnetico è di fatto descritto da un solo parametro X_0 , detto lunghezza di radiazione. Per grandi energie la perdita di energia per unità di lunghezza degli elettroni a causa della Bremsstrahlung è data dalla relazione:

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right) = 4\alpha N_0 \frac{Z^2}{A} r_e^2 E \log \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}} \quad (4.26)$$

dove r_e è il raggio semiclassico dell'elettrone ($r_e = e^2/mc^2$), α la costante di struttura fine, Z il numero atomico del mezzo materiale e A il suo peso atomico, da cui X_0 si può definire come:

$$\frac{E}{X_0} := -\frac{dE}{dx} \quad (4.27)$$

Per i fotoni la sezione d'urto per creazione di coppie nel campo elettrico di un nucleo di carica Ze è data da:

$$\sigma_{pair} = 4\alpha Z^2 r_e^2 \left[\frac{7}{9} \log \frac{183}{Z^{\frac{1}{3}}} - \frac{1}{54} \right] \quad (4.28)$$

per cui la probabilità di interazione in una lunghezza X_0 può essere scritta come:

$$P = \sigma_{pair} \frac{N_\rho X_0}{A\rho} \quad (4.29)$$

dove ρ è la densità del materiale.

4.5.2 Secondi momenti dei "clusters" del Ccal.

La necessità di riconoscere gli elettroni sul fondo adronico non risonante, ci ha suggerito di analizzare la struttura dei "clusters" del calorimetro centrale per evidenziare eventuali caratteristiche utili a questo scopo. Non disponendo di alcuna informazione sullo sviluppo longitudinale dello sciame, che, come già detto,

è il modo più efficace per separare gli sciame elettromagnetici dagli sciame adronici, abbiamo dovuto concentrarci sullo sviluppo trasversale dei "clusters". Per questo abbiamo analizzato la struttura dei "clusters" nel calorimetro centrale con particolare riferimento ai valori medi dei secondi momenti di tali distribuzioni di energia per un campione ragionevolmente pulito di elettroni, ottenuto da eventi di tipo $p - \bar{p} \rightarrow j/\psi \rightarrow e^+ + e^-$ e le abbiamo confrontate con le analoghe distribuzioni ottenute da un campione di eventi adronici a due tracce per i quali si è richiesta una cospicua quantità di energia rilasciata nel calorimetro (ricordiamo che i blocchi di vetro al piombo sono profondi una lunghezza di interazione adronica per cui ci aspettiamo che una frazione $\frac{1}{e} = 0.368$ degli eventi interagisca nel Ccal).

Nel fare questo abbiamo preferito calcolare separatamente il secondo momento nella direzione dell'asse z da quello nella direzione azimuthale, in quanto lungo tale asse i blocchi di vetro sono separati da uno strato di 1.2 mm di acciaio, per cui lo sviluppo dello sciame elettromagnetico in questa direzione può a priori essere diverso che nella direzione azimuthale. I due secondi momenti sono quindi definiti dalle relazioni:

$$M_\phi = \sum_{cluster} E_i \Phi_i^2 \quad M_\theta = \sum_{cluster} E_j \Theta_j^2 \quad (4.30)$$

dove Φ_i e Θ_j sono numeri interi che rappresentano la distanza in blocchi dal centro del "cluster".

I risultati ottenuti sono riportati dalle figure (4.7) e (4.8). Si può subito vedere che non ci sono elettroni con secondo momento superiore a 0.3 mentre per gli adroni c'è una cospicua frazione di eventi al di sopra di tale soglia. Inoltre la figura (4.9) mostra come i secondi momenti M_θ e M_ϕ siano assai poco correlati, il che suggerisce l'idea di tagliare separatamente su entrambe le variabili per migliorare l'efficienza del taglio.

Da questi istogrammi si potrebbe misurare direttamente l'efficienza del taglio introdotto per gli eventi di tipo j/ψ ma questo non sarebbe del tutto corretto per i nostri scopi in quanto la massa delle χ é piú grande di quella della j/ψ e a priori non é affatto giustificata l'ipotesi che i secondi momenti dei "clusters" siano indipendenti dalle energie degli elettroni. Abbiamo perciò misurato direttamente sugli eventi χ l'efficienza di tale taglio. Per fare questo abbiamo selezionato un campione di eventi χ_2 con il criterio seguente (molto restrittivo):

- Probabilità di χ^2 superiore al 5 %.
- M.I.P. di H2 per le due tracce cariche compresi fra 0.1 e 1.7
- Fotoelettroni del Cerenkov compresi fra 1.0 e 25.0

Con questi tagli il numero di eventi ottenuto é stato di 356. Applicando il taglio suddetto sia in θ che in ϕ per le 3 tracce dell'evento (lo sciame elettromagnetico del fotone é del tutto identico a quello dell'elettrone per cui non vi é ragione di pensare che i secondi momenti di tali sciami siano diversi) si ottiene una efficienza del 97.7 Il suo potere di reiezione del fondo é in totale di 1634 eventi su 9416, quindi circa del 17 %.

4.6 Selezione degli eventi con H2.

Abbiamo studiato in dettaglio una serie di tagli sul numero di "minimum ionizing particle" dell'odoscopio H2, sia come soglia minima per rigettare eventuali segnali spuri dello scintillatore sia come limite superiore per eliminare il fondo di coppie e^+, e^- provenienti dalla conversione di fotoni nella beam pipe e da decadimento Dalitz $\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$.

La tecnica usata, analogamente a quanto fatto nel caso dei secondi momenti, è stata quella di selezionare un campione di eventi del tipo $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma$ tramite tagli indipendenti dal segnale di H2. I tagli usati sono:

- Probabilità di χ^2 maggiore del 5 %.
- Secondi momenti nel Ccal inferiori a 0.3 per le 3 tracce sia nella direzione dell'asse z che lungo la direzione dell'angolo ϕ .
- Numero di fotoelettroni nel Cerenkov compresi fra 1.0 e 25.0 per entrambe le tracce indipendentemente dalla direzione della particella.

I risultati ottenuti sono riassunti nella tabella di figura (4.12). Non c'è sostanzialmente differenza fra una soglia a 0.05 m.i.p. o a 0.1 m.i.p., il che significa che la richiesta ha semplicemente il significato di eliminare i segnali spuri dovuti al rumore del rivelatore e dell'elettronica.

Per quanto riguarda il taglio dall'alto la situazione è invece assai differente; la sua efficienza ed il suo potere di reiezione dipendono in modo abbastanza critico dal valore massimo scelto per cui la sua ottimizzazione deve essere fatta nell'ambito di una scelta globale di selezione degli eventi, per la quale si rimanda al capitolo 5.

4.7 Efficienza del contatore Cerenkov.

Il lavoro sul rivelatore cerenkov è stato duplice. In primo luogo abbiamo misurato l'efficienza del contatore usando un campione di eventi j/ψ selezionati richiedendo almeno un segnale cerenkov fra le due tracce e verificando in quale frazione di questi eventi entrambe le tracce avevano associato il segnale stesso. Naturalmente il criterio usato per la selezione degli eventi j/ψ è del tutto indipendente dalle informazioni fornite dal cerenkov; in particolare abbiamo richiesto

la coplanarità delle due tracce cariche entro 50 mrad, che la massa invariante e^+, e^- fosse superiore a 2.7 GeV e $|\Delta\theta| < 50 \text{ mrad}$, dove con $\Delta\theta$ si intende la differenza fra l'angolo misurato θ_2 e l'angolo calcolato cinematicamente a partire da θ_1 (vedi figura 4.10).

Le efficienze ottenute sono riportate in tabella di figura (4.7). Si può soprattutto notare la notevole differenza di efficienza degli specchi sferici da quelli ellittici e la sua dipendenza dall'angolo θ . Soprattutto la regione angolare fra 34 e 42 gradi risulta essere particolarmente inefficiente.

In secondo luogo abbiamo studiato i possibili criteri di selezione sul numero di fotoelettroni del Cerenkov, sia in soglia, sia sul loro numero massimo.

La definizione di una soglia è molto utile per rigettare il fondo di pioni carichi di grande energia e per eliminare il rumore del rivelatore e dell'elettronica. Non è però possibile imporre un simile taglio per tutte le tracce cariche in quanto la sua efficienza, per le ragioni già esposte, sarebbe troppo bassa. Abbiamo perciò indagato sulla possibilità di tagliare in modo dipendente dalla direzione della traccia. Fra le varie ipotesi prese in considerazione riportiamo (vedi tabella 4.12) il taglio che ha dato i migliori risultati.

Abbiamo poi studiato alcuni tagli dall'alto per rigettare il fondo coppie $e^+ e^-$ provenienti da processi di conversione di fotoni (prevalentemente nella "beam pipe") e dai decadimenti Dalitz del π^0 :

$$\pi^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma \quad (4.31)$$

La tecnica usata per la misura delle efficienze è del tutto identica a quella già illustrata per gli altri tagli. Il campione di prova è stato ottenuto richiedendo una probabilità di χ^2 superiore al 5 %, tagliando sui secondi momenti e sui m.i.p. di H2. I risultati sono tutti riportati nella tabella (4.12).

4.8 Selezione finale

Il procedimento complessivo di selezione degli eventi, fondato su tagli illustrati nei paragrafi precedenti, è stato scelto sulla base di due criteri fondamentali: migliorare quanto possibile il rapporto segnale su fondo e verificare la stabilità dei parametri della risonanza per piccole variazioni dei tagli stessi.

La selezione scelta è la seguente:

- Probabilità di χ^2 superiore a 0.01
- M.I.P. di H2 superiori a 0.1 e inferiori a 1.9 per entrambe le tracce cariche.
- Fotoelettroni del contatore Cerenkov superiori a 0.1 (esclusa la regione angolare $37^\circ - 42^\circ$) e inferiori a 30.0 per le tracce a grandi angoli e inferiori a 25.0 per quelle in avanti.
- Secondi momenti in θ e ϕ dei "clusters" del calorimetro centrale inferiori a 0.3

L'efficienza complessiva di questa selezione è :

$$\epsilon_{sel} = 0.71 \pm 0.02 \quad (4.32)$$

Il risultati di questa selezione sono riportati nel capitolo successivo.

