

Universidade Estadual de Campinas
Instituto de Física Gleb Wataghin

João de Abreu Barbosa Coelho

**Investigação de Mecanismos Alternativos a
Oscilação de Neutrinos no Experimento MINOS**

Tese de doutorado apresentada ao Instituto de
Física Gleb Wataghin da UNICAMP para ob-
tenção do título de Doutor em Ciências.

Orientador: Carlos Ourivio Escobar

Co-orientador: Amir Ordacgi Caldeira

Este exemplar corresponde à versão final da
tese defendida pelo aluno e orientada pelo
Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar.



Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar

Campinas, 2012

**FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA POR
VALKÍRIA SUCCI VICENTE – CRB8/5398 - BIBLIOTECA DO IFGW
UNICAMP**

C65i	<p>Coelho, João de Abreu Barbosa, 1984- Investigação de mecanismos alternativos a oscilação de neutrinos no experimento MINOS / João de Abreu Barbosa Coelho.-- Campinas, SP : [s.n.], 2012.</p> <p>Orientadores: Carlos Ourivio Escobar, Amir Ordacgi Caldeira. Tese (doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Instituto de Física “Gleb Wataghin”.</p> <p>1. Neutrinos. 2. Oscilações. 3. Descoerência. 4. MINOS. I. Escobar, Carlos Ourivio, 1948- II. Caldeira, Amir Ordacgi, 1950- III. Universidade Estadual de Campinas. Instituto de Física “Gleb Wataghin”. IV. Título.</p>
------	---

Informações para Biblioteca Digital

Título em inglês: Investigation of alternative mechanisms to neutrino oscillations in the MINOS experiment

Palavras-chave em inglês:

Neutrinos
Oscillations
Decoherence
MINOS

Titulação: Doutor em Ciências

Banca Examinadora:

Carlos Ourivio Escobar [Orientador]
Pedro Cunha de Holanda
Ernesto Kemp
Ricardo Avelino Gomes
Hiroshi Nunokawa

Data da Defesa: 28-02-2012

Programa de Pós-Graduação em: Física



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE **JOÃO DE ABREU BARBOSA COELHO- RA 024097**, APRESENTADA E APROVADA AO INSTITUTO DE FÍSICA “GLEB WATAGHIN” DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, EM 28/02/2012.

COMISSÃO JULGADORA:

Prof. Dr. Carlos Ourivio Escobar – DRCC/IFGW/UNICAMP

(Orientador do Candidato)

Prof. Dr. Pedro Cunha de Holanda - DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Ernesto Kemp - DRCC/IFGW/UNICAMP

Prof. Dr. Ricardo Avelino Gomes – IF/UFG

Prof. Dr. Hiroshi Nunokawa – IF/PUC-RJ

Agradecimentos

Mesmo que a redação de uma tese seja um trabalho solitário, a construção de seu conteúdo certamente não é. Ao longo dos últimos quatro anos eu tive o apoio de muitas pessoas que contribuíram das mais diversas formas para que hoje essa tese entre no papel.

Em primeiro lugar, gostaria de agradecer ao meu orientador, Carlos Escobar, pela paciência em esperar por meus contatos esporádicos e pela gentileza de não responder no mesmo ritmo. A meu co-orientador, Amir Caldeira, agradeço pelas frutíferas discussões e também pelas infrutíferas. Nossas conversas foram poucas, mas não passaram despercebidas.

Gostaria de agradecer também aos meus colegas de MINOS. O privilégio de fazer parte de uma colaboração de tantos talentos me marcará para sempre. Em especial, gostaria de agradecer a Greg Palowski, Rob Plunkett e Robert Hatcher por terem transformado a minha visita ao Fermilab num período tão proveitoso. Além disso, gostaria de agradecer especialmente ao Nue Group, onde aprendi o significado de colaboração. Sou muito grato a Ryan Patterson, Lisa Whitehead, Jeff Nelson, Mhair Orchanian, Ruth Toner, Jiajie Ling, Tingjun Yang, entre outros, pelas excelentes trocas de idéias. Muito obrigado também a Justin Evans, Chris Backhouse, Alex Himmel e Zeynep Isvan, por terem me ajudado tantas vezes com os detalhes da análise de desaparecimento.

Obrigado aos meus amigos e familiares pelos momentos de descontração essenciais para que eu pudesse continuar motivado a trabalhar no dia seguinte.

Termino por agradecer o apoio financeiro a FAPESP e CAPES. Meus estudos não seriam possíveis sem essa contribuição.

Resumo

A oscilação de neutrinos é um modelo muito bem sucedido em explicar uma grande variedade de experimentos. O modelo se embasa na premissa de que os neutrinos que interagem através da força fraca por corrente carregada não são autoestados de massa, mas uma superposição destes. De forma geral, a superposição em sistemas quânticos está sujeita a perda de coerência de forma que estados puros tendem a estados mistos. Esse tipo de evolução não é possível no contexto de sistemas quânticos isolados pois a evolução é unitária e, portanto, invariante por inversão temporal. A quebra da unitariedade permite que uma seta do tempo seja introduzida e o efeito característico para os neutrinos é o amortecimento das oscilações.

Investigamos aqui alguns modelos fenomenológicos de descoerência e decaimento que podem ser observados por MINOS, um experimento de oscilação de neutrinos que consiste em medir o fluxo de neutrinos produzidos num acelerador de partículas a 735 km de distância. Para esta tese, analisamos o desaparecimento de neutrinos muônicos em MINOS. Informações de outros experimentos são utilizadas para restringir o número de parâmetros de forma que apenas um parâmetro extra é introduzido para cada modelo. Adotamos uma dependência energética em forma de lei de potência para o parâmetro de descoerência. A simulação e software oficiais do experimento MINOS são utilizados para obter a sensibilidade do experimento aos efeitos de quebra de unitariedade considerados.

Abstract

The neutrino oscillation model is very successful in explaining a large variety of experiments. The model is based on the premise that the neutrinos that interact through the weak force via charged current are not mass eigenstates, but a superposition of them. In general, a quantum superposition is subject to loss of coherence, so that pure states tend toward mixed states. This type of evolution is not possible within the context of isolated quantum systems because the evolution is unitary and, therefore, is invariant under time reversal. By breaking unitarity, an arrow of time is introduced and the characteristic effect for neutrinos is a damping of oscillations.

In this thesis, some phenomenological decoherence and decay models are investigated, which could be observed by MINOS, a neutrino oscillation experiment that consists of measuring the neutrino flux produced in a particle accelerator 735 km away. We analyse the disappearance of muon neutrinos in MINOS. Information from other experiments is used to constrain the number of parameters, leaving only one extra parameter in each model. We assume a power law energy dependence of the decoherence parameter. The official MINOS software and simulation are used to obtain the experiment's sensitivities to the effects of unitarity breaking considered.

Sumário

Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
1 Introdução	1
2 Neutrinos Massivos	5
2.1 Modelo Padrão	5
2.2 Mistura de quarks	12
2.3 Além do Modelo Padrão	14
3 Modelos de transição de sabor	17
3.1 Mistura de neutrinos	17
3.2 Evolução temporal	19
3.3 Oscilação de neutrinos	21
3.3.1 Aproximações relevantes	23
3.3.2 Efeitos de matéria	25
3.4 Evolução não-unitária	26
3.4.1 Aproximações relevantes	29
3.5 Decaimento de neutrinos	32
3.5.1 Aproximações relevantes	34
3.6 Outros modelos	36

4	MINOS, KamLAND e a aproximação de duas famílias	39
4.1	Análise de KamLAND	40
4.2	Sensibilidade de MINOS a γ_{21}	45
5	O Experimento MINOS	51
5.1	O feixe NuMI	52
5.2	Os detectores de MINOS	56
5.2.1	Near Detector	57
5.2.2	Far Detector	60
5.3	Eletrônica e triggers	61
5.4	Calibração dos detectores	62
5.5	Simulação do feixe	64
5.6	Simulação dos detectores	65
5.6.1	Simulação de intensidade	67
5.7	Reconstrução de eventos	71
6	Análises de oscilação pura: Desaparecimento	73
6.1	Correções de fluxo	75
6.2	Previsão no Far Detector	75
6.3	Seleção de eventos	77
6.4	Aprimoramento da resolução de energia	82
6.5	Conjuntos de dados	85
6.6	Erros sistemáticos	89
6.7	Resultados	91
7	Análises de oscilação pura: Aparecimento	97
7.1	Seleção de eventos	98
7.2	Erros sistemáticos	100
7.3	Decomposição do Near Detector	102
7.3.1	Decomposição Generalizada	103
7.3.2	Implementação	109
7.3.3	Resultados	115

7.4	Extrapolação para o Far Detector	117
7.5	Ajuste de dados	118
7.6	Resultados	120
8	Sensibilidade à descoerência	125
8.1	Dificuldades computacionais	126
8.2	Erros sistemáticos	127
8.3	Testes da análise	131
8.4	Sensibilidade	131
9	Decaimento e outros modelos	139
9.1	Decaimento	139
9.2	Neutrinos estéreis e NSI	140
10	Conclusões e perspectivas	141
	Bibliography	145

Capítulo 1

Introdução

Em 1968, o fluxo de neutrinos solares foi medido pela primeira vez pelo experimento Homestake [1]. A conclusão que desafiou a comunidade científica por mais de 30 anos foi que estavam faltando neutrinos. O problema, chamado de problema dos neutrinos solares, foi solucionado apenas em 2002 pelo experimento SNO [2], confirmando o fenômeno de oscilação de neutrinos.

Analogamente, um déficit de neutrinos muônicos produzidos na atmosfera terrestre foi observado pelo experimento Kamiokande II [3] em 1988 e confirmado como um efeito de oscilação de neutrinos pelo experimento Super-Kamiokande [4] em 1998, determinando assim uma segunda escala de frequência de oscilação, muito maior que a frequência de oscilação de neutrinos solares.

Um grande número de experimentos confirmam as previsões do modelo de oscilação de neutrinos [5–14], de forma que ele é considerado um fato experimental e mecanismos alternativos de conversão de sabor estão relegados a efeitos subdominantes.

A conclusão a que se chega é que neutrinos possuem massa não nula e o Modelo Padrão precisa ser revisto. A introdução de massa para os neutrinos não é apenas uma revisão trivial do Modelo Padrão. Por serem os únicos férmions com carga elétrica nula no Modelo Padrão, os neutrinos são as únicas partículas que permitem a existência de termos de massa de Majorana [15]. E se esses termos podem existir, porque não existiriam? Neutrinos de Majorana seriam suas pró-

prias antipartículas possibilitando assim uma violação do número leptônico que pode estar relacionada à solução do problema da assimetria bariônica no universo [16]. Além disso, um dos possíveis termos de massa dos neutrinos corresponde ao único termo não renormalizável de dimensão 5 permitido no Modelo Padrão. Assim, a massa dos neutrinos pode ser a primeira manifestação de uma teoria mais fundamental [17].

Independente de como as massas dos neutrinos são geradas, os autoestados correspondentes a essas massas em geral serão diferentes dos autoestados da interação fraca. Assim, os neutrinos gerados em qualquer interação fraca correspondem a uma superposição de autoestados de massa cuja interferência gera um padrão oscilatório na probabilidade de criação de léptons carregados de um dado sabor.

É essa oscilação de sabor que o experimento MINOS [18] se propõe a medir. Utilizando um feixe de neutrinos gerado num acelerador de partículas no Fermilab, o experimento MINOS observa o fluxo de neutrinos que atinge um detector a 735 km de distância da origem do feixe. As distorções do espectro de energia observado nesse fluxo carregam informação sobre as massas e misturas dos neutrinos.

Nesta tese, investigamos alguns efeitos paralelos que poderiam ser medidos por MINOS dado este cenário de superposição de neutrinos massivos. A nossa questão básica é: Existe perda de coerência na evolução dos neutrinos? Para buscar respostas a essa pergunta vamos investigar alguns modelos em que a unitariedade da evolução é destruída. Ao quebrarmos a unitariedade do sistema, estamos impondo a ele uma seta do tempo que irá transformar estados puros em estados mistos e eliminar a interferência que gera a oscilação de neutrinos. A possibilidade de observação dessa destruição da interferência de neutrinos no experimento MINOS será avaliada.

Começaremos com uma revisão do Modelo Padrão de partículas elementares e a geração de massa dos neutrinos no Capítulo 2. Em seguida, vamos descrever como a superposição de neutrinos aparece a partir dos termos de massa dos neu-

trinos e derivar sua evolução temporal no Capítulo 3. Para a evolução temporal, consideraremos três modelos principais:

- Evolução unitária: Corresponde à oscilação de neutrinos simples. Também mencionaremos brevemente efeitos de interação com a matéria.
- Evolução não-unitária com conservação de probabilidade: Introduziremos aqui efeitos de descoerência de neutrinos.
- Decaimento de neutrinos massivos: Este é um possível efeito de evolução não-unitária em que a probabilidade não se conserva.

Ao final do capítulo, faremos menção a possíveis efeitos de neutrinos estéreis e interações além do Modelo Padrão para as probabilidades de conversão de sabor dos neutrinos. No Capítulo 4, vamos avaliar a relevância dos diversos parâmetros para a configuração de energia e distância de MINOS. Faremos uma análise simples dos dados do experimento KamLAND [19] para mostrar que a descoerência, assim como a oscilação, pode ser simplificada por uma aproximação de duas famílias para os neutrinos em MINOS.

Uma descrição detalhada do experimento MINOS será dada no Capítulo 5. Em seguida, as análises de oscilação pura mais recentes serão descritas nos Capítulos 6 e 7. No Capítulo 8, os detalhes específicos da análise de modelos alternativos desenvolvida para esta tese serão apresentados e obteremos a sensibilidade do experimento MINOS a um modelo de descoerência. Por fim, mencionamos brevemente os resultados de algumas análises de outros modelos alternativos realizadas por MINOS.

Capítulo 2

Neutrinos Massivos

O Modelo Padrão das partículas elementares é uma teoria extremamente bem sucedida. Contudo, o grande número de parâmetros livres do modelo é um motivo de preocupação para a maioria dos físicos e que poderia significar a existência de uma teoria mais fundamental. A massa dos neutrinos pode ser uma janela para essa nova teoria, visto que alguns termos que dão origem à massa dos neutrinos de Majorana, através da quebra espontânea de simetria [20–24], não são renormalizáveis, fazendo do Modelo Padrão uma teoria efetiva.

2.1 Modelo Padrão

A física de partículas estuda os componentes fundamentais da matéria e suas interações. O Modelo Padrão representa o nosso melhor conhecimento teórico nessa questão. Ele incorpora três forças fundamentais através de teorias de gauge onde cada força é relacionada a um grupo de simetria. Assim, dizemos que a simetria do Modelo Padrão é dada pelos grupo $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, onde a simetria $SU(2) \times U(1)$ é espontaneamente quebrada através da introdução de um campo escalar com um valor esperado do vácuo não nulo [25–29].

Além disso, devemos incluir o conteúdo de férmions do Modelo Padrão. Essa é uma escolha empírica e ocorre que existem 3 cópias idênticas, exceto pela massa¹, de um conjunto de 4 férmions fundamentais. Por simplicidade, vamos nos ater, por enquanto, a apenas uma dessas cópias. Assim, temos 4 férmions: os quarks up e down, o elétron e o neutrino do elétron.

Cada uma das simetrias $SU(N)$ é responsável por uma forma de interação. Isso ocorre da seguinte forma. Se escrevermos uma Lagrangiana de um campo fermiônico massivo ψ , na representação fundamental do grupo $SU(N)$, teremos:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \quad (2.1)$$

Essa Lagrangiana não é invariante por transformações locais de $SU(N)$ no entanto. Se quisermos que essa Lagrangiana respeite a simetria de gauge local de $SU(N)$, devemos substituir a derivada ∂_μ pela chamada derivada covariante $D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^a T^a$, onde g é a constante de acoplamento, T^a são os geradores de $SU(N)$ e o índice a corre de 1 a $N^2 - 1$. Isso irá introduzir os campos vetoriais A_μ^a em nossa Lagrangiana. Para que ela fique completa temos que adicionar também um termo cinético correspondente $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$, onde $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc}A_\mu^b A_\nu^c$ são os tensores do campo de gauge e f^{abc} são os fatores de estrutura de $SU(N)$. A Lagrangiana fica então:

$$\mathcal{L} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - gj^{a\mu}A_\mu^a - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} \quad (2.2)$$

onde $j^{a\mu} = \bar{\psi}\gamma^\mu T^a\psi$ é a corrente associada à interação com o bóson de gauge. Então, ao impormos a simetria $SU(N)$, somos obrigados a transformar nossa Lagrangiana de forma a incluir bósons de interação entre os férmions iniciais.

É importante notar que termos do tipo $A_\mu^a A^{a\mu}$ não são invariantes de gauge e portanto não podem ser incluídos. Isso significa que o campo vetorial introduzido pela simetria de gauge não pode ter massa. A força fraca é descrita através de interações entre férmions e bósons massivos, por isso há a necessidade de quebra da simetria de gauge no setor eletrofraco.

¹Ou, se preferir, pelos acoplamentos de Yukawa

Os quarks interagem através de todas as forças do Modelo Padrão. Eles entram na Lagrangiana do Modelo Padrão como tripletos de $SU(3)$, que representa a interação forte ou a cromodinâmica, e são os únicos férmions que possuem carga de cor. O elétron e o neutrino são representados por singletos de $SU(3)$ e possuem carga de cor nula.

O setor eletrofraco, $SU(2) \times U(1)$, é um pouco mais complicado devido a quebra espontânea de simetria e da violação de paridade na interação fraca.

De forma a descrever corretamente a violação de paridade nas interações fracas, apenas os campos de mão esquerda $\psi_L = \frac{1-\gamma_5}{2}\psi$ são representados por dubletos de $SU(2)$, ou seja, apenas as componentes de mão esquerda interagem através da força fraca representada por $SU(2)$. As componentes de mão direita $\psi_R = \frac{1+\gamma_5}{2}\psi$ são representadas por singletos de $SU(2)$.

Assim nós temos quarks e léptons de mão esquerda formando os dubletos:

$$\psi_L^q = \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \quad \psi_L^l = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

As componentes de mão direita formam os singletos u_R , d_R e e_R . Como o neutrino interage apenas através da força fraca, não há observação que indique a existência de uma componente de mão direita para o neutrino. Por isso, no Modelo Padrão, não existe o singlete correspondente ao neutrino de mão direita.

Aqui introduz-se um novo problema. Como as componentes de mão direita e esquerda dos campos estão em representações diferentes do grupo $SU(2)$, os termos do tipo $\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L$ não são invariantes de gauge. Esse é um segundo motivo pelo qual precisamos de uma quebra da simetria $SU(2) \times U(1)$. Independente disso, vemos que o neutrino não pode ter massa no Modelo Padrão, já que este prescinde de uma componente de mão direita.

Consideremos agora o mecanismo de quebra de espontânea de simetria no Modelo Padrão. Para tanto, incluímos um campo escalar complexo através da seguinte Lagrangiana:

$$\mathcal{L}_H = (D_\mu^\phi \phi)^\dagger (D^{\phi\mu} \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \quad (2.4)$$

onde ϕ é um dubleto de $SU(2)$, $D_\mu^\phi = \partial_\mu + ig\frac{1}{2}\sigma^a W_\mu^a + ig'\frac{1}{2}Y_\phi B_\mu$, W_μ^a e B_μ são os bósons de gauge de $SU(2)$ e $U(1)$ respectivamente, g e g' são constantes de acoplamento, σ^a são as matrizes de Pauli que geram $SU(2)$, $Y_\phi = 1$ é o gerador de $U(1)$ que chamaremos de híper-carga do campo ϕ e:

$$V(x) = -\mu^2 x + \lambda x^2 = \lambda \left(x - \mu^2/2\lambda\right)^2 - \mu^4/4\lambda \quad (2.5)$$

com μ^2 e λ positivos. A escolha do valor da híper-carga nesse ponto é arbitrária pois ela pode ser redefinida em relação a g' .

Devido ao potencial $V(\phi^\dagger\phi)$, o valor esperado no vácuo $\langle \phi^\dagger\phi \rangle_0 = v^2/2$, com $v^2 = \mu^2/\lambda$. Existe uma liberdade de escolha da forma de ϕ que corresponde a esse valor esperado no vácuo que está relacionada à invariância de gauge em $SU(2)$. De forma geral podemos escrever o campo ϕ como:

$$\phi(x) = e^{i\frac{1}{2}\sigma^a\theta^a(x)} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H(x)}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Essa forma foi escolhida de forma que os campos reais θ^a e H têm valor esperado do vácuo nulo. As fases relacionadas aos campos reais θ^a podem ser eliminadas por uma transformação de gauge local de forma que o campo ϕ passa a ser parametrizado apenas por H . Os graus de liberdade de θ^a serão transferidos para os campos de gauge de $SU(2)$ o que possibilita a geração de massa para os mesmos.

Substituindo a equação (2.6) em (2.4) temos:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_H &= \frac{1}{2}\partial_\mu H\partial^\mu H - \frac{\lambda}{4}(2vH + H^2)^2 \\ &\quad + \frac{g^2}{4}(v+H)^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{g^2 + g'^2}{8}(v+H)^2 Z_\mu Z^\mu \end{aligned} \quad (2.7)$$

onde redefinimos os campos

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2), \quad Z_\mu = \cos\theta_W W_\mu^3 - \text{sen}\theta_W B_\mu \quad (2.8)$$

onde $\cos \theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}}$ e $\sin \theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}}$. W_μ^\pm e Z_μ são agora identificados como os bósons W^\pm e Z^0 da força fraca. O campo H é um bóson escalar de carga nula que identificamos como o bóson de Higgs. Na Lagrangiana (2.7) identificamos termos de massa para os campos W_μ^\pm , Z_μ e H :

$$\mathcal{L}_m = m_W^2 W_\mu^+ W^{-\mu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z^\mu - \frac{1}{2} m_H^2 H^2 \quad (2.9)$$

onde $m_W^2 = \frac{1}{4} g^2 v^2$, $m_Z^2 = \frac{1}{4} (g^2 + g'^2) v^2$ e $m_H^2 = 2\lambda v^2 = 2\mu^2$. O campo ortogonal à Z_μ é dado por:

$$A_\mu = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \quad (2.10)$$

e representa o fóton que permanece sem massa.

Analisemos agora o termo cinético dos bósons de gauge de $SU(2)$:

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4} W^{a\mu\nu} W_{\mu\nu}^a - \frac{1}{4} B^{\mu\nu} B_{\mu\nu} \quad (2.11)$$

Os termos que contêm derivadas de W_μ^\pm aparecem apenas em $W_{\mu\nu}^a|_{a=1,2}$. Esses dois termos podem ser escritos como:

$$W_{\mu\nu}^1 W^{1\mu\nu} + W_{\mu\nu}^2 W^{2\mu\nu} = (W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2) (W^{1\mu\nu} + iW^{2\mu\nu}) = W_{\mu\nu}^+ W^{-\mu\nu} \quad (2.12)$$

Temos então que:

$$W_{\mu\nu}^+ = D_\mu^W W_\nu^+ - D_\nu^W W_\mu^+ \quad (2.13)$$

onde $D_\mu^W = \partial_\mu + igW_\mu^3 = \partial_\mu + ig(\sin \theta_W A_\mu - \cos \theta_W Z_\mu)$ é uma derivada covariante. Essa derivada covariante será responsável pela interação eletromagnética do bóson W através do fóton. Como queremos que o bóson W tenha carga e :

$$e = g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W \quad (2.14)$$

Agora consideremos as implicações da quebra de simetria para a Lagrangiana da interação eletrofraca. A interação eletrofraca se dará através da derivada covariante $D_\mu^{EW} = \partial_\mu + igT^a W_\mu^a + ig'\frac{1}{2}Y B_\mu$, onde $T^a = \frac{1}{2}\sigma^a$ para dubletos de $SU(2)$ e $T^a = 0$ para singletos. Após a quebra de simetria temos:

$$D_\mu^{EW} = \partial_\mu + i\frac{1}{2}g \begin{pmatrix} 0 & W_\mu^+ \\ W_\mu^- & 0 \end{pmatrix} + ie \left(T^3 + \frac{1}{2}Y \right) A_\mu + ie \left(T^3 \cot \theta_W - \frac{1}{2}Y \tan \theta_W \right) Z_\mu \quad (2.15)$$

Identificamos assim a carga eletromagnética $Q = T^3 + \frac{1}{2}Y$ que é a relação de Gell-Mann-Nishijima [30, 31]. A Tabela 2.1 mostra os valores de diversos números quânticos dos férmions da primeira família.

	T	T^3	Y	Q		T	T^3	Y	Q
u_L	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	$+\frac{2}{3}$	u_R	0	0	$+\frac{4}{3}$	$+\frac{2}{3}$
d_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	d_R	0	0	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
e_L	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1	e_R	0	0	-2	-1
ν_{eL}	$\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	-1	0					

Tabela 2.1: Números quânticos associados aos campos fermiônicos. T é o isospin, cuja terceira componente é dada por T^3 , Y é a híper-carga e Q é a carga eletromagnética do campo em questão.

A Lagrangiana eletrofraca é dada por:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} = & i\bar{\psi}_L^q \gamma^\mu D_\mu^{EW} \psi_L^q + i\bar{\psi}_L^l \gamma^\mu D_\mu^{EW} \psi_L^l \\ & + i\bar{u}_R \gamma^\mu D_\mu^{EW} u_R + i\bar{d}_R \gamma^\mu D_\mu^{EW} d_R + i\bar{e}_R \gamma^\mu D_\mu^{EW} e_R \end{aligned} \quad (2.16)$$

Utilizando a equação (2.15) obtemos a seguinte Lagrangiana de interação eletrofraca:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW}^I &= -\frac{g}{\sqrt{2}} (j_{CC}^\mu W_\mu^+ + h.c.) - e j_{em}^\mu A_\mu \\ &\quad - \frac{g}{\cos \theta_W} (J^{3\mu} - \sin^2 \theta_W j_{em}^\mu) Z_\mu \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde:

$$\begin{aligned} j_{CC}^\mu &= \bar{u}_L \gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu e_L \\ J^{3\mu} &= \bar{\psi}_L^q \gamma^\mu T^3 \psi_L^q + \bar{\psi}_L^l \gamma^\mu T^3 \psi_L^l \\ j_{em}^\mu &= \frac{2}{3} \bar{u} \gamma^\mu u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma^\mu d - \bar{e} \gamma^\mu e \end{aligned} \quad (2.18)$$

Temos assim os termos correspondentes às interações fracas de corrente carregada e corrente neutra, intermediadas pelos bósons W^\pm e Z^0 respectivamente, e à interação eletromagnética intermediada pelo fóton.

As massas dos férmions são incluídas a partir de termos de interação com o campo escalar através dos chamados acoplamentos de Yukawa. Podemos escrever a Lagrangiana de Yukawa como:

$$\mathcal{L}_Y = -\frac{\sqrt{2}}{v} \left(\bar{\psi}_L^q m_u u_R \tilde{\phi} + \bar{\psi}_L^q m_d d_R \phi + \bar{\psi}_L^l m_e e_R \phi + h.c. \right) \quad (2.19)$$

onde $\tilde{\phi} = i\sigma^2 \phi^*$ é o dubleto de Higgs conjugado. O uso desse dubleto no caso do quark up é necessário para assegurar a invariância de gauge $U(1)$. Após a quebra de simetria temos:

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (m_u \bar{u}_L u_R + m_d \bar{d}_L d_R + m_e \bar{e}_L e_R + h.c.) \quad (2.20)$$

Assim vemos que a interação entre o campo escalar e os férmions é responsável pela geração de massa para os mesmos. Além disso obtemos um termo de interação entre os férmions e o bóson de Higgs que é proporcional à massa do férmion. A massa dos férmions entra no entanto como um parâmetro livre do

modelo. Em princípio essa massa pode inclusive ser complexa, porém a fase adicional seria absorvida por uma transformação de gauge dos campos fermiônicos de forma que podemos sempre escolher massas reais. Como indicado anteriormente, não temos um termo de massa para o neutrino pois este não possui uma componente de mão direita.

2.2 Mistura de quarks

As três cópias dos férmions fundamentais descritos na seção anterior possuem propriedades idênticas exceto por suas massas. Assim temos os seguintes campos:

$$\begin{aligned} \psi_L^{q1} &= \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, & \psi_L^{q2} &= \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, & \psi_L^{q3} &= \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix} \\ \psi_L^{l1} &= \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, & \psi_L^{l2} &= \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, & \psi_L^{l3} &= \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix} \\ & u_R, c_R, t_R, & d_R, s_R, b_R, & e_R, \mu_R, \tau_R \end{aligned} \quad (2.21)$$

A grande diferença é que agora os termos do acoplamento de Yukawa se tornam:

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) (\bar{U}_L M_U U_R + \bar{D}_L M_D D_R + \bar{\mathcal{E}}_L M_{\mathcal{E}} \mathcal{E}_R + h.c.) \quad (2.22)$$

onde M_U , M_D e $M_{\mathcal{E}}$, são matrizes 3×3 complexas arbitrárias e $U_{L,R}$, $D_{L,R}$ e $\mathcal{E}_{L,R}$ são dados por:

$$U_{L,R} = \begin{pmatrix} u_{L,R} \\ c_{L,R} \\ t_{L,R} \end{pmatrix}, \quad D_{L,R} = \begin{pmatrix} d_{L,R} \\ s_{L,R} \\ b_{L,R} \end{pmatrix}, \quad \mathcal{E}_{L,R} = \begin{pmatrix} e_{L,R} \\ \mu_{L,R} \\ \tau_{L,R} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Para encontrarmos as massas das partículas temos que diagonalizar as matrizes M_U , M_D e $M_{\mathcal{E}}$ de forma que:

$$M_U = V_L^U M_U^{diag} V_R^{U\dagger}, \quad M_D = V_L^D M_D^{diag} V_R^{D\dagger}, \quad M_{\mathcal{E}} = V_L^{\mathcal{E}} M_{\mathcal{E}}^{diag} V_R^{\mathcal{E}\dagger} \quad (2.24)$$

As matrizes M_U^{diag} , M_D^{diag} e $M_{\mathcal{E}}^{diag}$ são diagonais e positivas e as matrizes $V_{L,R}^{U,D,\mathcal{E}}$ são matrizes 3×3 unitárias. Assim, podemos redefinir os campos:

$$U_{L,R} \rightarrow V_{L,R}^U U_{L,R}, \quad D_{L,R} \rightarrow V_{L,R}^D D_{L,R} \text{ e } \mathcal{E}_{L,R} \rightarrow V_{L,R}^{\mathcal{E}} \mathcal{E}_{L,R} \quad (2.25)$$

A Lagrangiana de Yukawa fica então:

$$\mathcal{L}_Y = - \left(1 + \frac{H}{v} \right) \left(\bar{U}_L M_U^{diag} U_R + \bar{D}_L M_D^{diag} D_R + \bar{\mathcal{E}}_L M_{\mathcal{E}}^{diag} \mathcal{E}_R + h.c. \right) \quad (2.26)$$

Como as matrizes $V_{L,R}^{U,D,\mathcal{E}}$ são unitárias, o único termo da Lagrangiana completa do Modelo Padrão que será alterado pela redefinição dos campos fermiônicos é a Lagrangiana de interação fraca por corrente carregada.

$$j_{CC}^\mu = \bar{U}_L \gamma^\mu V D_L + \bar{\mathcal{N}}_L \gamma^\mu V_L^{\mathcal{E}} \mathcal{E}_L \quad (2.27)$$

onde definimos $V = V_L^{U\dagger} V_L^D$ e $\bar{\mathcal{N}}_L = (\bar{\nu}_{eL} \bar{\nu}_{\mu L} \bar{\nu}_{\tau L})$. Porém, como os neutrinos não têm massa no Modelo Padrão, não houve necessidade de diagonalização dos acoplamentos de Yukawa para eles e portanto a parte leptônica da corrente carregada permanece inalterada com a transformação $\mathcal{N}_L \rightarrow V_L^{\mathcal{E}} \mathcal{N}_L$.

Vemos assim que a interação fraca por corrente carregada ocorre numa superposição dos autoestados de massa dos quarks dada por $D_L^{mix} = V D_L$, onde V é uma matriz unitária chamada matriz CKM (Cabibbo-Kobayashi-Maskawa) [32, 33]. O mesmo não ocorre no setor leptônico pois os neutrinos não têm massa no Modelo Padrão. Toda matriz unitária possui 9 parâmetros reais: 3 ângulos e

6 fases. Porém, 5 fases podem ser absorvidas por rotações de fase dos campos U e D . A matriz CKM é portanto parametrizada por 3 ângulos e 1 fase.

2.3 Além do Modelo Padrão

O Modelo Padrão descrevia bem os resultados experimentais até a descoberta da oscilação de neutrinos. Resultados de experimentos com neutrinos solares, neutrinos de reatores nucleares, neutrinos atmosféricos e neutrinos produzidos em aceleradores, todos indicam a existência de uma mistura entre neutrinos de diferentes sabores de forma análoga à mistura que ocorre entre os quarks no Modelo Padrão. A conclusão lógica é que neutrinos devem ter massa, de forma que os autoestados de massa não coincidam com os autoestados que se acoplam com a interação fraca por corrente carregada.

A origem da massa dos neutrinos ainda é uma questão em aberto. A forma mais simples de gerar massa para os neutrinos é seguir o mesmo procedimento utilizado para os quarks, adicionando um campo de mão direita para cada neutrino, que não irá se acoplar a nenhum bóson de gauge pois possui carga nula. Entretanto, a ausência de carga elétrica no neutrino possibilita a existência de um novo termo de massa para o campo de mão direita. Com efeito, temos a seguinte Lagrangiana de massa para os neutrinos após a quebra espontânea de simetria:

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\bar{\mathcal{N}}_L m_D \mathcal{N}_R - \frac{1}{2} \mathcal{N}_R^T C^{-1} M_M \mathcal{N}_R + h.c. \quad (2.28)$$

onde C é a matriz unitária de conjugação de carga e m_D e M_M são matrizes de acoplamento 3×3 , sendo m_D uma matriz complexa arbitrária e M_M uma matriz complexa simétrica. O primeiro termo é proveniente do acoplamento de Yukawa com o campo de Higgs e é chamada massa de Dirac. A conjugação de carga possibilita a construção do segundo termo pois ela inverte a quiralidade do neutrino. Esse termo não pode existir para férmions carregados no entanto, pois

ele não conservaria carga, e é chamada massa de Majorana. A Lagrangiana de massa pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\mathcal{N}}_L & \mathcal{N}_R^T C^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C\bar{\mathcal{N}}_L^T \\ \mathcal{N}_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.29)$$

A matriz de massa 6×6 simétrica que aparece nessa equação deve ser diagonalizada para que encontremos os 6 autoestados de massa correspondentes. Eles serão combinações de neutrinos de mão direita e mão esquerda.

Uma possibilidade interessante ocorre quando $M_M \gg m_D$. Nesse caso, podemos transformar a matriz de massa através da seguinte matriz de transformação:

$$U = \begin{pmatrix} 1 & m_D^* (M_M^{-1})^* \\ -M_M^{-1} m_D^T & 1 \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Em primeira ordem em $\frac{m_D}{M_M}$, a matriz U satisfaz $U^\dagger U = 1$. Obtemos então a seguinte forma aproximada da matriz de massa:

$$U^T \begin{pmatrix} 0 & m_D \\ m_D^T & M_M \end{pmatrix} U \approx \begin{pmatrix} -m_D M_M^{-1} m_D^T & 0 \\ 0 & M_M \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Com isso, obtemos duas escalas de massa. A primeira é da ordem de $m_D^2/M_M \ll m_D$ de tal forma que esses neutrinos terão massas muito pequenas mesmo que o acoplamento de Yukawa não seja pequeno. Esses neutrinos serão predominantemente de mão esquerda e correspondem aos neutrinos ativos que observamos nos experimentos. A segunda é da ordem de $M_M \gg m_D$ e corresponde a novas partículas de massa muito grande que são predominantemente neutrinos de mão direita estéreis.

Existem muitos outros modelos de geração de massa para os neutrinos. Eles incluem a possibilidade de termos não renormalizáveis com acoplamento duplo com o dubleto de Higgs, acoplamentos com um tripleto de Higgs, que seria mais

um campo escalar no Modelo Padrão, etc. Porém a baixas energias todos os modelos devem recair sobre termos de massa do tipo:

$$\mathcal{L}_{m_\nu} = -\frac{1}{2} \left(\bar{\mathcal{N}}_L \quad \mathcal{N}_R^T C^{-1} \right) \begin{pmatrix} M_M^L & m_D \\ m_D^T & M_M^R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C\bar{\mathcal{N}}_L^T \\ \mathcal{N}_R \end{pmatrix} + h.c. \quad (2.32)$$

onde M_M^R corresponde a um termo de massa de Majorana para neutrinos de mão direita, M_M^L corresponde a um termo de massa de Majorana para neutrinos de mão esquerda e m_D corresponde ao termo de massa de Dirac proveniente do acoplamento de Yukawa.

A diagonalização dessa Lagrangiana implica na determinação de autoestados de massa dos neutrinos que por sua vez podem não corresponder aos autoestados da interação fraca. Um aspecto diferente ocorre com os neutrinos. Se houver uma massa de Majorana não nula, o termo correspondente não é invariante por transformações de gauge globais o que implica na violação de número leptônico e fixa a fase dos campos dos neutrinos. Isso têm implicações para a mistura de neutrinos pois estes não poderão mais absorver as fases da matriz de mistura. Assim, a matriz de mistura para neutrinos de Majorana deve ser parametrizada por 3 ângulos e 3 fases.

Para uma revisão mais detalhada dos mecanismos de geração de massa para os neutrinos, recomenda-se as notas de aula de Bilenky [34] e suas referências.

Capítulo 3

Modelos de transição de sabor

No capítulo anterior, vimos como a massa das partículas é gerada a partir do acoplamento com o bóson de Higgs e como isso implica na definição de autoestados de massa que podem diferir dos autoestados da interação fraca. Vamos agora investigar as consequências disso para mistura e evolução dos neutrinos.

3.1 Mistura de neutrinos

Os autoestados de massa e os autoestados de sabor se relacionam através de uma transformação unitária que podemos parametrizar da seguinte forma:

$$U' = S^\dagger(\boldsymbol{\beta}) U S(\boldsymbol{\alpha}) \quad (3.1)$$

onde $S(\boldsymbol{\alpha}) = \text{diag}(e^{i\alpha_1}, e^{i\alpha_2}, 1)$, $S(\boldsymbol{\beta}) = \text{diag}(e^{i\beta_1}, e^{i\beta_2}, e^{i\beta_3})$ e U é uma matriz unitária. As matrizes S podem ser escolhidas de forma a remover 5 fases de U tal que restam 3 ângulos e 1 fase apenas. A matriz U , conhecida como matriz PMNS (Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata) [35, 36], pode agora ser parametrizada por:

$$\begin{aligned}
U &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta_{CP}} & 0 & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{CP}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{CP}} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix} \quad (3.2)
\end{aligned}$$

onde $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$ e $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$. A partir da equação (2.27), a corrente carregada leptônica fica então:

$$\left(j_{CC}^{lep} \right)^\mu = \bar{N}_L S^\dagger(\boldsymbol{\alpha}) U^\dagger S(\boldsymbol{\beta}) \gamma^\mu \mathcal{E}_L \quad (3.3)$$

A matriz $S(\boldsymbol{\beta})$ pode ser absorvida pelos campos dos léptons carregados por transformações de fase. A matriz $S(\boldsymbol{\alpha})$, no entanto, só poderá ser absorvida pelos campos dos neutrinos se estes não possuírem um termo de massa de Majorana que fixa suas fases. Assim, temos que os neutrinos que participam da interação por corrente carregada se relacionam com os autoestados de massa dos neutrinos da seguinte forma:

$$|\nu_f\rangle = \sum_j U_{fj} e^{i\alpha_j} |\nu_j\rangle \quad (3.4)$$

onde $|\nu_f\rangle$ são os autoestados de interação, com $f = e, \mu, \tau$, $|\nu_j\rangle$ são os autoestados de massa, com $j = 1, 2, 3$, e $\alpha_3 = 1$. No formalismo de matriz densidade, dado um sabor f temos que os elementos de $\rho_f = |\nu_f\rangle\langle\nu_f|$ são dados por:

$$\langle\nu_j|\rho_f|\nu_k\rangle = U_{fj}U_{fk}^* e^{i(\alpha_j - \alpha_k)} \quad (3.5)$$

Nessa equação, índices repetidos não estão sendo somados.