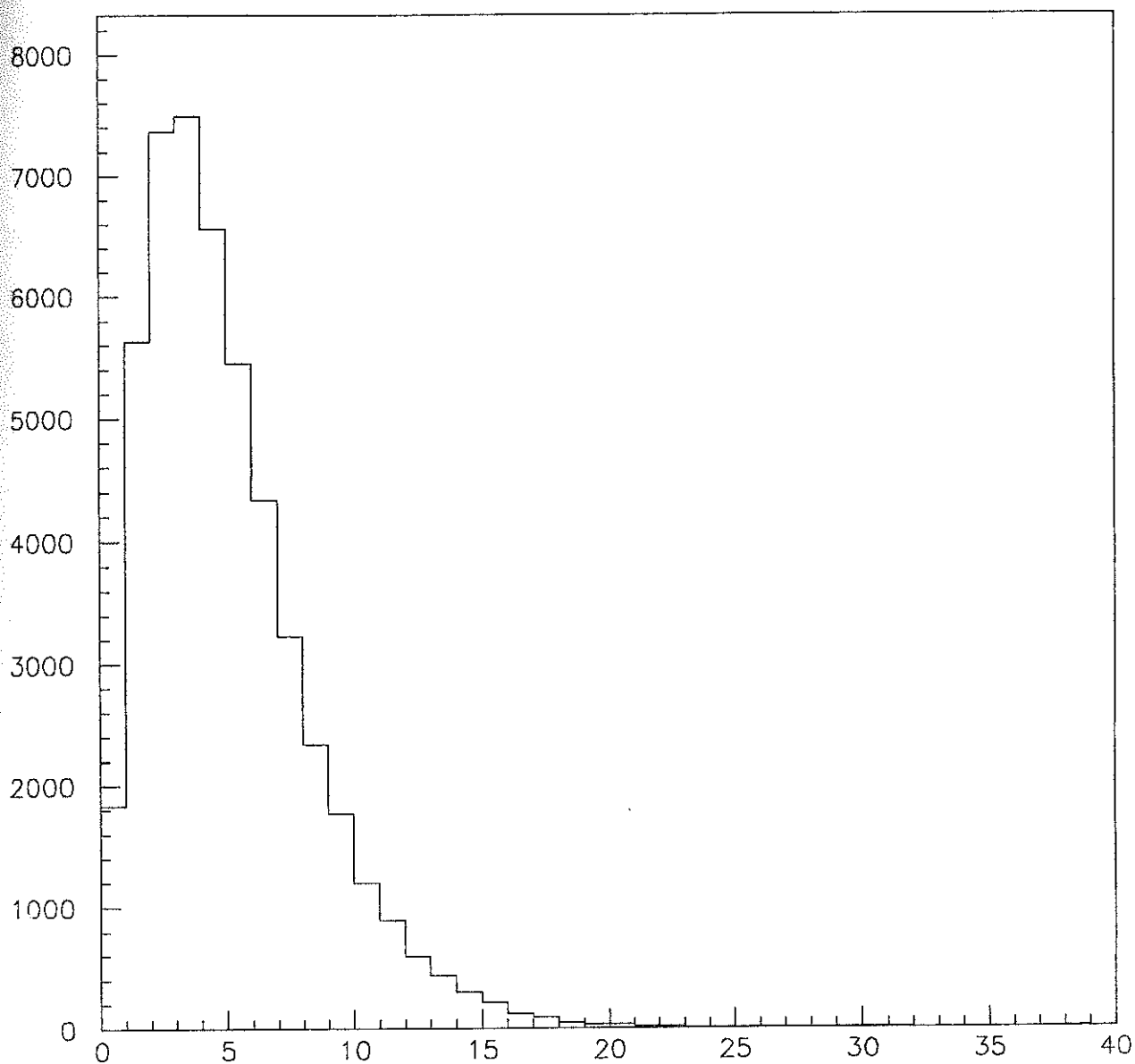


Figura 4.3: Distribuzione di χ^2 per gli eventi generati con un programma di Montecarlo.

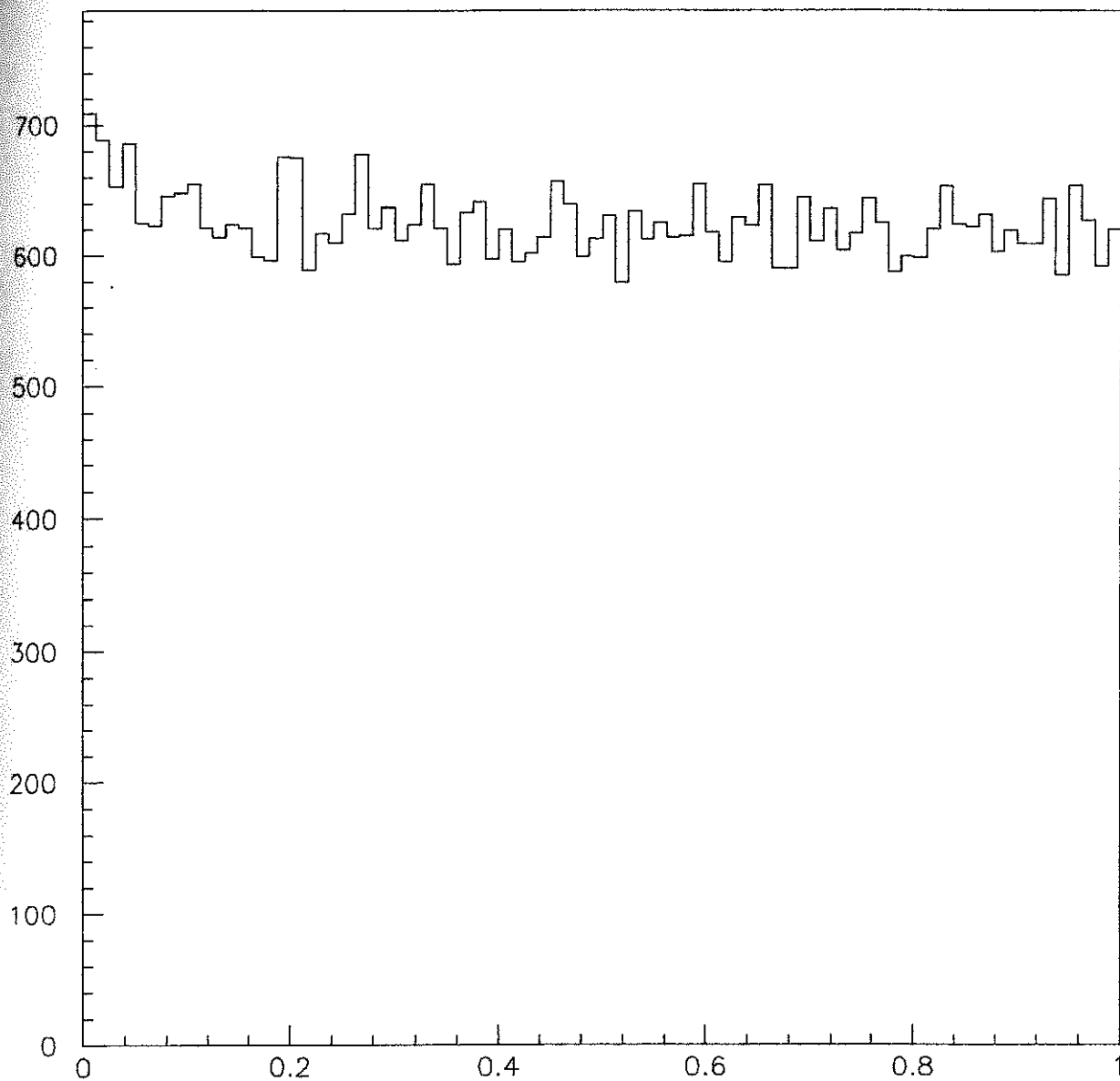


Figura 4.4: Distribuzione della probabilità di χ^2 per gli eventi generati.

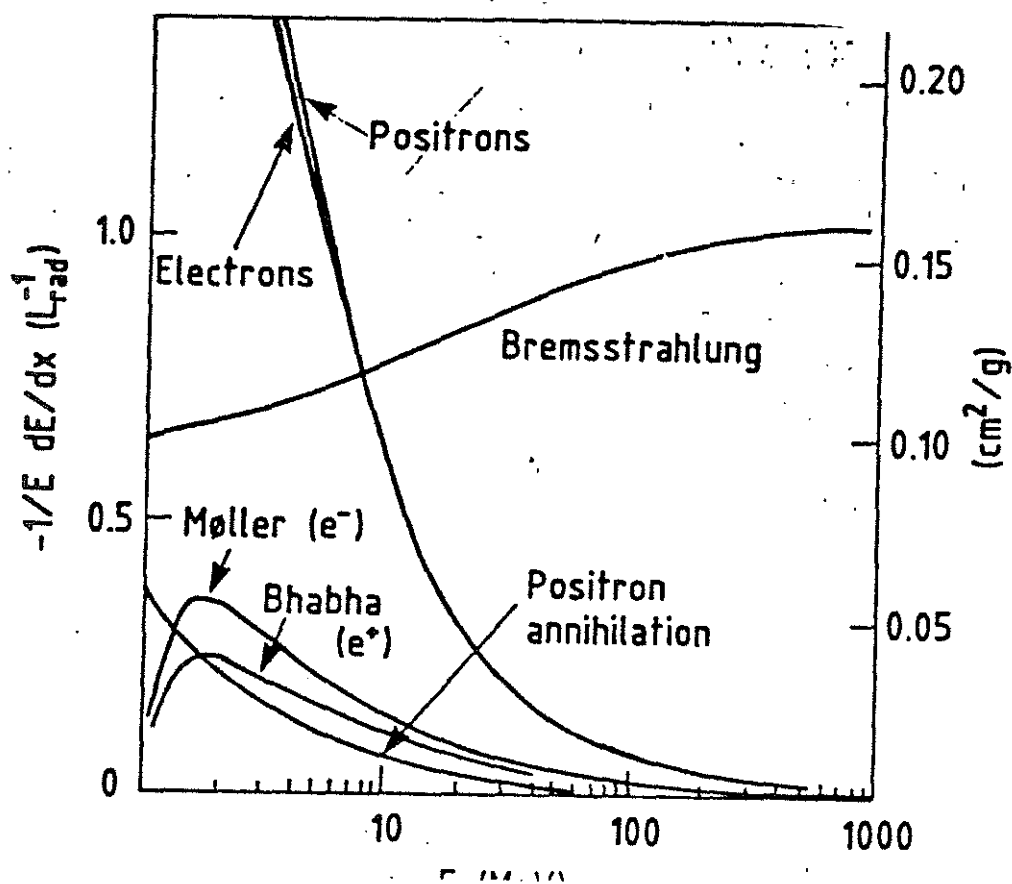


Figura 4.5: Meccanismi che contribuiscono alla perdita di energia per un elettrone in un mezzo, in funzione dell'energia

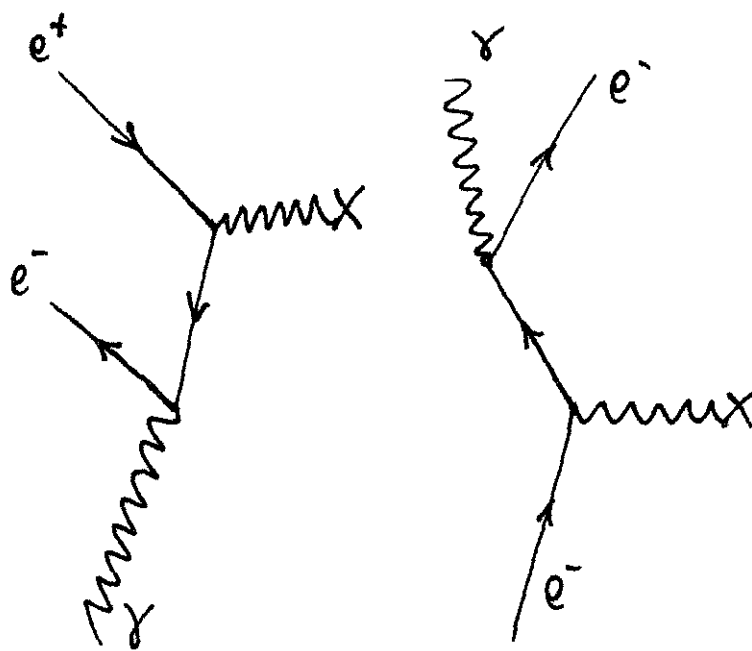


Figura 4.6: Diagrammi di Feynman per la creazione di una coppia e^+, e^- in presenza di un campo esterno e per la Bremsstrahlung

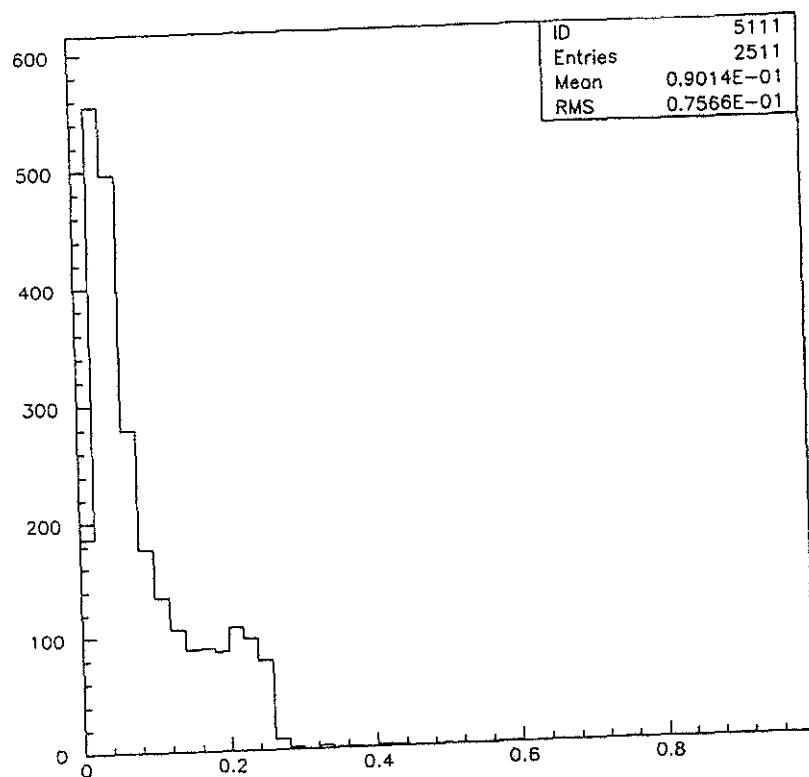


Figura 4.7: Distribuzione del secondo momento dei "clusters" del calorimetro centrale per elettroni selezionati da un campione di eventi j/ψ .

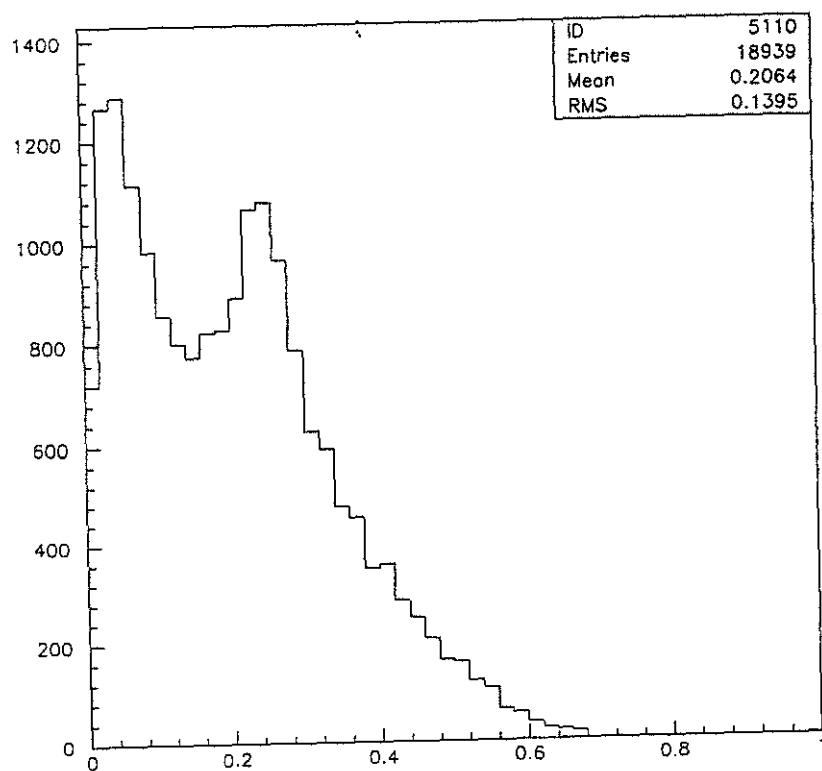


Figura 4.8: Distribuzione del secondo momento dei "clusters" del calorimetro centrale per un campione di adroni che hanno un'energia rilasciata nel calorimetro stesso superiore ad 1 GeV.

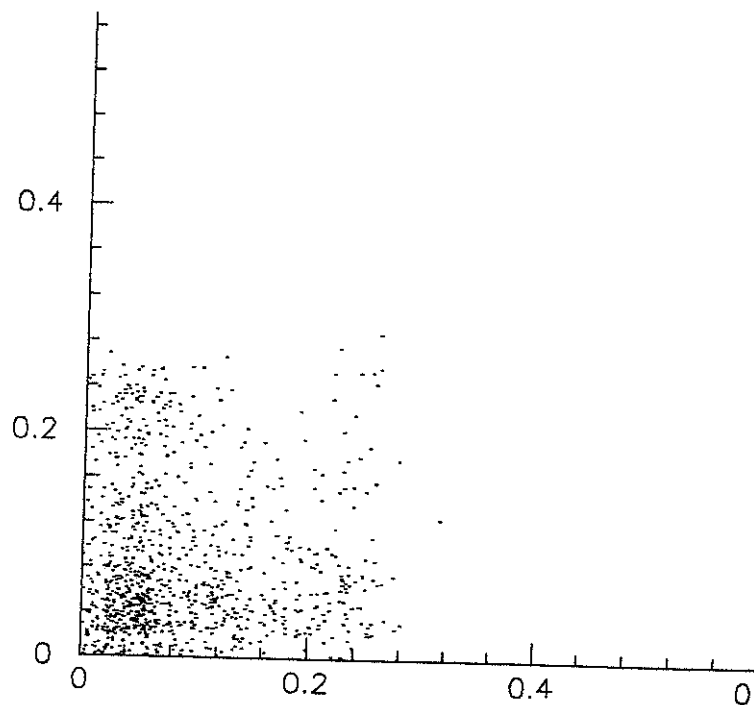


Figura 4.9: "Scatter plot" dei secondi momenti nelle direzioni θ e ϕ per elettroni. Si può notare la scarsa correlazione delle due grandezze.

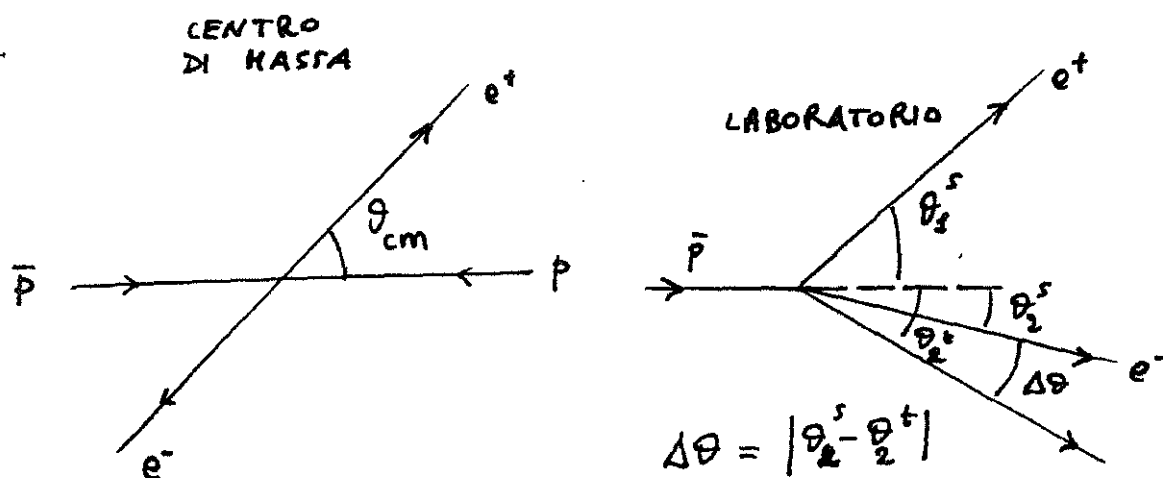


Figura 4.10: Variabili cinematiche per eventi j/ψ nel sistema del centro di massa e nel sistema del laboratorio.

Regione angolare (gradi)	Efficienza
integrata in θ	94 %
$\theta < 30$	99 %
$30 < \theta < 34$	93 %
$34 < \theta < 37$	69 %
$37 < \theta < 42$	90 %
$42 < \theta < 55$	99 %
$\theta > 55$	96 %

Figura 4.11: Efficienze del contatore Cerenkov in funzione dell'angolo θ

Taglio	Efficienza	Potere di reiezione
Mip H2 > 0.05 2 trk.	98.5 %	58.7 %
Mip H2 > 0.1 2 trk.	98.5 %	58.8 %
Mip H2 < 1.7 2 trk.	87.8 %	33.3 %
Mip H2 < 1.8 2 trk.	90.8 %	28.2 %
Mip H2 < 1.9 2 trk.	93.4 %	23.8 %
Mip H2 < 2.0 2 trk.	95.3 %	20.0 %
Mip H2 > 0.1e < 1.7 2 trk.	86.6 %	77.8 %
Mip H2 > 0.1e < 1.8 2 trk.	89.3 %	75.0 %
Mip H2 > 0.1e < 1.9 2 trk.	92.5 %	72.6 %
Mip H2 > 0.1e < 2.0 2 trk.	93.8 %	70.0 %
2-mom. θ, ϕ 3 trk.	97.7 %	17.4 %
Fit: prb. $\chi^2 > 0.01$ (generati)	98.7 %	—
Fit: prb. $\chi^2 > 0.01$ (reali)	83 %	92.3 %
Fotoel. > 0.1 2 trk.	88.6 %	63.1 %
Fotoel. > 0.1 $\theta \notin [34 - 42]$	97.3 %	63.1 %
Fotoel. < 40.	97.0 %	12.3 %
Fotoel. < 30.	94.7 %	23.3 %
Fotoel. < 30. upstr. < 25. downstr.	94.5 %	24.5 %

Figura 4.12: Efficienze e poteri di reiezione dei tagli studiati.