3.2 Evolução temporal

Vamos nos concentrar agora na evolução temporal dos neutrinos. Nesta seção, descreveremos uma evolução genérica, descrita por uma equação diferencial de primeira ordem linear e homogênea, dada por:

$$\partial_t \rho = \mathcal{T}[\rho] \quad (3.6)$$

Em analogia ao desenvolvimento de Bennatti e Floreanini [37], vamos expandir todos os operadores na seguinte base:

$$F_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} I_3, \quad F_j = \frac{1}{\sqrt{2}} \Lambda_j \quad (j = 1, 2, \dots, 8) \quad (3.7)$$

onde I_3 é a matriz identidade 3×3 e Λ_j são as matrizes de Gell-Mann. Vamos adotar uma ordenação não convencional para as matrizes de Gell-Mann para simplificar a visualização de matrizes que definiremos em breve. Nesta tese, as matrizes de Gell-Mann serão dadas por:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \Lambda_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix} \\ \Lambda_3 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \Lambda_4 &= \begin{bmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Lambda_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \Lambda_6 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \Lambda_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \Lambda_8 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8)$$

A base satisfaz:

$$[F_j, F_k] = i \sum_l f_{jkl} F_l \quad , \quad \text{tr} [F_j F_k] = \delta_{jk} \quad (3.9)$$

onde f_{jkl} são as constantes de estrutura do $SU(3)$. Qualquer operador que atua nesse espaço de Hilbert pode ser expandido da seguinte forma:

$$\mathcal{O} = \sum_j \text{tr} [\mathcal{O} F_j] F_j \quad (3.10)$$

A equação de evolução então se torna:

$$\partial_t \vec{\rho} = \widetilde{\mathcal{F}} \vec{\rho} \quad (3.11)$$

que é um sistema de 9 equações diferenciais lineares de primeira ordem acopladas onde $\vec{\rho}$ é um vetor de componentes $\rho_j = \text{tr} [\rho F_j]$ e $\widetilde{\mathcal{F}}$ é uma matriz 9×9 arbitrária. A solução desse sistema é dada por:

$$\vec{\rho}(t) = e^{\widetilde{\mathcal{F}} t} \vec{\rho}(0) = V e^{\widetilde{\mathcal{F}}_D t} V^{-1} \vec{\rho}(0) \quad (3.12)$$

onde $\widetilde{\mathcal{F}}_D = V^{-1} \widetilde{\mathcal{F}} V$ é a matriz $\widetilde{\mathcal{F}}$ diagonalizada pela matriz V de autovetores de $\widetilde{\mathcal{F}}$. Assim, resumimos a solução a um problema de autovalores e autovetores.

Agora consideremos uma transformação S tal que $\rho' = S \rho S^{-1}$. Expandindo na base F_j temos:

$$\partial_t \vec{\rho}' = \widetilde{S}^{-1} \widetilde{H} \widetilde{S} \vec{\rho}' \quad (3.13)$$

onde $\widetilde{S}_{jk} = \sum_{lm} \text{tr} [S F_l] \text{tr} [S^{-1} F_m] \text{tr} [F_j F_l F_k F_m]$. Vemos que se $[\widetilde{\mathcal{F}}, \widetilde{S}] = 0$ então a evolução é invariante por transformações do tipo S .

Um caso de interesse será a matriz das fases de Majorana $S(\boldsymbol{\alpha})$, que na base de autoestados de massa pode ser representada por:

$$\tilde{S}(\boldsymbol{\alpha}) = \begin{bmatrix} I_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R(\alpha_1 - \alpha_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R(\alpha_1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R(\alpha_2) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

onde $R(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ e I_3 é a matriz identidade 3×3 .

3.3 Oscilação de neutrinos

Vamos nos concentrar agora na evolução temporal unitária usual da mecânica quântica dada pela equação de Liouville-von Neumann:

$$\partial_t \rho = -i [H, \rho] \quad (3.15)$$

onde H é a hamiltoniana do sistema. Aqui, vamos trabalhar com a propagação de neutrinos no vácuo. A Hamiltoniana na base dos autoestados de massa é dada por:

$$\begin{aligned} H_{vac} &= \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{3}(\Delta_{21} + \Delta_{31}) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{3}(\Delta_{21} - \Delta_{32}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3}(\Delta_{31} + \Delta_{32}) \end{bmatrix} + E \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde E_i são as energias dos autoestados de massa, $E = \frac{1}{3}(E_1 + E_2 + E_3)$ e $\Delta_{ij} = E_i - E_j$. Na prática, neutrinos são altamente relativísticos. Supondo que um neutrino é produzido com um momento $p \approx E$ bem definido, podemos expandir as energias até ordem $\frac{m_j^2}{E^2}$ de forma que $\Delta_{ij} \approx \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E}$.

Expandindo na base F_j temos:

$$\partial_t \vec{\rho} = \tilde{H}_{vac} \vec{\rho} \quad (3.17)$$

onde $\left(\tilde{H}_{vac}\right)_{jk} = \sum_l \text{tr} [H_{vac} F_l] f_{lkj}$, cuja forma explícita é:

$$\tilde{H}_{vac} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -i\sigma_2 \Delta_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\sigma_2 \Delta_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\sigma_2 \Delta_{32} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

onde $\sigma_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$ é uma matriz de Pauli e $0_{3 \times 3}$ é a matriz nula 3×3 .

\tilde{H}_{vac} é diagonal por blocos de forma que podemos resolver o sistema separadamente para cada bloco. Vemos então que os autovalores serão da forma $\lambda_{jk} = i\Delta_{jk}$. Portanto temos 3 autovalores nulos, que não alteram suas componentes, de forma que $\rho_j(t) = \rho_j(0)$ para $j = 0, 3, 8$. As outras equações envolverão termos oscilatórios do tipo $e^{i\Delta_{jk}}$ e darão origem ao que chamamos de oscilação de neutrinos.

Na base dos autoestados de massa, a evolução temporal da matriz densidade fica:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) & \rho_{21}^*(0) e^{i\Delta_{21}t} & \rho_{31}^*(0) e^{i\Delta_{31}t} \\ \rho_{21}(0) e^{-i\Delta_{21}t} & \rho_{22}(0) & \rho_{32}^*(0) e^{i\Delta_{32}t} \\ \rho_{31}(0) e^{-i\Delta_{31}t} & \rho_{32}(0) e^{-i\Delta_{32}t} & \rho_{33}(0) \end{pmatrix} \quad (3.19)$$

Como $R(\theta)$ comuta com σ_2 , vemos que a evolução não dependerá das fases de Majorana e por isso elas não podem ser medidas através de oscilação. As probabilidades de detecção de neutrinos em autoestados de sabor será então dada pelos elementos diagonais $U\rho(t)U^\dagger$. Supondo que o neutrino foi criado inicialmente num autoestado de sabor f , temos que a probabilidade $\mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} = (U\rho_f(t)U^\dagger)_{f'f'}$ de encontrar o neutrino num autoestado de sabor f' após um tempo t é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} &= \sum_{jk} U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^* e^{-i\Delta_{jk}t} \\
&= \delta_{ff'} - 4 \sum_{j>k} \text{Re} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) \text{sen}^2 (\Delta_{jk}t/2) \\
&\quad - 2 \sum_{j>k} \text{Im} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) \text{sen} (\Delta_{jk}t)
\end{aligned} \tag{3.20}$$

Aqui vemos que a probabilidade de transição de sabor oscila com frequências Δ_{jk} e amplitudes que dependem dos elementos da matriz de mistura U . A unitariedade da matriz de mistura implica que $\sum_j U_{f'j} U_{fj}^* = \delta_{ff'}$ e $\sum_f U_{fj} U_{fk}^* = \delta_{jk}$. Com isso, podemos mostrar que $\sum_{f'} \mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} = 1$, de forma que a probabilidade se conserva.

3.3.1 Aproximações relevantes

Suponha que as massas dos neutrinos são tais que $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2 \sim \Delta m_{31}^2$ e ainda que estamos observando neutrinos gerados inicialmente num autoestado de sabor e que se propagaram por um tempo tal que $\Delta_{21}t \ll \Delta_{32}t \sim 1$. Esse cenário condiz com as medidas experimentais de Δm_{32}^2 e Δm_{21}^2 e com os tempos de propagação de experimentos com neutrinos de reatores, atmosféricos e de aceleradores. A equação (3.20) é aproximadamente dada por:

$$\mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} \approx \delta_{ff'} - A_{ff'} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right), \quad \frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \ll 1 \tag{3.21}$$

onde $A_{ff'} = 4|U_{f3}|^2 (\delta_{ff'} - |U_{f'3}|^2)$ e levamos em conta que os neutrinos são ultra-relativísticos de forma que $t \approx L$. Vamos considerar a probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos por exemplo. Neste caso temos $f = f' = e$ e $|U_{e3}|^2 = \text{sen}^2 \theta_{13}$. A equação (3.21) fica:

$$\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx 1 - \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}\right), \quad \frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \ll 1 \quad (3.22)$$

Esse é o cenário que obtemos para a maior parte dos experimentos de oscilação com neutrinos de reatores. Dados do experimento CHOOZ [38] com neutrinos de reatores não obtiveram evidência de desaparecimento de antineutrinos¹ eletrônicos. Dessa forma sabemos que $\sin^2(2\theta_{13}) \ll 1$. Portanto, para pequenas distâncias, apenas oscilações entre ν_μ e ν_τ ocorrem.

Agora vamos considerar a probabilidade de sobrevivência de neutrinos muônicos nessas mesmas condições, mas levando em conta que $\theta_{13} \ll 1$, o que é realizado no experimento MINOS por exemplo.

Temos que $|U_{\mu 3}|^2 = \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{13} \approx \sin^2 \theta_{23}$. A equação (3.21) é dada por:

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx 1 - \sin^2(2\theta_{23}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}\right), \quad \frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \text{ e } \theta_{13} \ll 1 \quad (3.23)$$

Então temos que para curtas distâncias, neutrinos muônicos sofrem transições para neutrinos tauônicos e vice versa numa frequência caracterizada por Δm_{32}^2 .

Vimos que a oscilação entre ν_e e $\nu_{\mu/\tau}$ é muito pequena para curtas distâncias. Contudo, é justamente nesse canal de oscilação que temos acesso a U_{e3} de forma a medir o ângulo θ_{13} . Assim, vamos calcular a probabilidade de transição de um neutrino muônico para um neutrino eletrônico desprezando termos de ordem $\Delta_{21}L$.

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx \sin^2 \theta_{23} \sin^2(2\theta_{13}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E}\right), \quad \frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \ll 1 \quad (3.24)$$

¹As probabilidades para antineutrinos diferem da dos neutrinos apenas através da fase δ_{CP} . Para obter as probabilidades de antineutrinos basta trocar o sinal desta fase. Como a probabilidade mostrada aqui não depende de δ_{CP} , as probabilidades são iguais para neutrinos e antineutrinos.

Por fim, vamos considerar a probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos para distâncias muito grandes em que $\Delta_{21}L \gtrsim 1$. Nesse caso, precisamos da fórmula completa de oscilação, mas vamos notar que $|U_{e3}|^2 \ll 1$, $|U_{e1}|^2 \approx \cos^2 \theta_{12}$ e $|U_{e2}|^2 \approx \sin^2 \theta_{12}$. Temos então que:

$$\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx 1 - \sin^2(2\theta_{12}) \sin^2\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{4E}\right), \quad \theta_{13} \ll 1 \quad (3.25)$$

Assim, para longas distâncias, neutrinos eletrônicos sofrem transições para neutrinos muônicos e tauônicos com uma frequência caracterizada por Δm_{21}^2 .

Esse é o modelo de oscilação que melhor descreve os dados experimentais que temos atualmente.

3.3.2 Efeitos de matéria

Neutrinos que se propagam na matéria se comportam de maneira diferente [39, 40]. O motivo é que na matéria comum múons e taus são extremamente raros. Assim, quando um neutrino se propaga na matéria, apenas a componente ν_e interage via corrente carregada com os elétrons presentes. O espalhamento elástico coerente de neutrinos eletrônicos modifica a Hamiltoniana significativamente. Foi demonstrado que para neutrinos de baixa energia com relação à massa do bóson W a Hamiltoniana efetiva de interação, na base de autoestados de sabor, é dada por:

$$H_{int} \approx \sqrt{2}G_F n_e \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

onde G_F é a constante de Fermi, definida como $G_F = \frac{\sqrt{2}g^2}{8m_W^2}$ em que g é a constante de acoplamento eletrofraca e m_W^2 é a massa do bóson W , e n_e é a densidade de elétrons na matéria.

Na base de autoestados de massa, a Hamiltoniana efetiva completa do sistema de neutrinos fica:

$$H_{eff} = H_{vac} + U^\dagger H_{int} U \quad (3.27)$$

Essa Hamiltoniana, em geral, não é diagonal, portanto o efeito da matéria será uma modificação dos autoestados de propagação e massas efetivas dos neutrinos, ou seja, obteremos uma matriz de mistura modificada $U_{eff}(n_e)$ e diferenças de massa ao quadrado também modificadas $\Delta m_{jk_{eff}}^2(n_e)$.

Esse fenômeno foi extremamente importante para a compreensão das oscilações de neutrinos solares, onde encontramos densidades de elétrons extremamente altas. De fato, na região onde os neutrinos são produzidos temos $\sqrt{2}G_F n_e \gtrsim \frac{\Delta m_{21}^2}{2E}$ para neutrinos de alguns MeV e a Hamiltoniana de interação é comparável em intensidade à Hamiltoniana no vácuo. Assim, a Hamiltoniana de interação acaba por dominar a evolução de forma que esses neutrinos solares são produzidos em um quasi-autoestado de massa. A evolução dentro do Sol faz com que os autoestados de massa efetivos se transformem adiabaticamente nos autoestados de massa no vácuo, então esses neutrinos solares podem ser considerados aproximadamente como o autoestado de massa ν_2 .

No entanto, para o experimento MINOS, efeitos de matéria são muito pequenos e serão desconsiderados para a análise de desaparecimento de neutrinos muônicos.

3.4 Evolução não-unitária

Na seção anterior mostramos como a massa dos neutrinos dá origem ao fenômeno de oscilação de neutrinos. Nesta seção vamos investigar a possibilidade de uma evolução temporal mais geral.

Nosso ponto de partida será a equação mestra de Lindblad [41, 42]. Essa é a equação de evolução temporal Markoviana² mais geral possível que inclui conservação de probabilidade para qualquer estado inicial, ou seja, preserva o traço da matriz densidade e é completamente positiva, o que garante que todas as probabilidades serão positivas ou nulas inclusive num espaço de Hilbert maior que o do sistema de interesse. A equação de Lindblad é frequentemente usada para descrever sistemas quânticos abertos, onde um sistema de interesse se acopla com um meio, mas as variáveis do meio não são observadas. A restrição de positividade completa garante que as probabilidades serão positivas inclusive nesse meio hipotético que se acopla com o sistema de interesse. A equação de Lindblad é dada por:

$$\partial_t \rho = -i [H, \rho] + \frac{1}{2} \sum_j \left(2A_j \rho A_j^\dagger - \left\{ \rho A_j^\dagger, A_j \right\} \right) \quad (3.28)$$

Os operadores A_j formam uma base ortogonal do espaço de Hilbert de interesse. Se esses operadores forem hermitianos, então a entropia de von Neumann sempre crescerá com o tempo [43]. Aqui, nos restringiremos a essa condição. Expandindo a equação mestra na base F_j temos:

$$\partial_t \vec{\rho} = \left(\tilde{H} - \tilde{L} \right) \vec{\rho} \quad , \quad \tilde{L}_{jk} = \frac{1}{2} \sum_{lmn} (\vec{a}_l \cdot \vec{a}_m) f_{lkn} f_{nmj} \quad (3.29)$$

onde $\tilde{H}_{jk} = \sum_l \text{tr} [HF_l] f_{lkj}$, $\vec{a}_k = \text{tr} [\vec{A}F_k]$ e \vec{A} é um vetor de componentes A_j . Os produtos $\vec{a}_l \cdot \vec{a}_m$ constituem 36 novos parâmetros desse modelo, 8 módulos e 28 ângulos. Isso significa que em geral temos uma fenomenologia muito complexa e difícil de se analisar. Nesta tese consideraremos apenas a possibilidade de o sistema conservar energia. Essa é uma imposição razoavelmente forte e não se

²A equação é Markoviana pois não considera efeitos de memória, ou seja, é integrada num período longo em comparação ao tempo que os efeitos de memória persistem. No entanto, o período de integração deve ser curto o suficiente para que o sistema de interesse não seja alterado significativamente.

justifica completamente pois sistemas abertos em geral não conservam a energia. No entanto, efeitos de perda de energia caracterizam dissipação enquanto a não-unitariedade com conservação de energia é caracterizada como descoerência. Espera-se que a descoerência ocorra antes da dissipação [44], porém, sem um modelo microscópico, não podemos determinar a magnitude relativa entre esses dois efeitos.

Tomando $H = H_{vac}$, ao impor a conservação de energia ($\partial_t \text{tr}[H_{vac}\rho] = 0$), podemos mostrar que $\vec{a}_k = 0$ para $k \geq 3$, eliminando com isso 33 parâmetros (6 módulos e 27 ângulos). A matriz \tilde{L} assume a seguinte forma:

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2 \Gamma_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2 \Gamma_{31} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2 \Gamma_{32} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

onde I_2 é a matriz identidade 2×2 e:

$$\Gamma_{21} = |\vec{a}_3|^2, \quad \Gamma_{31} = \frac{1}{4} |\vec{a}_3 + \sqrt{3}\vec{a}_8|^2, \quad \Gamma_{32} = \frac{1}{4} |\vec{a}_3 - \sqrt{3}\vec{a}_8|^2 \quad (3.31)$$

É importante notar que Γ_{ij} não são parâmetros independentes, mas devem obedecer a inequação $x \geq (\sqrt{y} - \sqrt{z})^2$ onde $\{x, y, z\}$ representa qualquer permutação de $\{\Gamma_{21}, \Gamma_{31}, \Gamma_{32}\}$. Podemos ver então que, se qualquer Γ_{ij} for nulo, os outros dois devem ser iguais.

Obviamente, \tilde{L} comuta com \tilde{H}_{vac} e \tilde{S} , portanto as fases de Majorana também não podem ser medidas com essa evolução. Além disso, \tilde{L} possui os mesmos autovetores que \tilde{H}_{vac} . Assim, a solução do problema é exatamente a mesma, apenas subtraindo os autovalores de \tilde{L} (Γ_{jk}) dos autovalores de \tilde{H}_{vac} ($\pm i\Delta_{jk}$). Na base de autoestados de massa obtemos:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) & \rho_{21}(0) e^{-\Gamma_{21}t + i\Delta_{21}t} & \rho_{31}(0) e^{-\Gamma_{31}t + i\Delta_{31}t} \\ \rho_{21}(0) e^{-\Gamma_{21}t - i\Delta_{21}t} & \rho_{22}(0) & \rho_{32}(0) e^{-\Gamma_{32}t + i\Delta_{32}t} \\ \rho_{31}(0) e^{-\Gamma_{31}t - i\Delta_{31}t} & \rho_{32}(0) e^{-\Gamma_{32}t - i\Delta_{32}t} & \rho_{33}(0) \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Analogamente ao caso de oscilação pura, a probabilidade de transição de um autoestado de sabor f para um autoestado de sabor f' é dado por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} &= \sum_{jk} U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^* e^{-\Gamma_{jk}t - i\Delta_{jk}t} \\
&= \delta_{ff'} - 2 \sum_{j>k} \text{Re} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) [1 - e^{-\Gamma_{jk}t} \cos(\Delta_{jk}t)] \\
&\quad - 2 \sum_{j>k} \text{Im} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) e^{-\Gamma_{jk}t} \text{sen}(\Delta_{jk}t) \quad (3.33)
\end{aligned}$$

onde definimos $\Gamma_{jj} = 0$. Como podemos ver, obtemos oscilações amortecidas em escalas de tempo Γ_{jk}^{-1} . Pela unitariedade de U , obtemos que $\sum_{f'} \mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} = 1$ e a probabilidade total se conserva, ou seja, não temos perda de neutrinos.

3.4.1 Aproximações relevantes

Em primeiro lugar, vamos escrever a probabilidade geral de sobrevivência de neutrinos eletrônicos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} &= 1 - \frac{1}{2} \cos^4 \theta_{13} \text{sen}^2(2\theta_{12}) \left[1 - e^{-\Gamma_{21}t} \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}\right) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{13}) \cos^2 \theta_{12} \left[1 - e^{-\Gamma_{31}t} \cos\left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E}\right) \right] \\
&\quad - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{sen}^2 \theta_{12} \left[1 - e^{-\Gamma_{32}t} \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E}\right) \right] \quad (3.34)
\end{aligned}$$

Vamos agora investigar as probabilidades para distâncias curtas e supondo que $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$ e $\theta_{13} \ll 1$, como no caso de oscilação pura. A probabilidade de sobrevivência de neutrinos eletrônicos fica:

$$\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx 1 - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{12}) [1 - e^{-\Gamma_{21}L}], \quad \frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \text{ e } \theta_{13} \ll 1 \quad (3.35)$$

Temos então que, mesmo para curtas distâncias e dadas as ordens de grandeza dos parâmetros de oscilação medidos, a evolução não unitária prevê o desaparecimento de neutrinos eletrônicos se Γ_{21} for grande o suficiente. Como esse desaparecimento não foi observado por CHOOZ, já podemos intuir que Γ_{21} deve ser menor que Δ_{32} para esse experimento. É necessário um pouco de cuidado no entanto, pois estamos supondo que os parâmetros de oscilação não mudariam muito com a inclusão de um novo parâmetro na análise dos dados experimentais. Apesar disso, devido à grande quantidade de dados que corroboram o modelo de oscilação, também esperamos que um ajuste com mais parâmetros acabe por não mudar a situação drasticamente.

A probabilidade de sobrevivência de ν_e para longas distâncias é essencialmente a mesma, mas o termo de oscilação não poderia ser desprezado e temos:

$$\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx 1 - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{12}) \left[1 - e^{-\Gamma_{21}L} \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}\right) \right], \quad \theta_{13} \ll 1 \quad (3.36)$$

Agora, consideraremos a probabilidade de transição de ν_μ para ν_e supondo distâncias curtas de forma a desprezar termos da ordem de $\Delta_{21}L$ e ainda com $\theta_{13} \ll 1$.

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{12}) \cos^2 \theta_{23} [1 - e^{-\Gamma_{21}t}] \quad (3.37)$$

Vemos que a perda de coerência pode causar transições de sabor mesmo quando nenhuma oscilação teve tempo de ocorrer. Em experimentos de aparecimento de neutrinos eletrônicos, esse termo da probabilidade irá concorrer com o termo da equação (3.24). A não observação de aparecimento irá impor limites sobre a soma desses dois termos, o que implica o limite mais fraco sobre cada termo corresponde a anulação do outro termo.

Por fim, vamos considerar a probabilidade de sobrevivência de neutrinos do múon para $\Delta_{21}L \ll 1$ e $\theta_{13} \ll 1$:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} &\approx 1 - \frac{1}{2} \cos^4 \theta_{23} \sin^2 (2\theta_{21}) [1 - e^{-\Gamma_{21}L}] \\ &- \frac{1}{2} \sin^2 (2\theta_{23}) \left[1 - (\cos^2 \theta_{12} e^{-\Gamma_{32}L} + \sin^2 \theta_{12} e^{-\Gamma_{31}L}) \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.38)$$

Supondo que $\Gamma_{21} \ll \Gamma_{32} \approx \Gamma_{31}$ e $\Gamma_{21}L \ll 1$, essa expressão é simplificada para:

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx 1 - \frac{1}{2} \sin^2 (2\theta_{23}) \left[1 - e^{-\Gamma_{32}L} \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \right] \quad (3.39)$$

Essa é exatamente a expressão que obteríamos ao evoluir um sistema com apenas duas famílias de neutrinos, como é feito usualmente na literatura [45–47]. Sem mais informações experimentais sobre as ordens de grandeza de Γ_{jk} não podemos saber exatamente que aproximações são válidas para o caso de MINOS.

Por fim, notamos que os parâmetros Γ_{ij} podem, em princípio, depender da energia dos neutrinos. Uma parametrização comum na literatura [46, 48, 49] supõe uma lei de potência tal que:

$$\Gamma_{ij} = \gamma_{ij}^{(n)} E^n \quad (3.40)$$

Dois casos especiais merecem menção. O caso $n = -1$ pode ser interpretado como $\gamma_{ij}^{(-1)}$ sendo um escalar de Lorentz. O fator $1/E$ seria então proveniente de um boost para o referencial do laboratório. Além disso, essa dependência energética imita a oscilação de neutrinos de forma que $\gamma_{ij}^{(-1)}$ pode ser relativamente grande sem destruir a concordância com os dados experimentais. O outro caso de interesse é $n = 2$, pois alguns modelos de gravitação quântica sugerem que possíveis efeitos de descoerência devido a interação de neutrinos com o próprio espaço-tempo teriam uma dependência energética de dimensões E^2/M_P , onde M_P é a massa de Planck [50–52]. A ordem de grandeza esperada para essa possível dependência energética é acessível aos experimentos de oscilação de neutrinos. Um ansatz mais pessimista sugere uma dependência com $n = -2$ tal que

$\Gamma_{jk} \propto \frac{(\Delta m_{jk}^2)^2}{E^2 M_P}$, o que seria completamente inacessível a experimentos de oscilação de neutrinos [53].

3.5 Decaimento de neutrinos

Até agora, tratamos apenas de sistemas que conservam probabilidade. No entanto, existe uma outra possibilidade de evolução não-unitária que é o decaimento de neutrinos. Neste caso, como existe um desaparecimento de neutrinos sem transição para outros autoestados, devemos descrever um sistema cuja probabilidade não se conserva. O motivo para esta violação de probabilidade está no fato que ignoramos o estado final para o qual os neutrinos decaem. Se expandirmos o espaço de Hilbert para levar isso em conta, a conservação de probabilidade pode ser reestabelecida, recaindo numa equação de Lindblad [54]. Nesta tese, vamos nos ater a decaimentos de neutrinos para estados finais invisíveis que modelamos adicionando um termo imaginário na Hamiltoniana do sistema de forma que:

$$H = H_{vac} + i\Lambda$$

onde $H_{vac} = \text{diag}(E_1, E_2, E_3)$ e $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)/2E$ são diagonais e reais na base de autoestados de massa. Λ representa uma taxa de decaimento e o fator $1/2E$ corresponde à dilatação temporal, pois os neutrinos são relativísticos.

Como a Hamiltoniana não é hermitiana, a equação de evolução temporal deve ser escrita como:

$$\partial_t \rho = i(H\rho - H^\dagger \rho) = i[H_{vac}, \rho] - \{\Lambda, \rho\} \quad (3.41)$$

Expandindo na base F_j temos:

$$\partial_t \vec{\rho} = \left(\tilde{H}_{vac} - \tilde{\Lambda} \right) \vec{\rho} \quad (3.42)$$

onde $\tilde{\Lambda}_{jk} = \sum_l \text{tr} [\Lambda F_l] \text{tr} [\{F_l, F_k\} F_j]$. A matriz $\tilde{\Lambda}$ fica então:

$$\tilde{\Lambda} = \frac{1}{2E} \begin{bmatrix} K(\Lambda) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_2(\lambda_1 + \lambda_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_2(\lambda_1 + \lambda_3) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_2(\lambda_2 + \lambda_3) \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

$$\text{onde } K(\Lambda) = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) & \sqrt{6}(\lambda_1 - \lambda_2) & \sqrt{2}(\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3) \\ \sqrt{6}(\lambda_1 - \lambda_2) & 3(\lambda_1 + \lambda_2) & \sqrt{3}(\lambda_1 - \lambda_2) \\ \sqrt{2}(\lambda_1 + \lambda_2 - 2\lambda_3) & \sqrt{3}(\lambda_1 - \lambda_2) & (\lambda_1 + \lambda_2 + 4\lambda_3) \end{bmatrix}$$

Vemos facilmente que esta matriz comuta com \tilde{S} , portanto as fases de Majorana também não podem ser medidas por esta evolução. Ela comuta também com \tilde{H}_{vac} , portanto compartilham autovetores. A evolução irá adicionar autovalores reais e negativos aos autovalores não nulos de \tilde{H}_{vac} , causando uma descoerência de forma similar à seção 3.4. Além disso, os autovalores de $K(\Lambda)$ serão responsáveis por uma supressão exponencial dos termos diagonais da matriz densidade, o que caracteriza o decaimento dos neutrinos massivos.

Na base dos autoestados de massa, a evolução temporal da matriz densidade fica:

$$\rho(t) = \begin{pmatrix} \rho_{11}(0) e^{-\Omega_{11}t} & \rho_{21}^*(0) e^{-\Omega_{12}t} & \rho_{31}^*(0) e^{-\Omega_{13}t} \\ \rho_{21}(0) e^{-\Omega_{21}t} & \rho_{22}(0) e^{-\Omega_{22}t} & \rho_{32}^*(0) e^{-\Omega_{23}t} \\ \rho_{31}(0) e^{-\Omega_{31}t} & \rho_{32}(0) e^{-\Omega_{32}t} & \rho_{33}(0) e^{-\Omega_{33}t} \end{pmatrix} \quad (3.44)$$

onde $\Omega_{jk} = \frac{1}{2E} (\lambda_j + \lambda_k + i\Delta m_{jk}^2)$. Supondo o neutrino foi criado inicialmente num autoestado de sabor f , temos que a probabilidade de encontrar o neutrino num autoestado de sabor f' após um tempo t é dada por:

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} &= \sum_{jk} U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^* e^{-\Omega_{jk} t} \\
&= \sum_j |U_{f'j}|^2 |U_{fj}|^2 e^{-\frac{\lambda_j}{E} t} \\
&\quad + 2 \sum_{j>k} \text{Re} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) e^{-\frac{\lambda_j + \lambda_k}{2E} t} \cos(\Delta_{jk} t) \\
&\quad - 2 \sum_{j>k} \text{Im} (U_{f'j} U_{fj}^* U_{fk} U_{f'k}^*) e^{-\frac{\lambda_j + \lambda_k}{2E} t} \text{sen}(\Delta_{jk} t) \quad (3.45)
\end{aligned}$$

Novamente temos oscilações amortecidas, agora numa escala de tempo $\frac{2E}{\lambda_j + \lambda_k}$, e além disso, o termo que não oscila também é suprimido exponencialmente, caracterizando o decaimento dos neutrinos. Pela unitariedade da matriz de mistura, podemos mostrar que $\sum_{f'} \mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}} = \sum_j |U_{fj}|^2 e^{-\frac{\lambda_j}{E} t}$.

3.5.1 Aproximações relevantes

As interações fracas por corrente neutra são diagonais na base dos autoestados de sabor e portanto não distinguem entre neutrinos de famílias diferentes. Assim, interações por corrente neutra medem a probabilidade conjunta $\sum_{f'} \mathcal{P}_{\nu_f \rightarrow \nu_{f'}}$. Supondo que inicialmente um neutrino eletrônico foi produzido e que $\theta_{13} \ll 1$, temos que a probabilidade conjunta é dada aproximadamente por:

$$\sum_{f'} \mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_{f'}} \approx \cos^2 \theta_{12} e^{-\frac{\lambda_1 L}{E}} + \text{sen}^2 \theta_{12} e^{-\frac{\lambda_2 L}{E}}, \quad \theta_{13} \ll 1 \quad (3.46)$$

Essa probabilidade foi medida para neutrinos solares através de interações de corrente neutra pelo experimento SNO [55] e não houve evidência de desaparecimento de neutrinos. No entanto, devido a efeitos de matéria, sabemos que esses neutrinos são aproximadamente o autoestado de massa ν_2 . Assim, SNO pode impor limites apenas sobre λ_2 . Dada a distância solar de aproximadamente

$1,5 \times 10^8$ km e a energia dos neutrinos da ordem de 10 MeV, concluímos que $\lambda_2 \lesssim 10^{-11}$ eV². Assim podemos desprezar λ_2 em qualquer experimento terrestre.

Supondo que $\theta_{13} \ll 1$ e $\frac{\lambda_2 L}{E} \ll 1$, a probabilidade de sobrevivência de ν_e fica:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx & \sin^4 \theta_{12} + \cos^4 \theta_{12} e^{-\frac{\lambda_1 L}{E}} \\ & + 2 \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{12} e^{-\frac{\lambda_1 L}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (3.47)$$

Essa probabilidade pode ser medida pelo experimento KamLAND numa escala de L/E da ordem de 10^5 eV⁻². KamLAND observa distorções espectrais de forma claramente oscilatória, o que implica que o efeito de decaimento não pode ser forte o suficiente para destruir a coerência. Assim, podemos estimar que $\lambda_1 \lesssim 10^{-5}$ eV². Esse ainda é um valor relativamente pequeno para ser observado em MINOS. Por isso, vamos considerar a probabilidade de sobrevivência de ν_μ no cenário em que $\theta_{13} \ll 1$, $\frac{\lambda_1 L}{E} \ll 1$, $\frac{\lambda_2 L}{E} \ll 1$ e $\frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \ll 1$. Temos então:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx & \cos^4 \theta_{23} + \sin^4 \theta_{23} e^{-\frac{\lambda_3 L}{E}} \\ & + 2 \sin^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{23} e^{-\frac{\lambda_3 L}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Finalmente, consideraremos a transição de ν_μ para ν_e no cenário em que $\frac{\lambda_1 L}{E} \ll 1$, $\frac{\lambda_2 L}{E} \ll 1$ e $\frac{\Delta m_{21}^2 L}{E} \ll 1$. A probabilidade de transição é dada por:

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx \frac{1}{4} \sin^2 \theta_{23} \sin^2 (2\theta_{13}) \left[1 + e^{-\frac{\lambda_3 t}{E}} - 2e^{-\frac{\lambda_3 t}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \right] \quad (3.49)$$

Vemos assim que o decaimento do autoestado de massa ν_3 causa o aparecimento de neutrinos eletrônicos, porém esse aparecimento está vinculado ao parâmetro θ_{13} que é pequeno. O efeito mais relevante será uma modificação do

espectro de energia dos neutrinos eletrônicos medidos, para a qual os experimentos atuais têm pouca sensibilidade.

3.6 Outros modelos

Existem diversos outros modelos que podem ser combinados à oscilação de neutrinos. Aqui vamos apenas comentar sobre duas possibilidades relevantes para o experimento MINOS.

A primeira delas é possibilidade de existência de neutrinos estéreis que se misturam aos neutrinos ativos. Neutrinos estéreis são originados a partir das componentes de mão direita que foram incorporadas para gerar massa aos neutrinos. Em princípio, qualquer número de neutrinos de mão direita pode ser incluído na Lagrangiana do modelo padrão, de forma que podemos incluir um número arbitrário de neutrinos estéreis.

A presença de neutrinos estéreis amplia a matriz de mistura do setor de neutrinos, de forma que neutrinos ativos podem oscilar para neutrinos estéreis. Esse tipo de oscilação poderia ser observada inclusive em interações de corrente neutra, já que neutrinos estéreis, por serem de mão direita, não interagem nem mesmo via força fraca. Uma revisão de neutrinos estéreis pode ser encontrada na referência [56].

O segundo modelo que vamos mencionar é relativo à possibilidade de existirem interações que não estão descritas no modelo padrão [39, 57]. Quando um neutrino viaja pela matéria, essas interações não-padrão poderiam modificar a dinâmica dos neutrinos de forma análoga ao efeito de matéria descrito na seção 3.3.2. Como não sabemos a forma dessas interações, podemos simplesmente parametrizar a Hamiltoniana de interação efetiva como:

$$H_{int}^{NSI} \approx \sqrt{2}G_F n_e \begin{bmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu\tau}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

O efeito dessas interações iria modificar as probabilidades de transição de neutrinos e antineutrinos diferentemente, de forma que ele pode ser medido mesmo para densidades eletrônicas constantes.

Capítulo 4

MINOS, KamLAND e a aproximação de duas famílias

O modelo de oscilação de neutrinos descreve muito bem os dados experimentais que temos hoje. Dados de MINOS, KamLAND e CHOOZ são suficientes para mostrar que o ângulo de mistura θ_{13} é pequeno e que existem duas escalas de diferenças de massa muito diferentes onde $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$. Os neutrinos observados em MINOS possuem energias de alguns GeV e viajam 735 km até o FD. Isso significa que MINOS será sensível a $\Delta m^2 \gtrsim E/L \sim 10^{-3} \text{ eV}^2$. Assim, podemos utilizar, para MINOS a aproximação $\Delta m_{21}^2 \approx 0$.

Neste capítulo, vamos considerar a sensibilidade de MINOS aos parâmetros de descoerência $\gamma_{jk}^{(-1)} \equiv \gamma_{jk}/2$ com o intuito de justificar uma aproximação de duas famílias na nossa análise de dados. Para isso, faremos um estudo simples de dados de KamLAND supondo apenas que $\Delta m_{32}^2 = 2,4 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\theta_{23} = \pi/4$. Essas suposições correspondem a existência de uma escala de oscilação relativamente rápida para KamLAND e com mistura máxima, como observado em MINOS, Super-Kamiokande e K2K. A não observação dessa oscilação rápida em KamLAND irá impor limites sobre o tamanho de θ_{13} .

Reescrevamos as equações (3.36) e (3.37), que são boas aproximações das probabilidades de oscilação com descoerência para $\theta_{13} \ll 1$ em KamLAND e MINOS respectivamente.

$$\mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} \approx 1 - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{12}) \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{21}L}{2E}} \cos\left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E}\right) \right] \quad (4.1)$$

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{12}) \cos^2 \theta_{23} \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{21}L}{2E}} \right] \quad (4.2)$$

A partir dessas equações, podemos ver que experimentos que detectam neutrinos eletrônicos, como KamLAND e a análise de aparecimento em MINOS, serão sensíveis principalmente ao parâmetro γ_{21} e não a γ_{32} e γ_{31} . No entanto, a análise de desaparecimento em MINOS é sensível a todos os γ_{ij} como fica aparente na equação (3.39), reescrita abaixo.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx & 1 - \frac{1}{2} \cos^4 \theta_{23} \text{sen}^2(2\theta_{21}) \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{21}L}{2E}} \right] \\ & - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{23}) \left[1 - \left(\cos^2 \theta_{12} e^{-\frac{\gamma_{32}L}{2E}} + \text{sen}^2 \theta_{12} e^{-\frac{\gamma_{31}L}{2E}} \right) \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.3)$$

Esse fato implica que a aproximação de duas famílias não pode ser utilizada, a priori, no estudo da evolução não-unitária mesmo que θ_{13} seja pequeno. Para recuperarmos a aproximação de duas famílias devemos ter $\gamma_{21} \ll \gamma_{32} \sim \gamma_{31}$.

4.1 Análise de KamLAND

KamLAND é um experimento que observa o fluxo de anti-neutrinos eletrônicos provenientes de dezenas de reatores nucleares ao redor do Japão. Devido a escala de energia dos anti-neutrinos e as distâncias envolvidas, KamLAND se torna sensível a diferenças de massa ao quadrado da ordem de 10^{-5} eV^2 , que é

justamente a escala de Δ_{21} . Como Δ_{21} e Γ_{21} apresentam comportamentos parecidos na equação (4.1) e estamos parametrizando Γ_{ij} como $\frac{\gamma_{ij}}{2E}$, esperamos que KamLAND tenha sensibilidade da ordem de 10^{-5} eV² também para γ_{21} .

Desenvolvemos um algoritmo para ajustar a probabilidade de sobrevivência completa da equação (3.34), reescrita abaixo, aos dados públicos de KamLAND [19].

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_e \rightarrow \nu_e} = & 1 - \frac{1}{2} \cos^4 \theta_{13} \sin^2 (2\theta_{12}) \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{21}L}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{21}^2 L}{2E} \right) \right] \\ & - \frac{1}{2} \sin^2 (2\theta_{13}) \cos^2 \theta_{12} \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{31}L}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{31}^2 L}{2E} \right) \right] \\ & - \frac{1}{2} \sin^2 (2\theta_{13}) \sin^2 \theta_{12} \left[1 - e^{-\frac{\gamma_{32}L}{2E}} \cos \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.4)$$

O algoritmo se utiliza da eficiência, seção de choque e número de eventos previstos em bins de energia para deduzir o fluxo total de anti-neutrinos em bins de energia. Uma interpolação é feita para tornar o fluxo contínuo em energia. Por simplicidade, não incluímos efeitos de resolução de energia neste estudo.