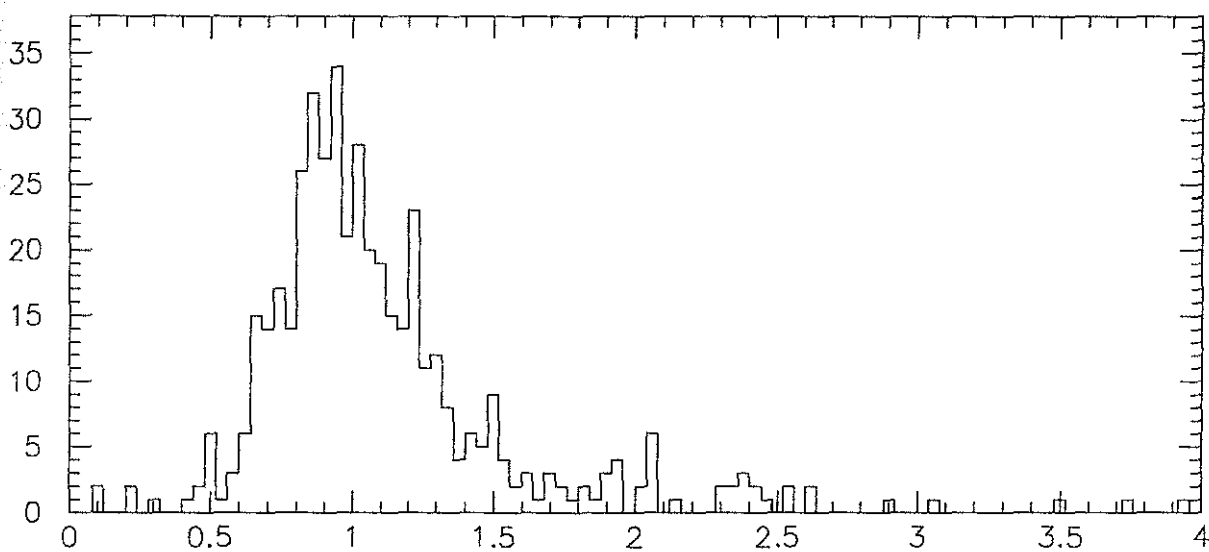
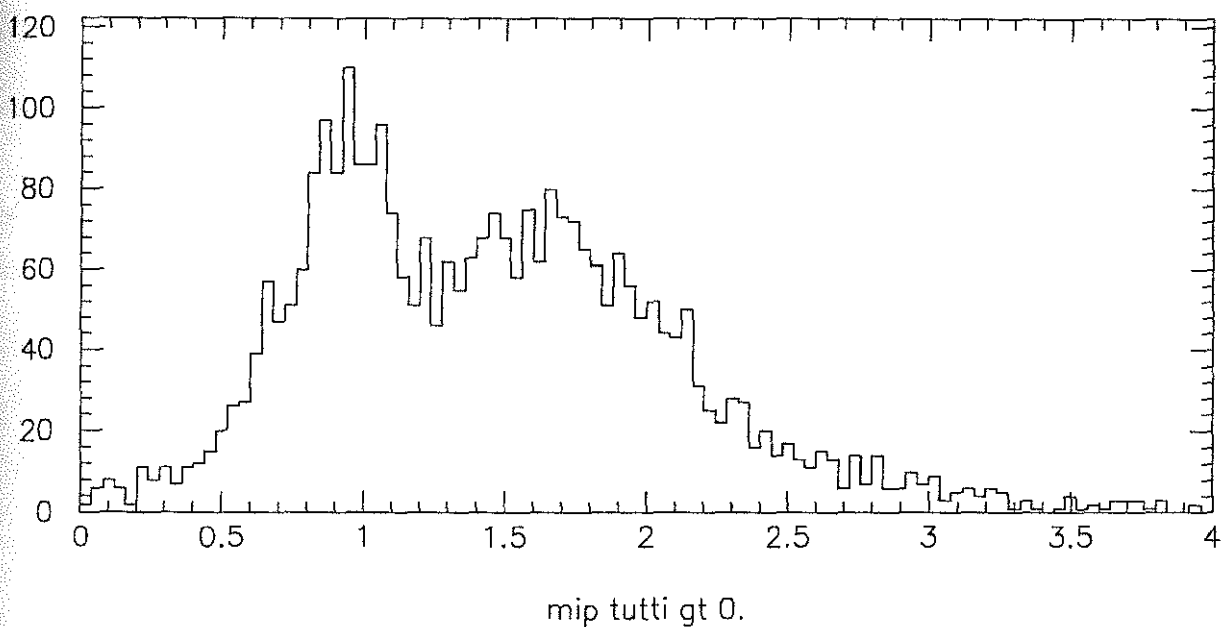


Figura 4.13: Distribuzione del numero di M.I.P. dell'odoscopio H2 per eventi reali. In alto per gli eventi che hanno superato il trigger, senza ulteriori tagli. In basso per eventi χ selezionati in modo indipendente da H2.

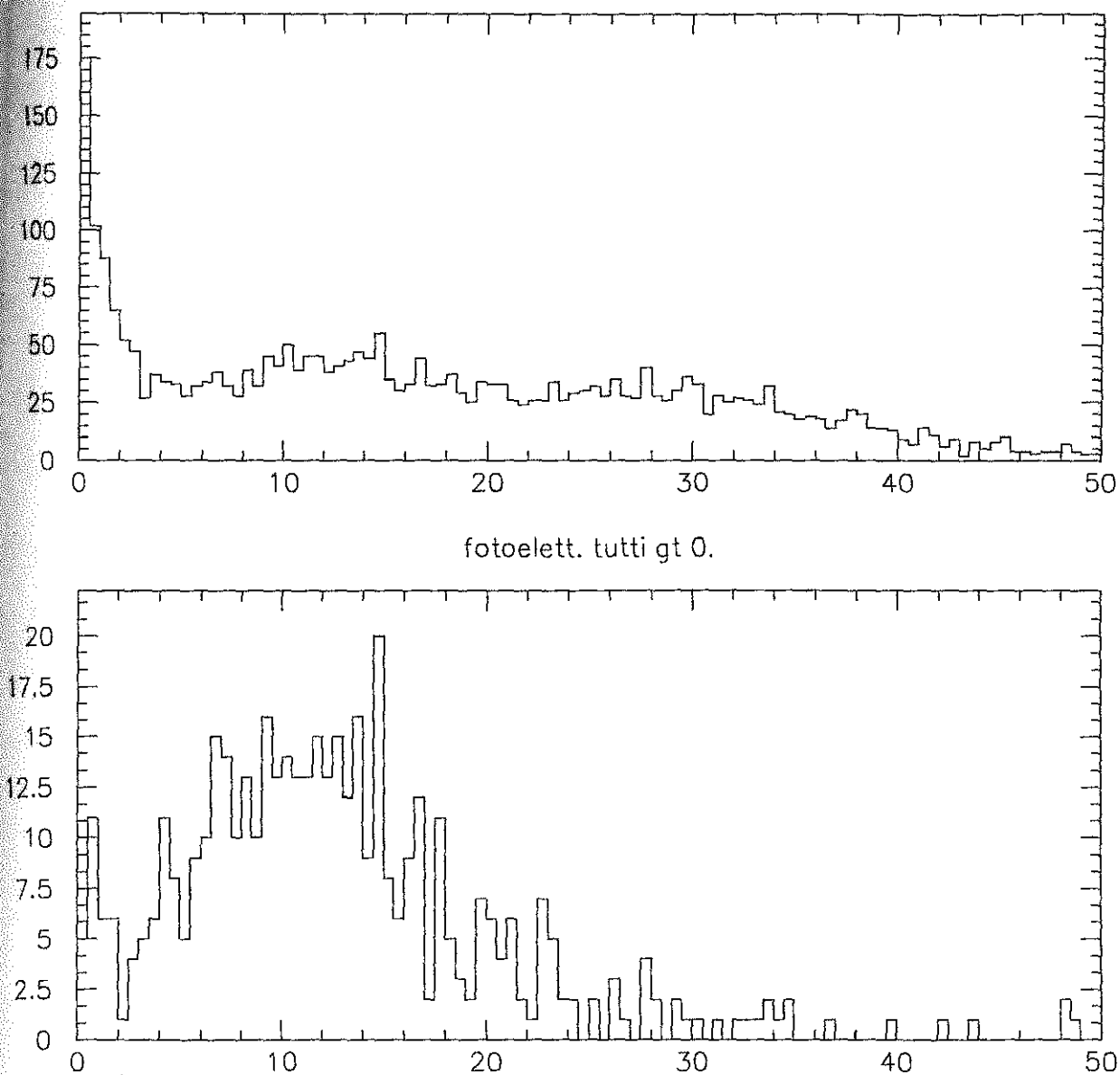


Figura 4.14: Fototelettroni per le tracce in avanti. In alto eventi che hanno superato il trigger senza altri tagli. In basso per eventi χ selezionati in modo indipendente dal Cerenkov: è ancora presente una frazione di eventi con zero fototelettroni, a causa della regione di inefficienza attorno a 37° .

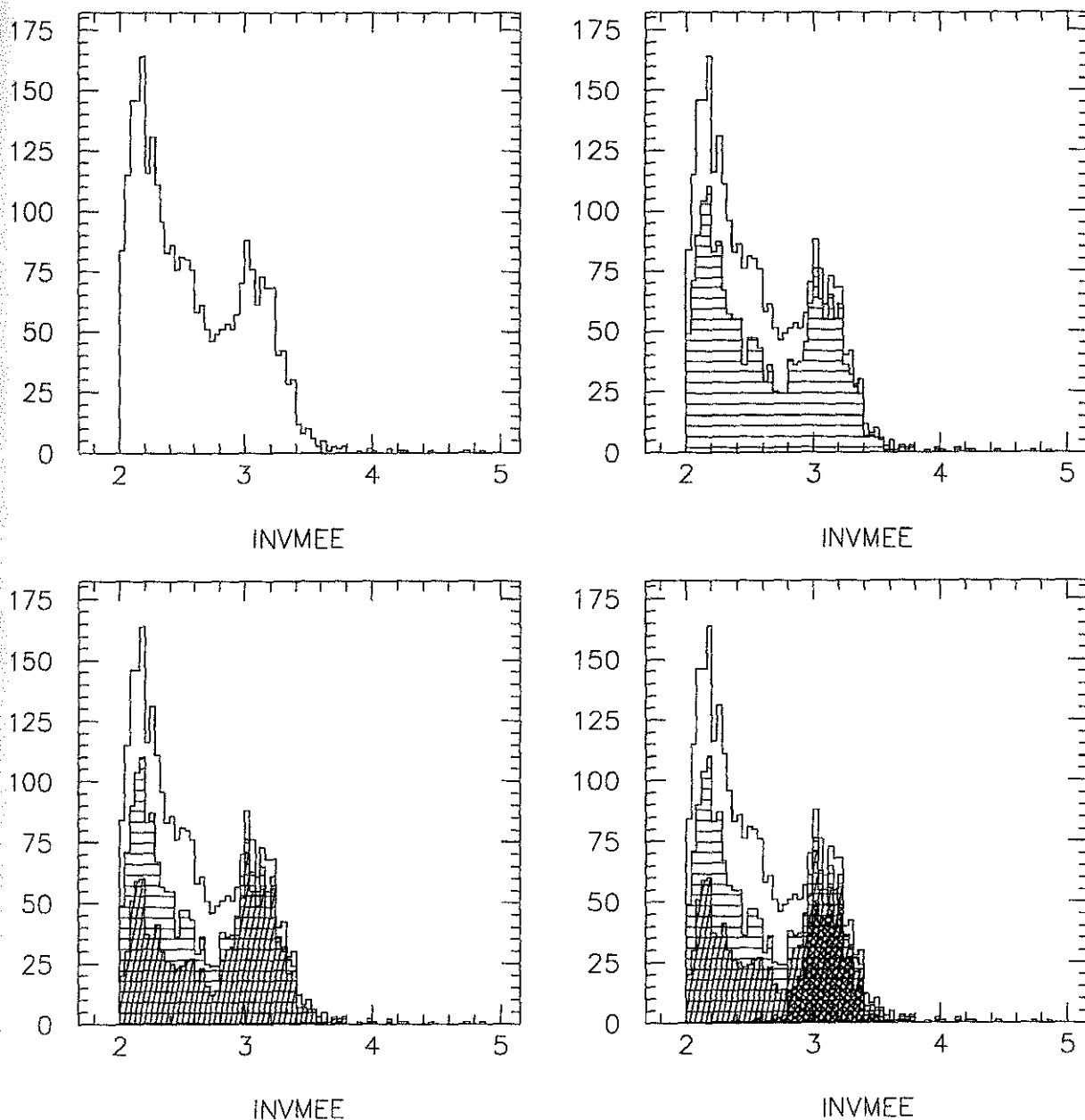


Figura 4.15: Spettro di massa invariante per selezioni successive: 1. segnale del trigger, 2. taglio sui secondi momenti. 3. secondi momenti e mip di H^2 . 4. tutti i tagli