As distâncias de cada reator não são públicas, mas o número de eventos esperados sem oscilação em função da distância pode ser obtida pela Figura 4.1. Como a resolução obtida com esse gráfico é de 25 km e a precisão com que sabemos essas distancias influi na probabilidade efetiva de transição, utilizamos as previsões osciladas para ajustar o valor “central” de cada bin de forma que a previsão para o melhor ajuste de KamLAND com oscilação simples fosse o mais próximo possível do obtido pela colaboração.

De posse desses dados podemos calcular o espectro de energia de anti-neutrinos em função de todos os parâmetros de oscilação e descoerência. A Figura 4.2 mostra alguns espectros de energia e a comparação com o espectro original divulgado por KamLAND.

Um ajuste envolvendo todos os parâmetros de oscilação e descoerência, exceto Δm_{32}^2 e θ_{23} que foram mantidos fixos como mencionado anteriormente, obteve

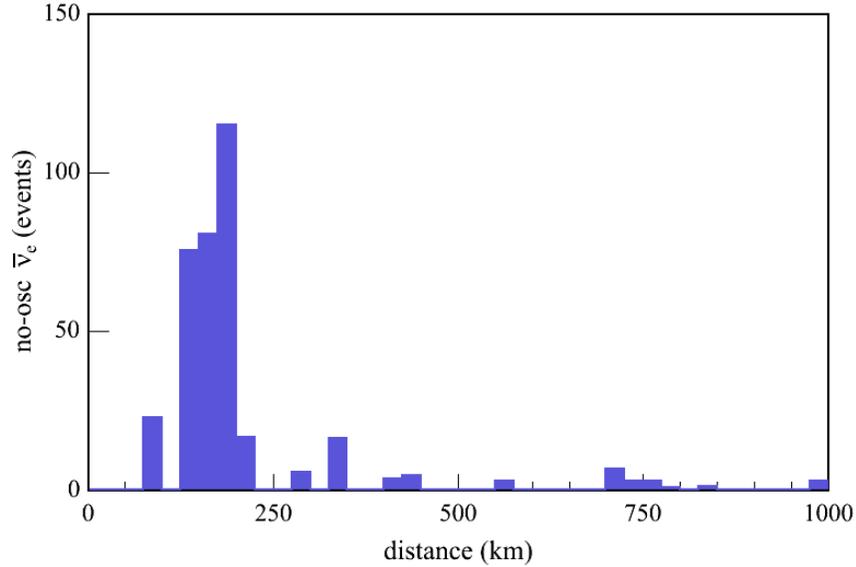


Figura 4.1: Número de eventos previstos para KamLAND em função da distância percorrida. Retirado de [58]

χ^2 mínimo para $\sin^2(2\theta_{13}) = \gamma_{21} = 0$, $\sin^2(2\theta_{12}) = 0,869$ e $\Delta m_{21}^2 = 7,58 \times 10^{-5}$ eV². Os outros parâmetros são arbitrários pois $\theta_{13} = 0$ nesse ponto.

Nesse ajuste, supusemos erros sistemáticos não correlacionados de 5% sobre o número esperado de eventos sem oscilação para cada bin de energia e o χ^2 utilizado é dado por:

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(e_i - o_i)^2}{o_i + (0,05 t_i)^2} \quad (4.5)$$

onde, para cada bin de energia i , e_i é o número esperado de eventos oscilados, o_i é o número de eventos observados e t_i é o número esperado de eventos sem oscilação.

Regiões permitidas foram computadas apenas para Δm_{21}^2 , $\sin^2(2\theta_{12})$ e γ_{21} . Todos os outros parâmetros foram fixados com $\sin^2(2\theta_{13}) = 0,03$, $\delta_{CP} = 0$ e

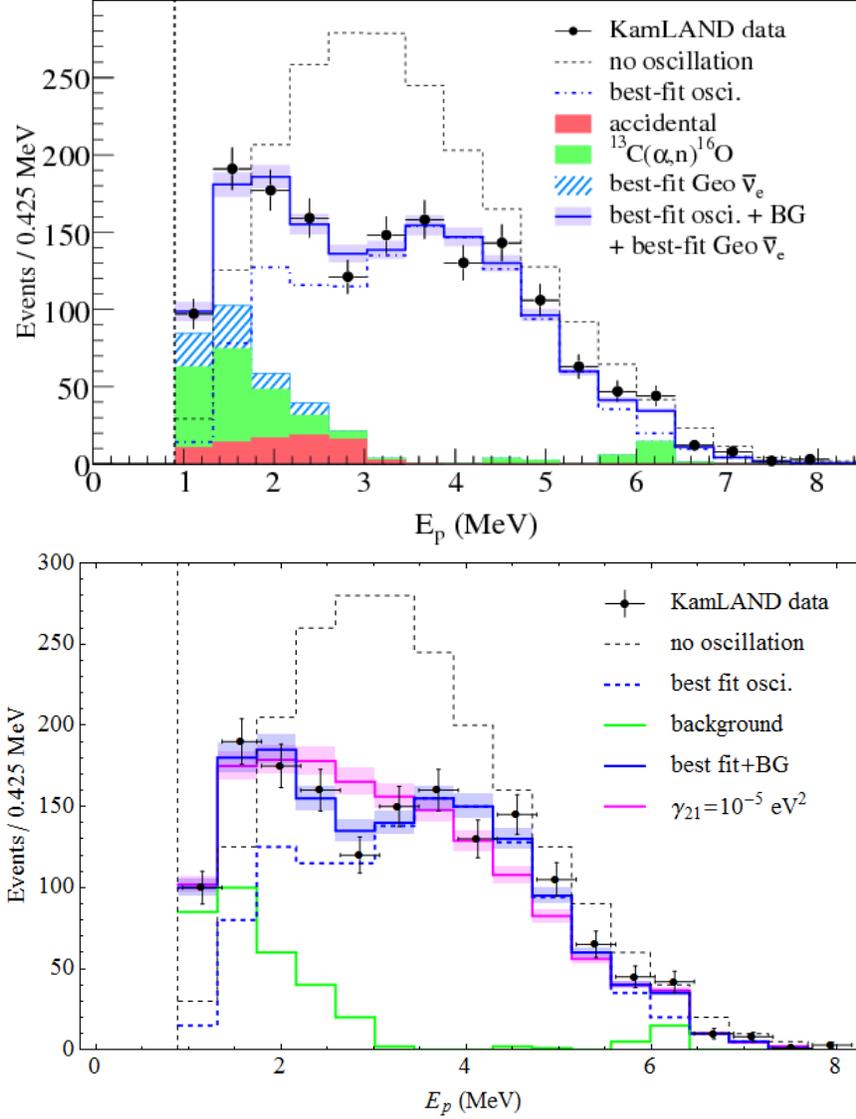


Figura 4.2: Cima: Espectros originais obtidos por KamLAND [19]. Baixo: Espectros de energia obtidos pelo nosso algoritmo.

$\gamma_{31} = \gamma_{32} = \gamma_{21}$. Como $\sin^2(2\theta_{13}) \ll 1$, os outros parâmetros fixados não contribuem significativamente para o espectro de energia.

Para verificar a qualidade do ajuste, regiões de confiança para Δm_{21}^2 e $\tan^2 \theta_{12}$ foram computadas fixando $\gamma_{21} = 0$ e comparadas visualmente com as regiões de

confiança oficiais obtidas por KamLAND. As regiões de confiança obtidas com o nosso ajuste de KamLAND podem ser vistas na Figura 4.3 junto com as regiões de confiança originais produzidas por KamLAND.

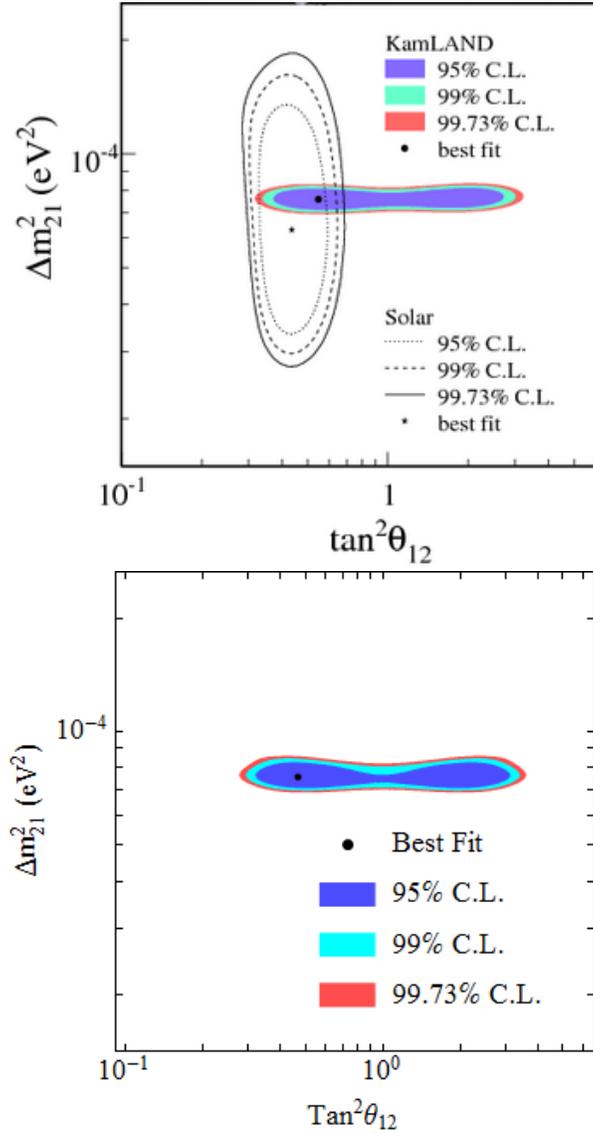


Figura 4.3: Cima: Regiões de confiança originais obtidas por KamLAND [19]. Baixo: Regiões de confiança obtidas pelo nosso algoritmo.

A distribuição de $\Delta\chi^2$ obtida em função de γ_{21} pode ser vista na Figura 4.4, onde Δm_{21}^2 , θ_{12} foram mantidos livres. Como podemos observar os dados de KamLAND indicam que $\gamma_{21} < 10^{-5} \text{ eV}^2$ com mais de 99,73% de confiança (3σ).

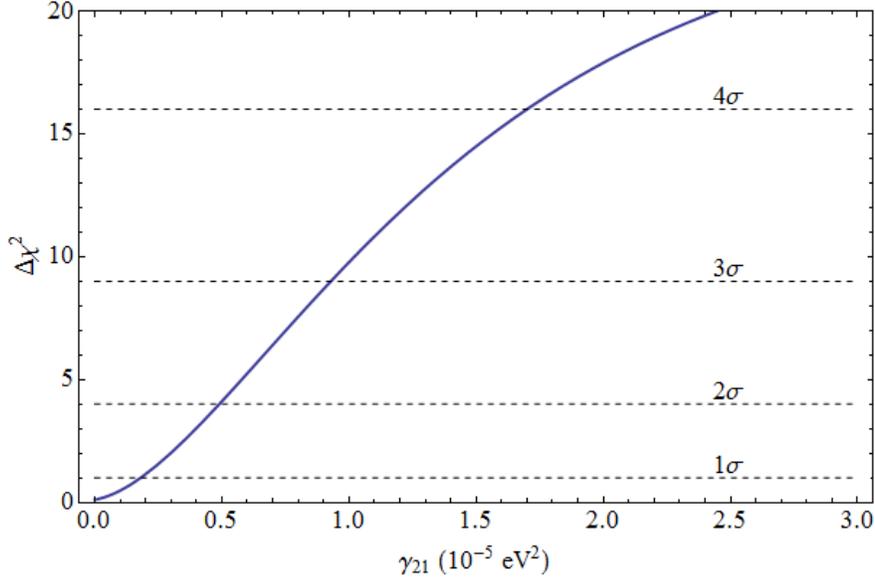


Figura 4.4: Distribuição de $\Delta\chi^2$ em função de γ_{21} para o ajuste de KamLAND.

4.2 Sensibilidade de MINOS a γ_{21}

Dado o limite imposto por KamLAND, devemos agora estudar a sensibilidade aproximada de MINOS a $\gamma_{21} \sim 10^{-5} \text{ eV}^2$. No caso de MINOS, a escala de energia foi otimizada para a escala de neutrinos atmosféricos, e o experimento é sensível a diferenças de massa ao quadrado da ordem de 10^{-3} eV^2 . Contudo, devido a maior estatística, podemos esperar que MINOS tenha uma sensibilidade um pouco melhor que 10^{-3} eV^2 .

Um estudo de sensibilidade não oficial de MINOS foi realizado em que apenas parâmetros de descoerência estão livres. Apenas dados públicos foram utilizados nesta análise. Os parâmetros fixos utilizados aqui são os mesmos do estudo de KamLAND com a inclusão de $\Delta m_{21}^2 = 8 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$ e $\sin^2(2\theta_{12}) = 0,86$. A

densidade de eventos de neutrinos foi modelada como puramente ν_μ a partir da seguinte expressão empírica:

$$\phi(E) = 435 \frac{E^3 [2 + \tanh(4 - E)]}{2,28^4 + E^4} \quad (4.6)$$

A eficiência para eventos de ν_μ por corrente carregada (CC) foi escolhida como 100%, enquanto para eventos de ν_e CC ela foi de 57% de forma a obter o número esperado de 2450 eventos de ν_μ CC sem oscilação e 5 eventos de ν_e CC com $\sin^2(2\theta_{13}) = 0,03$. A contaminação por corrente neutra (NC) foi incluída no espectro de ν_μ CC e foi modelado pela mesma densidade de eventos, mas desviada por 1 GeV no sentido negativo da energia. Para a análise de ν_e CC, a contaminação total foi fixada em 49 eventos. Em ambas as análises, um erro sistemático de 5% não correlacionado foi suposto.

O esquema de bins usado para ν_μ CC foi:

- Um bin de 0 GeV a 1 GeV
- De 1 GeV a 5 GeV, 16 bins de largura 0,25 GeV
- De 5 GeV a 10 GeV, 10 bins de largura 0,5 GeV
- De 10 GeV a 20 GeV, 10 bins de largura 1 GeV
- De 20 GeV a 50 GeV, 15 bins de largura 2 GeV
- De 50 GeV a 100 GeV, 10 bins de largura 5 GeV
- De 100 GeV a 200 GeV, 10 bins de largura 10 GeV

Para a análise de ν_e CC, um único bin foi usado, de 1 GeV a 8 GeV. Dados simulados foram gerados com oscilação pura e uma flutuação estatística foi aplicada numa escala 10 vezes menor que o esperado para esse número de eventos. Essa flutuação serve apenas para verificar que o ajuste converge para a região desejada mesmo na presença de ruído, porém sem modificar significativamente as regiões de confiança obtidas.

Alguns espectros de energia utilizados nesse estudo são mostrados na Figura 4.5. Nos espectros de energia com descoerência, tomamos $\gamma_{ij} = 5 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$.

A Figura 4.6 mostra as sensibilidades obtidas através desta análise.

Esse estudo preliminar revela que MINOS tem muito menos sensibilidade a γ_{21} que KamLAND, como esperado. Além disso, os parâmetros que foram fixados contribuiriam para a redução da sensibilidade de MINOS em maior grau que KamLAND. Por fim, experimentos com neutrinos solares não observaram evidências de descoerência, restringindo γ_{21} muito além de KamLAND [59].

Mesmo que considerássemos apenas os resultados de KamLAND, o efeito de um valor não nulo de γ_{21} na probabilidade de sobrevivência de neutrinos muônicos com descoerência seria muito pequeno para MINOS, como mostrado na Figura 4.7. Dessa forma, concluímos que os mesmos experimentos que validam a aproximação de duas famílias para a evolução unitária, justificam a utilização de uma aproximação de duas famílias na evolução não-unitária.

No restante desta tese iremos adotar a aproximação de duas famílias com $\gamma_{21} = 0$ e $\gamma_{32} = \gamma_{31} = \gamma$. Como a análise de aparecimento de ν_e não é sensível a γ , apenas estudaremos os efeitos da evolução não-unitária na análise de desaparecimento de ν_μ .

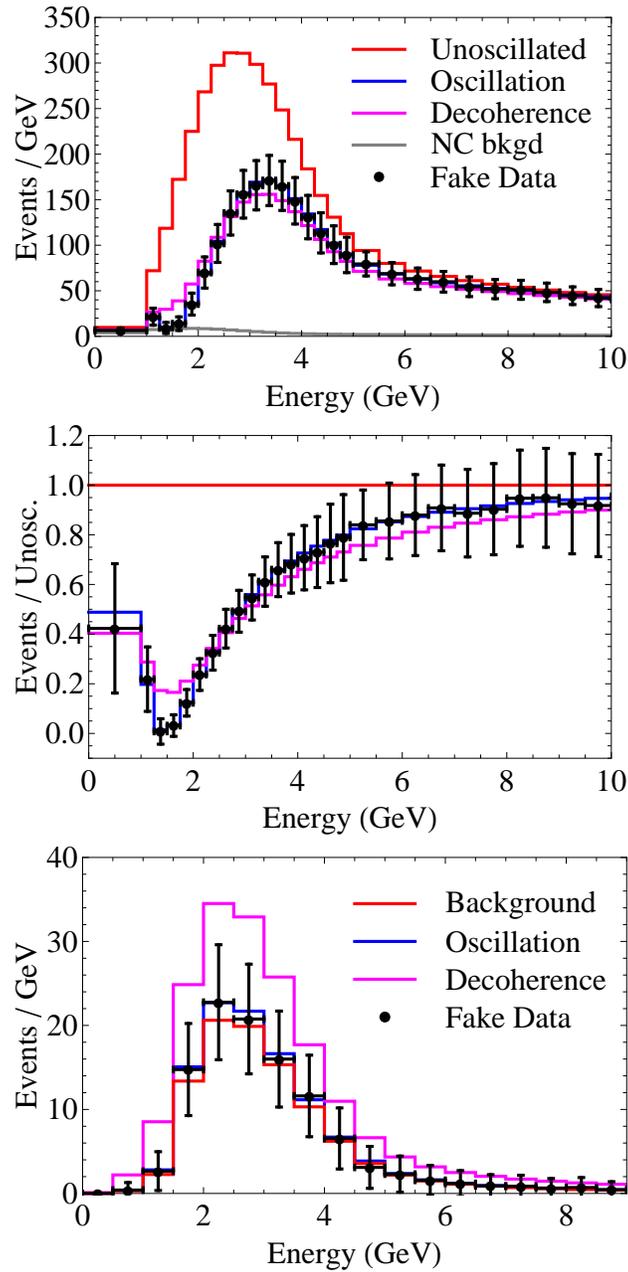


Figura 4.5: Cima: Espectro de energia de eventos selecionados como ν_μ . Meio: Probabilidade de transição associada ao espectro de ν_μ . Baixo: Espectro de energias de eventos selecionados como ν_e .

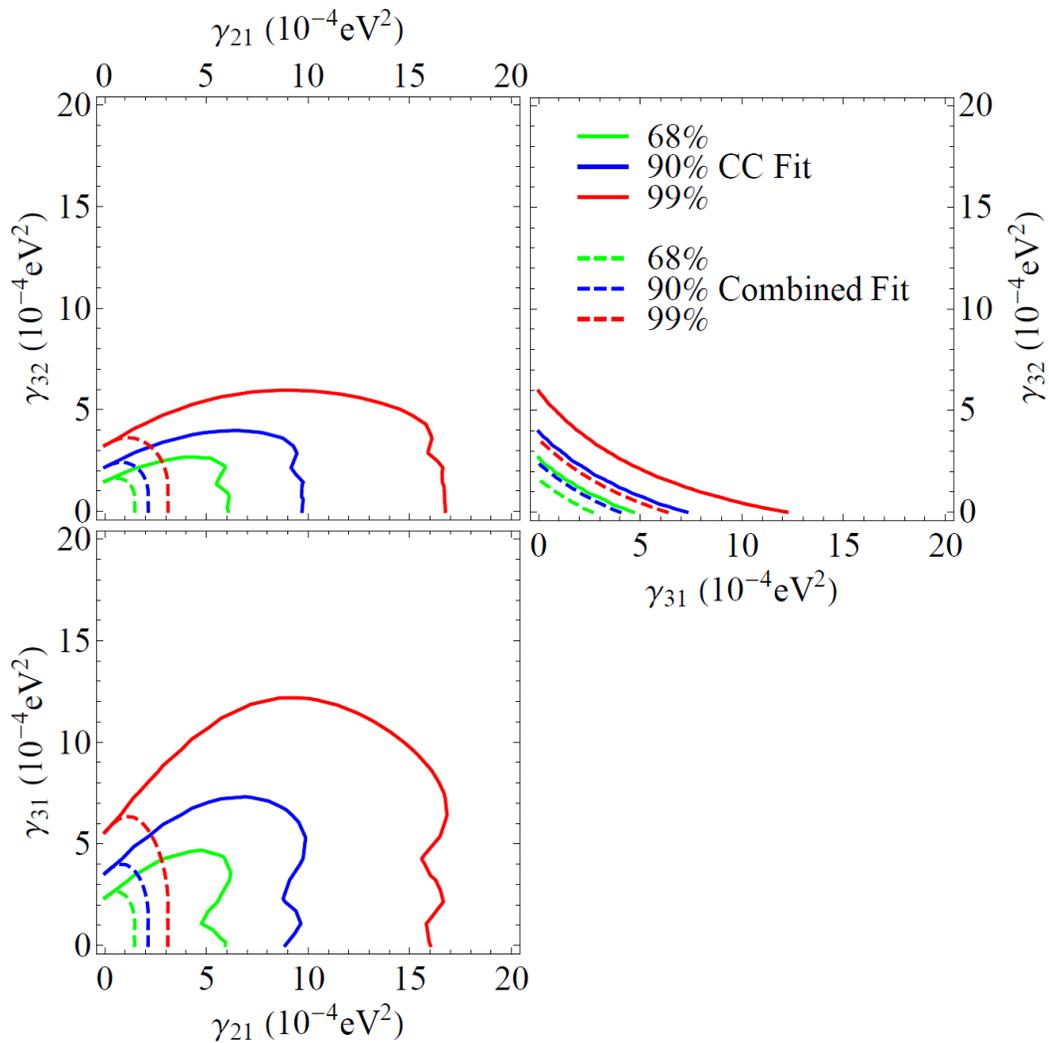


Figura 4.6: Sensibilidade não oficial de MINOS aos parâmetros de descoerência. As linhas cheias representam a sensibilidade apenas através de desaparecimento de ν_μ enquanto as linhas tracejadas representam a sensibilidade conjunta de desaparecimento de ν_μ e aparecimento de ν_e

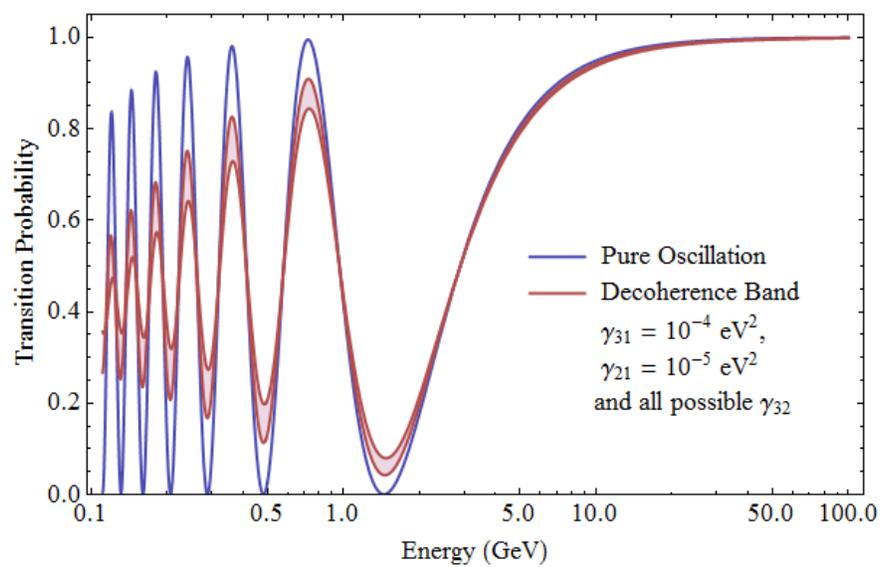


Figura 4.7: Probabilidade de sobrevivência de ν_μ com evolução não-unitária em função da energia no experimento MINOS.

Capítulo 5

O Experimento MINOS

A transição de sabor de neutrinos é hoje um fato e o modelo de oscilação é muito bem sucedido em explicar a imensa maioria dos dados experimentais que temos até agora. Esse modelo adiciona parâmetros ao modelo padrão que devem ser determinados experimentalmente e essa é a principal motivação para o experimento MINOS.

MINOS é um experimento do Fermilab que consiste em gerar um feixe de neutrinos a partir de um acelerador e direcioná-lo para um detector, chamado “Far Detector” (FD) situado a 735 km de distância, numa mina de ferro no estado de Minnesota, a 705 m de profundidade. Um segundo detector, chamado “Near Detector” (ND), é posicionado a 1km da origem do feixe, a 100 m de profundidade, para medir o fluxo de neutrinos inicial.

O princípio básico do experimento é a comparação entre o fluxo de neutrinos nesses dois detectores. Os neutrinos gerados possuem uma energia típica de 3 GeV. Para o ND, isso significa que a fase de oscilação $\phi_{ND} = \frac{\Delta m_{32}^2 L_{ND}}{2E} \sim 2 \times 10^{-3}$, fazendo com que o fluxo medido no ND represente aproximadamente o fluxo inicial de neutrinos, sem efeitos de oscilação. Em contraposição, a fase de oscilação no FD é $\phi_{FD} \sim 1$, de forma que os neutrinos se encontram próximos do primeiro máximo de oscilação.

Por utilizar dois detectores funcionalmente idênticos, MINOS pode comparar diretamente fluxos oscilados e não oscilados, o que o torna pouco sensível a

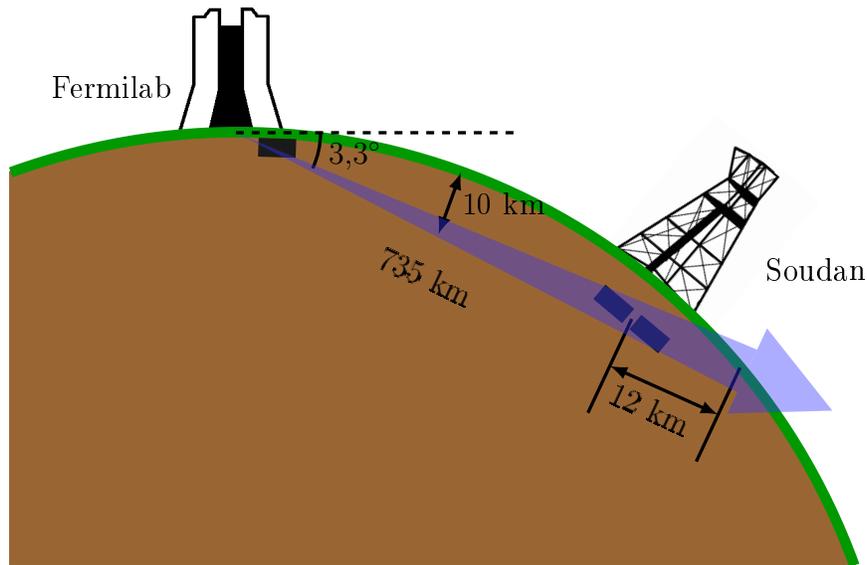


Figura 5.1: Utilizando aceleradores no Fermilab, um feixe de neutrinos é gerado e apontado para baixo, na direção da mina de Soudan. Dois detectores são utilizados para medir o fluxo de neutrinos desse feixe em duas posições diferentes. Os detectores se encontram em cavernas subterrâneas de forma a obter blindagem contra raios cósmicos.

incertezas na produção e detecção dos neutrinos. Uma representação esquemática do experimento é mostrada na Figura 5.1.

5.1 O feixe NuMI

Os neutrinos medidos por MINOS provém de um feixe gerado pelo complexo NuMI (Neutrinos at the Main Injector) [60, 61]. Esse feixe é gerado da seguinte forma.

Íons H^- são gerados a partir de um gás de hidrogênio e acelerados a 400 MeV por um acelerador linear. Esses íons são transformados em prótons ao atravessar uma película de carbono e alimentam um pequeno acelerador circular, chamado “Booster”. O “Booster” irá acelerar os prótons a 8 GeV e então inseri-los

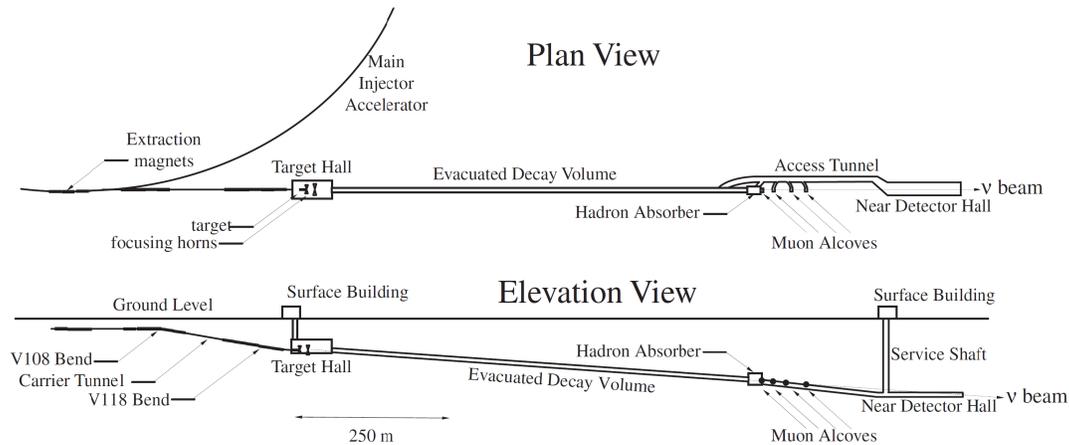


Figura 5.2: Vistas de planta e elevação do complexo do feixe NuMI. Um feixe de prótons é direcionado para um alvo, onde píons e káons secundários são focalizados por lentes magnéticas em um tubo de decaimento. Câmaras de ionização ao final da linha do feixe medem os feixes de hádrons secundários e múons terciários.

num acelerador maior, chamado “Main Injector”. Em seguida, o “Main Injector” acelera esses prótons a 120 GeV, que serão então extraídos a uma taxa de 0,53 Hz em pulsos de $10 \mu\text{s}$ contendo cerca de 10^{13} prótons. Os prótons são guiados 58 mrad para baixo, em direção ao FD, devido à curvatura da Terra. Uma representação do complexo NuMI é mostrada na Figura 5.2.

Os prótons então colidem com um alvo de grafite, formado por 47 segmentos longitudinais, com dimensões de 940 mm de comprimento, 6,4 mm de largura e 15 mm de altura. Uma representação do alvo pode ser vista na Figura 5.3. Um colimador, com diâmetro interno de 11 mm, é posicionado antes do alvo para proteger o alvo e seus componentes. O experimento MINOS mede a exposição do feixe em unidades de prótons no alvo (PoT, da sigla em inglês “Protons on Target”). Cada pulso, portanto, equivale a uma exposição da ordem de 10^{13} PoT. Essa taxa se reflete numa exposição anual da ordem de 10^{20} PoT.

A colisão de prótons no alvo gera diversas partículas, entre elas píons e kaons. Após o alvo, um par de lentes magnéticas, separadas por 10 m, selecionam e

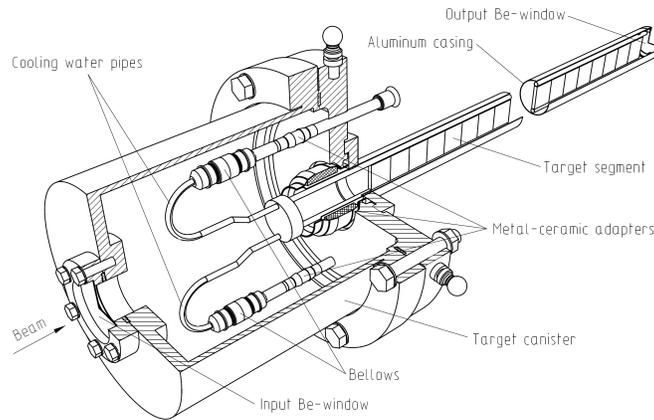


Figura 5.3: Concepção do alvo do feixe NuMI. O alvo consiste de 47 segmentos longitudinais, formando um bastão retangular longo que facilita o escape dos hádrons gerados com mínima interação dentro do alvo. Ele é continuamente resfriado por uma corrente de água que passa por tubos de resfriamento em seu invólucro de alumínio.

colimam essas partículas. As lentes magnéticas recebem uma corrente pulsada de até 200 kA o que gera um campo magnético toroidal de intensidade máxima 30 kG e que decai como $1/r$. Para obter esse perfil de campo magnético, as lentes têm a forma de dois parabolóides orientados em sentidos opostos, por isso foram apelidadas de “magnetic horns” ou cornetas magnéticas. A posição relativa entre as lentes magnéticas e o alvo e a corrente aplicada nas lentes magnéticas determinam a energia das partículas que serão bem colimadas. O experimento ajusta esses parâmetros para otimizar a produção de neutrinos entre 1 e 5 GeV em sua configuração padrão em que o alvo é posicionado a 10 cm da primeira lente magnética e a corrente aplicada é de 185 kA. Uma representação gráfica do funcionamento das lentes magnéticas pode ser vista na Figura 5.4.

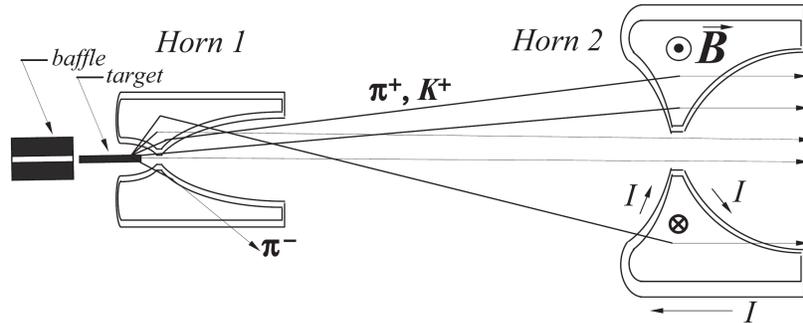


Figura 5.4: Representação do funcionamento das lentes magnéticas. Na configuração padrão, as lentes magnéticas 1 e 2 são separadas por 10 m. Um colimador é posicionado à frente do alvo para protegê-lo da exposição direta a pulsos de prótons mal direcionados. A escala vertical é 4 vezes a escala horizontal nesta figura.

Os píons então entram num tubo de decaimento de 675 m de comprimento e 2 m de diâmetro, preenchido com gás hélio¹, onde decaem em múons e neutrinos. Esse comprimento é aproximadamente o comprimento de decaimento de um pión de 10 GeV. Devido à alta energia dos píons os neutrinos oriundos desses decaimentos são razoavelmente bem colimados de forma que o feixe final de neutrinos possui uma divergência de alguns mrad.

Após o tubo de decaimento, um absorvedor é utilizado para conter os hádrons remanescentes. Uma camada de rocha é responsável por absorver os múons produzidos. Hádrons e múons são monitorados para fins de controle do feixe. Ao final deste processo um feixe de neutrinos muônicos foi criado. A composição esperada do feixe é de 92,9% ν_μ , 5,8% $\bar{\nu}_\mu$ e 1,3% $\nu_e + \bar{\nu}_e$.

Uma representação do processo completo de geração do feixe de neutrinos pode ser vista na Figura 5.5.

¹Antes de Outubro de 2007 este tubo era evacuado para minimizar interações. Porém, devido à radiação do feixe, a vedação do tubo estava se degradando e uma implosão catastrófica poderia ocorrer. Para reduzir os riscos, o tubo passou a ser preenchido com gás hélio próximo da pressão atmosférica, diminuindo a diferença de pressão no tubo.

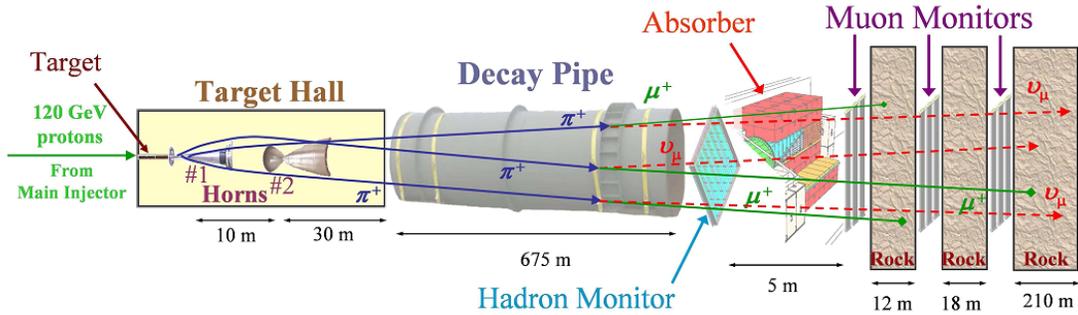


Figura 5.5: Visão geral da criação do feixe de neutrinos.

5.2 Os detectores de MINOS

O próximo passo é detectar os neutrinos produzidos. Os detectores são idênticos em termos de funcionalidade, e são basicamente calorímetros de rastreamento.

Eles consistem de placas de aço de 2,54 cm (1 in) de espessura intercaladas com tiras de cintiladores plásticos de 1 cm de espessura por 4,1 cm de largura. Cada camada de cintiladores é orientada a 90° com relação à próxima camada, de forma que uma trajetória tridimensional pode ser reconstruída. Entre a camada de cintiladores e a próxima camada de aço existe um vão de ar de forma que a distancia interplanar total é de 5,94 cm. Uma representação do padrão de planos no FD pode ser vista na Figura 5.6.

Os neutrinos interagem com os núcleos atômicos no aço gerando partículas carregadas que, ao passar pelos cintiladores, emitem luz. As tiras de cintilador são cobertas por uma camada refletora que confina a luz emitida no interior das tiras. A luz é guiada para as extremidades das tiras através de fibras óticas dopadas com “wavelength shifters”. Os fótons são medidos nas extremidades através de fotomultiplicadoras. Representações do funcionamento das tiras de cintilador e do sistema de leitura das tiras podem ser vistas nas Figuras 5.7 e 5.8.

Uma bobina atravessa os detectores gerando um campo magnético toroidal de aproximadamente 1T ao longo dos planos de aço. Esse campo magnético

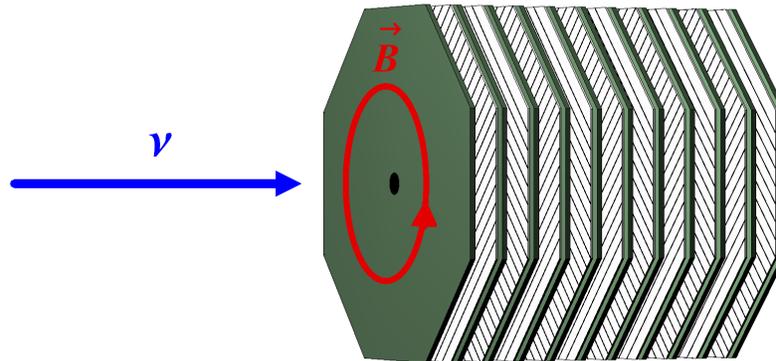


Figura 5.6: Representação do padrão de planos de aço e tiras de cintilador no FD. A orientação das tiras de cintilador se alterna entre as direções U e V, a 45° com relação ao plano horizontal e a 90° entre si. Esse padrão possibilita a reconstrução de eventos em três dimensões.

curva as partículas carregadas de forma que sua carga pode ser medida para identificação. Além disso, a curvatura das partículas pode ser usada para medir seu momento e tem a finalidade de conter as partículas desejadas no interior do detector, curvando-as em direção à bobina no centro do detector.

A seguir vamos descrever os dois detectores de MINOS individualmente. Uma descrição mais completa pode ser encontrada na referência [62].

5.2.1 Near Detector

Apesar de funcionalmente idênticos, existem algumas diferenças entre os detectores de MINOS. O ND é menor, com 0,98 kton contra 5,4 kton do FD, porém o fluxo de neutrinos é cerca de 10^4 vezes maior devido à proximidade da origem do feixe.

O ND possui 282 planos de aço na forma de octógonos achatados com 3,8 m de altura e 4,8 m de largura. A bobina do ND está deslocada horizontalmente 55,8 cm do centro do plano. Essa geometria foi escolhida para disponibilizar uma área completamente instrumentada ao redor do centro do feixe, de forma a obter

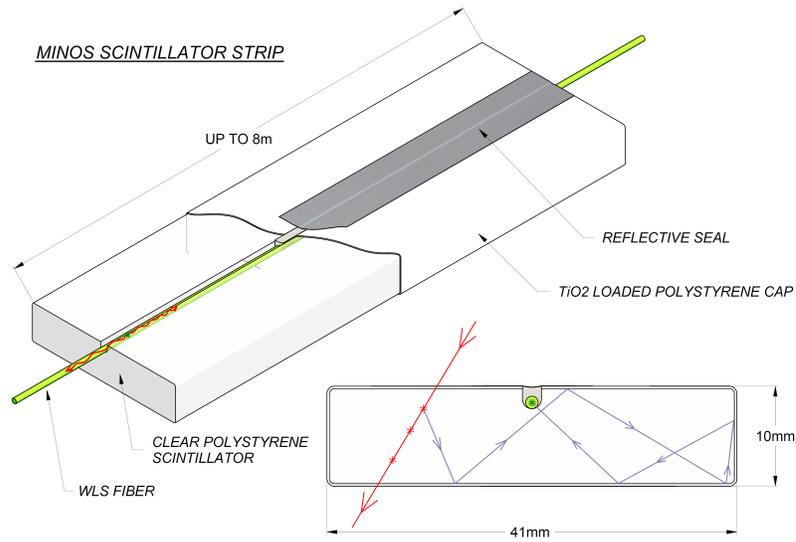


Figura 5.7: Representação do funcionamento das tiras de cintilador. As tiras são revestidas por uma camada refletora de poliestireno dopado com TiO_2 . O canal onde a fibra óptica é inserida é selado com uma fita refletora. Após algumas reflexões a luz é capturada pela fibra óptica e é guiada para as extremidades da tira até as fotomultiplicadoras.

uma alta taxa de eventos inteiramente contidos nessa região, e ainda assim obter um perfil de magnetização similar ao FD.

Dos 282 planos do ND, apenas 153 são instrumentados. Os primeiros 120 planos são todos instrumentados, porém 80% deles possuem instrumentação apenas parcial, cobrindo uma área de 6 m^2 suficiente para conter todos os chuveiros gerados por interações de neutrinos. Os outros 20% dos planos, igualmente espaçados, são completamente instrumentados com uma área de $13,2 \text{ m}^2$ de forma a conter também os múons de longo alcance em interações de corrente carregada. Os planos 121 a 281 são completamente instrumentados a cada cinco planos e servem apenas para medir trajetórias de múons. Os padrões de tiras do ND estão representados na Figura 5.9.

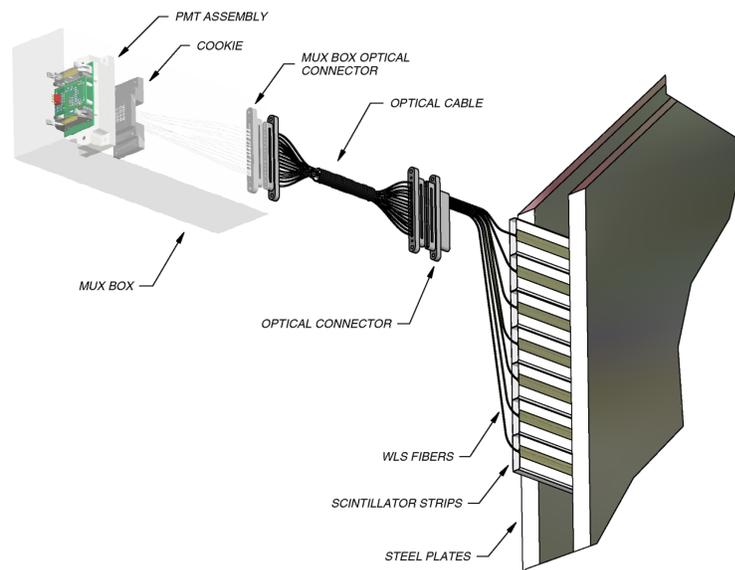


Figura 5.8: Representação do sistema de leitura das tiras de cintilador por fotomultiplicadoras. A luz dos cintiladores capturada pelas fibras óticas dopadas com “wavelength shifters” é transferida para as fotomultiplicadoras através de fibras óticas transparentes. O FD usa fotomultiplicadoras de 16 anodos e o ND usa fotomultiplicadoras de 64 anodos. No FD, 8 fibras óticas são somadas em um mesmo pixel num padrão que permite que a ambiguidade seja quebrada durante a reconstrução dos eventos.

As tiras de cintilador são lidas apenas por uma das suas extremidades no ND. Nos primeiros 120 planos, as tiras são lidas individualmente por um anodo numa fotomultiplicadoras de 64 anodos [63]. Para reduzir a quantidade de elementos eletrônicos, as tiras dos planos restantes são lidas em grupos de 4 num mesmo anodo. A ambiguidade resultante é resolvida através de extrapolação das trajetórias medidas na primeira parte do detector.

Na configuração padrão do feixe, com uma intensidade típica de $2,2 \times 10^{13}$ PoT/pulso, uma média de 16 neutrinos interagem no ND. Cerca de metade deles interagem na metade inicial do detector e podem ser plenamente reconstruídos.

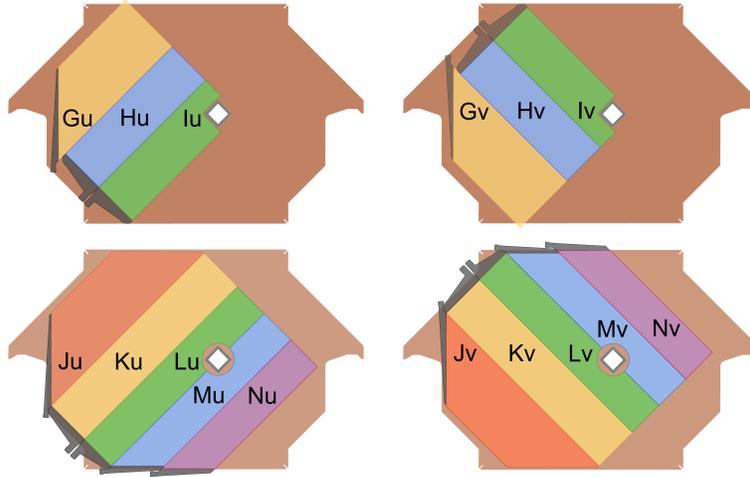


Figura 5.9: Representação do padrão de tiras de cintilador no ND. As figuras superiores mostram os planos parcialmente instrumentados enquanto as figuras inferiores mostram os planos completamente instrumentados. Planos orientados na direção U estão à esquerda, e V, à direita. As letras G-N denotam as diferentes formas dos módulos de cintilador. Os planos U e V requerem pequenas variações na forma dos módulos, implicando num total de 16 tipos de módulo. O feixe é centralizado a meio caminho entre o buraco da bobina e o lado esquerdo do plano, portanto os cintiladores precisam cobrir apenas aquela área.

5.2.2 Far Detector

O FD é constituído de 486 planos de aço separados em dois super-módulos por um vão de ar de 1,15 m. Os planos são octógonos de 8 m de diâmetro e as tiras de cintilador cobrem toda a sua área totalizando 192 tiras por plano. Os padrões de tiras do FD estão representados na Figura 5.10.

As fibras óticas são lidas em ambas as extremidades no FD através de fotomultiplicadoras de 16 anodos [64]. Grupos de 8 fibras óticas são lidas em paralelo num mesmo anodo. O padrão de agrupamento é feito de forma diferente em cada extremidade das fibras de forma que a ambiguidade resultante seja quebrada.

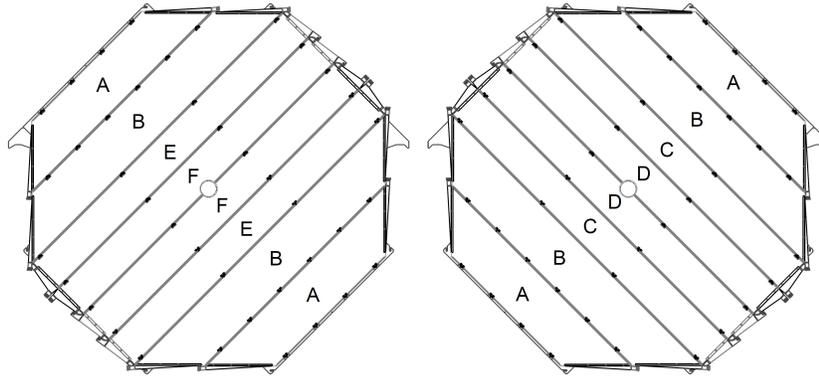


Figura 5.10: Representação do padrão de tiras de cintilador nas direções U (esquerda) e V (direita) no FD. Os módulos A e B contém 28 tiras de cintilador cada e os outros contém 20 tiras cada. O primeiro plano de tiras de cintilador em cada super-módulo é do tipo V.

A parte superior do detector é coberta por duas camadas de tiras de cintiladores, idênticos aos utilizados no interior dos detectores, que identificam a passagem de raios cósmicos. Esse sistema possui 99,9% de eficiência para identificação de raios cósmicos que acionam 8 ou mais planos do detector, exceto os que entram pelas faces frontal e traseira do detector.

5.3 Eletrônica e triggers

O sistema de aquisição de dados (DAQ) lê continuamente a atividade nos detectores. Um sistema de GPS permite que os dados dos dois detectores sejam sincronizados com os pulsos do feixe. A eletrônica dos dois detectores é distinta devido a enorme diferença entre as taxas de interação de neutrinos e raios cósmicos nas duas cavernas.

A eletrônica do ND foi desenvolvida para medir todos os neutrino de cada pulso do feixe, sem tempo morto, e com uma resolução temporal que permita a separação desses eventos. A conversão analógico-digital é feita com uma gra-

nularidade de 18,8 ns que corresponde à frequência de 53 MHz das cavidades ressonantes do acelerador, ou seja, a menor diferença de tempo entre dois pacotes de prótons sendo acelerados no “Main Injector”. A eletrônica opera em dois modos distintos. Durante um período de 13 μ s, começando 1,5 μ s antes de cada pulso do feixe, todas as fotomultiplicadoras são digitalizadas continuamente. Fora desses períodos de feixe, o detector é usado para detectar raios cósmicos e a digitalização ocorre independentemente para cada fotomultiplicadora num período de 150 ns quando seu sinal excede cerca de 0,25 fotoelétrons (PE). Em média, fotomultiplicadoras são acionadas a uma taxa de 30 Hz.

No FD, a eletrônica não precisa ser tão rápida e algum tempo morto é tolerado. Para reduzir esse tempo morto o sinal é digitalizado apenas quando mais de uma fotomultiplicadora for acionada dentro de um período de 400 ns num grupo de até 24 planos consecutivos. A taxa de acionamento de fotomultiplicadoras no FD é de cerca de 4 Hz. O DAQ do FD pode armazenar os dados por alguns segundos de forma a esperar o sinal de GPS vindo do ND através da Internet. O sinal de GPS é utilizado para determinar um período de 100 μ s ao redor do tempo central de cada pulso em que toda atividade é armazenada. Para evitar que eventos sejam truncados, o trigger é expandido de forma a deixar um período de pelo menos 156 ns sem atividade após sua borda. Triggers falsos de pulsos de feixe são gerados aleatoriamente para registrar a atividade no detector fora dos períodos de pulso e para estudo de raios cósmicos.

Nos dois detectores, eventos fora dos períodos de pulso são armazenados como raios cósmicos quando acionam ao menos 4 dentre 5 planos consecutivos ou quando há alguma atividade em pelo menos 20 planos em todo o detector.

Mais detalhes sobre a eletrônica e sistema de aquisição de dados de MINOS podem ser encontrados em [65–67].

5.4 Calibração dos detectores

Para calibrar os detectores de MINOS, três fontes de dados foram utilizadas.

Um sistema de LEDs emite luz ultra-violeta periodicamente sobre as fibras óticas de forma a medir a resposta do detector a uma quantidade de luz pre-determinada em função do tempo, que muda devido ao envelhecimento do cintilador e variações de temperatura ambiente.

A calibração dos efeitos de atenuação do sinal luminoso em função da posição da interação na tira de cintilador foi feita previamente à montagem dos detectores, expondo os módulos de tiras de cintilador individualmente a fontes radioativas em diferentes posições de forma a mapear a resposta relativa. Esses dados foram ajustados a modelos empíricos de atenuação e a parametrização resultante é utilizada para corrigir esses efeitos nos dois detectores.

Raios cósmicos também são utilizados para determinar a resposta do detector ao longo do tempo assim como diferenças entre as tiras de cintilador no detector. As correções de atenuação são aplicadas também neste processo de calibração.

Além dessas correções, um fator de escala baseado na capacidade de parar muons que é utilizado para criar um padrão em que os sinais dos dois detectores podem ser comparados diretamente.

Como forma de testar a calibração dos detectores, dados de um detector de calibração (CalDet) foram usados [68]. O CalDet é uma versão menor dos detectores de MINOS com apenas 60 planos de 1 m^2 cada. Esse detector foi construído no CERN e exposto a feixes de prótons, elétrons, múons e píons de energias conhecidas de forma a estudar a resposta do detector. Testes foram feitos tanto com a configuração eletrônica do FD quanto do ND.

O CalDet também é usado para estabelecer a escala de energia dos chuviscos eletromagnéticos e hadrônicos. As incertezas observadas com relação a essa energia foram parametrizadas como:

$$\begin{aligned}
& \frac{(56,6 \pm 0,6) \%}{\sqrt{E [GeV]}} \oplus (4,2 \pm 1,4) \% \quad \text{prótons} \\
& \frac{(56,1 \pm 0,3) \%}{\sqrt{E [GeV]}} \oplus (2,1 \pm 1,5) \% \quad \text{píons} \\
& \frac{(21,42 \pm 0,06) \%}{\sqrt{E [GeV]}} \oplus (4,1 \pm 0,2) \% \quad \text{elétrons}
\end{aligned} \tag{5.1}$$

5.5 Simulação do feixe

O feixe de neutrinos é modelado em três estágios. Primeiro, uma simulação da produção de hádrons pela colisão de prótons no alvo é gerada. Em seguida esses hádrons e as partículas provenientes de seus decaimentos são propagados através de toda a linha do feixe até a zona de absorção após o tubo de decaimento. Por último, calcula-se a probabilidade de que um neutrino produzido pelo feixe atravessasse cada um dos detectores.

A interação dos prótons no alvo e conseqüente produção de hádrons é simulada utilizando a simulação de Monte Carlo FLUKA [69], enquanto a propagação desses hádrons é feita através de uma simulação detalhada da linha de feixe NuMI pelo software GEANT4 [70]. O pacote GEANT-FLUKA é denominado FLUGG e resulta num conjunto de neutrinos em seu ponto de criação com respectivos sabores armazenados.

Esses neutrinos são então usados como entrada para a simulação de eventos no ND e FD. Cada neutrino é forçado a atravessar pelo menos um dos detectores com um ângulo escolhido aleatoriamente, porém com pesos devido a probabilidade de decaimento do méson dados por:

$$\frac{dP}{d\Omega_\nu} \approx \frac{1}{4\pi} \frac{4\gamma^2 (1 + \tan^2 \theta_\nu)^{3/2}}{(1 + \gamma^2 \tan^2 \theta_\nu)^2} \tag{5.2}$$

onde $\gamma = E/M$ é o fator de Lorentz do méson que decai e θ_ν é o ângulo entre os momentos do neutrino e do méson que decaiu. A energia do neutrino resultante é dada em decaimentos de mésons em dois corpos ($\pi/K \rightarrow \mu\nu$) por:

$$E_\nu \approx \frac{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{M^2}\right) E}{1 + \gamma^2 \tan^2 \theta_\nu} \approx \begin{cases} \frac{0,43E}{1 + \left(\frac{\theta_\nu}{0,14\text{GeV}/E}\right)^2} & , \quad \pi \rightarrow \mu\nu \\ \frac{0,95E}{1 + \left(\frac{\theta_\nu}{0,49\text{GeV}/E}\right)^2} & , \quad K \rightarrow \mu\nu \end{cases} \quad (5.3)$$

onde m_μ e M são as massas do múon e do méson respectivamente e E é a energia do méson. Ambas as expressões supõem que os mésons são relativísticos de forma que $\beta = \sqrt{1 - \gamma^{-2}} \approx 1$. Decaimentos de káons e múons em três corpos também são simulados mas contribuem $< 0,1\%$ para o fluxo de ν_μ .²

5.6 Simulação dos detectores

As interações de neutrinos são simuladas pelo software NEUGEN3 [71]. NEUGEN simula tanto espalhamentos quasi-elásticos quanto de ressonância e altamente inelásticos.

A simulação dos detectores de MINOS é baseada no software GEANT3 [72] e é usada para determinar a energia depositada em cada tira de cintilador que serve de entrada para o modelo de resposta do detector. O software GCALOR [73] é utilizado para simular as interações de chuveiros hadrônicos no detector.

Eventos da simulação do feixe são selecionados aleatoriamente, traçando-os através de uma descrição detalhada da geometria dos detectores assim como as estruturas de suporte e a rocha ao redor dos detectores. Eventos são gerados em qualquer uma dessas estruturas e não apenas no interior dos detectores. No ND, eventos são gerados individualmente e em seguida sobrepostos num único pulso de acordo com a intensidade que se pretende simular.

O modelo de resposta é obtido através dos softwares desenvolvidos por MINOS PhotonTransport e DetSim que simulam o depósito de energia no cintilador

²Eles são relevantes para o fluxo de ν_e no entanto.

e a propagação deste através das fibras óticas até as fotomultiplicadoras. DetSim simula a resposta das fotomultiplicadoras gerando uma saída no mesmo formato obtido pelos dados reais.

A Figura 5.11 mostra exemplos de eventos simulados de diferentes tipos de interação. Cada tipo de interação produz uma topologia característica nos detectores e a informação topológica é a principal ferramenta de seleção de eventos no experimento MINOS. De uma forma geral, os eventos simulados são utilizados para estabelecer os padrões topológicos da interação de interesse.

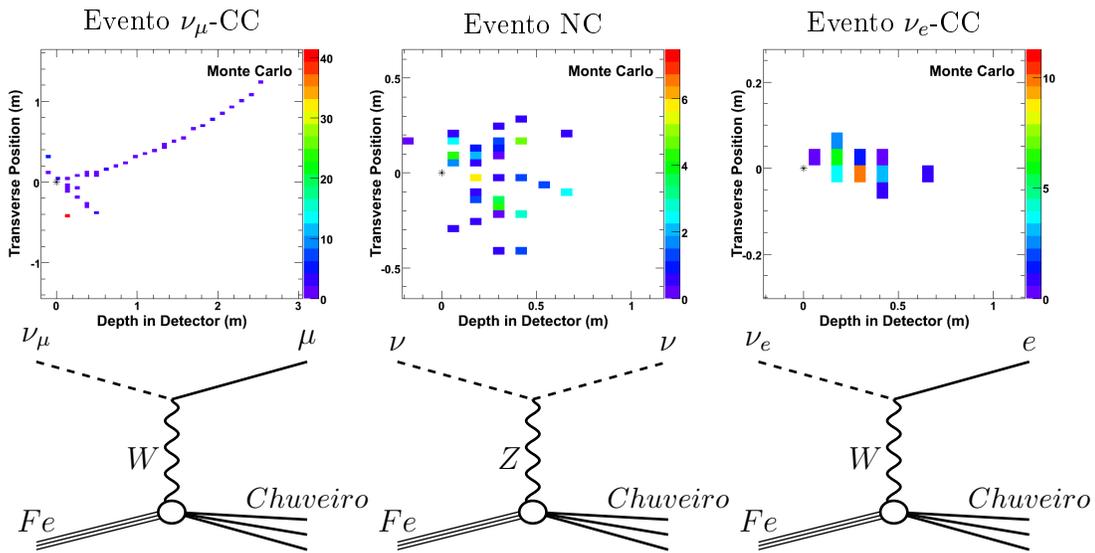


Figura 5.11: Exemplos de eventos simulados em MINOS. Esquerda: Interação de ν_μ por corrente carregada (CC) gerando um múon que deixa um longo traço no detector e um pequeno chuveiro hadrônico. Centro: Interação de um neutrino por corrente neutra (NC) em que um chuveiro predominantemente hadrônico difuso é formado. Direita: Interação de ν_e por corrente carregada gerando um elétron que forma um chuveiro predominantemente eletromagnético compacto.

5.6.1 Simulação de intensidade

Estudos mostraram que a intensidade do feixe pode ter efeitos significativos na eficiência de métodos seleção de eventos no ND. Para modelar esses efeitos, a simulação foi gerada em conjuntos com diversas intensidades, onde a escolha das intensidades a serem geradas foi baseada no perfil de intensidade observado nos dados do ND. Foram estudados perfis de intensidade de três configurações do feixe:

- Configuração padrão: O alvo é posicionado a 10 cm das lentes magnéticas e a corrente aplicada nas lentes é de 185 kA. Essa configuração gera um feixe com fluxo mais intenso em baixa energia devido a focalização de píons de baixa energia.
- Configuração com lentes desligadas: O alvo é posicionado a 10 cm das lentes magnéticas, mas nenhuma corrente é aplicada a elas. Essa configuração gera um feixe de alta energia devido a píons de alta energia que não são focalizados.
- Configuração de pseudo-alta energia: O alvo é posicionado a 250 cm das lentes magnéticas e a corrente aplicada nas lentes é de 200 kA. Essa configuração gera um feixe de alta energia com fluxo maior devido a focalização de píons de alta energia. O fluxo é chamado de pseudo-alta energia, pois apenas a posição do alvo é alterada com relação à configuração padrão.

O espectro de energia dos neutrinos esperado no ND devido a essas três configurações pode ser visto na Figura 5.12.

A configuração padrão possui um perfil de intensidade difuso, por isso a simulação foi gerada em 10 intensidades diferentes que correspondem ao valor médio de 10 quantis de pulsos do feixe. As outras duas configurações apresentam perfis de intensidade com picos relativamente estreitos, de forma que a simulação foi gerada com intensidades definidas pelo valor médio ao redor de cada pico. Para a configuração de lentes desligadas foram geradas 8 intensidades diferentes, e para

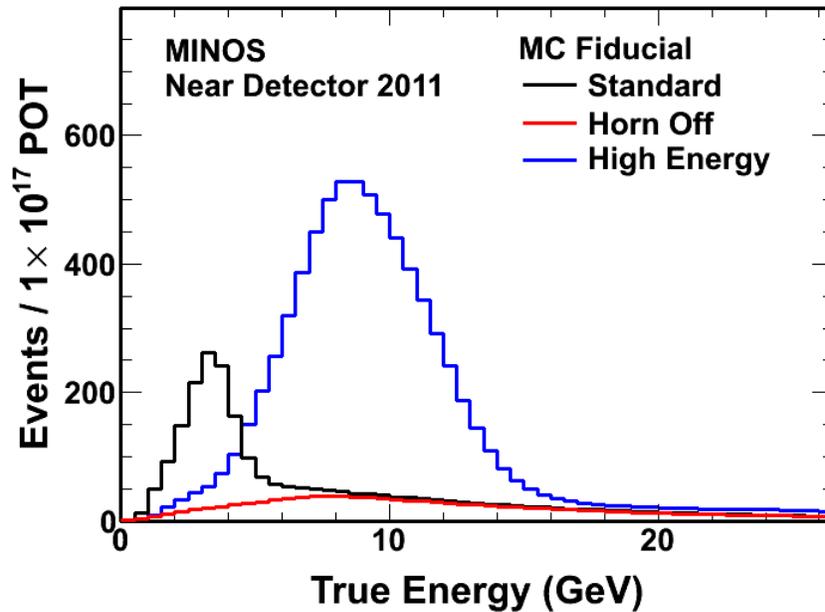


Figura 5.12: Distribuição de energia dos neutrinos na simulação de MC do Near Detector para as configurações de feixe padrão, lentes desligadas e pseudo-alta energia.

a configuração de pseudo-alta energia, 7 intensidades. Os perfis de intensidade utilizados para determinar essas regiões são mostrados nas Figuras 5.13, 5.14, 5.15 e 5.16.

A fração dos eventos simulados com cada intensidade foi determinada de forma a coincidir com a fração da exposição (PoT) dos dados nas regiões de intensidade correspondentes. Simulações de períodos diferentes de tomada de dados foram geradas e as frações de eventos em cada intensidade foram determinadas independentemente para cada uma delas.

A calibração do detector varia com o tempo, de forma que a informação temporal dos eventos da simulação é relevante para comparação com os dados. Os eventos gerados para cada intensidade foram associados a tempos através de um sorteio aleatório com pesos baseados nos perfis de tempo observados nos

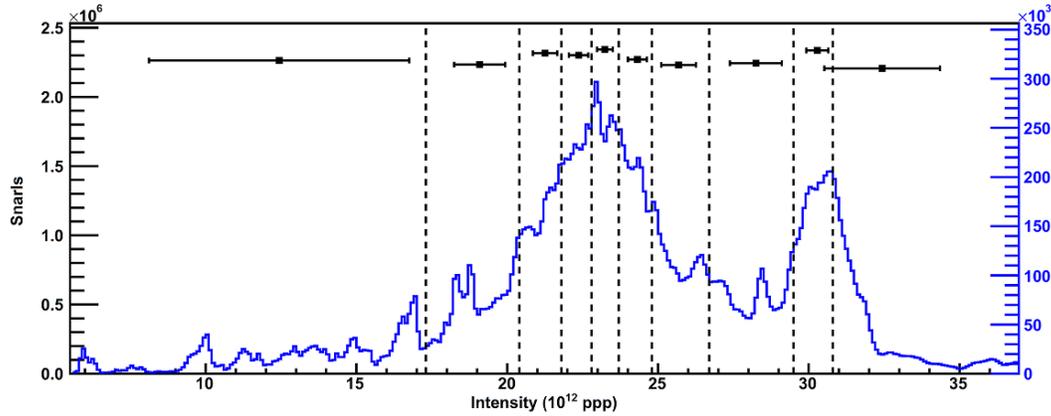


Figura 5.13: Perfil de intensidade para a configuração padrão. Os pontos pretos representam o valor médio da distribuição de pulsos do feixe em azul na região demarcada pelas linhas tracejadas. As barras de erro representam o desvio quadrático médio de cada região.

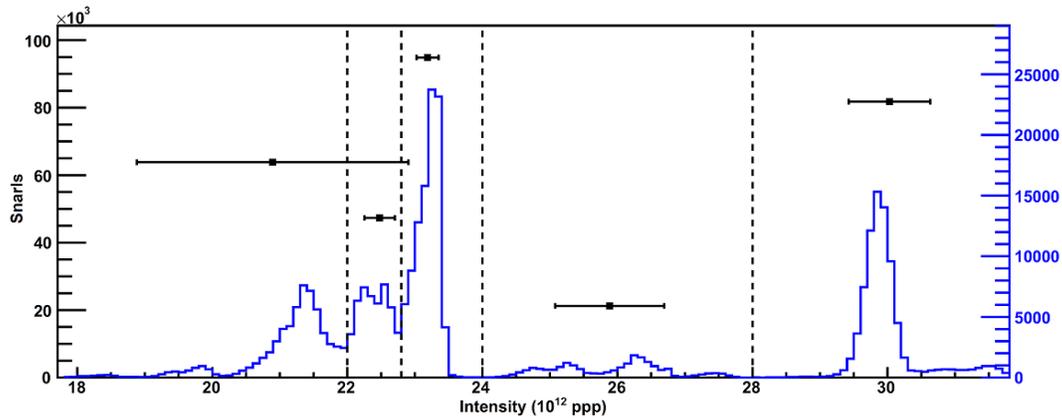


Figura 5.14: Perfil de intensidade para a configuração com lentes desligadas até o dia 01/03/2009. Os pontos pretos representam o valor médio da distribuição de pulsos do feixe em azul na região demarcada pelas linhas tracejadas. As barras de erro representam o desvio quadrático médio de cada região.

dados do ND na região de intensidade correspondente. Apesar de o perfil de intensidade não ser relevante no FD, o mesmo método para determinação da informação de tempo foi usada na simulação do FD, considerando apenas uma

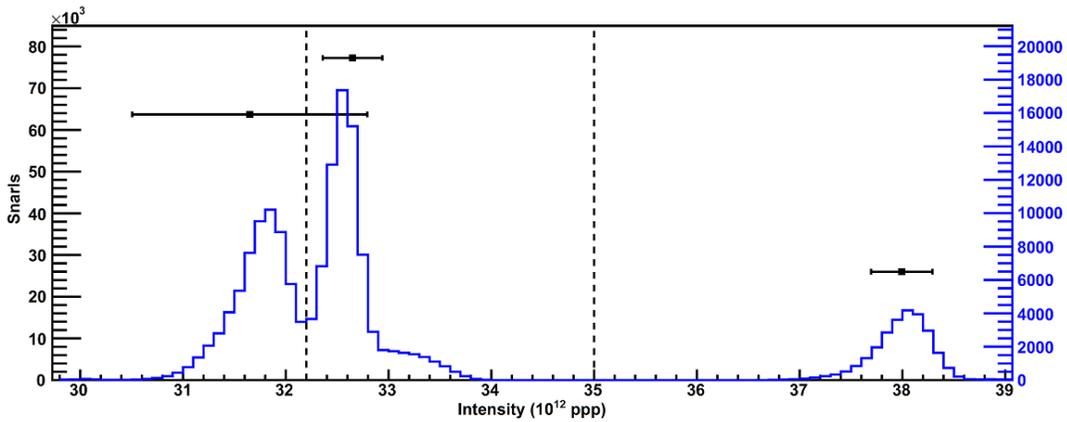


Figura 5.15: Perfil de intensidade para a configuração com lentes desligadas a partir do dia 01/03/2009. Os pontos pretos representam o valor médio da distribuição de pulsos do feixe em azul na região demarcada pelas linhas tracejadas. As barras de erro representam o desvio quadrático médio de cada região.

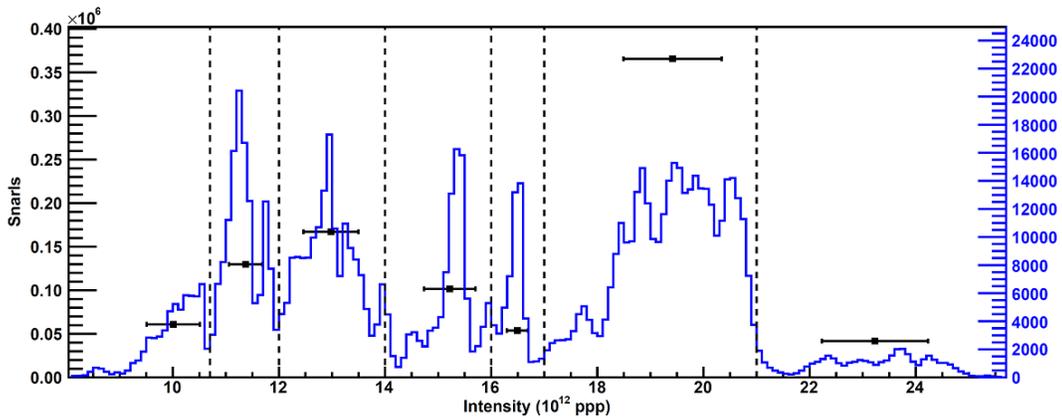


Figura 5.16: Perfil de intensidade para a configuração de pseudo-alta energia. Os pontos pretos representam o valor médio da distribuição de pulsos do feixe em azul na região demarcada pelas linhas tracejadas. As barras de erro representam o desvio quadrático médio de cada região.

intensidade de feixe. Outras configurações de feixe cujos perfis de tempo não foram avaliados utilizam uma distribuição uniforme para sortear os tempos dos eventos da simulação.

5.7 Reconstrução de eventos

Eventos nos detectores de MINOS são caracterizados por pixels de intensidade proporcional a deposição de energia nos cintiladores. A topologia e informação temporal desses pixels são utilizadas para reconstruir trajetórias de múons e chuveiros de partículas. A existência de um traço de múon num evento é o principal discriminante de eventos gerados por ν_μ .

No ND, a reconstrução se inicia separando-se eventos que ocorrem dentro de um mesmo pulso. Essa separação é feita baseada em informações temporais e espaciais. A probabilidade de dois ou mais eventos ocorrerem dentro de um mesmo pulso no FD é desprezível devido a divergência do feixe e portanto toda informação dentro de um pulso é tratada como um único evento.

Em cada evento, a reconstrução começa pela identificação de segmentos de traços que são identificados através de uma transformada de Hough [74]. Os segmentos são então encadeados baseado em correlações espaciais e temporais para formar traços maiores. O momento associado ao traço é estimado por curvatura ou distância percorrida dependendo se o evento está ou não inteiramente contido no detector. A curvatura é medida pela técnica de Kalman filter [75] e é utilizada também para determinar a carga do múon.

Os pixels restantes formam chuveiros de partículas que são determinados por correlação espacial e temporal. A energia do chuveiro é determinada pela soma das energias depositadas em cada pixel subtraindo-se a energia correspondente ao múon em pixels que coincidem com o pixel de um traço.

Cada evento pode conter qualquer número de chuveiros e traços, mas um traço e chuveiro principais são escolhidos. O vértice é determinado pelo primeiro pixel do traço do múon. A energia total do evento é a soma da energia do traço de múon principal com as energias de todos os chuveiros obtidos.

Capítulo 6

Análises de oscilação pura: Desaparecimento

O experimento MINOS está adquirindo dados com o feixe desde maio de 2005 e já acumulou mais de 14×10^{20} PoT em diversos períodos de tomada de dados. Quatro desses períodos já foram analisados para medida de parâmetros de oscilação de neutrinos [76] somando $7,25 \times 10^{20}$ PoT. Outros dois períodos, com o feixe no modo de antineutrinos, foram usados para medir os parâmetros de oscilação para antineutrinos [77] somando $2,95 \times 10^{20}$ PoT. Dois outros períodos, no modo de neutrinos, foram incluídos apenas na análise de aparecimento de neutrinos eletrônicos de MINOS [78], somando mais $1,16 \times 10^{20}$ PoT. A Figura 6.1 mostra a distribuição de intensidade do feixe ao longo do tempo e a exposição acumulada.

Neste capítulo descreveremos o método de análise utilizado para medir a oscilação de neutrinos via desaparecimento de neutrinos do múon. Se o modelo de oscilação de neutrinos está correto, devemos observar um déficit no fluxo de neutrinos muônicos no FD devido à conversão de sabor dos neutrinos. A razão entre o fluxo observado e fluxo previsto deve exibir um comportamento oscilatório cuja frequência e amplitude são medidas diretas dos parâmetros de oscilação Δm_{32}^2 e $\sin^2(2\theta_{23})$.

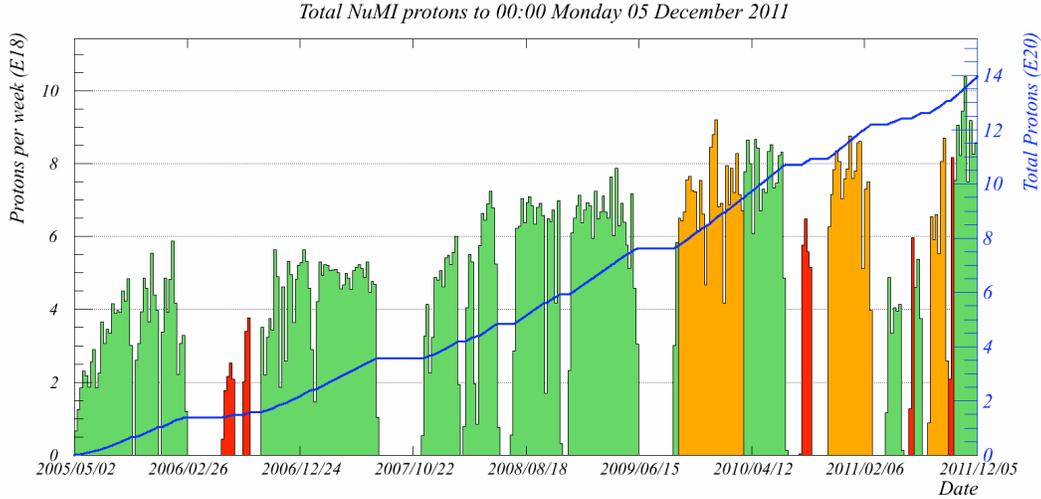


Figura 6.1: Intensidade do feixe ao longo do tempo medida em prótons no alvo por semana. A linha azul mostra o valor acumulado ao longo do tempo. Os períodos em modo de neutrinos são mostrados em verde, os períodos em modo de antineutrinos em laranja e os períodos com o feixe na configuração de pseudo-alta energia em vermelho.

O fluxo no FD é medido a partir do número de interações de neutrinos muônicos por corrente carregada em bins de energia. De uma forma geral, a relação entre o número de eventos num determinado bin de energia e o fluxo de neutrinos naquele intervalo de energias é dada por:

$$N(E_0) = TN_a \int_{E_0 - \delta E}^{E_0 + \delta E} dE \int dE' \phi(E') \sigma(E') \epsilon(E') \mathcal{R}(E - E') \quad (6.1)$$

onde $N(E_0)$ é o número de eventos observados num tempo T com energias entre $E_0 - \delta E$ e $E_0 + \delta E$, N_a é o número de alvos (núcleos de Fe) no detector, ϕ é o fluxo de neutrinos, σ é a seção de choque da interação, ϵ é a eficiência do detector e \mathcal{R} é a resolução de energia do detector.

Não há muitos dados de seção de choque de neutrinos na faixa de energia que MINOS observa, por isso temos incertezas grandes no número de eventos em

cada detector. Essa é a motivação principal para a construção do ND. Como os dois detectores são formados dos mesmos materiais, uma comparação entre o número de eventos de cada detector será pouco sensível à incertezas na seção de choque de forma que o erro sistemático pode ser reduzido drasticamente.

6.1 Correções de fluxo

Ao analisar os dados do ND, observamos uma discrepância considerável com relação à previsão da simulação. Contudo, se essa discrepância fosse devido ao processo de detecção de neutrinos, esperaríamos que as discrepâncias ocorressem em regiões de energia similares para diferentes configurações do feixe. Dados de diferentes configurações de feixe foram analisados e concluiu-se que as discrepâncias eram provenientes de incertezas na produção de hádrons pelo alvo. Esses dados foram então utilizados para determinar fatores de forma que são embutidos na fórmula que descreve a produção de píons em função de seus momentos transversos e longitudinal [79]. A Figura 6.2 mostra os fatores de forma obtidos e o efeito desse procedimento na redução das incertezas relacionadas ao feixe.

6.2 Previsão no Far Detector

Não podemos comparar o número de eventos diretamente, pois os fluxos dos dois detectores não são idênticos. As diferenças no fluxo são relacionadas à geometria do feixe. O ND está próximo o suficiente do tubo de decaimento para que as dimensões do tubo sejam relevantes, ou seja, para o ND, a fonte de neutrinos não é pontual. Em contraposição, o FD está muito longe para que efeitos da geometria do feixe sejam relevantes e podemos considerar uma fonte pontual para o FD.

Os dados do ND são usados para gerar uma previsão para o número de eventos em bins de energia no FD [80]. Essa previsão é comparada diretamente com o número de eventos observado no FD. O processo pelo que essa previsão é gerada

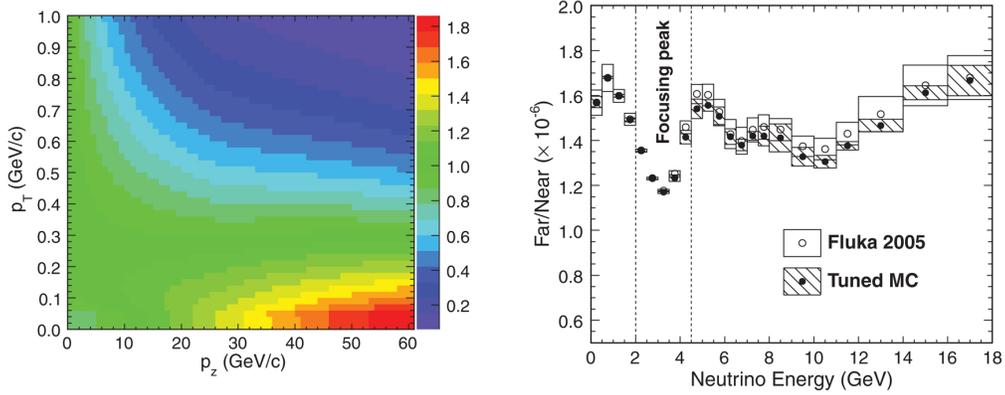


Figura 6.2: Mapa dos fatores de forma obtidos no ajuste de dados de diferentes configurações de feixe no ND e o efeito desse ajuste na correção do espectro e redução dos erros sistemáticos. Na figura da direita temos a razão entre os espectros no ND e FD. Devido às diferenças espectrais observadas, os dados do ND não podem ser comparados diretamente com os dados do FD.