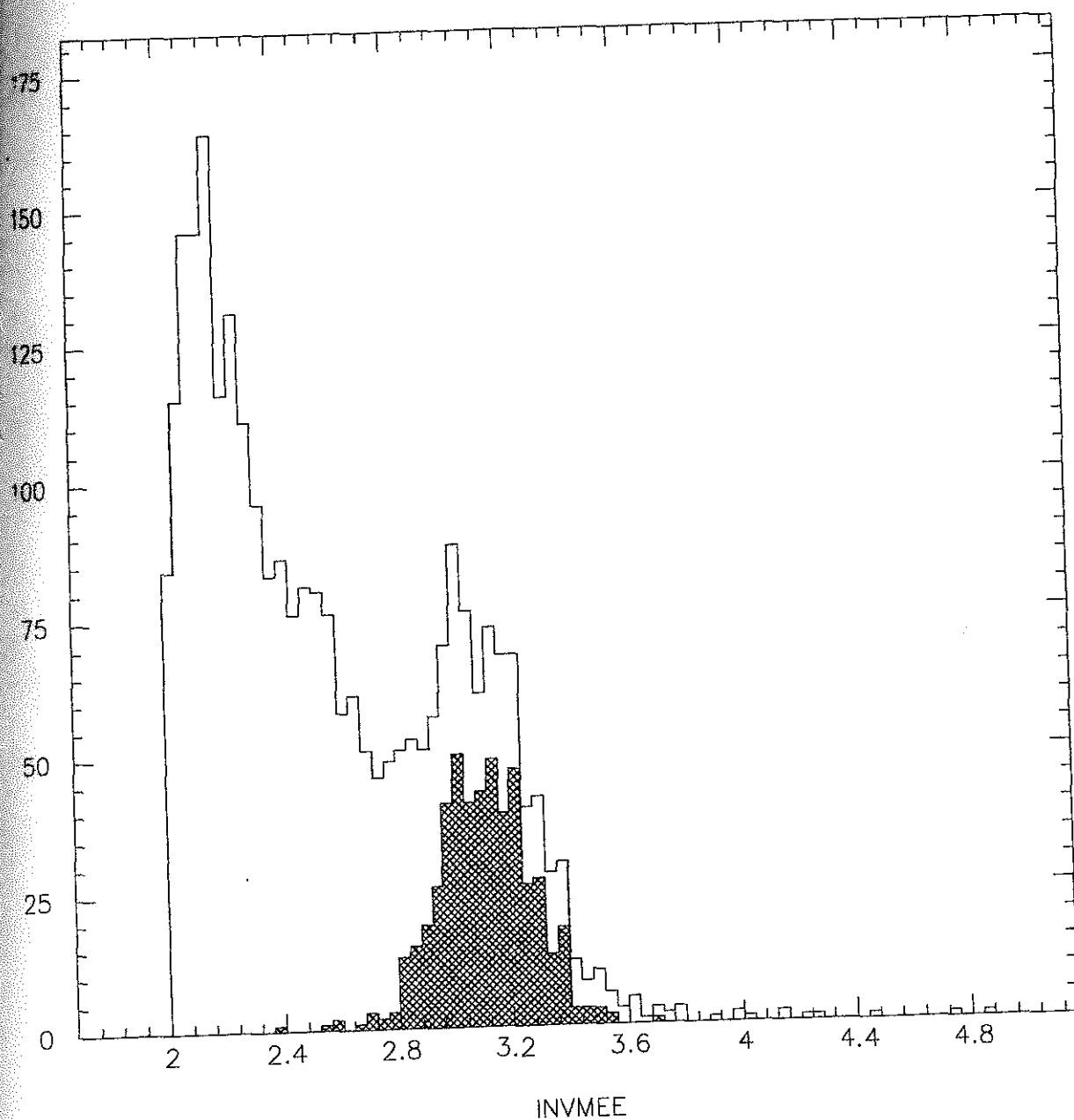


Figura 4.16: Spettro di massa invariante calcolata per le due tracce cariche per tutti gli eventi che hanno superato il trigger e per gli eventi selezionati.

Capitolo 5

Studio della curva di eccitazione

In questo capitolo, dopo una breve discussione sulle principali caratteristiche del fascio di antiprotoni e, in modo particolare, sulla dispersione nello spazio degli impulsi, viene descritto il procedimento di fit della curva di eccitazione misurata necessario per poter risalire ai parametri fisici della risonanza stessa, ovvero la sua massa, la larghezza totale e la sezione d'urto sul picco. Il metodo usato è quello di massima verosimiglianza.

Sono riportati infine i risultati ottenuti, unitamente ad una breve discussione mirata al confronto fra questi dati sperimentali, che, per quanto riguarda i valori delle larghezze parziali $\Gamma(\chi \rightarrow p - \bar{p})$ e della larghezza totale della χ_1 sono del tutto nuovi, con alcuni recenti calcoli teorici.

5.1 Caratteristiche del fascio di antiprotoni

Il calcolo dei parametri delle risonanze χ_1 e χ_2 a partire dalle curve di eccitazione misurate (vedi figure (5.1) e (5.2)) richiede un'accurata conoscenza delle caratteristiche del fascio di antiprotoni incidente ed in particolare della sua distribuzione nello spazio degli impulsi.

Nell'accumulatore di antiprotoni del Fermilab l'impulso del fascio viene misurato a partire dalla frequenza di rivoluzione e dalla lunghezza effettiva dell'orbita. In termini di queste due quantità si scrive:

$$p_0 = \gamma\beta m = \frac{mLf_0}{c\sqrt{1 - (\frac{f_0L}{c})^2}} \quad (5.1)$$

dove m è la massa del protone, L la lunghezza reale dell'orbita e f_0 è la frequenza centrale del fascio. La frequenza è misurata con una grande precisione ($\frac{\Delta f}{f} \approx 2 \cdot 10^{-7}$) per cui la calibrazione assoluta dell'energia del fascio dipende soltanto dall'accuratezza con cui viene misurata la lunghezza reale dell'orbita rispetto a quella nominale. Per questo l'accumulatore di antiprotoni del Fermilab è fornito di 48 stazioni apposite (B.P.M. Beam Position Monitor) per il controllo della posizione del fascio, che consentono una misura di L con un errore di 2 mm (1 deviazione standard) alla energia della j/ψ e di 0.7 mm all'energia della ψ' . Questa incertezza influenza soltanto la misura della massa della risonanza con un errore di sistematico $\Delta M_R = 85$ KeV.

La misura della distribuzione in impulso del fascio è invece associata a quella in frequenza attraverso un parametro empirico η definito da:

$$\frac{\Delta f}{f} = \eta \frac{\Delta p}{p} \quad (5.2)$$

che dipende dall'energia secondo una relazione del tipo:

$$\eta = \frac{1}{E^2} - \frac{1}{E_T^2} \quad (5.3)$$

dove E_T è l'energia di transizione della macchina di cui si è brevemente discusso nel capitolo 3. η è conosciuto con una precisione del 10 %.

La forma funzionale che meglio approssima questa distribuzione è quella di una gaussiana con deviazione standard differente per alti e per bassi impulsi. È quindi necessario fare un fit con 3 parametri liberi: la frequenza centrale f_0 , e le deviazioni standard $\sigma^{l,h}$. La figura (5.3) mostra lo spettro in frequenza del fascio, i corrispondenti valori di energia ed impulso e i migliori valori calcolati dei 3 parametri¹.

Come già detto nel capitolo 3, il rivelatore è dotato di un apparato apposito per la misura della luminosità registrata su nastro. Il principio utilizzato è quello di contare gli antiprotoni diffusi all'indietro nel sistema del centro di massa, corrispondenti alla regione a circa 90° nel sistema del laboratorio, e di risalire alla misura della luminosità conoscendo la sezione d'urto del processo $p-\bar{p} \rightarrow p-\bar{p}$. La figura (5.4) mostra lo spettro di questi antiprotoni rivelati. Le tabelle (5.6) e (5.7) riportano i risultati completi per le risonanze χ_1 e χ_2 , comprese le caratteristiche del fascio di antiprotoni e le luminosità raccolte.

¹Questo spettro è il risultato complessivo di una serie di misure che ogni 3 minuti venivano effettuate durante la presa dati e trasmesse automaticamente al computer μVax che gestisce il sistema di acquisizione.

5.2 Il fit della curva di eccitazione

Come si è già detto nel capitolo 2, la tecnica sperimentale che abbiamo scelto per misurare i parametri fisici interessanti delle risonanze (la massa, la larghezza totale e sezione d'urto sul picco²) consiste nel contare il numero di eventi interessanti al variare dell'energia nel centro di massa e risalire poi alle sezioni d'urto e quindi alla curva di eccitazione tenendo conto delle informazioni del monitor di luminosità. Le tabelle (5.6) e (5.7) mostrano tutti i punti misurati con il numero di eventi associati e le luminosità integrate.

Il passaggio dalla curva di eccitazione alla misura dei parametri della curva è stato fatto usando il metodo di massima verosimiglianza[40,41]. In questo caso la distribuzione di probabilità del numero di eventi trovati ad una certa energia del fascio è una Poissoniana, per cui la probabilità di osservare n_k eventi quando il valor medio di essi è m_k è data da:

$$w_k = \frac{m_k^{n_k} e^{-m_k}}{n_k!} \quad (5.4)$$

Scriviamo il valor medio m_k come:

$$m_k = \mathcal{L}_k \left[\sigma_{bckg} + \epsilon_{tot} \int_0^\infty dE f_k(E; E_k) \frac{\sigma_{peak} \Gamma_R^2}{4(E - M_R)^2 + \Gamma_R^2} \right] \quad (5.5)$$

dove M_R , Γ_R e σ_{peak} sono i parametri della risonanza, ϵ_{tot} è l'efficienza complessiva, σ_{bckg} è la sezione d'urto efficace misurata sul fondo, \mathcal{L}_k è la luminosità integrata totale in quel punto e $f_k(E)$ è la distribuzione in energia del fascio misurata.

Con queste notazioni la funzione di massima verosimiglianza (vedi Appendice A) assume la forma:

²Quest'ultima è direttamente legata al prodotto delle larghezze parziali $\Gamma(p - \bar{p} \rightarrow \chi)$ e $\Gamma(\chi \rightarrow j/\psi + \gamma)$.

$$L = \prod_{k=1}^N w_k = \prod_{k=1}^N \frac{m_k^{n_k} e^{-m_k}}{n_k!} \quad (5.6)$$

I parametri di interesse fisico che vogliamo calcolare sono M_R , Γ_R e σ_{peak} . Per questo ci serve una misura indipendente della sezione d'urto sul fondo σ_{bckg} e dell'efficienza totale ϵ .

Per misurare σ_{bckg} abbiamo applicato la nostra selezione su eventi, raccolti appositamente per questo scopo, ad una energia fuori dalle risonanze in studio. In questo modo è stato possibile contare il numero di eventi sul fondo che superavano il nostro criterio di selezione e misurare quindi la sezione d'urto efficace.

La misura della efficienza totale è stata un po' più elaborata. Esistono infatti 3 cause principali di inefficienza associate rispettivamente all'accettanza angolare, al trigger, e al criterio di riconoscimento e selezione degli eventi.