é denominado extrapolação e está representado esquematicamente na Figura 6.3. O processo corresponde à deconvolução do número de eventos para determinar o fluxo no ND, depois o fluxo é transformado através de uma matriz de transferência B tal que $F_i = \sum_j B_{ij} N_j$, onde F_i e N_i são os fluxos de neutrinos integrados no bin de energia i para o FD e ND respectivamente. Após essa transformação, o fluxo no FD é obtido e convoluído para obter a previsão do número de eventos no FD.

A matriz B é obtida comparando a energia de um neutrino que passa pelo ND com a energia de um neutrino que passa pelo FD para uma mesma partícula da simulação do feixe que decai no tubo de decaimento. Esse processo é feito independentemente para cada período de tomada de dados, para levar em conta possíveis diferenças no feixe, assim como para neutrinos e antineutrinos, já que eles provêm de decaimentos diferentes. A Figura 6.4 mostra um exemplo de matriz de transferência.

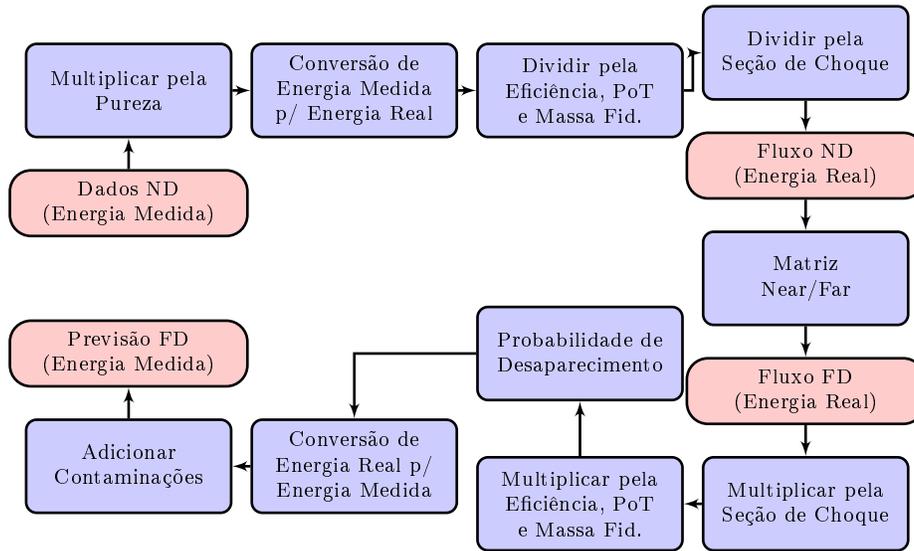


Figura 6.3: Fluxograma do processo de extrapolação dos dados do ND para uma previsão do FD.

6.3 Seleção de eventos

A sensibilidade do experimento aos parâmetros de oscilação dependem fortemente da capacidade de discriminar entre interações de neutrinos muônicos do feixe via corrente carregada e outros tipos de eventos que contaminam os dados. Ambos os detectores se encontram subterrâneos de forma que as maiores fontes contaminação vêm de neutrinos atmosféricos e outros tipos de interação de neutrinos do feixe, principalmente via corrente neutra. A maior parte dos neutrinos atmosféricos é facilmente eliminada exigindo que os neutrinos detectados coincidam temporalmente com os pulsos de prótons no detector. Além disso a direção de chegada do neutrinos pode ser medida e a verticalidade das trajetórias é utilizada para reduzir ainda mais o fundo de neutrinos atmosféricos.

Para reduzir a contaminação por interações de corrente neutra selecionamos apenas eventos que contenham múons. Fazemos isso identificando múons reconstruídos em cada evento e analisando as características de seus traços. Dois algoritmos de seleção são implementados.

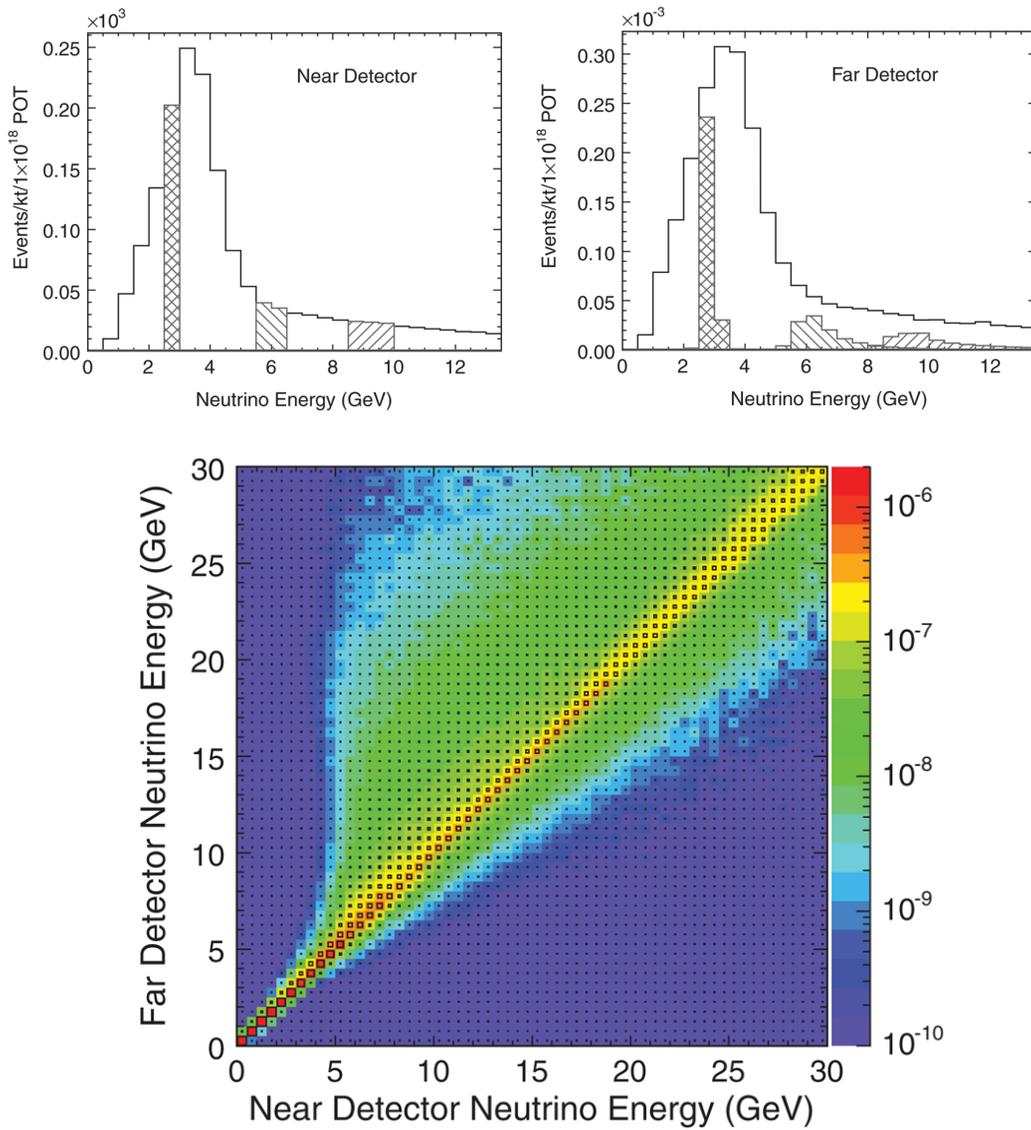


Figura 6.4: Efeito de distorção do espectro de energia e a matriz de transferência obtida na simulação. Cada bin de energia no ND corresponde a uma distribuição de bins no FD.

No primeiro [81], uma pre-seleção é feita em que apenas eventos que contêm traços de múon com 10 planos ou mais de comprimento são escolhidos. O

algoritmo então utiliza quatro variáveis topológicas dos traços gerando um mapa quadridimensional de eventos. As distribuições dessas quatro variáveis no ND são mostradas na Figura 6.5. As quatro variáveis utilizadas são:

- Número de planos atravessados: Múons reais irão deixar traços em média mais longos que múons erroneamente reconstruídos a partir de interações hadrônicas.
- Energia média depositada em cada tira de cintilador: Múons depositam uma quantidade de energia baixa por tira de cintilador comparado com partículas num chuveiro hadrônico. A energia média é calculada usando as tiras nos últimos 70% dos planos do traço para obter uma região com mínima presença de chuveiros.
- Flutuação da energia depositada: Múons depositam energia de forma bastante uniforme, com pouca flutuação, enquanto a energia depositada por hádrons flutua consideravelmente. Essa variável também é calculada apenas nos últimos 70% dos planos do traço e é dada pela razão entre as energias médias depositadas na metade das tiras de menor sinal e na metade das tiras de maior sinal.
- Perfil transversal: Múons tipicamente depositam energia numa única tira por plano. A variável é a fração da energia numa janela de 4 tiras ao redor do múon que é associada ao traço do múon. Essa variável é calculada apenas nos últimos 50% dos planos do traço.

Usando uma amostra de treinamento gerada por Monte Carlo identificamos a fração dos 80 eventos simulados mais próximos do evento a ser analisado no espaço quadridimensional que são de fato interações de neutrinos muônicos por corrente carregada. Essa fração constitui um parâmetro de separação R . Esse valor foi escolhido de forma a otimizar a sensibilidade ao desaparecimento dos neutrinos. As variáveis são normalizadas de forma que 80% dos eventos simulados esteja contida num mesmo intervalo para qualquer variável e uma métrica

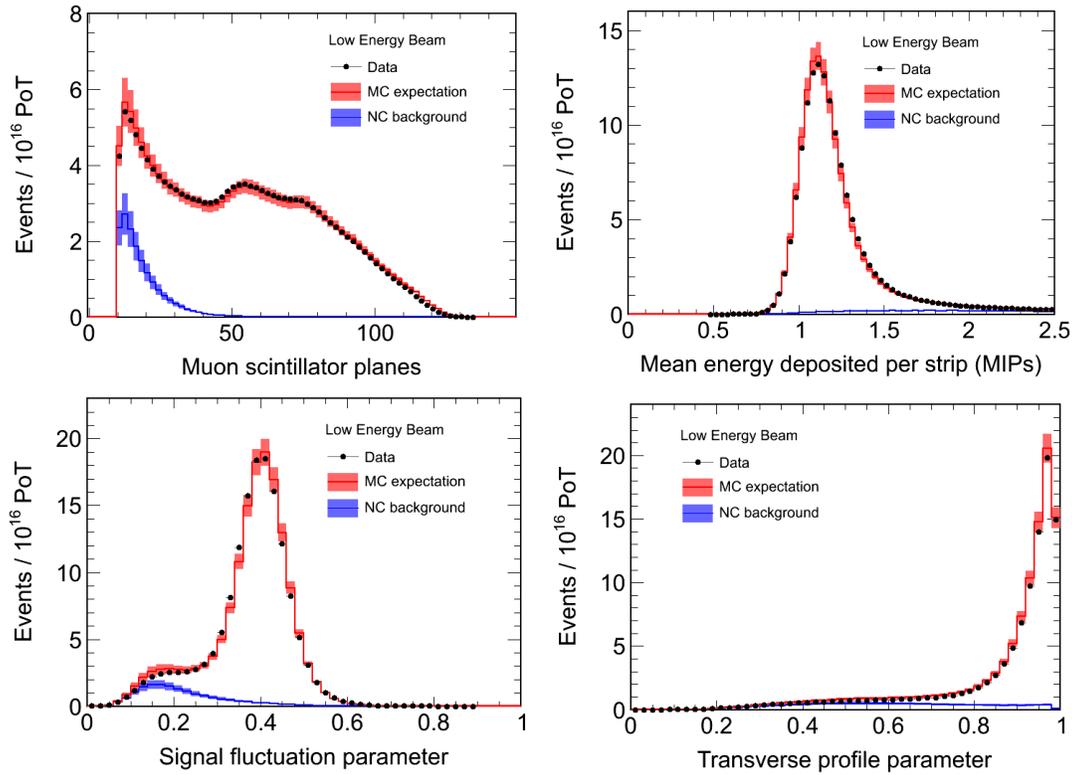


Figura 6.5: Distribuição das quatro variáveis usadas no primeiro algoritmo de seleção no ND. De cima pra baixo e da esquerda para a direita temos respectivamente: Número de planos atravessados, energia média depositada, flutuação da energia depositada e perfil transversal.

euclidiana é utilizada para medir a distância entre os eventos. A distribuição do parâmetro de separação obtida para o ND é mostrada na Figura 6.6.

Com o objetivo melhorar a eficiência da seleção em baixas energias, um segundo parâmetro de separação J foi desenvolvido de maneira similar a R , utilizando outras três variáveis topológicas de traços de múons [82]. Nesse segundo algoritmo, a restrição mínima de 10 planos num traço é removida, pois eventos de baixa energia frequentemente não satisfazem esse critério. A Figura 6.7 mostra as distribuições dessas três variáveis no ND. As três variáveis são:

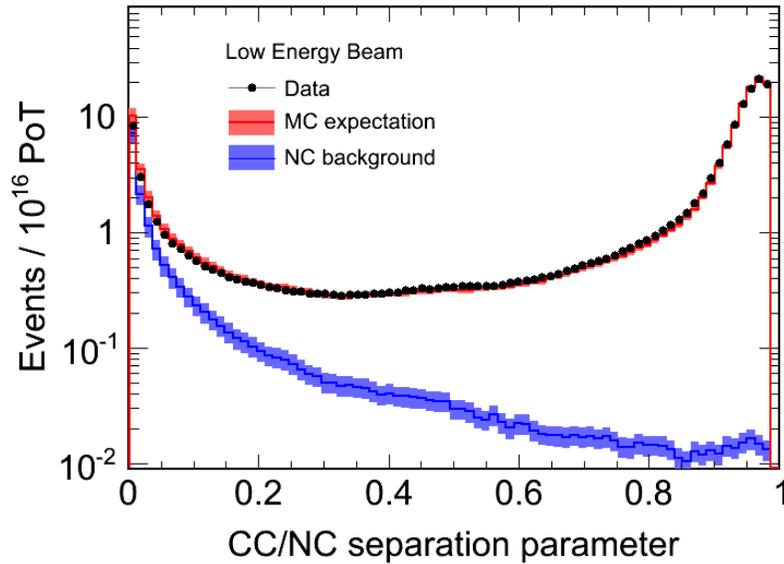


Figura 6.6: Distribuição do parâmetro de separação R para o ND.

- Número de planos atravessados: Idêntico ao utilizado para R , mas inclui todas as tiras de cintilador do traço.
- Energia depositada nas últimas 5 tiras: Hádrõs podem depositar grandes energias ao final de sua trajetória numa interação nuclear, o que não ocorre para múõs.
- Grau de espalhamento: Hádrõs costumam sofrer mais espalhamentos num espaço curto de forma que suas trajetórias são menos retas. Essa variável é calculada para os planos do tipo U e V, gerando duas entradas independentes no algoritmo.

A distribuição do parâmetro de separação J obtida para o ND é mostrada na Figura 6.8. As variáveis de separação R e J são combinadas de forma que um evento será selecionado se $R > 0,25$ ou $J > 0,5$. Os cortes foram otimizados para maximizar a sensibilidade aos parâmetros de oscilação e o potencial de discriminação de modelos alternativos. Essa seleção obtém eficiência e pureza

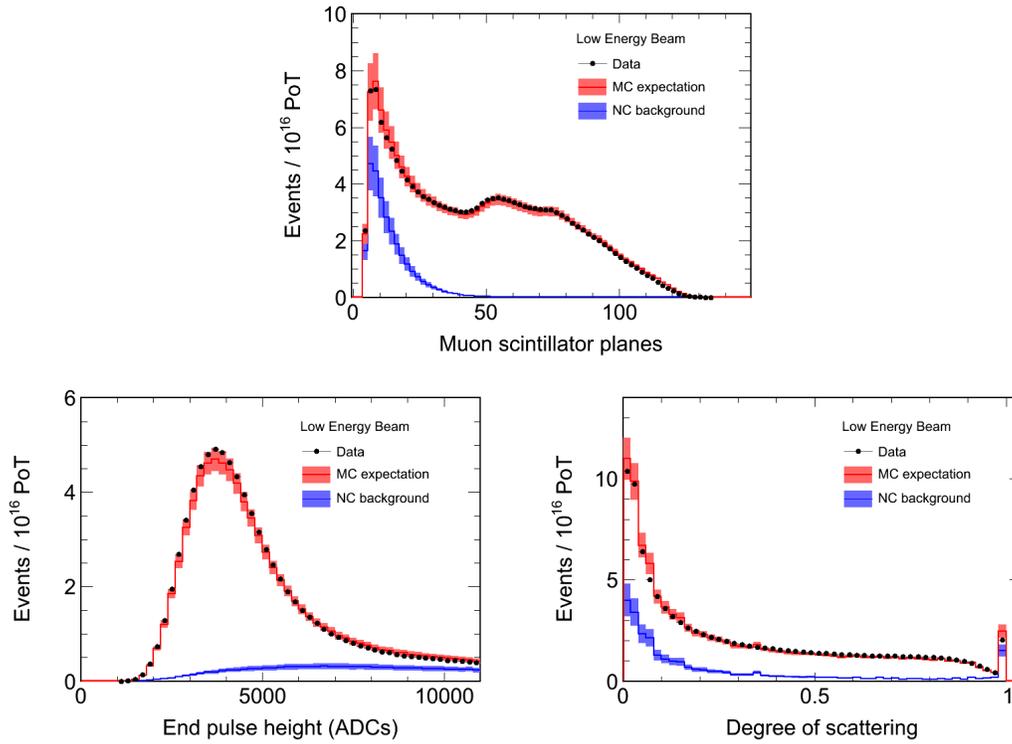


Figura 6.7: Distribuição das três variáveis usadas no segundo algoritmo de seleção no ND. Em cima: Número de planos atravessados. Em baixo, da esquerda para a direita: Energia depositada nas últimas 5 tiras e grau de espalhamento.

bastante altas para energias acima de 1 GeV. A Figura 6.9 mostra a eficiência e contaminação por corrente neutra no ND em função da energia do neutrino.

6.4 Aprimoramento da resolução de energia

A resolução de energia é um fator muito importante para a sensibilidade do experimento. Uma baixa resolução de energia fará com que a distorção característica de oscilação de neutrinos se dilua. Para $\text{sen}^2(2\theta) = 1$, por exemplo, existem energias em que o fluxo de neutrinos muônicos esperado é nulo, porém, devido à resolução de energia, eventos com energias próximas irão popular esse mínimo

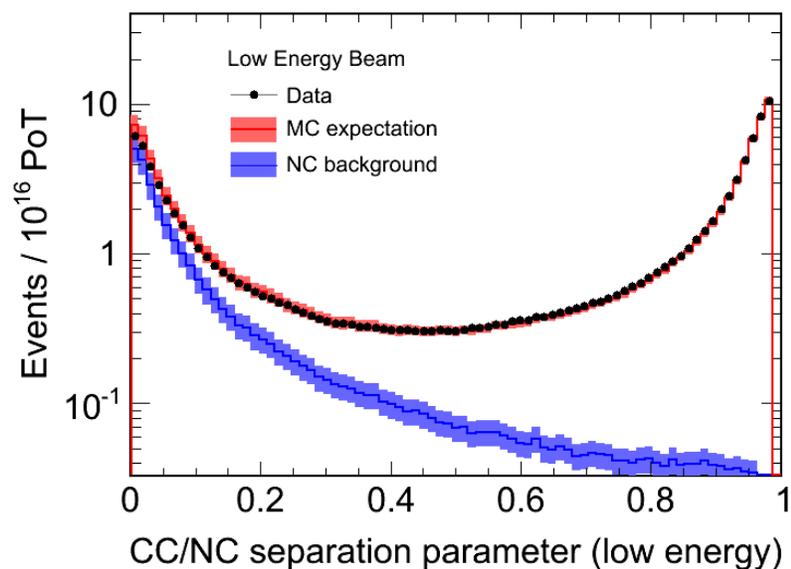


Figura 6.8: Distribuição do parâmetro de separação J para o ND.

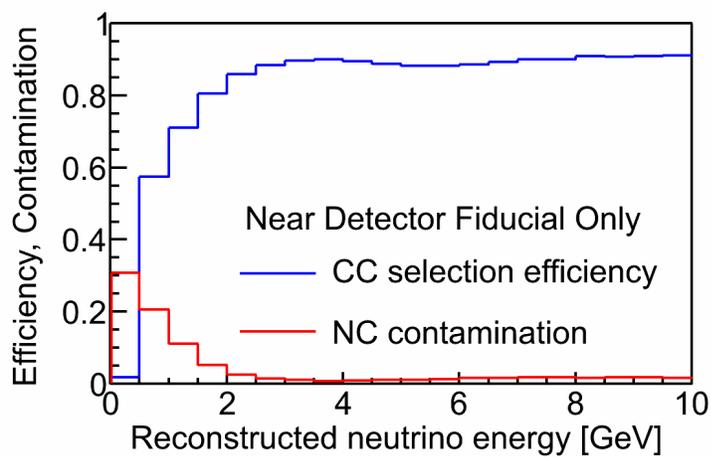


Figura 6.9: Eficiência e contaminação por corrente neutra para o método de seleção no ND em função da energia do neutrino.

de oscilação gerando uma incerteza maior na medida de $\sin^2(2\theta)$. O efeito da resolução de energia sobre as regiões de confiança do experimento MINOS pode ser visto na Figura 6.10.

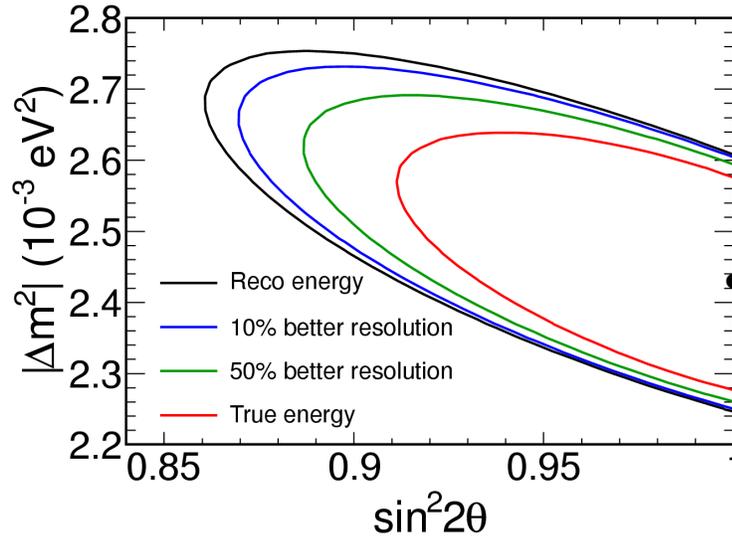


Figura 6.10: Regiões de 90% de confiança para eventos simulados com diferentes resoluções de energia. A curva preta representa a resolução de energia padrão de MINOS, com medidas calorimétricas das energias dos chuveiros.

Tendo em vista o forte impacto da resolução de energia na sensibilidade do experimento, um algoritmo similar ao utilizado para seleção de neutrinos muônicos foi desenvolvido para estimar a energia dos chuveiros hadrônicos em cada evento [83]. O algoritmo utiliza três variáveis para montar um espaço tridimensional. Para cada ponto neste espaço, a energia do chuveiro é estimada como a energia média dos 400 eventos simulados mais próximos. As variáveis utilizadas foram:

- Número de planos atingidos pelo chuveiro principal.
- A energia “deweighted” do chuveiro nos primeiros 1 m a partir do vértice. A energia “deweighted” é uma estimativa de energia em que a energia de

cada tira é elevada a uma potência entre 0 e 1 que depende do tamanho do chuveiro. Para chuveiros grandes a potência tende a 1 e para chuveiros pequenos a 0.

- A energia calorimétrica dos dois maiores chuveiros.

O algoritmo introduz um viés no valor médio da energia devido a anisotropia de eventos no espaço gerado. Esse viés é medido por simulações e ajustado por um polinômio que é usado corrigir a energia estimada. O método melhora a resolução de energia consideravelmente para baixas energias. Para eventos entre 1,0 e 1,5 GeV, a resolução passa de 55% para 43%, por exemplo. O impacto do aprimoramento da estimativa de energia dos chuveiros hadrônicos sobre a sensibilidade do experimento pode ser visto na Figura 6.11.

6.5 Conjuntos de dados

Os dados do FD são separados em 12 conjuntos, para cada período de tomada de dados, que são ajustados simultaneamente com as respectivas previsões. Nesta análise, foram utilizados 4 períodos de tomada de dados. Três períodos na configuração padrão de baixa energia e um período na configuração de pseudo-alta energia.¹

Seis conjuntos são formados por eventos cujo vértice se encontra dentro de um volume fiducial no detector. O volume fiducial no FD é definido por um cilindro de 3,74 m de raio, alinhado horizontalmente no centro do detector, excluindo-se a parte central de raio 0,4 m onde se encontra a bobina do detector. Os primeiros 3 planos de cada super-módulo do detector e os últimos 10 planos do primeiro e 22 planos do segundo, são excluídos do volume fiducial. Eventos desses 6 conjuntos utilizam dados do ND extrapolados como descrito na seção 6.2 deste capítulo. Um volume fiducial também é definido para o ND, de forma mais conservadora devido a alta taxa de eventos neste. O volume fiducial do ND consiste de um

¹O conjunto de dados de múons com carga positiva não é utilizado para o período de configuração com pseudo-alta energia pois o número de eventos é muito pequeno.

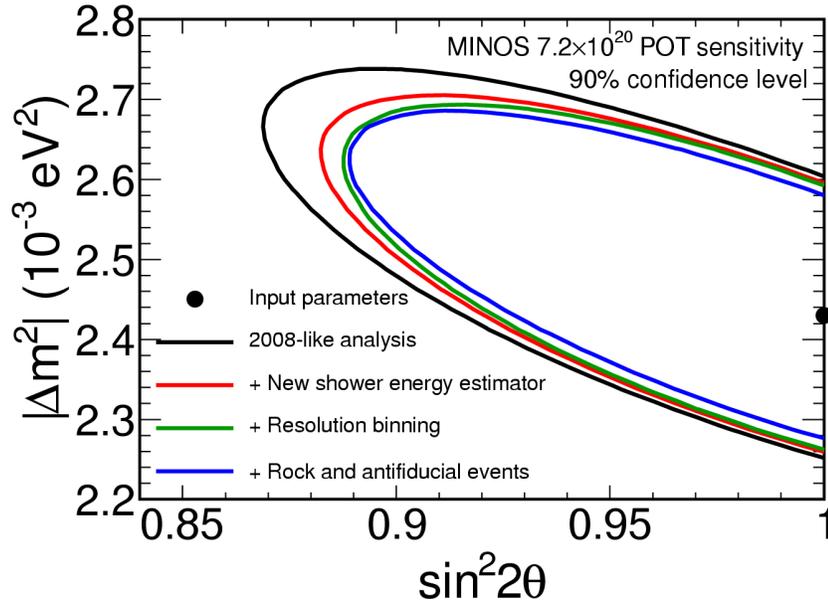


Figura 6.11: Regiões de 90% de confiança para eventos simulados considerando as diferentes melhorias implementadas com relação a análise de 2008. O maior impacto se deve ao aprimoramento da estimativa de energia de chuviscos hadrônicos. A subdivisão em quantis de resolução de energia e incorporação de eventos fora do volume fiducial são outras melhorias significativas.

cilindro de 0,8 m de raio, alinhado e centralizado na direção do feixe, cerca de 3° para baixo. O volume inclui apenas a região entre os planos 14 e 68 do detector de forma que todos os chuviscos estejam contidos na região mais instrumentada do detector.

Os 6 conjuntos de eventos fiduciais consistem de um conjunto de eventos em que a carga do múon reconstruído é positiva, o que é associado com antineutrinos do múon, e 5 conjuntos de eventos em que a carga do múon reconstruído é negativa, caracterizando neutrinos do múon. Nossa simulação mostra que uma parte significativa dos eventos de baixa energia com carga reconstruída positiva é formada por múons cuja carga foi erroneamente determinada como mostrado na Figura 6.12.

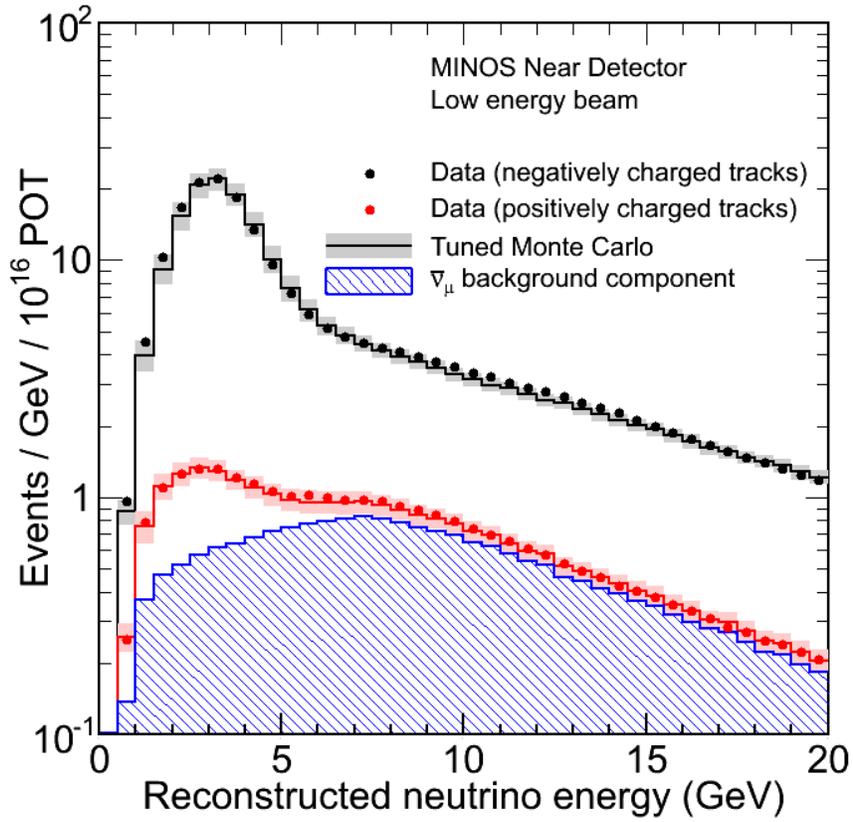


Figura 6.12: Espectro de energia reconstruída no ND. Os eventos com carga reconstruída positiva possuem uma fração significativa de eventos de neutrinos muônicos em baixas energias.

Os 5 conjuntos de eventos com múons de carga negativa são separados em quantis de resolução de energia [84]. A resolução de energia de um evento é dada por $\sigma_{tot} = \sigma_{shw} \oplus \sigma_{trk}$, onde σ_{shw} é a resolução de energia do chuveiro e σ_{trk} é a resolução de energia do múon. A determinação da energia do múon depende da contenção deste no detector. Múons totalmente contidos no detector têm suas energias estimadas a partir da distância percorrida enquanto múons que escapam do detector têm energias estimadas pela curvatura do traço. As resoluções de energia de chuveiros e múons são parametrizadas da seguinte forma:

$$\sigma_{trk} = \begin{cases} 5,1\%\sqrt{E_{trk}} \oplus 6,9\%E_{trk} \text{ GeV}, & \text{contido} \\ 1,34\sqrt{p^2\sigma_{q/p}} \oplus p^2\sigma_{q/p} \text{ GeV}, & \text{ñ contido} \end{cases}$$

$$\sigma_{shw} = 0,275 \oplus 40,4\%\sqrt{E_{shw}} \oplus 8,6\%E_{shw} \text{ GeV} \quad (6.2)$$

Os quantis de resolução são definidos em função da energia como mostrado na Figura 6.13. A separação em quantis de energia possibilita extrair uma quantidade maior de informação de eventos cujas energias são bem conhecidas sem excluir eventos de baixa resolução.

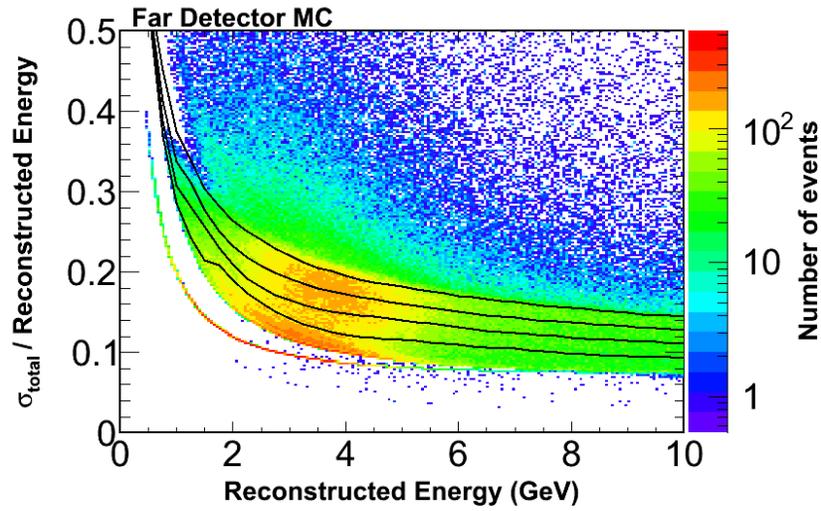


Figura 6.13: Resolução de energia em função da energia reconstruída do neutrino e as regiões que definem cada quantil de resolução.

Por fim, temos 6 conjuntos de dados que consistem de eventos cujo vértice se encontra fora do volume fiducial [85]. Esses eventos são provenientes de neutrinos que interagem nas bordas do detector, assim como na rocha e materiais dentro da caverna do detector. Os 6 conjuntos são obtidos separando os eventos provenientes de diferentes partes do detector mostradas na Figura 6.14. Como os chuveiros desse eventos em geral não estão completamente contidos no detector,

a energia é estimada apenas através do múon gerado. A separação em 6 conjuntos funciona como uma separação em bins de resolução, uma vez que múons que entram por diferentes bordas do detector têm graus de contenção diferentes. Devido às grandes diferenças entre as cavernas do ND e FD, o método de extrapolação para esses eventos é diferente e utiliza eventos dentro do volume fiducial no ND para gerar um fator de correção em função da energia para a simulação dos eventos fora do volume fiducial no FD.

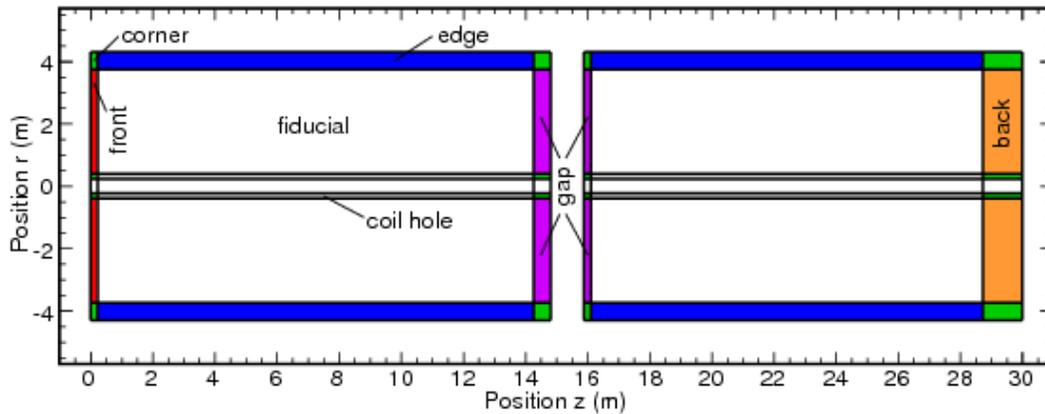


Figura 6.14: Regiões utilizadas para formar os 6 conjuntos de dados anti-fiduciais no FD.

O impacto da inclusão dos conjuntos de dados antifiduciais e a separação em quantis de resolução sobre a sensibilidade do experimento pode ser visto na Figura 6.11.

6.6 Erros sistemáticos

Uma grande quantidade de efeitos sistemáticos foram avaliados em termos de seus impactos sobre o melhor ajuste dos dados [86]. Os efeitos avaliados se enquadram nos seguintes tipos:

- Energia hadrônica: Se refere a incertezas na escala de energia de chuveiros hadrônicos devido a fatores comuns aos dois detectores. Esse erro depende

da energia do feixe e é aproximadamente 7% para energias menores que 3 GeV.

- Energia do múon: Se refere a incertezas na escala de energia dos múons devido a fatores comuns aos dois detectores. Os erros são de 2% para medidas por alcance e 3% para medidas por curvatura.
- Normalização: Incertezas em fatores que independem da energia e determinam apenas um fator de escala relativo entre os dois detectores. Esse erro é estimado em 1,6%.
- Contaminação por corrente neutra: Incertezas na normalização dos eventos de corrente neutra, estimado em 20%
- Energia hadrônica relativa: Se refere a incertezas na calibração da energia de chuveiros hadrônicos nos dois detectores, estimada em 2,2%.
- Seção de choque: Engloba incertezas em diversos parâmetros e modelos de seção de choque para neutrinos.
- Fluxo do feixe: As incertezas obtidas pelo método de correção de fluxo do feixe.
- Separação de neutrinos e antineutrinos: Incertezas na determinação da fração de antineutrinos no conjunto de eventos de carga negativa, estimado em 40%.
- Eventos antifiduciais: Incertezas relativas ao conjunto de dados de eventos fora do volume fiducial que não estão incluídas em outras categorias.

Para determinar o impacto dos diferentes efeitos sistemáticos, simulações em que cada efeito foi alterado em 1σ foram utilizadas para obter um ajuste através do método completo de análise. O ajuste é feito minimizando-se a seguinte função baseada na verossimilhança L de eventos com distribuição de Poisson:

$$\chi^2 = -2\ln L = 2 \sum_i \left[e_i - o_i + o_i \ln \left(\frac{o_i}{e_i} \right) \right] \quad (6.3)$$

onde e_i e o_i são, respectivamente, o valor esperado e observado no bin i . Os valores esperados e_i dependem dos parâmetros de oscilação. O resultado do estudo do impacto dos efeitos sistemáticos no ajuste de dados é mostrado na Figura 6.15. Os três efeitos sistemáticos de maior impacto sobre a medida de Δm^2 foram a energia hadrônica, a energia do múon e a normalização. O efeito dominante para a medida de $\sin^2(2\theta)$ foi a contaminação por corrente neutra. Esses quatro efeitos foram incluídos como parâmetros livres no ajuste final dos dados e um termo de penalidade foi incluído no χ^2 . A função a ser minimizada passa então a ser:

$$\chi^2 = -2\ln L = 2 \sum_i \left[e_i - o_i + o_i \ln \left(\frac{o_i}{e_i} \right) \right] + \sum_{j=1}^{N_s} \frac{s_j^2}{\sigma_j^2} \quad (6.4)$$

onde N_s é o número de efeitos sistemáticos ajustados, s_j é o desvio do efeito sistemático j , σ_j é o erro correspondente e e_i agora depende também dos quatro parâmetros s_j . Para determinar a dependência dos valores esperados com os desvios sistemáticos, simulações com desvios de $n\sigma$, com $-2 \leq n \leq 2$ e $n \in \mathbb{Z}$, foram interpoladas para gerar fatores de escala para cada bin de energia em função do desvio sistemático [87].

6.7 Resultados

A análise descrita aqui foi aplicada a 4 períodos de tomada de dados que somados acumularam $7,25 \times 10^{20}$ PoT. Todos os elementos da análise foram definidos antes de aplicá-los aos dados. Os espectros de energia obtidos para os dados e a previsão no FD são mostrados na Figura 6.16 para os conjuntos fiduciais e antifiduciais.

A razão entre o espectro previsto sem oscilação e os dados obtidos no FD podem ser vistos na Figura 6.17 e mostram claramente uma escassez de neutrinos

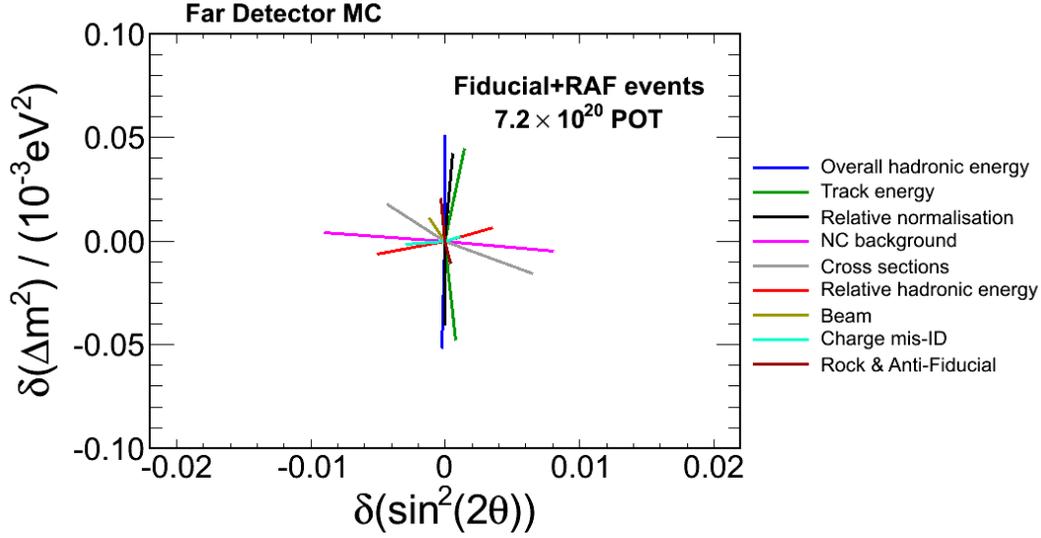


Figura 6.15: Impacto dos diferentes efeitos sistemáticos sobre o ajuste de dados no FD. Para cada efeito sistemático, uma simulação foi gerada com desvio de $\pm 1\sigma$ e ajustado usando a análise padrão. Os pontos de melhor ajuste são mostrados como extremidades das diversas linhas e o ponto central corresponde ao melhor ajuste com a simulação nominal.

na região de baixa energia que parece formar um mínimo entre 1 e 2 GeV. O melhor ajuste de oscilação para esses dados nos fornece $\Delta m^2 = (2,32_{-0,08}^{+0,12}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ e $\sin^2(2\theta) > 0,9$ com 90% de confiança. Esse é o valor mais preciso de Δm_{32}^2 já obtido em experimentos de oscilação.

Além disso, dois modelos alternativos também foram ajustados aos dados, decaimento [88] e descoerência [89] puros, e estão excluídos com 7 e 9 σ respectivamente. Contudo, os dois modelos analisados impõem $\Delta m^2 = 0$ e ainda existe a possibilidade de detectar efeitos de descoerência subdominantes nos dados obtidos por MINOS.

As regiões de confiança para os parâmetros de oscilação são dadas na Figura 6.18 junto com as regiões de confiança obtidas em análises anteriores de dados de MINOS e Super-Kamiokande.

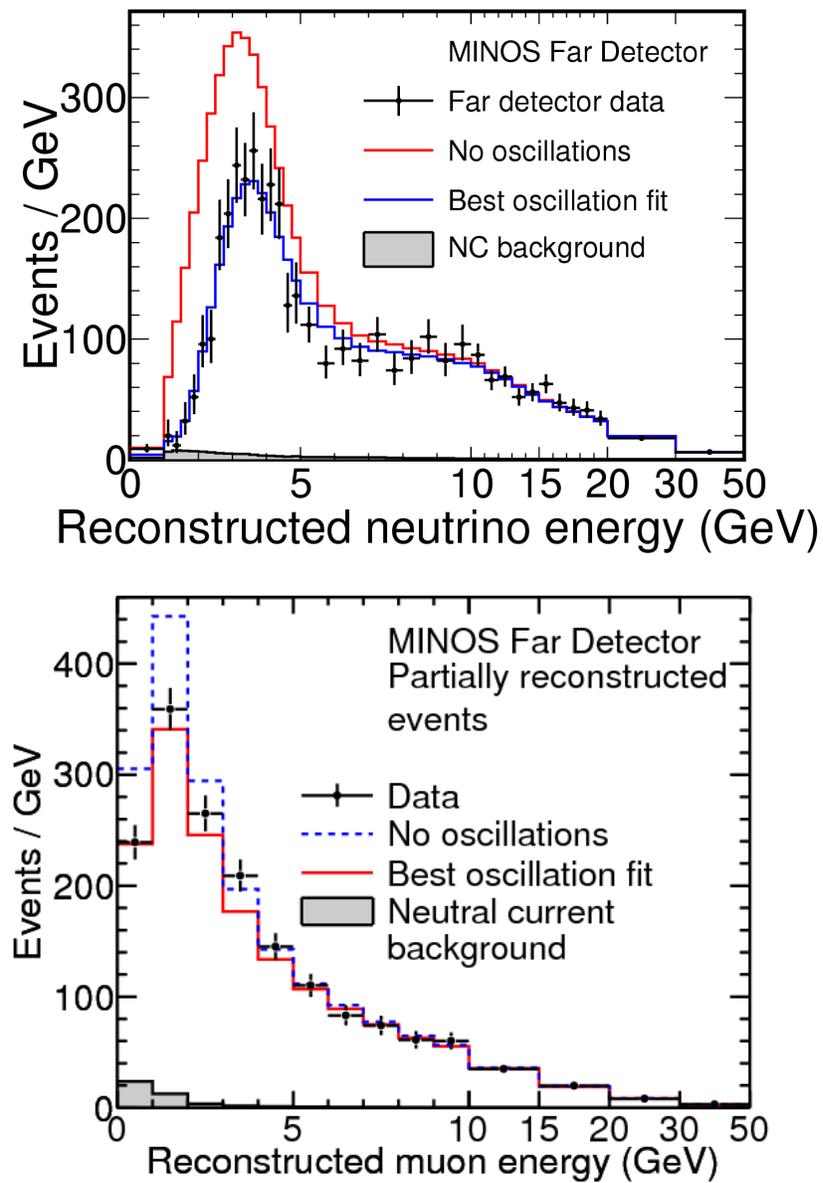


Figura 6.16: Espectros de energia no FD, incluindo todos os períodos de tomada de dados. Combinação de todos os conjuntos de dados com eventos dentro do volume fiducial (cima) e fora do volume fiducial (baixo).

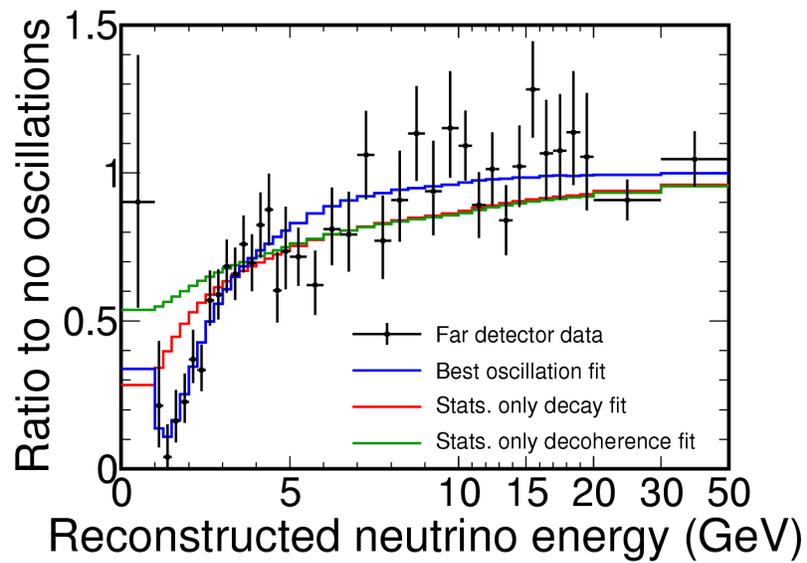


Figura 6.17: Razão entre diferentes espectros e o espectro previsto sem oscilação no FD, incluindo todos os períodos de tomada de dados e todos os conjuntos de dados com eventos dentro do volume fiducial. Todos os espectros tiveram a contaminação por corrente neutra subtraída. Os dados são bem ajustados pelo modelo de oscilação, enquanto modelos de decaimento e descoerência pura não ajustam bem os dados.

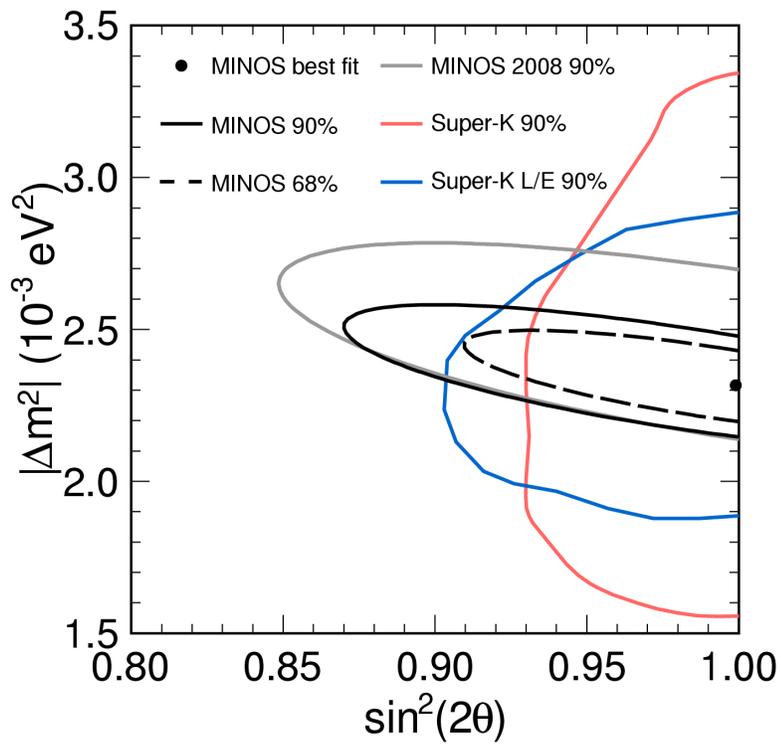


Figura 6.18: Regiões de 68% e 90% de confiança referentes à análise de dados de MINOS. São mostradas também as regiões de 90% de confiança da análise anterior de MINOS, cuja exposição foi de $3,36 \times 10^{20}$, e das análises de Super-Kamiokande de ângulo zenital [90] e L/E [91].

Capítulo 7

Análises de oscilação pura: Aparecimento

O ângulo de mistura medido através do desaparecimento de neutrinos muônicos corresponde à mistura dos estados de massa ν_2 e ν_3 e por isso é denominado θ_{23} . Da mesma forma a diferença de massa medida é Δm_{32}^2 . Sabemos que o ângulo θ_{12} também é grande, porém $\Delta m_{21}^2 \ll \Delta m_{32}^2$ e θ_{13} é pequeno, por isso a oscilação para o estado de massa ν_1 é suprimida.

Na prática, isso significa que o aparecimento de neutrinos eletrônicos é também suprimido. Ignorando termos da ordem de $\Delta m_{21}^2 L/E$, temos que a probabilidade de aparecimento de neutrinos eletrônicos é dada pela equação (3.24), que reescrevemos abaixo. Portanto, medir o aparecimento de neutrinos eletrônicos nos dá informação sobre o ângulo θ_{13} .

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_e} \approx \sin^2 \theta_{23} \sin^2 (2\theta_{13}) \sin^2 \left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{4E} \right) \quad (7.1)$$

7.1 Seleção de eventos

A análise é uma busca por eventos de ν_e em excesso no FD. Espera-se que esse excesso seja muito pequeno, devido aos limites conhecidos sobre θ_{13} , de forma que a contaminação por eventos identificados de forma equivocada é a maior limitação para a sensibilidade do experimento. Assim, a seleção de eventos é o fator mais relevante para esta análise.

O sinal de um evento de corrente carregada de neutrinos eletrônicos é muito diferente do sinal de neutrinos muônicos. Elétrons interagem no detector na forma de chuveiros eletromagnéticos relativamente curtos, enquanto múons produzem longos traços no detector. De forma a eliminar a maior parte dos eventos que contém múons, uma pre-seleção é feita em que eventos que claramente identificados como contaminações são eliminados. Essa pre-seleção é constituída dos seguintes critérios:

- Eventos se encontram dentro do volume fiducial: A característica básica dos eventos que buscamos é um chuveiro eletromagnético, portanto chuveiros devem estar totalmente contidos no detector.
- Ao menos um chuveiro reconstruído: Novamente, a presença de um chuveiro caracteriza os eventos de ν_e
- Cinco ou mais planos contíguos com energia depositada de ao menos metade da energia de ionização mínima: Chuveiros hadrônicos que dominam eventos de corrente neutra costumam ser mais difusos e nem sempre interagem com todos os planos. Chuveiros eletromagnéticos são compactos e raramente não interagem com um plano que atravessa.
- Nenhum traço reconstruído com mais de 24 planos: Apenas múons são capazes de deixar traços longos no detector.
- Menos de 15 planos com apenas o traço reconstruído: Novamente, traços longos são características claras de eventos que contém múons.

- Energia reconstruída entre 1 e 8 GeV: Eventos de alta energia possuem probabilidade de oscilação desprezível enquanto que eventos de baixa energia são extremamente dominados por interações de corrente neutra em que o neutrino não é absorvido e parte da energia é perdida.

Após a pre-seleção, um algoritmo intitulado Library Event Matching (LEM) é utilizado para identificar eventos de neutrinos eletrônicos [92]. O algoritmo se baseia na comparação de cada evento com uma biblioteca de eventos simulados contendo 50 milhões de eventos. Os eventos passam por um processo de padronização, para que eventos de diferentes partes dos detectores possam ser comparados com os eventos da biblioteca, e compactificação, de forma a reduzir o tempo de processamento das comparações. Os eventos são comparados tira por tira de acordo com a probabilidade de uma mesma deposição de energia ter gerado as respostas observadas e simuladas no detector. Os 50 eventos simulados com maior probabilidade de terem sido gerados pelo mesmo padrão de deposição de energia do evento a ser identificado são escolhidos para gerar três variáveis listadas a seguir:

- A fração dos 50 melhores eventos que são realmente ν_e -CC
- A inelasticidade média dos eventos que são realmente ν_e -CC dentre os 50 melhores eventos
- A fração média das cargas medidas que coincidem com as cargas dos eventos ν_e -CC dentre os 50 melhores eventos

Essas três variáveis são usadas como parâmetros de entrada num rede neural, cujo parâmetro de saída é o discriminante que estamos procurando. De forma geral, a rede neural gera uma função das três variáveis, cujos parâmetros são otimizados para maximizar a significância do sinal sobre a contaminação. A performance em separação de eventos pelo algoritmo LEM é mostrada na Figura 7.1.

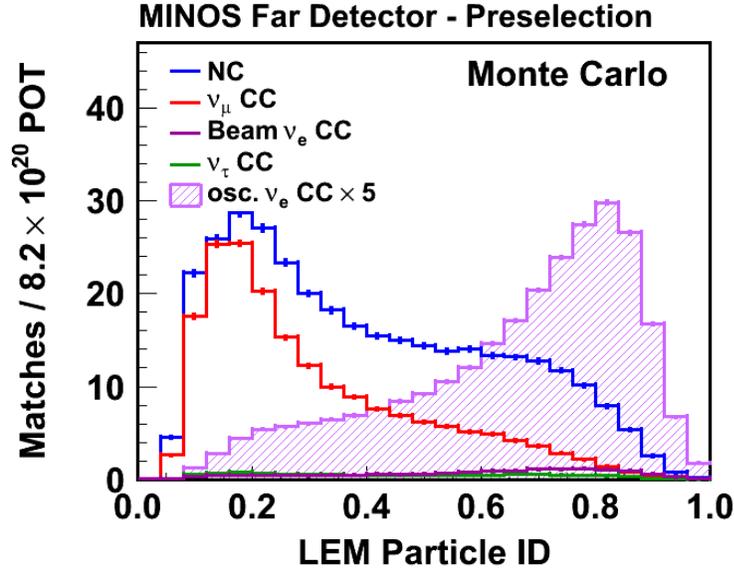


Figura 7.1: Distribuições do parâmetro de separação obtido pelo algoritmo LEM para as diferentes interações no FD.

Eventos com parâmetro de separação $LEM > 0,6$ são escolhidos. A análise ajusta os dados em função do parâmetro de separação, a escolha do corte em 0,6 foi feita para eliminar a região dominada por eventos de contaminação que contribui pouco para a sensibilidade e para a qual as incertezas devido a efeitos sistemáticos são pouco conhecidas. Uma otimização de sensibilidade para um experimento em que a dependência na variável de separação é ignorada resulta num corte em $LEM > 0,7$. A Figura 7.2 mostra a distribuição do parâmetro de separação LEM para dados e MC no ND.

7.2 Erros sistemáticos

Uma grande quantidade de efeitos sistemáticos foram avaliados para esta análise [93]. Para cada efeito considerado, distribuições de eventos para o ND e FD, em bins de energia e do parâmetro de separação LEM, foram gerados a partir de

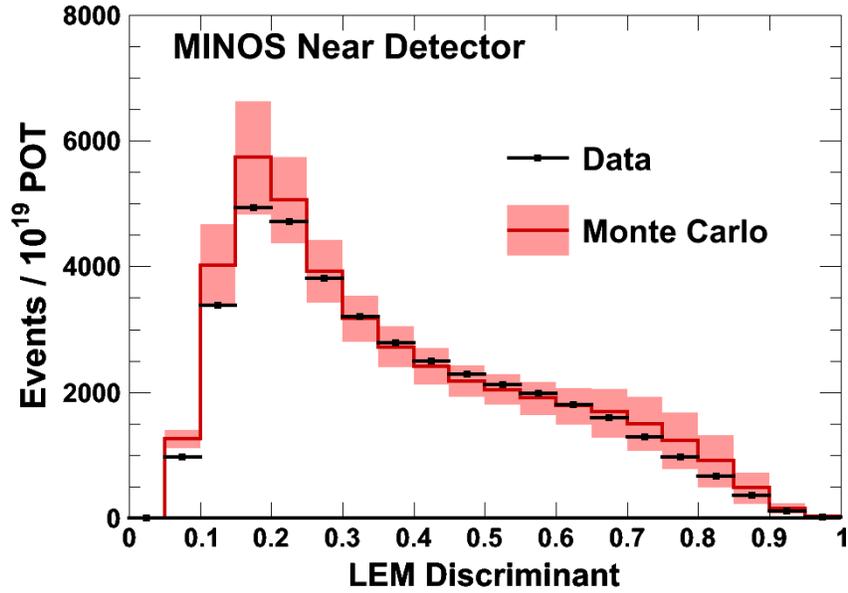


Figura 7.2: Distribuições do parâmetro de separação obtido pelo algoritmo LEM para os dados e simulação de MC no ND.

simulações em que o efeito foi aplicado com desvios de $\pm 1\sigma$. Essas distribuições são usadas para calcular o erro sistemático correspondente a cada efeito na razão entre eventos de MC do FD e ND que serão utilizados na extrapolação descrita na seção 7.4 e também na decomposição dos dados do ND descrita na próxima seção.

Uma matriz de covariância final é obtida para as razões de MC pela combinação das matrizes de covariância de cada efeito sistemático em que todos os bins possuem 100% de correlação e ainda da matriz de covariância resultante do método de decomposição. Essa matriz de covariância será utilizada durante o ajuste de dados de forma a incorporar os erros sistemáticos na determinação das verossimilhanças. O impacto dos efeitos sistemáticos mais relevantes pode ser visto na Tabela 7.1 para eventos com $LEM > 0,7$. Considerando a matriz de covariância completa, os erros sistemáticos geram uma perda de sensibilidade a $\text{sen}^2(2\theta_{13})$ de 7% na análise de aparecimento.

Fonte de Incerteza	Erro
Escala de Energia	4,0%
Contaminação por ν_τ	2,1%
Taxa de Eventos Relativa	1,9%
Modelagem de Chuveiros Hadrônicos	1,1%
Outros	1,0%
Total	5,4%

Tabela 7.1: Erros sistemáticos sobre a previsão da contaminação no FD para $LEM > 0,7$. A categoria “Outros” inclui incertezas relacionadas ao fluxo, seção de choque, simulação do detector e decomposição dos dados do ND.

7.3 Decomposição do Near Detector

A busca pelo aparecimento de neutrinos do elétron depende fortemente da nossa habilidade de determinar as contaminações, sendo elas eventos de Corrente Neutra (NC), ν_μ por Corrente Carregada (CC) e ν_e CC intrínsecos ao feixe. As medidas do ND são utilizadas para prever o espectro de energia do FD, reduzindo assim os erros sistemáticos. Esse procedimento deve ser feito separadamente para cada tipo de contaminação devido a efeitos de oscilação e geometria do feixe.

Dadas as grandes incertezas nos modelos de hadronização usados na simulação por Monte Carlo (MC) de MINOS, precisamos de um método que separe os diferentes componentes dos dados do ND.

As frações de eventos selecionados como ν_e provenientes de cada um dos tipos de contaminação podem variar significativamente dependendo da configuração de feixe utilizada. Nos utilizamos deste fato para construir um sistema de equações linearmente independentes e resolvê-lo para obter as três componentes da contaminação.

Em princípio, apenas três configurações de feixe são necessárias para obter uma solução única para o sistema proposto aqui. As configurações utilizadas foram a configuração padrão, a configuração de pseudo-alta energia e a configu-

ração com lentes magnéticas desligadas. Na prática, essas configurações de feixe não possuem composições suficientemente diferentes para formar um sistema bem condicionado. Especificamente, as configurações de pseudo-alta energia e lentes desligadas são dominadas por eventos de NC, enquanto a configuração padrão de baixa energia possui contribuições equivalentes de eventos de NC e ν_μ -CC. Por essa razão, previsões de MC foram utilizadas para super-determinar o sistema e torná-lo mais estável.

7.3.1 Decomposição Generalizada

7.3.1.1 Previsão Baseada em Dados

Nosso primeiro passo é construir um sistema da forma $AX = b$. Começamos por notar que qualquer configuração de feixe satisfaz uma equação linear da seguinte forma:

$$\frac{N_{NC}^{BC\ MC}}{N_{NC}^{ON\ MC}} N_{NC}^{ON\ data} + \frac{N_{CC}^{BC\ MC}}{N_{CC}^{ON\ MC}} N_{CC}^{ON\ data} + \frac{N_{\nu_e}^{BC\ MC}}{N_{\nu_e}^{ON\ MC}} N_{\nu_e}^{ON\ data} = N_{Total}^{BC\ data} \quad (7.2)$$

Aqui $N_{NC}^{BC\ MC}$, $N_{CC}^{BC\ MC}$ e $N_{\nu_e}^{BC\ MC}$ são, respectivamente, o número de eventos de MC das componentes NC, ν_μ -CC e ν_e -CC intrínseco numa determinada configuração de feixe, $N_{NC}^{ON\ MC}$, $N_{CC}^{ON\ MC}$ e $N_{\nu_e}^{ON\ MC}$ são os correspondentes números de eventos na configuração padrão do feixe, $N_{NC}^{ON\ data}$, $N_{CC}^{ON\ data}$ e $N_{\nu_e}^{ON\ data}$ representam os dados na configuração padrão desmembrados em suas componentes e $N_{Total}^{BC\ data}$ é o número total de eventos nesta configuração de feixe. Para qualquer número de configurações de feixe, um sistema linear pode ser construído em forma matricial como:

$$\begin{array}{ccc} R & X & = & N \\ \\ \left(\begin{array}{ccc} r_{NC}^{BC1} & r_{CC}^{BC1} & r_{\nu_e}^{BC1} \\ r_{NC}^{BC2} & r_{CC}^{BC2} & r_{\nu_e}^{BC2} \\ r_{NC}^{BC3} & r_{CC}^{BC3} & r_{\nu_e}^{BC3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array} \right) & \left(\begin{array}{c} X^{NC} \\ X^{CC} \\ X^{\nu_e} \\ \vdots \end{array} \right) & = & \left(\begin{array}{c} N_{BC1} \\ N_{BC2} \\ N_{BC3} \\ \vdots \end{array} \right) \end{array} \quad (7.3)$$

Nessa equação:

$$r_{NC}^{BC1} = \frac{N_{NC}^{BC1} MC}{N_{NC}^{ON} MC}, \quad X^{NC} = N_{NC}^{ON} data, \quad N_{BC1} = N_{Total}^{BC1} data \quad (7.4)$$

A mesma convenção é aplicada às outras componentes e configurações do feixe. Assim temos o sistema $RX = N$. Agora queremos achar o vetor X que minimiza:

$$\chi^2 = (RX - N)^T V^{-1} (RX - N) \quad (7.5)$$

onde V é a matriz de covariância de $RX - N$. Isso é feito tomando a derivada de χ^2 e igualando-a a zero. Essa seria uma tarefa simples se V fosse independente de X , mas este não é o caso. De fato, se R e N são independentes,

$$\begin{aligned} V &= \partial_N (RX - N) \text{cov}(N) \partial_N (RX - N)^T \\ &\quad + \partial_R (RX - N) \text{cov}(R) \partial_R (RX - N)^T \\ &= \text{cov}(N) + (X^T \otimes I_m) \text{cov}(R) (I_m \otimes X) \end{aligned} \quad (7.6)$$

onde $\text{cov}(N)$ é a matriz de covariância do vetor N e $\text{cov}(R)$ é a matriz de covariância da matriz R vetorizada. A operação \otimes representa o produto direto entre matrizes ou o produto de Kronecker e I_m é a matriz identidade $m \times m$.

Como V é uma função de X , essa é uma regressão não-linear de mínimos quadrados que pode ser resolvida numericamente supondo que V é constante e então reiterando a solução. É imediato derivar a solução quando V é constante

simplesmente tomando a derivada de χ^2 com relação a X e igualando-a a zero tal que:

$$\partial_X \chi^2 = 2R^T V^{-1} R X - 2R^T V^{-1} N = 0 \quad (7.7)$$

$$\Rightarrow X = (R^T V^{-1} R)^{-1} R^T V^{-1} N \quad (7.8)$$

No caso especial em que o sistema tem uma solução única, o mínimo de χ^2 é trivial visto que $RX = N$ é exatamente satisfeito. Este é de fato o caso que escolhemos resolver em nossa análise, portanto nós voltaremos a atenção para esse caso particular. A solução que buscamos é simplesmente $X = R^{-1}N$ e podemos propagar o erro da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \text{cov}(X) &= \partial_N (R^{-1}N) \text{cov}(N) \partial_N (R^{-1}N)^T + \partial_R (R^{-1}N) \text{cov}(R) \partial_R (R^{-1}N)^T \\ &= R^{-1} \text{cov}(N) R^{-T} + (N^T R^{-T} \otimes R^{-1}) \text{cov}(R) (R^{-T} \otimes R^{-1}N) \end{aligned} \quad (7.9)$$

7.3.1.2 Dependência Linear e Previsão de MC

Mostramos até agora como obter uma decomposição baseada em dados a partir de um sistema de três equações e três incógnitas. A motivação para tal método foi a de reduzir as grandes incertezas devido aos modelos de hadronização usando apenas razões de MC. Infelizmente, os dados a que nós temos acesso não formam um sistema de equações bem condicionado. A razão é que as configurações de lentes desligadas e pseudo-alta energia têm composições de contaminações muito similares, como pode ser visto na Figura 7.3, e portanto formam duas equações que são quase linearmente dependentes. Em outras palavras, o determinante da matriz de razões R é grande.

Isso significa que as incertezas no sistema serão grandes, refletindo a liberdade dada a uma das componentes. Por essa razão, outra fonte de informação sobre as componentes da contaminação é necessária. Embora as incertezas no MC sejam grandes, nós confiamos que a informação dada pela previsão de MC

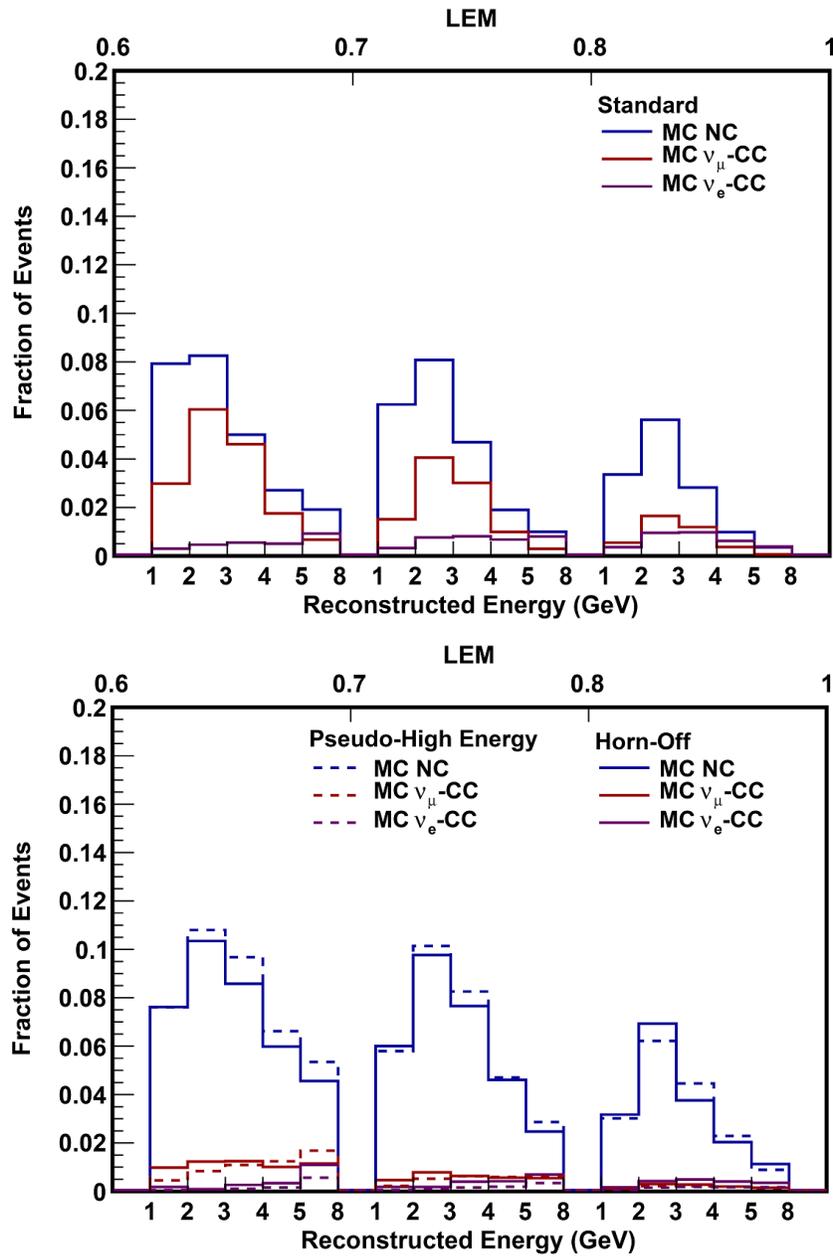


Figura 7.3: Fração de eventos pre-selecionados em cada componente de contaminação.

seja válida dentro de suas incertezas. As previsões de MC formam um segundo conjunto de equações que superdeterminam o sistema e limitam as incertezas na decomposição de forma que sejam menores que as incertezas no MC.

O novo χ^2 pode então ser escrito como:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \begin{bmatrix} (X - X_{DD})^T & (X - X_{MC})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{DD} & V_{cor} \\ V_{cor} & V_{MC} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (X - X_{DD}) \\ (X - X_{MC}) \end{bmatrix} \\ &= (AX - P)^T V_P^{-1} (AX - P)\end{aligned}\quad (7.10)$$

onde $X_{DD} = R^{-1}N$, que é uma previsão baseada em dados, V_{DD} é a matriz de covariância desta previsão, X_{MC} é o valor esperado de X baseado em MC, V_{MC} é a matriz de covariância destes valores esperados e V_{cor} representa as correlações entre X_{DD} e X_{MC} . Também escrevemos o sistema de uma forma mais concisa definindo $A = \begin{bmatrix} I_3 & I_3 \end{bmatrix}^T$, onde I_3 é a matriz identidade 3×3 , $P = \begin{bmatrix} X_{DD}^T & X_{MC}^T \end{bmatrix}^T$ e V_P , que é a matriz de covariância de P . O sistema agora pode ser resolvido como na equação (7.8).

7.3.1.3 Restrições Simples e Multiplicadores de Lagrange

Um segundo tipo de restrição que vamos encontrar é a fixação de algumas combinações lineares dos componentes da solução a um dado valor. Isso é facilmente obtido pela adição de Multiplicadores de Lagrange. Um χ^2 genérico com Multiplicadores de Lagrange é dado por:

$$\chi^2 = (Ax - b)^T V^{-1} (Ax - b) + 2\lambda^T (Dx + d)\quad (7.11)$$

Aqui, λ e d são vetores com s entradas e D é uma matriz $s \times n$, com $s \leq n$. O segundo termo introduz s restrições representadas por equações lineares. Se supusermos que V é constante, então podemos reescrever este χ^2 como:

$$\begin{aligned}\chi^2 &= (Ax_0 - b)^T V^{-1} (Ax_0 - b) \\ &\quad + (x - x_0)^T V_{x_0}^{-1} (x - x_0) + 2\lambda^T (Dx + d)\end{aligned}\tag{7.12}$$

onde x_0 é a solução do sistema sem restrições e V_{x_0} sua correspondente matriz de covariância. Como o primeiro termo é constante ele não afetará a solução e podemos minimizar apenas os termos restantes. Tomando a derivada com respeito a x e λ obtemos:

$$V_{x_0}^{-1} (x - x_0) + D^T \lambda = 0\tag{7.13}$$

$$Dx + d = 0\tag{7.14}$$

A primeira equação adiciona uma correção à solução sem restrições enquanto a segunda garante que a solução satisfaz as restrições $Dx + d = 0$. Podemos mostrar que a solução é dada por:

$$x = x_0 - V_{x_0} D^T (DV_{x_0} D^T)^{-1} (Dx_0 + d)\tag{7.15}$$

$$V_x = V_{x_0} - V_{x_0} D^T (DV_{x_0} D^T)^{-1} DV_{x_0}\tag{7.16}$$

onde V_x é a matriz de covariância de x . Também podemos mostrar que cada restrição é independente no sentido de que elas podem ser aplicadas uma por uma gerando o mesmo resultado. Isso é muito útil para implementar as restrições pois $DV_{x_0} D^T$ torna-se apenas um número e nenhuma inversão de matriz é necessária.

7.3.1.4 Decomposição Multi-bin

O sistema escrito na equação (7.3) lida apenas com o número total de eventos selecionados por cada configuração de feixe e componente do feixe. É muito simples generalizá-lo para um sistema de múltiplos bins. Cada bin i contribuirá

com seu próprio conjunto de equações $R_i X_i = N_i$. Um sistema grande diagonal por bloco pode então ser escrito como:

$$\begin{pmatrix} R_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & R_2 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & R_3 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

Apesar de cada subsistema ser independente nessas equações, a matriz de covariância que aparece no χ^2 irá introduzir acoplamentos entre os diferentes bins.

7.3.2 Implementação

7.3.2.1 Conjuntos de Dados e MC

Descrevemos até aqui a teoria geral por trás do método de decomposição, agora é hora de implementá-lo. O primeiro passo é definir nossos conjuntos de dados e MC. Eles consistem de 3 conjuntos de dados e 3 conjuntos de MC na configuração padrão, um conjunto de dados e um conjunto de MC na configuração com lentes magnéticas desligadas, e um conjunto de dados e um conjunto de MC na configuração de pseudo-alta energia.

Todos os conjuntos foram normalizados para 10^{19} PoT. Um dos conjuntos de dados engloba 4 períodos de tomada de dados. Como cada período tem pequenas variações no fluxo devido a manutenção da linha de feixe, os dados desse conjunto receberam pesos de forma que a fração de eventos de cada período no ND coincida com a fração correspondente no FD. O conjunto correspondente de MC foi gerado com o fluxo simulado de apenas um período, mas pesos foram aplicados aos eventos para que o perfil de intensidade correspondesse ao perfil observado nos dados.

7.3.2.2 Correções de Fluxo

O maior erro nas razões de MC são provenientes da previsão de fluxo. Essa incerteza é reduzida introduzindo um peso baseado em dados em função da energia real do neutrino nos eventos de MC. O processo é feito em três passos. Primeiro, eventos selecionados como ν_μ -CC de dados e MC são comparados e um peso em função da energia reconstruída do neutrino é definida como $w_r(recoE) = N_{data}^{\nu_\mu}(recoE) / N_{MC}^{\nu_\mu}(recoE)$, onde $recoE$ é a energia reconstruída, $N_{data}^{\nu_\mu}$ é o número de eventos selecionados como ν_μ -CC nos dados e $N_{MC}^{\nu_\mu}$ é o número correspondente de eventos de MC. Então um segundo peso é definido como $w_t(trueE) = \sum_{recoE} w_r(recoE) N_{MC}^{\nu_\mu}(recoE, trueE)$. Finalmente, w_t é aplicado aos eventos de MC selecionados como ν_e -CC que correspondem a eventos de ν_μ . Os dois pesos são mostrados na Figura 7.4.

Os erros nesses pesos não são estatisticamente independentes pois $N_{MC}^{\nu_\mu}(recoE)$ é uma soma sobre bins de energia real. Um exemplo de matriz de correlação para w_t é dado na Figura 7.5.

7.3.2.3 Sistema Linear

Queremos montar um sistema linear como na equação (7.3). Três configurações de feixe são utilizadas: padrão, lentes desligadas e pseudo-alta energia. Um ajuste de múltiplos bins será usado. Para cada bin de energia reconstruída, LEM e conjunto de dados o seguinte sistema foi construído:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ r_{NC}^{OFF} & r_{CC}^{OFF} & r_{\nu_e}^{OFF} \\ r_{NC}^{pHE} & r_{CC}^{pHE} & r_{\nu_e}^{pHE} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_{NC} \\ X_{CC} \\ X_{\nu_e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_{ON} \\ N_{OFF} \\ N_{pHE} \end{pmatrix} \quad (7.18)$$

É importante notar que apenas a configuração padrão é separada em diferentes conjuntos de dados. Isso significa que N_{OFF} e N_{pHE} serão repetidos para cada conjunto de dados o que precisa ser levado em conta na matriz de covariância. Utilizamos 5 bins de energia reconstruída, 4 bins de 1 GeV de 1 a 5 GeV e um

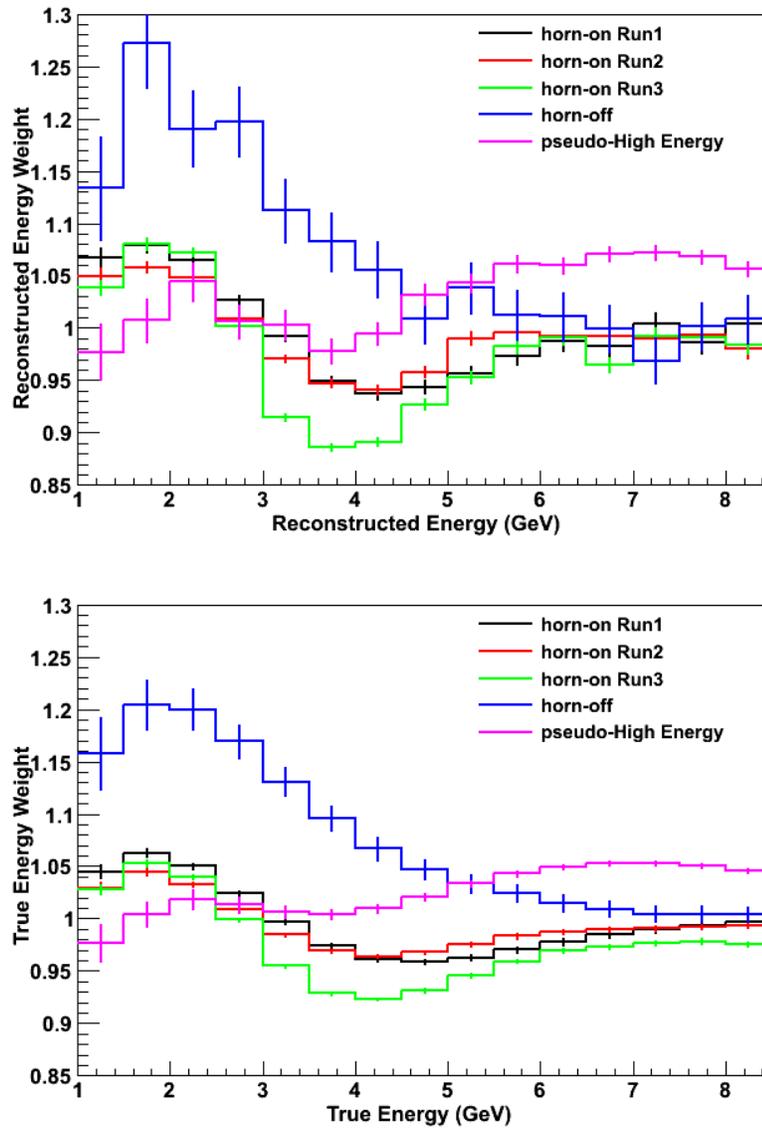


Figura 7.4: Cima: Pesos em função da energia reconstruída (w_r) para cada conjunto de MC. Baixo: Pesos em função da energia real (w_t) para cada conjunto de MC.