Per misurare l'accettanza angolare è stato usato il metodo di Montecarlo. La distribuzione angolare dei fotoni non è però nota teoricamente per cui è stato necessario interpolare la distribuzione sperimentale in modo empirico e poi usare la distribuzione così calcolata per misurare le accettanze. Il risultato ottenuto è di poco differente per la χ_1 e per la χ_2 ed è dato da:

$$\epsilon_{geom} = 0.60 \pm 0.01 \quad \chi_1 \quad (5.7)$$

$$\epsilon_{geom} = 0.62 \pm 0.01 \quad \chi_2 \quad (5.8)$$

L'efficienza del trigger è influenzata direttamente da quella dei singoli apparati di misura ed in modo particolare da quella del contatore Cerenkov. Inoltre una frazione di eventi viene persa a causa della richiesta di coincidenza fra gli elementi corrispondenti di H1, H2 e il Cerenkov, in quanto la regione di interazione del fascio con il bersaglio non è puntiforme ed una parte delle tracce può quindi

trovarsi nella regione di separazione fra due settori. Il suo valore misurato sui dati reali è:

$$\epsilon_{trig} = 0.87 \pm 0.03 \quad (5.9)$$

Mettendo insieme questi risultati al valore dell'efficienza della nostra selezione (vedi capitolo 4), si ottiene:

$$\epsilon_{tot} = 0.36 \pm 0.03 \quad \chi_1 \quad \epsilon_{tot} = 0.37 \pm 0.03 \quad \chi_2 \quad (5.10)$$

Con questi numeri abbiamo calcolato i valori dei parametri della risonanza che corrispondono al massimo della funzione di massima verosimiglianza. Il calcolo è stato in realtà ripetuto molte volte con selezioni di eventi leggermente differenti da quella data nel capitolo precedente per verificare la stabilità dei risultati per piccole variazioni dei tagli. I risultati sono riassunti nella tabella di figura (5.5).

5.3 Confronto dei risultati con la teoria

Come già detto nel capitolo 1, una descrizione teorica completa degli stati legati del charmonio usando la QCD non è possibile a causa delle difficoltà di calcolo. Il problema viene quindi affrontato per mezzo di modelli di potenziale, in parte ispirati alla QCD stessa.

Vi sono però alcune grandezze direttamente ricavabili dai dati sperimentali che sono relativamente indipendenti dal modello usato e che possono essere quindi messe a confronto con la teoria. Consideriamo ad esempio le larghezze parziali:

$$\Gamma(\chi_0 \rightarrow gg) \approx 96\alpha_s^2 \frac{|\Phi'(0)|^2}{M_{\chi_0}^4} (1 + 20.4 \frac{\alpha_s}{\pi}) (1 - 16 \frac{\alpha_s}{3\pi}) \quad (5.11)$$

$$\Gamma(\chi_1 \rightarrow q\bar{q}g) \approx \frac{128}{9\pi} n_f \alpha_s^3 \frac{|\Phi'(0)|^2}{M_{\chi_1}^4} \log(2m_c \bar{r}) \quad (5.12)$$

$$\Gamma(\chi_2 \rightarrow gg) \approx \frac{128}{5} \alpha_s^2 \frac{|\Phi'(0)|^2}{M_{\chi_2}^4} \left(1 + 8.4 \frac{\alpha_s}{\pi}\right) \left(1 - 16 \frac{\alpha_s}{3\pi}\right) \quad (5.13)$$

dove α_s è la costante di accoppiamento forte alle energie del charmonio, n_f il numero di sapori di quark coinvolti nel processo di decadimento (3), m_c la massa del quark charm, \bar{r} il raggio di confinamento.

Queste grandezze possono essere ricavate direttamente dalle nostre misure e da altre prese in letteratura. Scrivendo infatti:

$$\Gamma(\chi_1 \rightarrow q\bar{q}g) \approx \Gamma_{\chi_1} [1 - BR(\chi_1 \rightarrow j/\psi + \gamma)] \quad (5.14)$$

$$\Gamma(\chi_2 \rightarrow gg) \approx \Gamma_{\chi_2} [1 - BR(\chi_2 \rightarrow j/\psi + \gamma)] \quad (5.15)$$

dove con $BR(\chi \rightarrow j/\psi + \gamma)$ si intende il rapporto di diramazione (Branching Ratio). Con queste posizioni e inserendo nelle formule il miglior valore di $BR(\chi \rightarrow j/\psi + \gamma)$ preso in letteratura si ottengono i valori misurati:

$$\Gamma(\chi_1 \rightarrow q\bar{q}g) = (0.56 \pm 0.10) MeV \quad (5.16)$$

$$\Gamma(\chi_2 \rightarrow gg) = (1.81 \pm 0.21) MeV \quad (5.17)$$

Per confrontare queste misure direttamente con la teoria è necessario conoscere il valore della funzione d'onda nell'origine, il che è poco significativo in quanto dipende chiaramente dal modello usato. I rapporti fra queste grandezze sono però del tutto indipendenti da questa. Calcolando il rapporto:

$$R_{02} = \frac{\Gamma(\chi_0 \rightarrow gg)}{\Gamma(\chi_2 \rightarrow gg)} \quad (5.18)$$

tenendo conto dei fattori di correzione al primo ordine con $\alpha_s = 0.210 \pm 0.028$ si ha un valore teorico di $R_{02} = 6.68 \pm 0.47$ contro un risultato sperimentale di $R_{02} = 7.7 \pm 2.9$.

Procedendo analogamente con il rapporto:

$$R_{12} = \frac{\Gamma(\chi_1 \rightarrow q\bar{q}g)}{\Gamma(\chi_2 \rightarrow gg)} \quad (5.19)$$

si ottiene un valore teorico di $R_{12} = 0.283 \pm 0.045$ contro un valore misurato di $R_{12} = 0.309 \pm 0.066$. Il buon accordo fra queste misure fa supporre che correzioni di ordine più alto non abbiano un ruolo fondamentale nel calcolo delle larghezze adroniche.

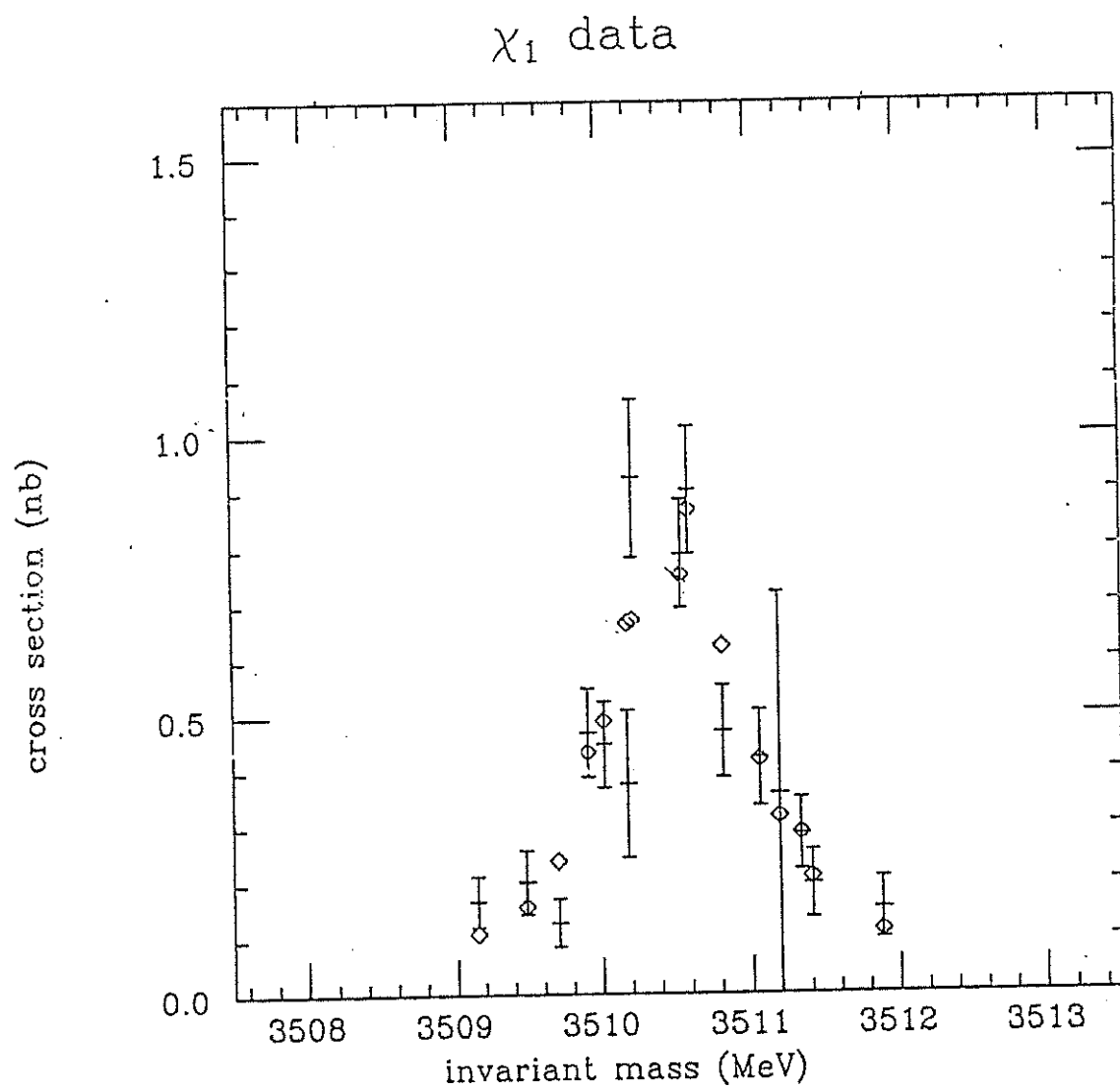


Figura 5.1: Curva di eccitazione misurata in due "scan" distinti all'energia della χ_1 .

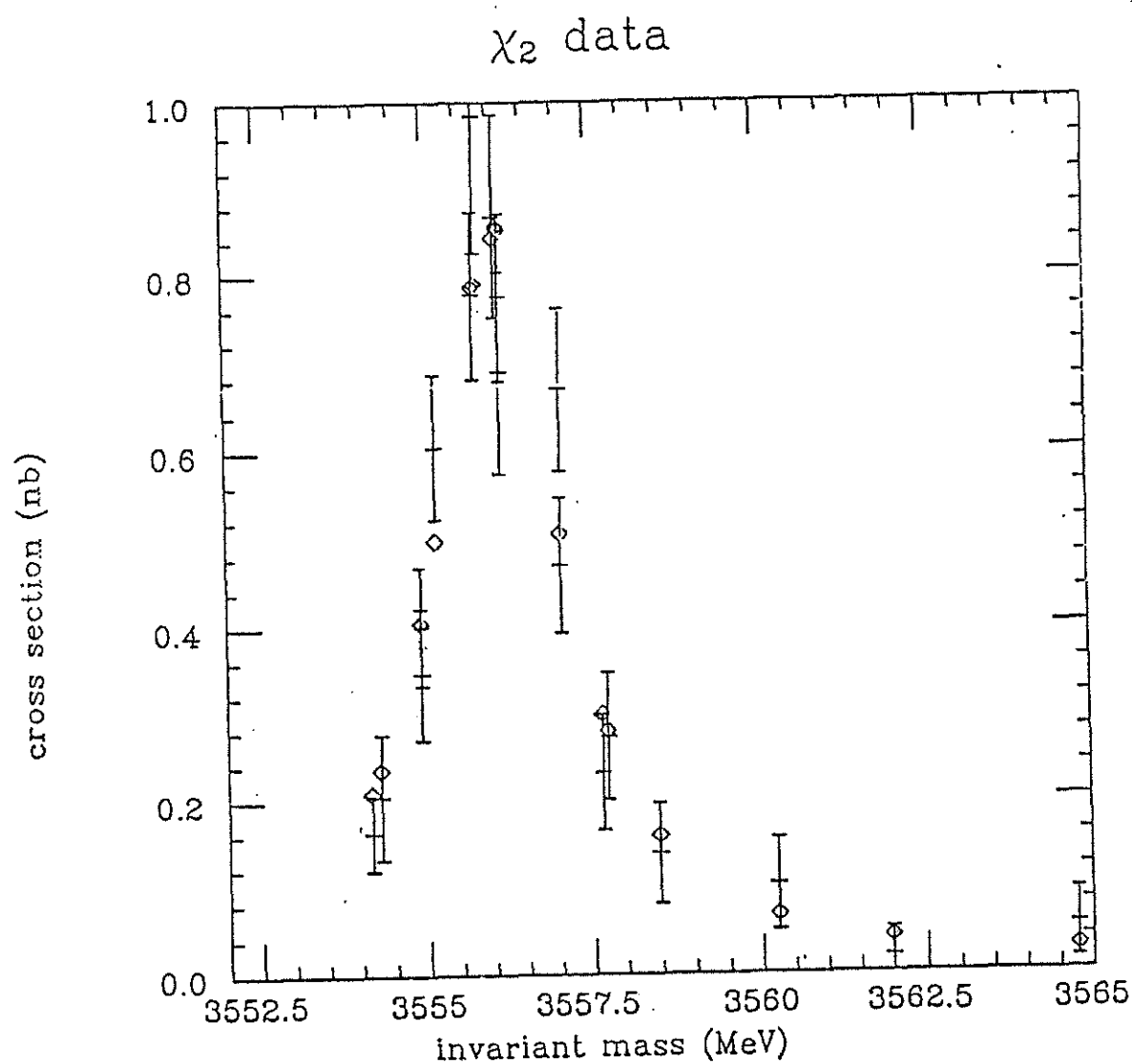


Figura 5.2: Curva di eccitazione misurata in due "scan" all'energia della χ_2 .

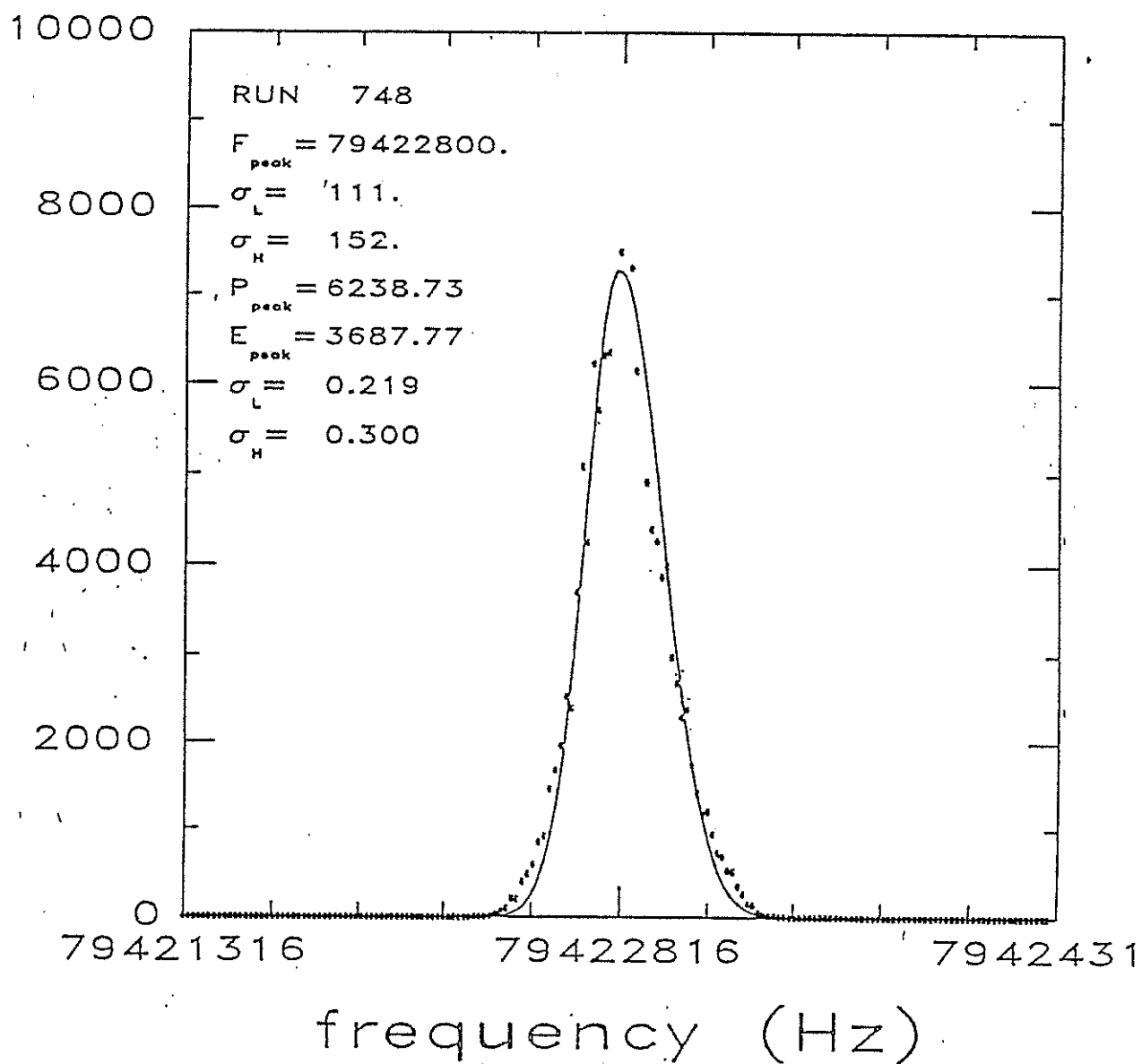


Figura 5.9: Spettro in frequenza del fascio e parametri della doppia gaussiana che lo descrive. La deviazione standard per alte frequenze differisce di circa il 20 % da quella per basse frequenze.

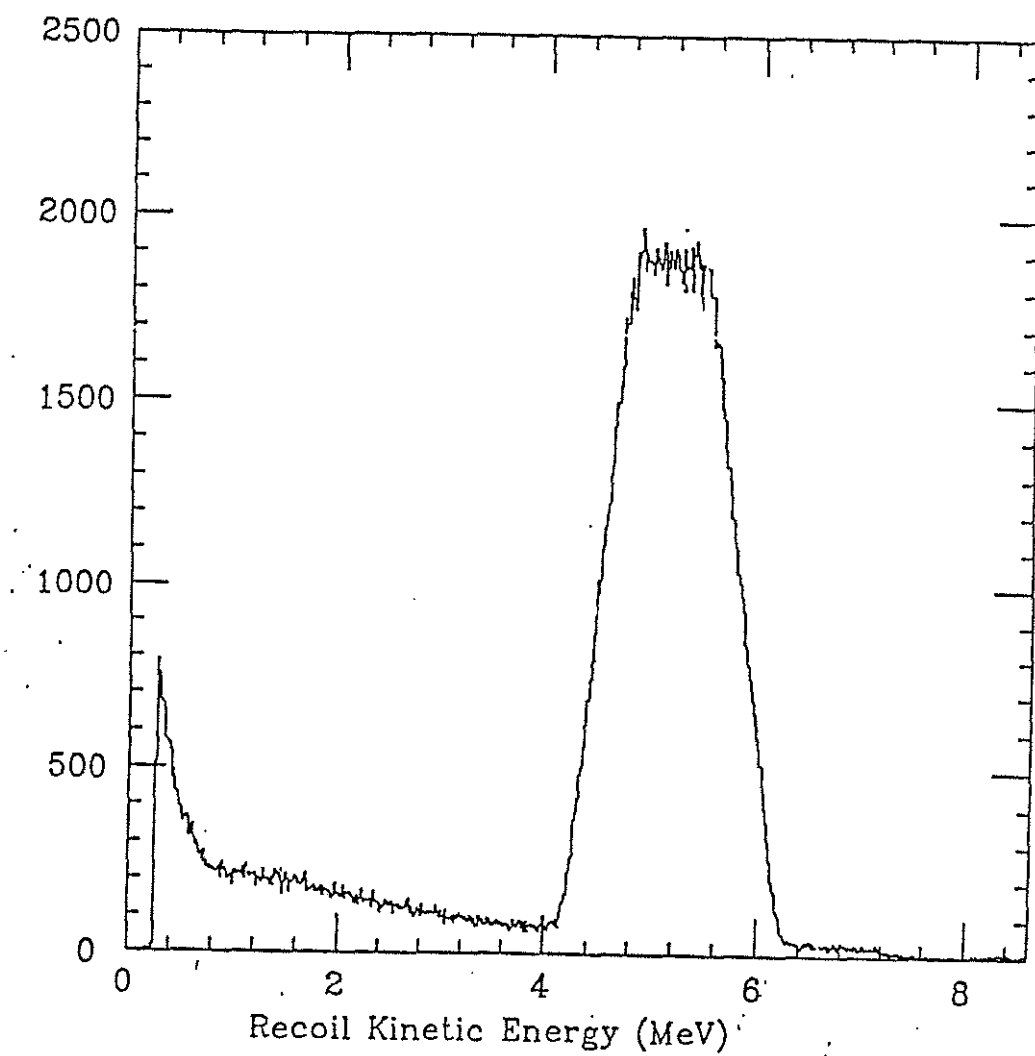


Figura 5.4: Distribuzione tipica degli antiprotoni rivelati dal monitor di luminosità.

Stato	M (MeV/c ²)	Γ (MeV)	$\Gamma_{p\bar{p}}$	σ_{peak}
χ_1	$3510.42 \pm 0.04 \pm 0.13$	$0.85 \pm 0.08 \pm 0.09$	73 ± 6	$2.93 \pm 0.35 \pm 0.22$
χ_2	$3556.06 \pm 0.06 \pm 0.17$	$1.96 \pm 0.19 \pm 0.15$	171 ± 22	$2.05 \pm 0.14 \pm 0.14$

Figura 5.5: Tabella dei risultati finali per gli stati χ_1 e χ_2 .

p_{beam} (MeV/c)	Eventi	Lum. int. (nb^{-1})	σ_{beam} (MeV/c)
5555.2	7	69.9	0.953
5551.2	36	79.6	0.881
5549.1	41	56.8	0.812
5553.2	16	80.3	0.965
5550.2	60	99.3	0.848
5548.0	37	81.7	0.871
5544.8	13	93.1	0.765
5549.5	59	109.4	0.842
5553.55	10	60.8	0.621
5552.29	18	60.5	0.617
5550.56	52	73.6	0.537
5548.32	36	71.8	0.485
5547.22	12	76.1	0.424
5546.3	15	63.7	0.384

Figura 5.6: La tabella riporta tutti i dati relativi ai 2 "scan" sulla risonanza χ_1 : impulso del fascio, numero di eventi trovato, luminosità integrata raccolta su nastro, larghezza del fascio.

p_{beam} (MeV/c)	Eventi	Lum. int. (nb^{-1})	σ_{beam} (MeV/c)
5758.2	0	63.6	0.872
5747.8	1	58.6	0.890
5740.2	2	51.4	0.740
5732.3	4	50.7	0.666
5724.7	30	48.5	0.582
5724.1	43	66.5	0.704
5723.6	25	38.6	0.718
5720.0	17	57.0	0.702
5717.6	10	39.9	0.702
5730.13	10	66.9	0.730
5730.40	10	60.1	0.750
5727.9	36	91.2	0.980
5727.82	39	91.4	0.821
5724.41	57	92.4	0.614
5722.87	53	91.2	0.566
5720.6	41	97.1	0.539
5719.7	28	93.4	0.560
5716.7	11	90.4	0.501

Figura 5.7: La tabella riporta tutti i dati relativi ai 2 "scan" sulla risonanza χ_2 : impulso del fascio, numero di eventi trovato, luminosità integrata raccolta su nastro, larghezza del fascio.