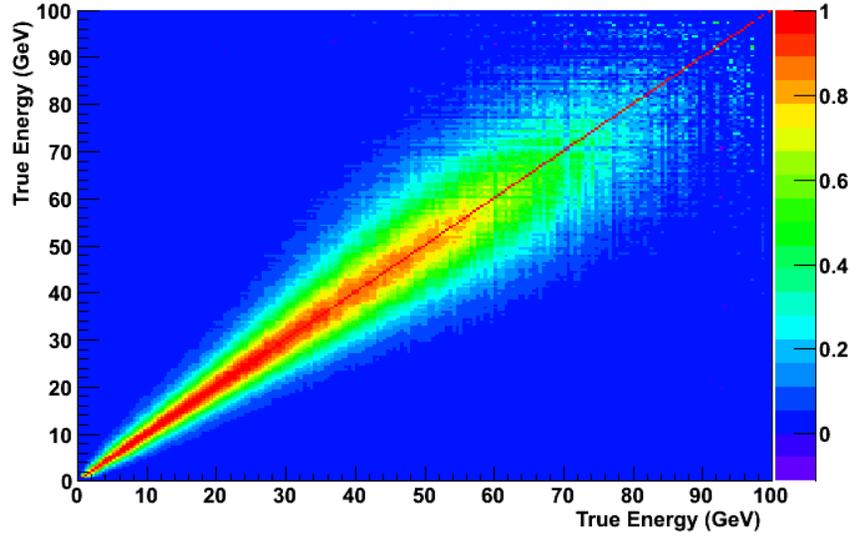


Figura 7.5: Matriz de correlação dos pesos em função da energia real (w_t) para o MC do Run I na configuração padrão.

bin de 3 GeV de 5 a 8 GeV, e 3 bins de LEM, $\{0,6-0,7; 0,7-0,8; 0,8-\infty\}$, para cada um dos três conjuntos de dados.

7.3.2.4 Matriz de Covariância

O peso atribuído a cada bin no ajuste do χ^2 é determinado pelo inverso da matriz de covariância V_P na equação (7.10). Além disso, essa matriz será responsável pela determinação da matriz de covariância do resultado final da decomposição. A matriz V_P deve levar em conta todas as incertezas relativas às previsões baseadas em dados e MC, assim como suas correlações. Incertezas estatísticas e sistemáticas foram avaliadas para ambas as previsões.

Erros Estatísticos

Existem duas fontes de erros estatísticos no método Multifixe. O primeiro são as incertezas em cada um dos conjuntos de eventos selecionados como ν_e -CC

em dados e MC. Essas incertezas são estatisticamente independentes para cada bin. Elas foram incorporadas variando cada bin dos conjuntos de dados e MC separadamente por 1σ e calculando o desvio correspondente nas previsões de dados e MC. Os desvios foram então usados para formar a seguinte matriz de covariância: $(V_P^{stat})_{ij} = \sum_{k,S} \delta P_i^{\delta S_k} \delta P_j^{\delta S_k}$, onde $\delta P_i^{\delta S_k}$ é o desvio no bin i de P devido a um desvio de 1σ no bin k do conjunto S .

Outra fonte de erros estatísticos vem das incertezas nos pesos do fluxo descritos na seção anterior. Como eles não são estatisticamente independentes para cada bin, correlações foram introduzidas na propagação de erro. A matriz de covariância para essas incertezas foi construída da seguinte forma:

$$\left(V_P^{flux}\right)_{ij} = \sum_{k,l,S} \delta P_i^{\delta w_k^S} \text{cor} [w_k^S, w_l^S] \delta P_j^{\delta w_l^S} \quad (7.19)$$

onde $\delta P_i^{\delta w_k^S}$ é o desvio no bin i de P devido a um desvio de 1σ no bin k do peso de fluxo w_t do conjunto S e $\text{cor} [w_k^S, w_l^S]$ é a correlação entre os bins k e l do peso de fluxo w_t do conjunto S .

Erros Sistemáticos

Erros sistemáticos foram incorporados tomando o desvio em todos os conjuntos de MC devido a um desvio de 1σ em cada efeito sistemático e calculando o desvio correspondente nas previsões P . Os desvios foram então usados para formar a seguinte matriz de covariância: $(V_P^{synt})_{ij} = \sum_s \delta P_i^s \delta P_j^s$, onde δP_i^s é o desvio no bin i de P devido a um desvio de 1σ no efeito sistemático s .

Um erro sistemático não foi avaliado desta maneira. Ele reflete uma discrepância de 20% observada entre diferentes versões da simulação do feixe para eventos de ν_e . Como a fonte desta discrepância ainda era desconhecida, incluímos uma incerteza de 20% para eventos de ν_e sem correlação entre bins. Este é o único efeito sistemático que possui correlações arbitrárias no método.

Matriz de Covariância Completa

Após calcular as matrizes de covariância de cada tipo de incerteza descrita

acima, tudo que temos de fazer é somar todas elas para formar uma matriz de covariância final $V_P = V_P^{stat} + V_P^{flux} + V_P^{syst}$. A matriz resultante será usada na equação (7.10). As correlações nessa matriz são mostradas na Figura 7.6. A matriz apresenta correlações fortes entre os conjuntos de configuração padrão e entre as componentes NC e ν_μ -CC tanto na previsão baseada em dados quanto no MC. Na previsão de MC há também fortes correlações entre bins de energia e LEM.

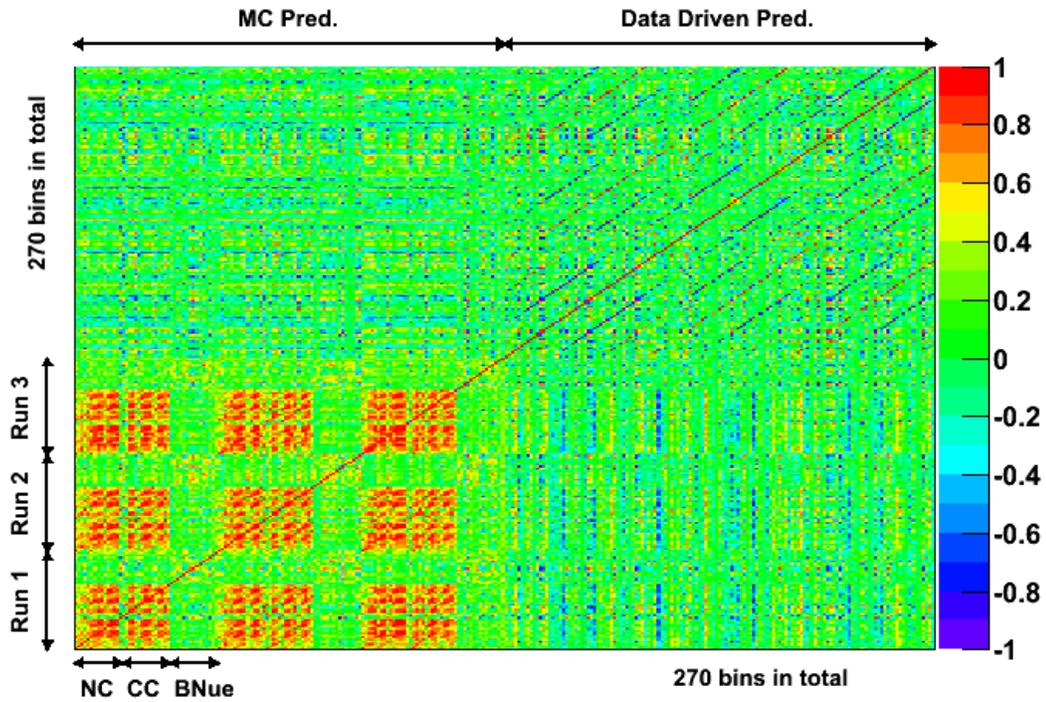


Figura 7.6: Matriz de correlação com todas as incertezas. Dentro de cada bloco de componente de contaminação o esquema de binning é dado por $\text{bin}_i = \text{energia}_j + \text{LEM}_k \times 5$.

	Análise Anterior	Análise Presente
NC	7,4%	1,5%
ν_μ -CC	23,7%	3,1%
ν_e -CC	24,4%	7,5%

Tabela 7.2: Comparação entre os erros fracionais no número total de eventos de cada componente dos dados. O algoritmo de seleção usado nesta comparação corresponde à análise anterior para que as duas colunas sejam compatíveis.

7.3.2.5 Restrições Adicionais

O passo final no ajuste é a aplicação das restrições. Primeiro introduzimos a restrição de que o número de eventos total na configuração padrão coincida exatamente com os dados para todos os bins. Esse processo elimina todos os erros estatísticos do conjunto de dados padrão. Nós reintroduzimos esses erros adicionando-os de volta a matriz de covariância final em proporção a cada componente de contaminação. Dessa maneira, ambos os valores centrais e erros estatísticos no número total de eventos coincidem perfeitamente com os dados.

Finalmente nós removemos quaisquer eventos negativos restantes igualando-os a zero com uma nova restrição. Isso fará com que a solução continue sendo um mínimo do χ^2 reduzido, mas também removerá todos os erros da componente restringida. Como esperamos que esta última medida remova apenas alguns poucos bins muito pequenos, isso não deve ter um efeito significativo na incerteza final.

7.3.3 Resultados

Nesta seção apresentamos os resultados da decomposição dos dados do ND. A Tabela 7.2 mostra a redução dos erros da decomposição com relação à análise anterior, que utilizou um método similar, mas com uma abordagem diferente na incorporação das previsões de MC e no tratamento dos erros sistemáticos. A melhoria obtida provém principalmente de um tratamento mais detalhado das correlações na avaliação de erros sistemáticos.

As Figuras 7.7 e 7.8 mostram o resultado da decomposição e os erros fracionais correspondentes. Para $LEM > 0,7$, as frações medidas de cada componente do feixe obtida no ND foram $(61 \pm 1) \%$ NC, $(24 \pm 1) \%$ ν_μ -CC e $(15 \pm 1) \%$ ν_e -CC.

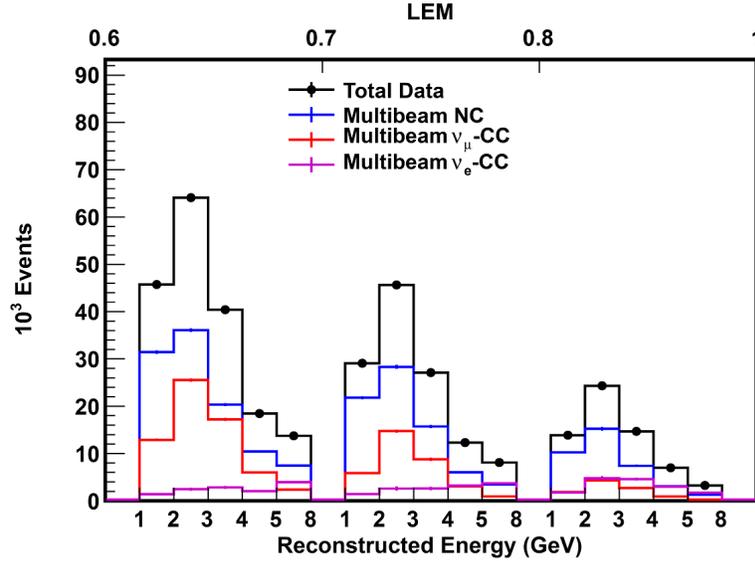


Figura 7.7: Decomposição do ND com todos os conjuntos de dados combinados.

As Figuras 7.9 e 7.10 comparam esses resultados com a previsão pura de MC. A decomposição obtida concorda com a previsão de MC quando consideradas as incertezas envolvidas, porém os erros no resultado da decomposição são significativamente menores. A Figura 7.10 resume a performance do método de Multifeixe comparando os erros fracionais obtidos pelo método com os erros que se obteria diretamente das previsões de MC.

A Figura 7.11 mostra a matriz de correlação final associada com a decomposição de Multifeixe. A matriz apresenta fortes correlações entre as diferentes componentes do feixe como esperado, já que a soma das três componentes deve corresponder ao valor total dos dados. Alguma correlação também existe entre os diferentes conjuntos de dados, principalmente na componente ν_e -CC.

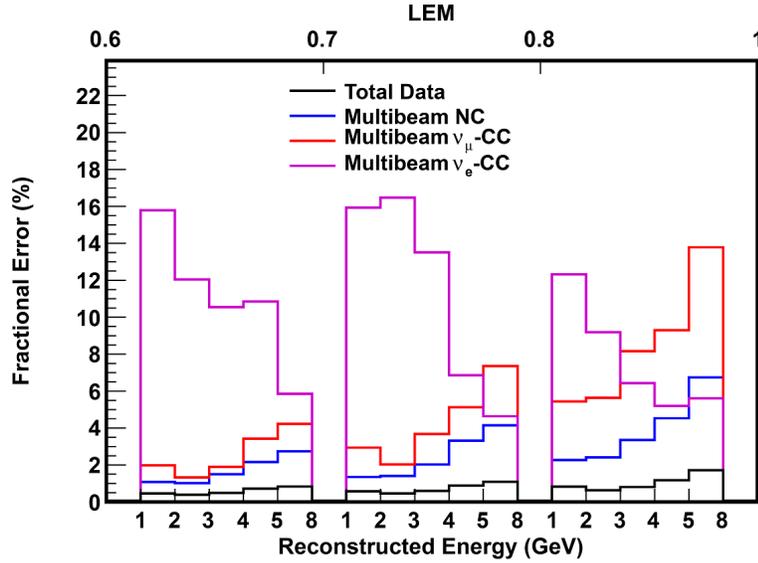


Figura 7.8: Erros fracionais na decomposição do ND com todos os conjuntos de dados combinados.

7.4 Extrapolação para o Far Detector

A extrapolação dos dados do ND nesta análise é feita simplesmente por fatores de escala, como se a matriz de transferência descrita no capítulo 6 fosse diagonal, pois a baixa estatística não permite um estudo mais detalhado das distorções espectrais [94]. A extrapolação é feita diretamente em bins de energia reconstruída e LEM e separadamente para cada componente do ND através da seguinte fórmula:

$$F_i^\alpha = \left(\frac{f_i^\alpha}{n_i^\alpha} \right) N_i^\alpha \quad (7.20)$$

onde, para cada componente α no bin i , temos os número de eventos: F_i^α , que representa a previsão para o FD, f_i^α e n_i^α , que representam a simulação de MC para o FD e ND respectivamente, e N_i^α , que representa os dados do ND. Os valores das razões de MC em bins de energia reconstruída para $LEM > 0,7$ podem

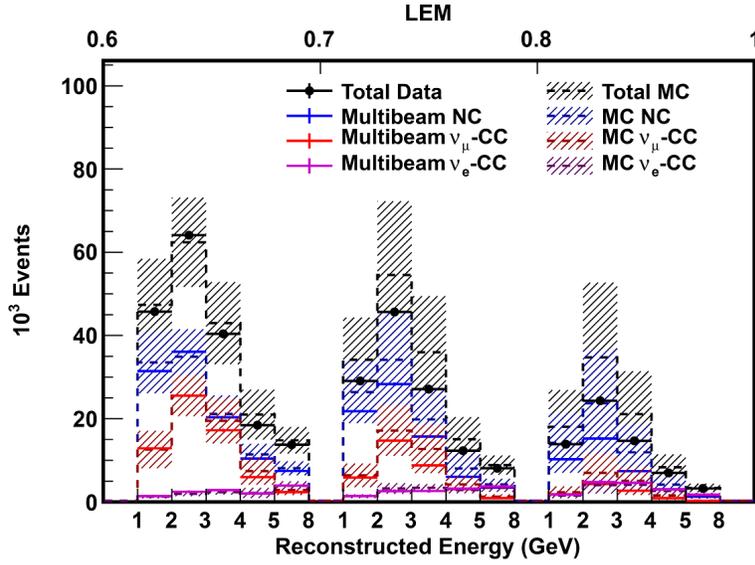


Figura 7.9: Comparação entre a decomposição Multifeixe e a previsão de MC pura com todos os conjuntos de dados combinados.

ser vistos na Figura 7.12. Erros sistemáticos são calculados para as razões de MC assim como suas correlações.

As previsões de ν_e -CC e ν_τ -CC provenientes de oscilação são obtidas a partir da extrapolação de eventos selecionados com o parâmetro de separação $R > 0,3$ da análise de desaparecimento, onde a probabilidade de oscilação, eficiência, pureza e seção de choque são devidamente aplicados.

7.5 Ajuste de dados

O ajuste de dados foi feito em 5 bins de energia e 3 bins do parâmetro de separação LEM [94]. A função minimizada é dada por:

$$\chi^2 = -2\ln L = 2 \sum_i \left[(e_i + \delta_i) - o_i + o_i \ln \left(\frac{o_i}{e_i + \delta_i} \right) \right] + \sum_{ij} \delta_i M_{ij}^{-1} \delta_j \quad (7.21)$$

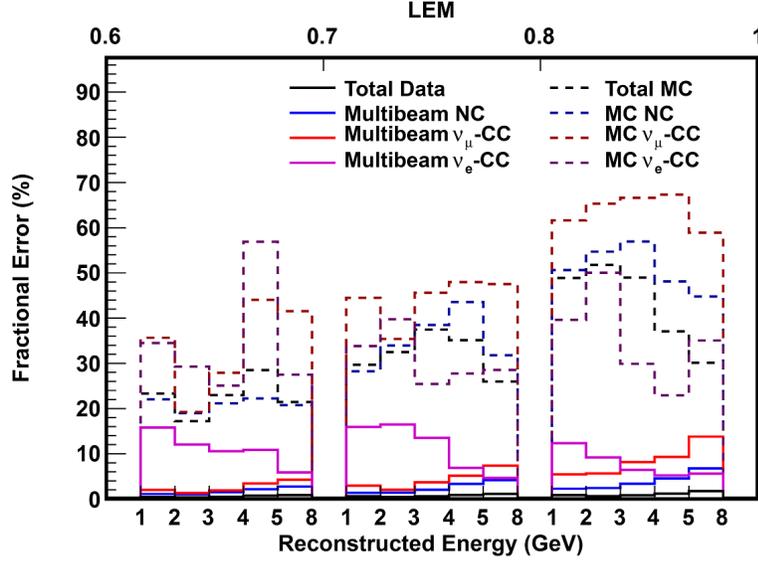


Figura 7.10: Comparação entre os erros fracionais da decomposição Multifeixe e da previsão de MC pura com todos os conjuntos de dados combinados.

onde, dado um bin de energia e LEM i no FD, e_i é o número esperado de eventos, o_i é o número de eventos observado, δ_i é o desvio devido a efeitos sistemáticos no número de eventos e M é a matriz de covariância desses desvios. os valores esperados e_i e os desvios δ_i são funções dos parâmetros de oscilação e efeitos de matéria foram incluídos.

O método de Feldman-Cousins [95] foi utilizado para corrigir as regiões de confiança, no espaço formado por θ_{13} e δ_{CP} , obtidas a partir de χ^2 . Na geração dos fatores de correção foram incorporadas as incertezas devido a efeitos sistemáticos e estatísticos, incluindo incertezas nos parâmetros de oscilação dados por medidas de outros experimentos. Os valores dos parâmetros de oscilação utilizados foram: $\Delta m_{32}^2 = (2,32_{-0,08}^{+0,12}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\Delta m_{21}^2 = (7,59_{-0,21}^{+0,19}) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\theta_{23} = 0,785 \pm 0,100$ e $\theta_{12} = 0,60 \pm 0,02$.

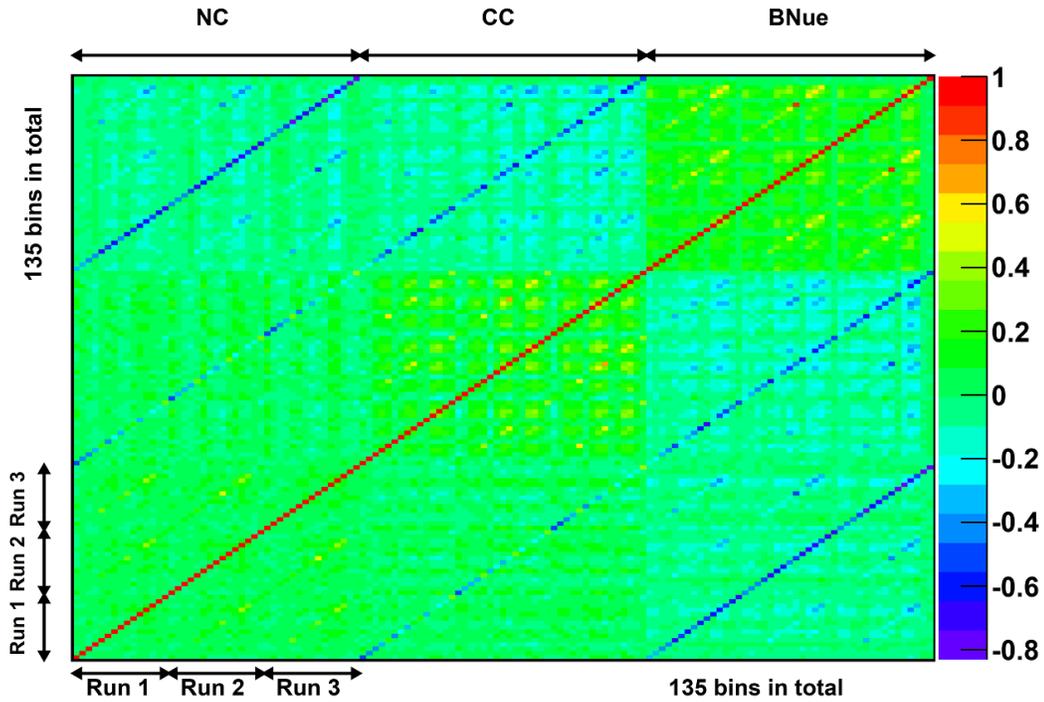


Figura 7.11: Matriz de correlação dos erros da decomposição Multifit. Dentro de cada bloco de conjunto de dados o esquema de binning é dado por $\text{bin}_i = \text{energia}_j + \text{LEM}_k \times 5$.

7.6 Resultados

A análise descrita aqui foi aplicada a 6 períodos de tomada de dados que somados acumularam $8,2 \times 10^{20}$ PoT [78]. Todos os elementos da análise foram definidos antes de aplicá-los aos dados, exceto a definição do número de bins a serem ajustados. Inicialmente, foi planejado que apenas a distribuição de LEM, dividida em 3 bins, seria utilizada no ajuste dos dados. Essa decisão foi motivada pela insignificância do ganho de sensibilidade com um ajuste em bins de energia. Contudo, um excesso sobre a contaminação foi observado numa região de alta energia (entre 5 e 6 GeV) que motivou uma mudança no planejamento inicial para que esse excesso pudesse ser devidamente avaliado no ajuste de dados. A

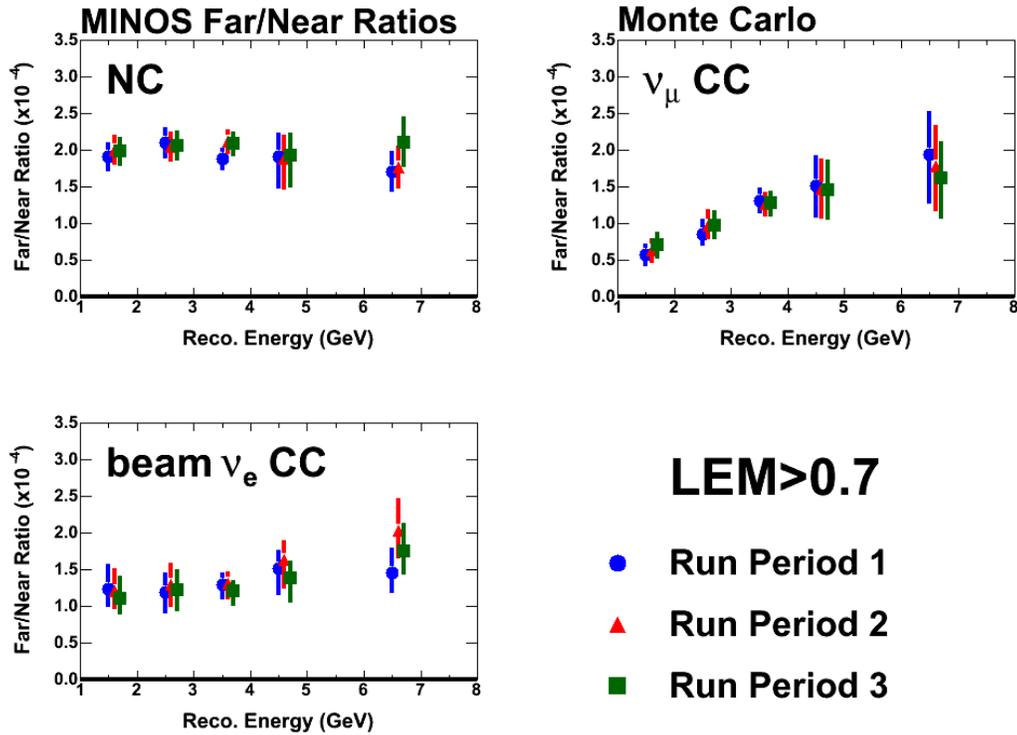


Figura 7.12: Razões de MC utilizadas na extrapolação dos dados do ND para uma previsão no FD em bins de energia reconstruída para $LEM > 0,7$. As barras de erro correspondem aos erros sistemáticos propagados.

diferença na região de confiança devido a essa mudança de plano sobre a região de 90% de confiança do $\text{sen}^2(2\theta_{13})$ foi de 0,006, mostrando que o ajuste de fato não possui sensibilidade significativa à distribuição de energia. Estudos envolvendo eventos fora da região permitida na pre-seleção, entre 8 e 12 GeV, indicaram que as previsões em altas energia são robustas e livres de anomalias. Concluiu-se que o excesso observado na região de 5 a 6 GeV é muito provavelmente devido a uma flutuação estatística.

Os espectros de energia obtidos para os dados e a previsão no FD para cada bin do parâmetro de separação LEM são mostrados na Figura 7.13.

O melhor ajuste de oscilação para esses dados nos fornece:

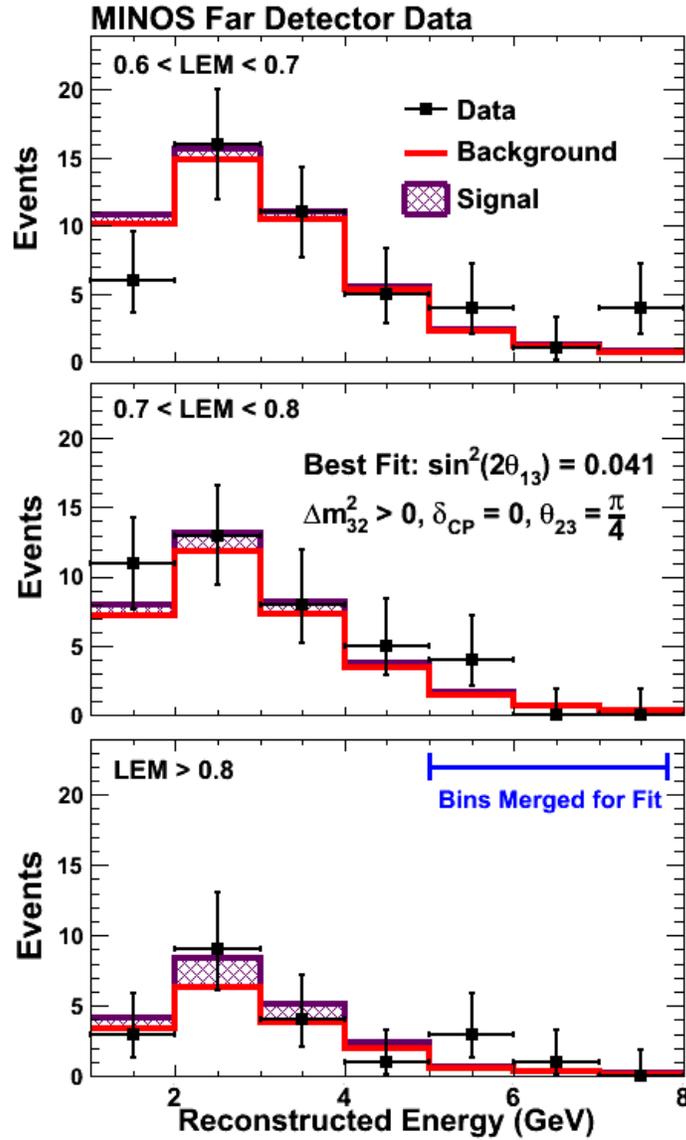


Figura 7.13: Espectros de energia no FD, incluindo todos os períodos de tomada de dados, separados em bins do parâmetro de separação LEM.

$$2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 (2\theta_{13}) = 0,041_{-0,031}^{+0,047} \quad (0,079_{-0,053}^{+0,071}) \quad (7.22)$$

ou

$$2 \sin^2 \theta_{23} \sin^2 (2\theta_{13}) < 0,12 \quad (0,20), \text{ com } 90\% \text{ C.L.} \quad (7.23)$$

para $\Delta m_{32}^2 > 0$ ($\Delta m_{32}^2 < 0$) e $\delta = 0$. A hipótese de $\theta_{13} = 0$ é desfavorecida com 89% de confiança. Essa análise correspondeu à medida mais sensível a θ_{13} na data de publicação, restringindo significativamente a região de confiança estabelecida pelo experimento T2K.

As regiões de confiança para os parâmetros de oscilação são dadas na Figura 7.14 junto com as regiões de confiança obtidas pelo experimento CHOOZ [38].

O resultado desta análise de MINOS ainda é uma das medidas mais sensíveis de θ_{13} . Uma análise global publicada recentemente incluindo dados de MINOS, T2K [96] e Double Chooz [97] obteve $0,023 (0,027) < \sin^2(2\theta_{13}) < 0,16 (0,17)$ com 95% de confiança para $\Delta m_{32}^2 > 0$ ($\Delta m_{32}^2 < 0$) [98].

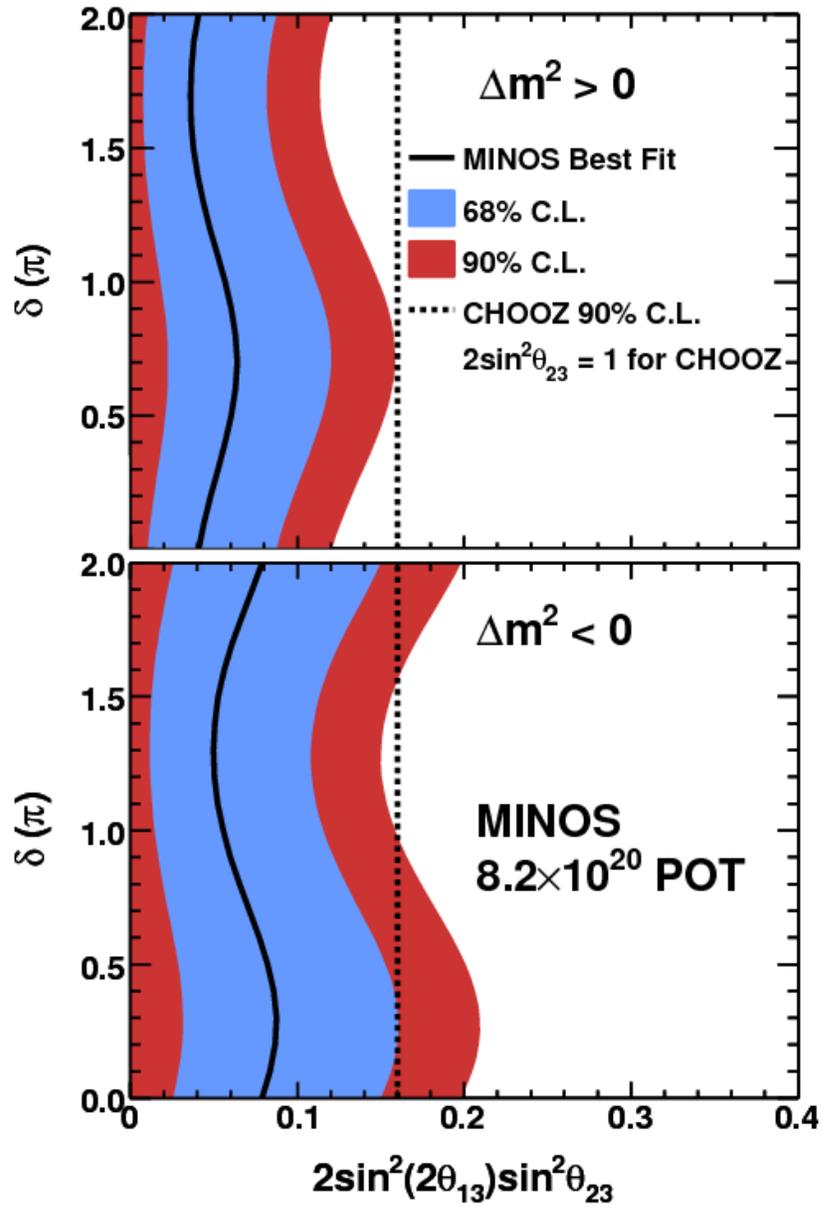


Figura 7.14: Regiões de 68% e 90% de confiança referentes à análise de dados de MINOS. São mostradas também as regiões de 90% de confiança da análise do experimento CHOOZ.

Capítulo 8

Sensibilidade à descoerência

A análise de desaparecimento de MINOS excluiu a possibilidade do déficit observado para neutrinos na escala atmosférica ser um efeito de descoerência ou decaimento puros, em que $\Delta m_{32}^2 L/E \ll 1$. Para que possamos impor limites sobre a contribuição desses efeitos na probabilidade de sobrevivência de neutrinos muônicos, é necessário que ajustemos os dados de MINOS às probabilidades apresentadas nas equações (3.39) e (3.48) reescritas abaixo para descoerência e decaimento respectivamente.

$$\mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx 1 - \frac{1}{2} \text{sen}^2(2\theta_{23}) \left[1 - e^{-\Gamma_{32}L} \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E}\right) \right] \quad (8.1)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} \approx & \cos^4 \theta_{23} + \text{sen}^4 \theta_{23} e^{-\frac{\lambda_3 L}{E}} \\ & + 2 \text{sen}^2 \theta_{23} \cos^2 \theta_{23} e^{-\frac{\lambda_3 L}{2E}} \cos\left(\frac{\Delta m_{32}^2 L}{2E}\right) \end{aligned} \quad (8.2)$$

Neste capítulo apresentaremos estudos preliminares da análise de modelos alternativos como efeitos paralelos à oscilação de neutrinos. A análise deverá ser aplicada ao próximo conjunto de dados que estão planejados para serem revelados em meados de 2012. Esse conjunto de dados será constituído de 6 períodos de

tomada de dados: Cinco períodos na configuração padrão e um período na configuração de pseudo-alta energia. Somados eles acumularam aproximadamente $8,3 \times 10^{20}$ PoT, dos quais $7,25 \times 10^{20}$ PoT foram utilizados na última análise de desaparecimento.

Há ainda a possibilidade de que os dados de antineutrinos sejam incluídos nessa análise de modelos alternativos. Neste caso, adicionariam-se 3 períodos de tomadas de dados, cuja exposição total é de aproximadamente $3,4 \times 10^{20}$ PoT.

A análise seguirá os moldes da última análise de desaparecimento, generalizando-a para o ajuste de três parâmetros físicos: Dois parâmetros de oscilação, $\Delta m_{32}^2 \equiv \Delta m^2$ e $\sin^2(2\theta_{23}) \equiv \sin^2(2\theta)$, e um parâmetro do modelo alternativo $2\gamma_{32}^{(-1)} \equiv \mu^2$. Outras dependências energéticas de Γ_{32} também devem ser incluídas na análise final, mas a análise padrão será definida visando a $\Gamma_{32} \propto 1/E$.

8.1 Dificuldades computacionais

Uma dificuldade relativa à generalização para três parâmetros está na parametrização dos erros sistemáticos que serão incluídos no ajuste de dados. Na análise de oscilação pura, esse processo era feito utilizando amostras de espectros previamente oscilados em diferentes valores de Δm^2 [87]. A dependência em $\sin^2(2\theta)$ era fatorável e assim prescindia de variação explícita nas amostras de espectros próprios. A utilização dessas amostras era essencial para reduzir o tempo necessário para efetuar o ajuste dos dados.

Para modelos alternativos com três parâmetros, uma novo conjunto de amostras para cada valor de Δm^2 seria necessário devido à inclusão de um novo parâmetro. Além disso, a fatoração da dependência em θ_{23} nem sempre é possível, o que implicaria num crescimento cúbico do número de amostras pre-calculados.

As vantagens em termos de velocidade de computação introduzidas pela produção de amostras previamente osciladas é perdida pelo crescimento exponencial do número de amostras com o número de parâmetros a serem ajustados.

Para lidar com esse problema, a incorporação de erros sistemáticos será feita através de fatores de escala em função da energia reconstruída do neutrino e inde-

pendente dos parâmetros dos modelos de desaparecimento. Esse método requer que o processo de extrapolação seja repetido para cada modificação nos parâmetros do modelo a ser testado e é computacionalmente lento. Em contrapartida, o método não depende da geração de amostras previamente osciladas, e se adequa melhor ao aumento do número de parâmetros do modelo.

A subdivisão em números grandes de conjuntos de dados também dificulta a implementação de ajustes com muitos parâmetros. Por esse motivo, a análise de modelos alternativos incluirá apenas eventos contidos no volume fiducial e com carga reconstruída negativa, e esses eventos não serão separados em quantis de resolução de energia. A perda de sensibilidade esperada é pouco significativa.

8.2 Erros sistemáticos

Os mesmos efeitos sistemáticos da análise de desaparecimento serão avaliados para a análise de modelos alternativos. O resultado de um estudo do impacto dos efeitos sistemáticos no ajuste de dados para o modelo de descoerência é mostrado na Figura 8.1.

Como o número de parâmetros a serem ajustados terão grande influência no tempo de computação necessário para o ajuste, uma quantificação mais robusta do impacto dos efeitos sistemáticos foi implementada. Essa quantificação é dada pela diferença ΔL entre os valores de χ^2 obtidos com uma simulação nominal para o ponto de melhor ajuste e para o ponto determinado pelo ajuste da simulação com desvio sistemático.

Essa variável quantifica a redução de χ^2 esperada devido à variação de um efeito sistemático em 1σ . Devido a penalização para desvios sistemáticos no χ^2 final, apenas efeitos com $\Delta L \gtrsim 1$ devem modificar significativamente para as regiões de confiança obtidas num ajuste de dados.