Conclusione

Riassumendo, in questo lavoro di tesi ci siamo occupati di tutte i problemi concernenti la selezione degli eventi χ_1 e χ_2 , lo studio delle caratteristiche del contatore Cerenkov e del calorimetro elettromagnetico, la misura delle efficienze dei tagli e lo studio della curva di eccitazione. In particolare abbiamo:

- Misurato l'efficienza del contatore Cerenkov utilizzando un campione di eventi $j/\psi \rightarrow e^+ e^-$ appositamente selezionati. Abbiamo inoltre studiato le caratteristiche dei segnali nei fototubi, per ricavarne dei criteri adatti al riconoscimento degli elettroni in funzione del numero di fotoelettroni rilasciati. Di questi criteri abbiamo poi misurato l'efficienza e il potere di reiezione.
- Studiato le caratteristiche dei "clusters" del calorimetro centrale con particolare riferimento alla loro distribuzione spaziale. In questo modo abbiamo ottenuto un criterio di separazione elettrone/adrone in funzione dei secondi momenti delle distribuzioni in energia, del quale abbiamo poi misurato l'efficienza.
- Studiato e misurato l'efficienza del fit cinematico come metodo di riconoscimento degli eventi $\chi \rightarrow j/\psi + \gamma$, sia con eventi generati con un Montecarlo, sia con gli eventi reali.

- Misurato l'efficienza e il potere di reiezione dei possibili tagli sui M.I.P. dell'odoscopio H2.
- Studiato quindi un criterio di selezione globale degli eventi, tenendo conto sia dell'ottimizzazione del rapporto segnale su fondo, sia della stabilità dei parametri della risonanza per piccole variazioni dei tagli.
- Determinato i parametri della risonanza, cioè massa, larghezza totale e sezione d'urto sul picco per gli stati χ_1 e χ_2 , tenendo opportunamente conto delle caratteristiche del fascio di antiprotoni.

I risultati ottenuti sono illustrati nel capitolo 5.

Appendice A

Il metodo di massima verosimiglianza

Il principio di massima verosimiglianza (Maximum Likelihood) è il metodo più generale per determinare i parametri di una distribuzione di probabilità la cui forma sia nota a priori.

Consideriamo una funzione di probabilità $P(x; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ dipendente da ν parametri liberi θ_i . Se supponiamo di fare N osservazioni indipendenti della variabile x , la densità di probabilità per questo insieme $\underline{x} = (x_1 \dots x_N)$ è data dalla funzione:

$$L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu) = \prod_{k=1}^N P(x_k; \theta_1 \dots \theta_\nu) \quad (\text{A.1})$$

che rappresenta naturalmente la probabilità di osservazione congiunta dei valori $x_1 \dots x_N$ e che è chiamata funzione di massima verosimiglianza. Poiché $P(x; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ è normalizzata, anche $L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ lo è, per cui:

$$\int_{\Omega} L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu) d\underline{x} = 1 \quad (\text{A.2})$$

Possiamo a questo punto vedere $x_1 \dots x_N$ come costanti assegnate e i parametri θ_i come variabili. Seguendo il principio di massima verosimiglianza prenderemo

come miglior stima di $\theta_1 \dots \theta_\nu$, i valori per cui la funzione $L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ è massima. Ammettendo che sia due volte derivabile in tutto l'intervallo dei parametri questo significa dover risolvere il sistema di equazioni non lineari:

$$\frac{\partial L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)}{\partial \theta_i} = \frac{\partial}{\partial \theta_i} \prod_{k=1}^N P(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu) = 0 \quad (\text{A.3})$$

unitamente alla condizione che la matrice delle derivate seconde :

$$U_{ij} = \frac{\partial^2 L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\theta = \theta_{max}} \quad (\text{A.4})$$

sia definita negativa.

La produttoria presente nella definizione di $L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ appesantisce un poco le formule per cui si preferisce calcolarne prima il logaritmo e poi derivarla. In questo modo il sistema che si ottiene è dato da:

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} \sum_{k=1}^N \log P(x_k; \theta_1 \dots \theta_\nu) = 0 \quad i = 1 \dots \nu \quad (\text{A.5})$$

In genere non è possibile risolvere questo sistema analiticamente ed è quindi necessario usare un metodo numerico al calcolatore. Nel caso in cui non si riesca a scrivere la funzione di massima verosimiglianza esplicitamente in termini dei suoi parametri liberi, ed è questo il caso, ad esempio, di quanto fatto da noi nel capitolo 5 per misurare massa, larghezza totale e sezione d'urto sul picco delle risonanze χ_1 e χ_2 , vi è una ulteriore complicazione associata alla normalizzazione della funzione stessa. Infatti, affinché il metodo funzioni, è necessario che la $L(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)$ sia una funzione di probabilità e sia quindi normalizzata a 1. Se non ho una sua espressione analitica devo ad ogni iterazione numerica rideterminare la costante di normalizzazione in funzione dei nuovi parametri, il che appesantisce sensibilmente il procedimento.

Il calcolo degli errori nella stima dei parametri in generale non è banale in quanto dipende dalla distribuzione di probabilità $P(x; \theta_1 \dots \theta_\nu)$. Se però abbiamo un numero abbastanza grande di misure possiamo, almeno in prima approssimazione, supporre che la funzione di massima verosimiglianza abbia una distribuzione gaussiana e che quindi il suo logaritmo possa essere approssimato con una curva parabolica. In questo caso si può mostrare che nel caso di un solo parametro libero l'errore è dato dalla relazione:

$$\left[-\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \theta^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{A.6})$$

dove \mathcal{L} è il logaritmo della funzione di massima verosimiglianza.

Nel caso di un problema a molti parametri ho una matrice delle derivate seconde:

$$U_{ij} = \frac{\partial^2 \mathcal{L}(\underline{x}; \theta_1 \dots \theta_\nu)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\theta}_{max}} \quad (\text{A.7})$$

che è legata alla matrice degli errori attraverso la relazione:

$$E_{ij} = U_{ij}^{-1} \quad (\text{A.8})$$

Gli elementi diagonali della matrice E_{ij} rappresentano gli errori dei parametri θ_i mentre gli elementi fuori dalla diagonale principale sono una stima della loro correlazione.

Bibliografia

- [1] **Gell-Mann**
Phys. Lett. 8,214 (1964)
- [2] **Weinberg**
Phys. Rev. Lett. 19,21 (1967)
- [3] **Weinberg**
Phys. Rev. Lett. 31 (1973) pag. 494
- [4] **Glashow, Iliopoulos e Maiani**
Phys. Rev. D2 (1970) pag. 1285
- [5] **Mutha**
"Quantum Cromodynamics"
- [6] **Yndurain**
"Quantum Cromodynamics", Springer-Verlag (1983)
- [7] **Feynman and Hibbs**
"Quantum mechanics and path integrals", McGraw-Hill Book (New York)
1965
- [8] **Otto and Stack**
Phys. Rev. Lett. 52 (1984) pag. 2328

- [9] **Stack**
Phys. Rev. D29 (1984) pag. 1213
- [10] **Laermann, Langhammer, Schmitt, Zerwass**
Phys. Lett. B173 (1986) pag. 437
- [11] **Reinders, Rubinstein, Yasaki**
Nucl. Phys. B186 (1981) pag. 109
- [12] **Aubert et al.**
Phys. Rev. Lett. 33,23 (1974)
- [13] **Augustin et al.**
Phys. Rev. Lett. 33,23 (1974)
- [14] **Abrams et al.**
Phys. Rev. Lett. 33,24 (1974)
- [15] **Shifman, Vainshtein, Voloshin, Zacharov**
Phys. Lett. B77 (1978) pag. 80
- [16] **Eichten et al.**
Phys. Rev. Lett. 34 (1975) pag. 369
- [17] **Eichten et al.**
Phys. Rev. D17 (1978) pag. 3090
- [18] **Eichten et al.**
Phys. Rev. D21 (1980) pag. 203
- [19] **Kwong, Rosner, Quigg**
Ann. Rev. Nucl. and Part. Sc. 37 (1987) pag. 325

- [20] **Richardson**
Phys. Lett. 82B (1979) pag. 272
- [21] **Quigg,Thacker,Rosner**
Phys. Rev. D21 (1980) pag. 234
- [22] **Quigg,Rosner**
Phys. Rev. D23 (1981) pag. 2625
- [23] **Thacker,Quigg,Rosner**
Phys. Rev. D18 (1978) pag. 274 e pag. 287
- [24] **Baglin et al.**
Phys. Lett. 172B (1986) pag. 455
- [25] **Baglin et al.**
Phys. Lett. 195B (1987) pag. 85
- [26] **Baglin et al.**
Phys. Lett. 187B (1987) pag. 191
- [27] **Baglin et al.**
Phys. Lett. 171B (1986) pag. 135
- [28] **Baglin et al.**
da pubblicare in Phys. Lett. B
- [29] **Martin,Olsson,Stirling**
Phys. Lett. 147B
- [30] **Brodsky,Lepage**
Phys. Rev. D24 pag. 2848

- [31] **M. Macri**
"Gas Jet Targets" - CERN
- [32] **Biino, Mussa, Palestini, Pastrone, Pesando**
Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Res. A271 (1988) pag. 417
- [33] **Calabrese et al.**
IEEE Transaction on Nucl. Scien. 36,1 (1989)
- [34] **C. Patrignani**
Tesi di Dottorato di Ricerca in Fisica. (Genova 1990)
- [35] **Borreani et al.**
Torino. Nota E760 41 (26 ottobre 1987)
- [36] **Agahi et al.**
(da pubblicare su NIM - A)
- [37] **Hasan et al.**
(da pubblicare su NIM - A)
- [38] **Fabjan - "Calorimetry in High Energy Physics"**
da : "Experimental Techniques in High Energy Physics",
Thomas Ferbel, Addison-Wesley (1987)
- [39] **Amaldi - "Fluctuations in Calorimetry Measurements"**
da : "Experimental Techniques in High Energy Physics",
Thomas Ferbel, Addison-Wesley (1987)
- [40] **Lyons**
"Statistics for nuclear and particle physicists", Cambridge Univ. Press (1986)

[41] **Frodesen, Skjeggstad, Tofte**

"Probability and Statistics in Particle Physics"

Universitetsforlaget - Oslo

[42] **Berger, Damgaard, Tsolos**

"Proceedings of the VIIth European Symposium on Antiproton Interactions", Durham, 9-13-1984 pag. 349