A incerteza na contaminação por corrente neutra, que foi incluída na análise de oscilação pura, pode ser desprezada de acordo com esse estudo. Os três efeitos sistemáticos relevantes para essa análise, e que serão incluídos como parâmetros

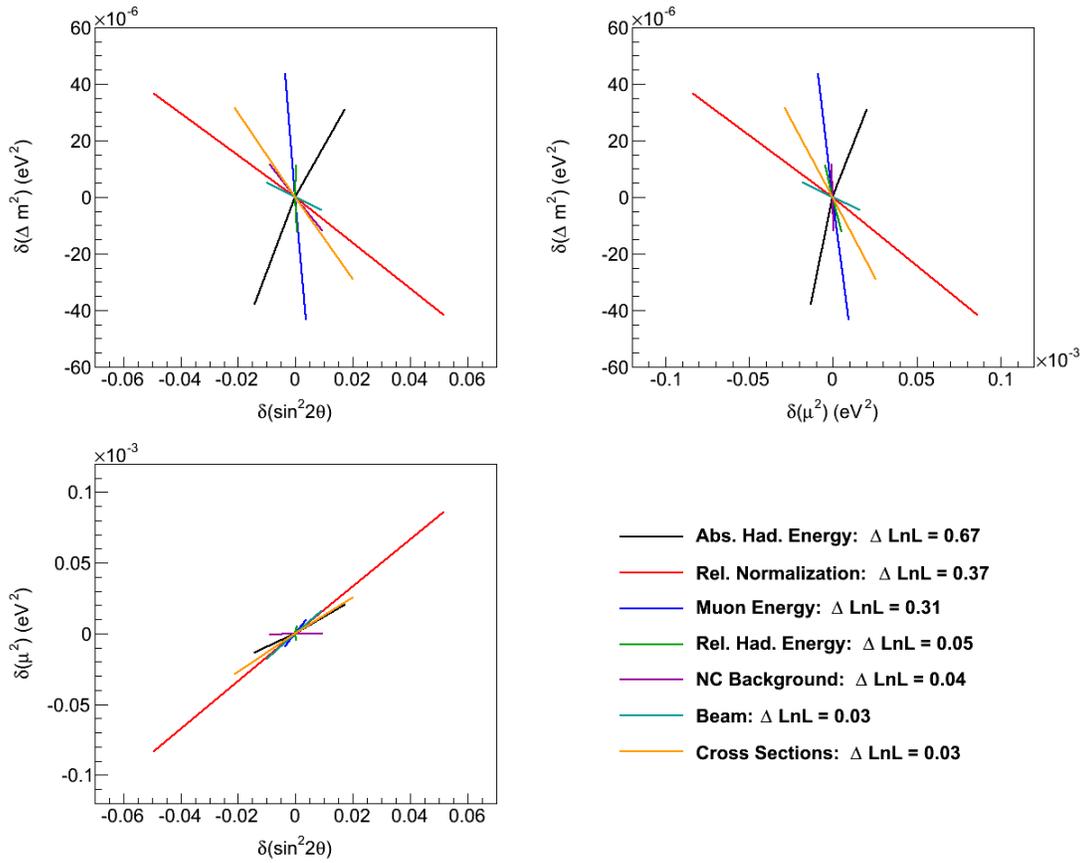


Figura 8.1: Impacto dos diferentes efeitos sistemáticos sobre o ajuste do modelo de descoerência à dados simulados no FD. Para cada efeito sistemático, uma simulação foi gerada com desvio de $\pm 1\sigma$ e ajustado usando a análise padrão. Os pontos de melhor ajuste são mostrados como extremidades das diversas linhas e o ponto central corresponde ao melhor ajuste com a simulação nominal. Os valores de ΔL listados correspondem à variação de χ^2 devido ao desvio no ponto de melhor ajuste para cada efeito sistemático.

livres no ajuste final dos dados, foram a energia hadrônica, a energia do múon e a normalização.

A incerteza em função da energia devido a esses três efeitos sistemáticos pode ser vista na Figura 8.2. Os fatores de escala que serão aplicados no ajuste de dados são derivados dessas incertezas. A Figura 8.3 mostra os desvios no ponto

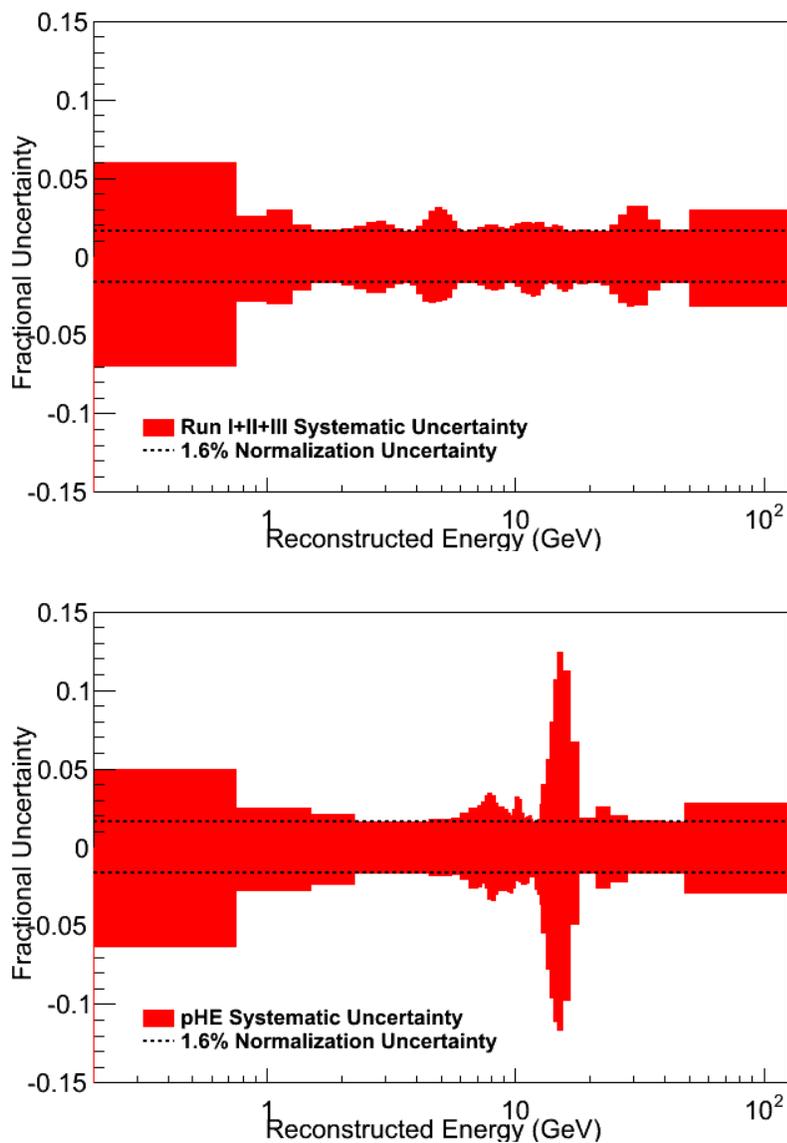


Figura 8.2: Incertezas no número de eventos previstos para o FD na configuração padrão (cima) e de pseudo-alta energia (baixo) devido aos três efeitos sistemáticos dominantes. A incerteza devido à normalização é independente da energia e está representada pela linha tracejada nos gráficos.

de melhor ajuste devido aos diferentes efeitos sistemáticos sobreposto às regiões de 68% e 90% de confiança obtidas de ajustes de dados simulados com e sem a inclusão de efeitos sistemáticos. O valor de entrada dos parâmetros de oscilação e descoerência foram $\Delta m^2 = 2,32 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 1$ e $\mu^2 = 0 \text{ eV}^2$. Como esperado, a inclusão de efeitos sistemáticos no ajuste de dados expande as regiões de confiança de forma correlacionada aos desvios no ponto de melhor ajuste.

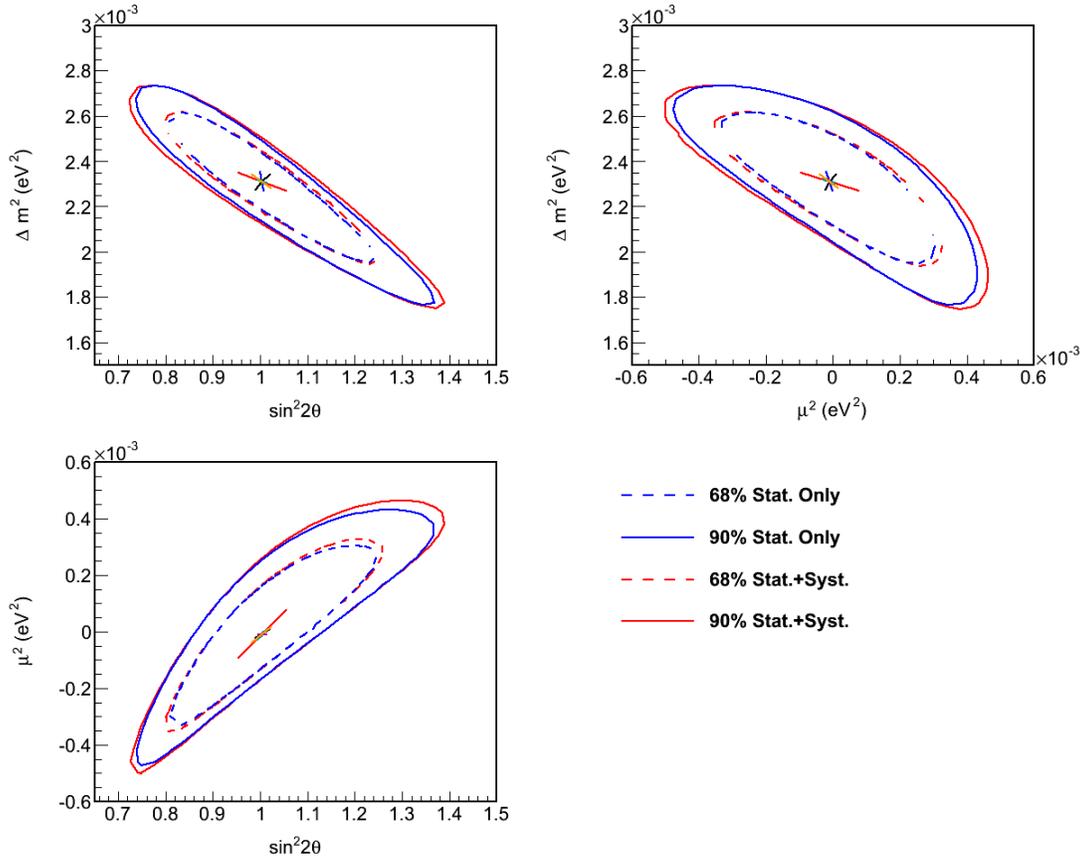


Figura 8.3: Sobreposição dos desvios no ponto de melhor ajuste devido aos diferentes efeitos sistemáticos nas regiões de confiança obtidas em ajustes de dados simulados. As regiões delimitadas em azul foram obtidas sem a inclusão de efeitos sistemáticos, enquanto as regiões delimitadas em vermelho incorporam os três efeitos sistemáticos mais relevantes.

8.3 Testes da análise

Para verificar que o ajuste de dados desenvolvido é robusto e identifica o valor correto de entrada em dados simulados dentro das incertezas estatísticas esperadas, 100 experimentos simulados foram gerados com o mesmo valor de entrada para os parâmetros de oscilação. Os valores utilizados foram $\Delta m^2 = 2,1704 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\text{sen}^2(2\theta) = 0,9756$ e $\mu^2 = 0 \text{ eV}^2$. Os 100 experimentos foram gerados com uma exposição equivalente a $7,24 \times 10^{20} \text{ PoT}$.

O ajuste combinado dos 100 experimentos obteve $\Delta m^2 = (2,15 \pm 0,03) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\text{sen}^2(2\theta) = 0,99 \pm 0,02$ e $\mu^2 = (0,05 \pm 0,02) \times 10^{-3} \text{ eV}^2$. As distribuições de melhores ajustes dos três parâmetros do modelo para os 100 experimentos independentemente podem ser vistas na Figura 8.4.

Na Figura 8.5, os pontos de melhor ajuste para cada um dos 100 experimentos simulados foram sobrepostos às regiões de 68% e 90% de confiança relativas ao ajuste dos 100 experimentos combinados. As regiões são computadas para uma estatística equivalente a um experimento, ou seja, $7,24 \times 10^{20} \text{ PoT}$ de exposição.

A distribuição de χ^2/dof também é mostrada na Figura 8.5, e ela é consistente com $\chi^2/dof = 1$, indicando que os ajustes representam bem os espectros de energia dos experimentos simulados. O espectro de energia da combinação dos 100 experimentos e um exemplo de espectro de um experimento, escolhido aleatoriamente, são mostrados nas Figuras 8.6 e 8.7.

8.4 Sensibilidade

Com acesso a simulação oficial de MINOS, podemos obter regiões de confiança que levam em conta a resolução de energia do detector, a eficiência da seleção, os diferentes efeitos sistemáticos, etc. As regiões de confiança representam a sensibilidade do experimento a presença de pequenos amortecimentos nos termos oscilatórios da probabilidade de sobrevivência de neutrinos muônicos. O efeito que esse amortecimento teria no espectro de energia dos neutrinos pode ser visto

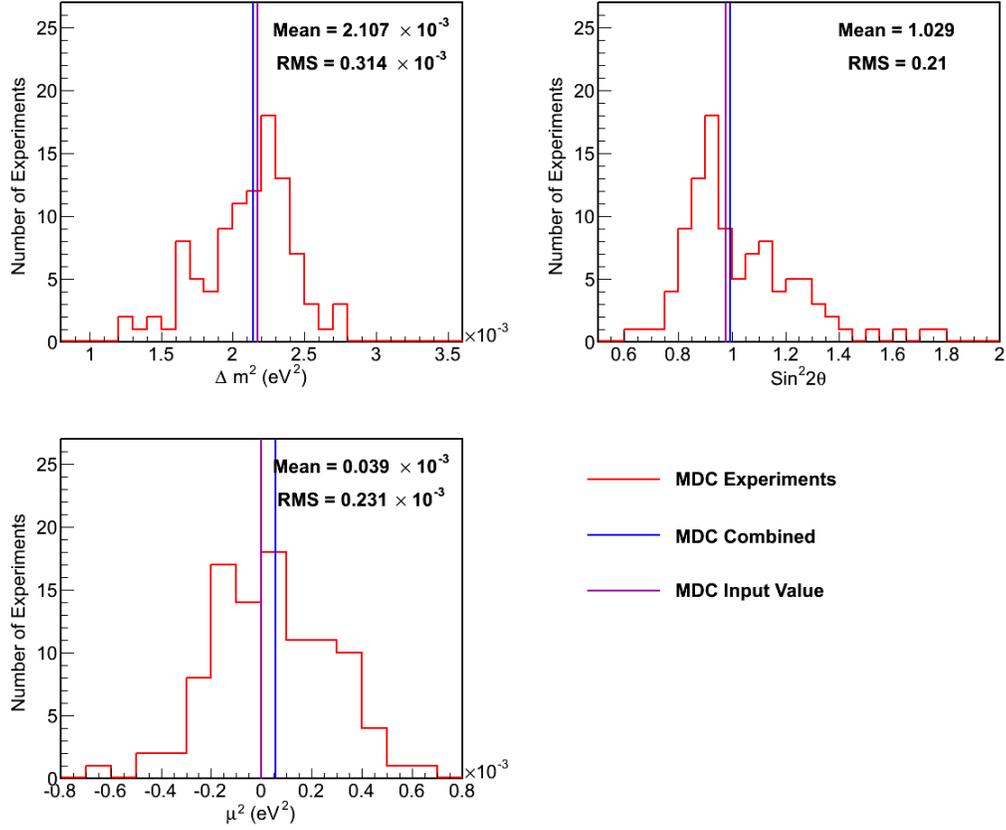


Figura 8.4: Distribuições de frequência dos valores de melhor ajuste dos parâmetros Δm^2 , $\sin^2(2\theta)$ e μ^2 para os 100 experimentos de dados simulados. Os valores de entrada estão indicados pelas linhas roxas e os valores de melhor ajuste dos 100 experimentos combinados estão indicados pelas linhas azuis.

na Figura 8.8. Os dados simulados nessa figura representam valores de entrada $\Delta m^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 0,85$ e $\mu^2 = 10^{-3} \text{ eV}^2$.

Podemos ver que MINOS distingue claramente entre os dois modelos para $\mu^2 \sim 10^{-3}$, que é o limite imposto por uma análise combinada de Super-Kamio-kande e K2K [89]. As regiões de 68% e 90% de confiança obtidas por um ajuste de dados simulados com $\Delta m^2 = 2,32 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 1$ e $\mu^2 = 0 \text{ eV}^2$ podem ser vistas na Figura 8.9.

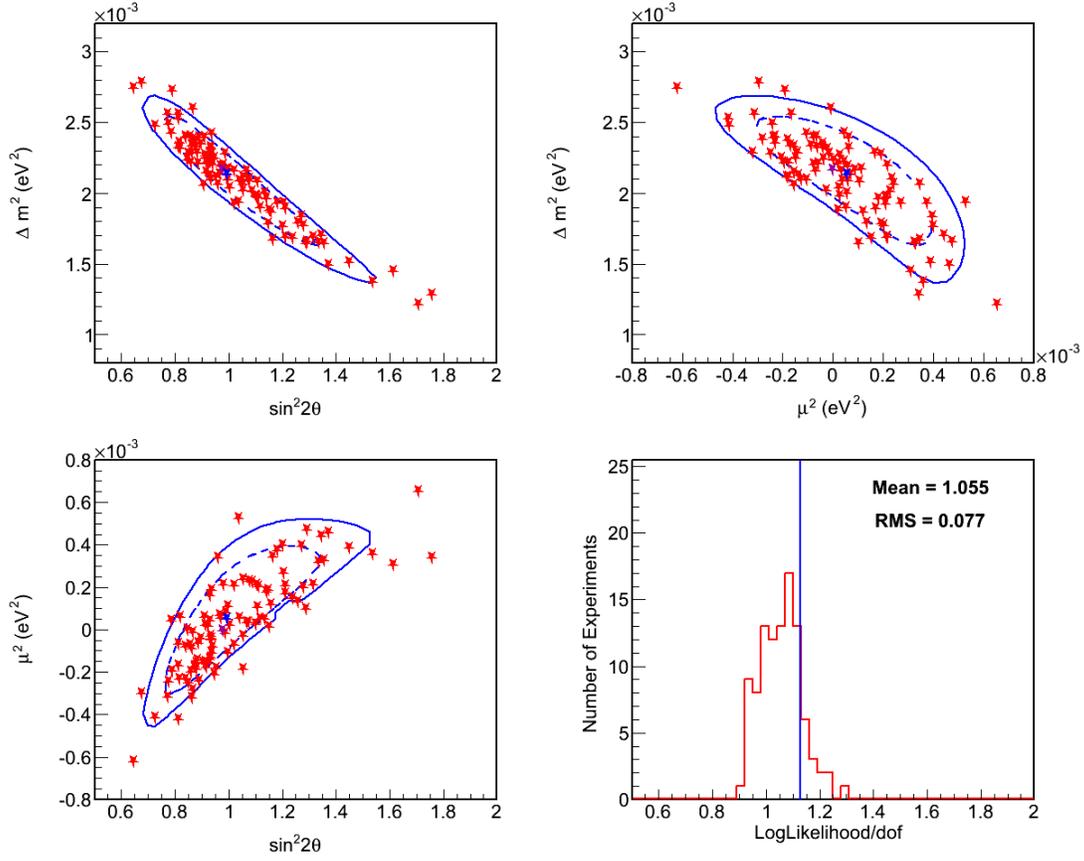


Figura 8.5: Superposição dos pontos de melhor ajuste dos 100 experimentos simulados nas regiões de 68% e 90% de confiança obtidas pelo ajuste dos experimentos combinados. No canto inferior direito está a distribuição de frequência dos valores de χ^2/dof dos 100 experimentos, onde χ^2/dof do ajuste conjunto dos 100 experimentos é indicado pelas linha azul. Estrelas roxas indicam os pontos referentes ao valor de entrada da simulação no espaço de parâmetros.

A partir dessa análise de dados simulados, concluímos que, na ausência de indícios de amortecimento da oscilação no FD, o experimento MINOS é capaz de impor limites à magnitude do parâmetro de descoerência tal que:

$$\mu^2 < 1,8 \times 10^{-4} \text{ eV}^2 \text{ com } 90\% \text{ C.L.} \quad (8.3)$$

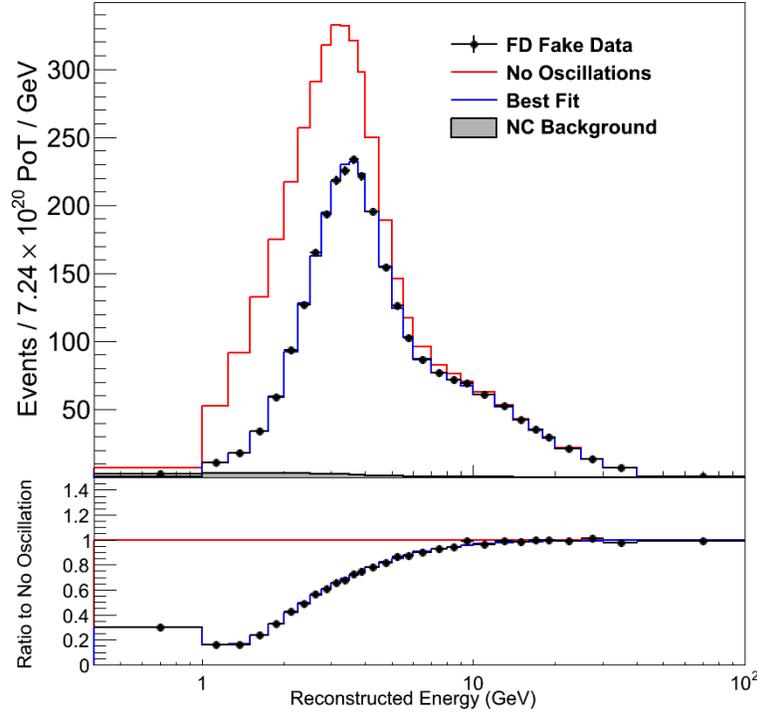


Figura 8.6: Espectro de energia da combinação dos 100 experimentos simulados. São mostrados a previsão que melhor ajustou os dados simulados, a previsão nominal, na ausência de desaparecimento, e a contaminação por corrente neutra.

Estudos preliminares de sensibilidade a diferentes dependências energéticas também foram feitos, mas diversos aspectos da análise foram modificados desde então, principalmente com relação aos métodos de ajuste de dados. Ainda assim, esses estudos nos permitem avaliar a sensibilidade aproximada dos parâmetros $\gamma_{32}^{(n)}$. A Tabela 8.1 lista os limites obtidos para esses parâmetros.

Para o caso $n = 2$, temos uma possível interpretação em termos de efeitos da escala de Planck em que $\Gamma_{32} \propto E^2/M_P$. O limite esperado sobre $\gamma_{32}^{(2)}$ corresponde a um efeito de descoerência 6 ordens de magnitude menor do que essa escala. Os dados de MINOS publicados até agora não indicam nenhum desvio

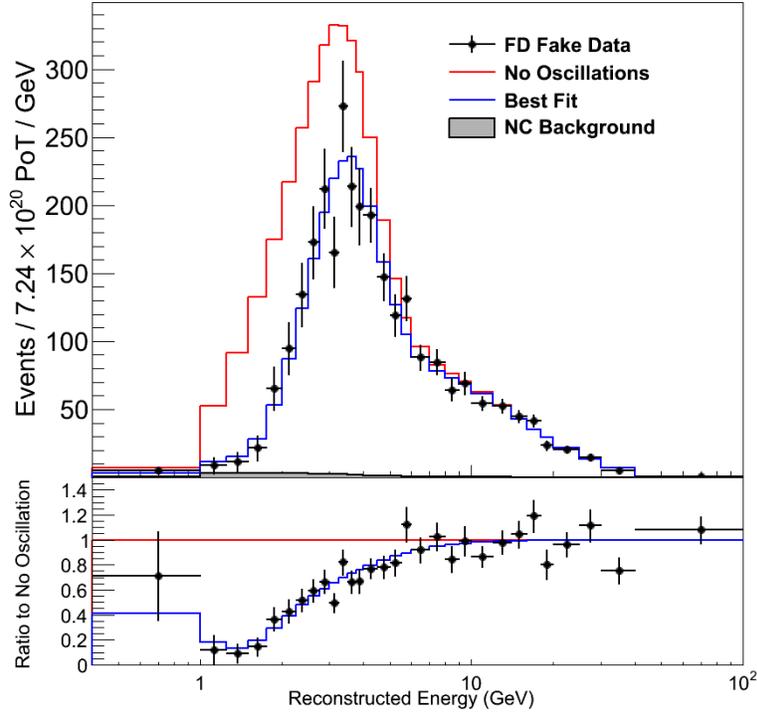


Figura 8.7: Espectro de energia do experimento simulado de número 32, escolhido aleatoriamente. São mostrados a previsão que melhor ajustou os dados simulados, a previsão nominal, na ausência de desaparecimento, e a contaminação por corrente neutra.

forte do modelo de oscilação, portanto esperamos que a ordem de grandeza de possíveis efeitos de descoerência seja próxima dos limites mostrados aqui. Dessa forma, podemos concluir que o ansatz $\Gamma_{32} \propto E^2/M_P$ exigiria uma constante de proporcionalidade da ordem de 10^{-6} , o que parece pouco natural.

Outro ansatz baseado na escala de Planck sugere uma dependência $\Gamma_{32} \propto \frac{(\Delta m^2)^2}{E^2 M_P} \sim 10^{-60} \frac{GeV^3}{E^2}$. Supondo uma constante de proporcionalidade de ordem 1, vemos que esse ansatz está muito além da sensibilidade de MINOS ou de qualquer outro experimento concebível atualmente.

Parâmetro	Sensibilidade
$\gamma_{32}^{(-2)}$	$2,4 \times 10^{-22} \text{ GeV}^3$
$\gamma_{32}^{(-1)}$	$1,3 \times 10^{-22} \text{ GeV}^2$
$\gamma_{32}^{(0)}$	$2,2 \times 10^{-23} \text{ GeV}$
$\gamma_{32}^{(1)}$	$1,8 \times 10^{-24}$
$\gamma_{32}^{(2)}$	$0,7 \times 10^{-25} \text{ GeV}^{-1}$

Tabela 8.1: Limites superiores com 90% de confiança para as diferentes dependências energéticas do modelo de descoerência para dados simulados com $\Delta m^2 = 2,37 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 0,95$ e $\gamma_{32}^{(n)} = 0 \text{ GeV}$. Esses valores correspondem a uma versão antiga da análise de modelos alternativos. Os limites esperados para a análise final devem ser ligeiramente menores do que os mostrados aqui.

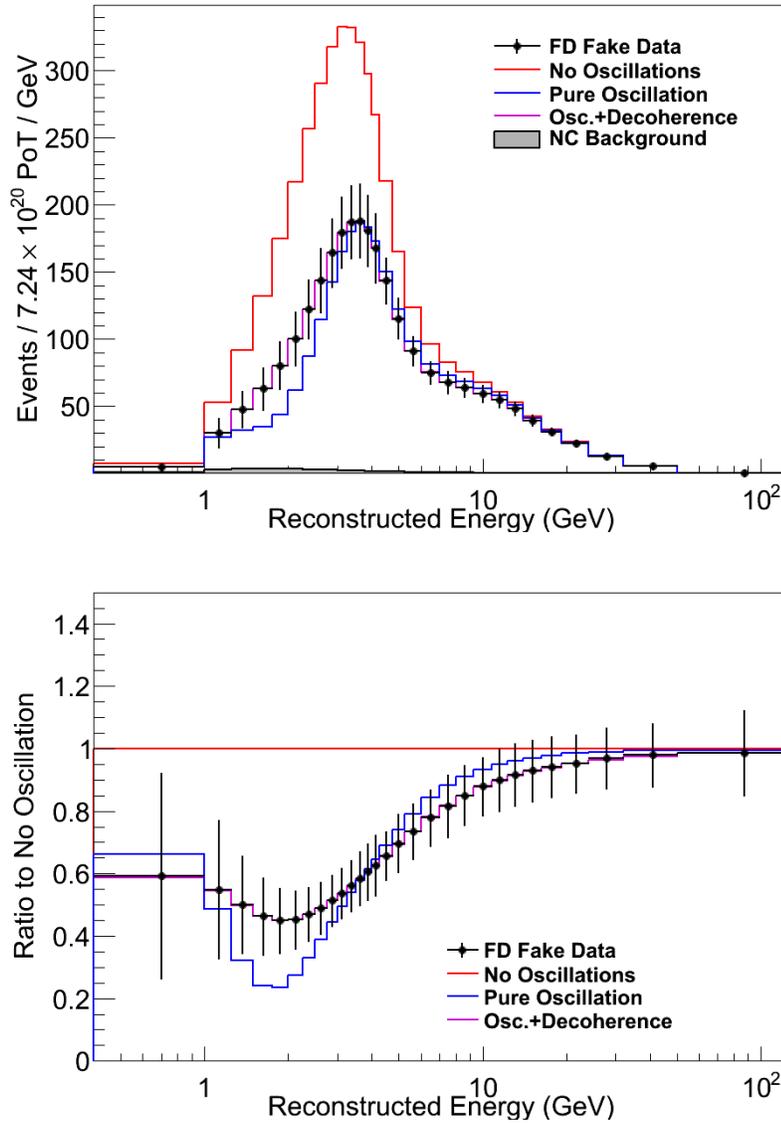


Figura 8.8: Cima: Espectro de energia para dados simulados com $\Delta m^2 = 3 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 0,85$ e $\mu^2 = 10^{-3} \text{ eV}^2$. São mostrados também o espectro de energia previstos para os mesmos parâmetros, o espectro previsto com $\mu^2 = 0$, o espectro nominal e a contaminação por corrente neutra. Baixo: Razões entre os diferentes espectros de energia e o espectro de energia nominal. A contaminação por corrente neutra foi removida para computar essas razões.

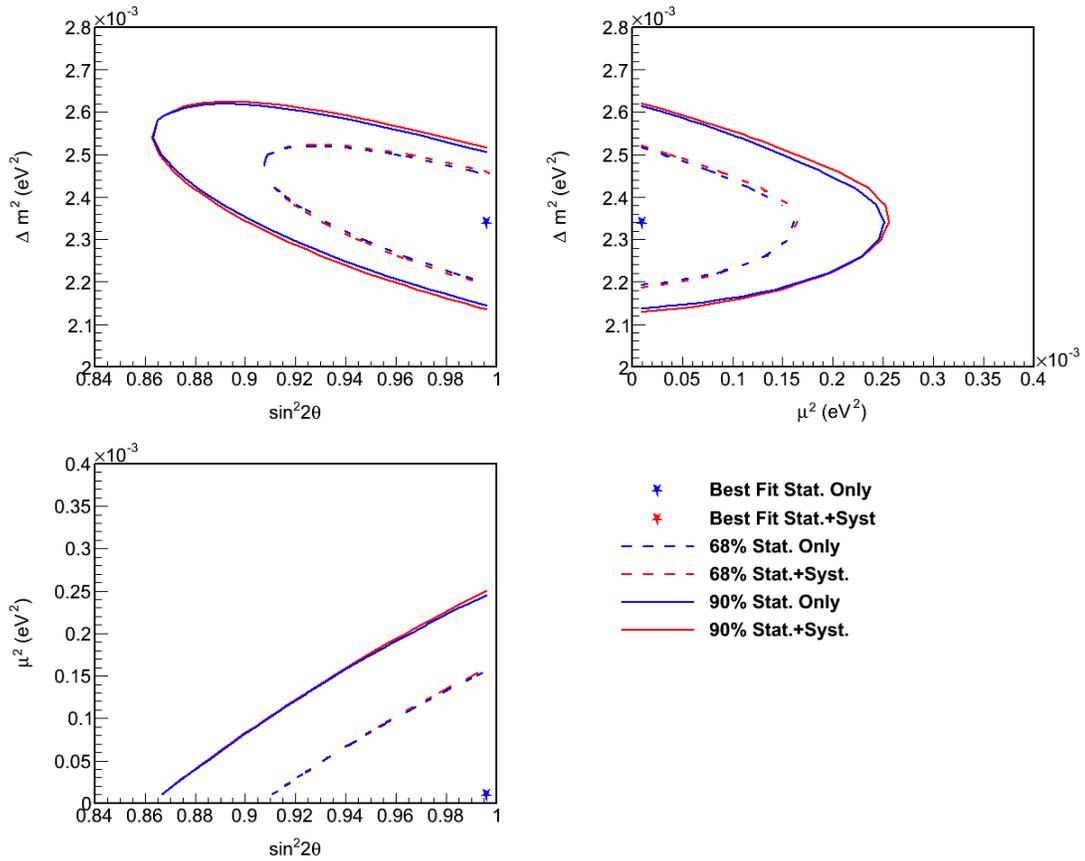


Figura 8.9: Regiões de confiança obtidas em ajustes de dados simulados com $\Delta m^2 = 2,32 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$, $\sin^2(2\theta) = 1$ e $\mu^2 = 0 \text{ eV}^2$. As regiões delimitadas em azul foram obtidas sem a inclusão de efeitos sistemáticos, enquanto as regiões delimitadas em vermelho incorporam os três efeitos sistemáticos mais relevantes.

Capítulo 9

Decaimento e outros modelos

Além do modelo de descoerência, MINOS também é sensível a diversos outros modelos que poderiam alterar as probabilidades de transição de neutrinos, como decaimento de neutrinos, interações não-padrão (NSI), neutrinos estéreis, etc.

9.1 Decaimento

O decaimento de neutrinos foi investigado como efeito paralelo a oscilações a partir de uma análise combinada de eventos de corrente neutra e corrente carregada em MINOS [99]. Essa análise foi desenvolvida originalmente para o estudo de modelos de oscilação com neutrinos estéreis. Ela difere da análise de desaparecimento descrita no capítulo 6 principalmente pelo método de seleção de eventos e o método de extrapolação utilizados.

A extrapolação da análise de decaimento é similar à utilizada na análise de aparecimento de neutrinos eletrônicos descrita no capítulo 7 e é feita multiplicando-se o número de eventos nos dados do ND pela razão entre os número de eventos de MC no FD e no ND, com as probabilidades de transição devidamente aplicadas.

O método de seleção é baseado em cortes simples em três variáveis: O número de traços reconstruídos, o número de planos ativados pelo evento e o número de

planos cruzados apenas por um traço reconstruído. Os cortes foram otimizados para maximizar a sensibilidade a oscilação para neutrinos estéreis.

A análise foi aplicada a um conjunto de dados somando $3,18 \times 10^{20}$ PoT e obteve um limite para o parâmetro de decaimento tal que $\lambda_3 \equiv \alpha < 1,6 \times 10^{-3}$ GeV/km com 90% de confiança.

Estudos preliminares utilizando uma versão inicial da análise de modelos alternativos descrita no capítulo 8 indicam que esse limite pode ser reduzido para $\alpha < 1,1 \times 10^{-3}$ GeV/km com 90% de confiança, mesmo utilizando apenas eventos de corrente carregada.

9.2 Neutrinos estéreis e NSI

A mesma análise utilizada no estudo de decaimento de neutrinos também determinou que a fração f_s dos neutrinos muônicos que podem sofrer transição para neutrinos estéreis é menor que 52% com 90% de confiança. Essa análise foi reavaliada com pequenas alterações e incluindo uma exposição total de $7,07 \times 10^{20}$ PoT, determinando assim que $f_s < 22\%$ com 90% de confiança [100].

Recentemente, uma análise de NSI também foi desenvolvida por MINOS [101]. Essa análise segue a mesma filosofia da análise de modelos alternativos descrita no capítulo 8. A análise foi motivada por uma tensão entre os resultados observados por MINOS para neutrinos e antineutrinos [102]. Um valor não nulo do parâmetro $\epsilon_{\mu\tau}$ na equação (3.50), reescrita abaixo, poderia reconciliar os dois resultados [103].

$$H_{int}^{NSI} \approx \sqrt{2}G_F n_e \begin{bmatrix} 1 + \epsilon_{ee} & \epsilon_{e\mu} & \epsilon_{e\tau} \\ \epsilon_{e\mu}^* & \epsilon_{\mu\mu} & \epsilon_{\mu\tau} \\ \epsilon_{e\tau}^* & \epsilon_{\mu\tau}^* & \epsilon_{\tau\tau} \end{bmatrix} \quad (9.1)$$

Contudo, a análise mais recente de dados de antineutrinos removeu a tensão existente [77]. Os resultados preliminares da análise de NSI indicam que $\epsilon_{\mu\tau} = -0,068_{-0,080}^{+0,083}$, consistente com a inexistência de interações não-padrão.

Capítulo 10

Conclusões e perspectivas

Em conclusão, investigamos a sensibilidade do experimento MINOS a alguns modelos alternativos de transição de sabor, dando ênfase a efeitos de evolução não-unitária de neutrinos.

Para modelos de evolução não-unitária que conservam probabilidade, derivamos as fórmulas relevantes para o caso em que temos energia conservada e entropia crescente, que correspondem ao fenômeno de descoerência de neutrinos. A possibilidade de decaimento de neutrinos massivos foi considerada como exemplo de evolução não-unitária que não conserva probabilidade.

Mostramos como dados de diversos experimentos restringem o espaço de parâmetros relevantes para MINOS. Esse estudo foi importante para definir o nível de confiança que podemos ter numa aproximação de duas famílias quando existe descoerência ou decaimento combinados com a oscilação padrão. No caso de descoerência, realizamos uma análise simples dos dados de KamLAND, mostrando que não há sinais de descoerência na escala de neutrino solares. Obtivemos $\gamma_{21}^{(-1)} < 10^{-5} \text{ eV}^2$ com mais de 99,7% de confiança. A partir dessa conclusão, mostramos que a aproximação de duas famílias de fato é suficiente para MINOS, pois este não é sensível a valores de $\gamma_{21}^{(-1)}$ menores que 10^{-4} eV^2 .

Descrevemos as análises oficiais de desaparecimento de neutrinos muônicos e aparecimento de neutrinos eletrônicos para o modelo de oscilação pura. A análise

de modelos alternativos é fortemente baseada na análise de desaparecimento. As principais diferenças entre as análises foram destacadas.

Utilizando a aproximação de duas famílias, avaliamos a sensibilidade de MINOS a um modelo de descoerência, onde a dependência energética do amortecimento exponencial imita o efeito de oscilação pura. Os resultados indicam que MINOS, caso não observe amortecimento da oscilação, será capaz de impor um limite superior para o parâmetro $\mu^2 \equiv 2\gamma_{32}^{(-1)}$ de aproximadamente $1,8 \times 10^{-4} \text{ eV}^2$ com 90% de confiança, o que representa redução de uma ordem de grandeza no limite obtido por uma análise global de Super-Kamiokande e K2K. As chances de haver evidência de valores não nulos de μ^2 são remotas, pois o melhor ajuste de oscilação pura é consistente com mistura máxima.

O estudo de modelos com outras dependências energéticas foi iniciado. Em especial, investigamos dependências do tipo $\Gamma_{32} = \gamma_{32}^{(n)} \left(\frac{E}{\text{GeV}}\right)^n$. No caso de $n = 2$, uma possível análise dimensional motivada em gravitação quântica indica uma dependência da forma $\Gamma_{32} = E^2/M$, com $M \sim M_P$, porém nossos estudos indicam que $M > 10^{25} \text{ GeV} \gg M_P$.

Incluimos também o estudo de decaimento de neutrinos em combinação com a oscilação padrão. Esse modelo foi testado oficialmente por MINOS através de um ajuste simultâneo a eventos de corrente neutra e corrente carregada, resultando num limite $\alpha < 1,6 \times 10^{-3} \text{ GeV/km}$ com 90% de confiança. A análise de modelos alternativos prevista para o próximo conjunto de dados tem sensibilidade ligeiramente maior devido, principalmente, à maior exposição. Estudos preliminares indicam que esse limite poderá ser reduzido para $\alpha < 1,1 \times 10^{-3} \text{ GeV/km}$ com 90% de confiança. Uma análise atualizada incorporando eventos de corrente neutra seria ideal para este modelo.

Por fim, mencionamos também dois modelos alternativos que foram investigados pela colaboração MINOS. Uma busca por transições para neutrinos estéreis foi realizada e nenhuma evidência de neutrinos estéreis foi encontrada. Determinou-se assim que a fração de neutrinos muônicos que sofrem transições para neutrinos estéreis é menor que 22% com 90% de confiança. Além disso, um

ajuste simultâneo dos dados de neutrinos e antineutrinos em busca de efeitos de interação não-padrão obteve $\epsilon_{\mu\tau} = -0,068_{-0,080}^{+0,083}$.

A colaboração MINOS pretende incluir a análise de descoerência descrita aqui em sua próxima publicação de medidas de desaparecimento de neutrinos muônicos. Existe ainda a possibilidade de se incluir os dados de antineutrinos nessa análise. Violações de CPT poderiam ser investigadas no contexto de descoerência de neutrinos dessa maneira.

No momento da redação desta tese, simulações referentes aos novos períodos de dados a serem analisados estavam sendo produzidas. As novas simulações precisam ser validadas através de comparações com dados do ND e então incorporadas na estrutura da análise de descoerência.

Num futuro próximo, esperamos que os dados de MINOS nos indiquem se neutrinos permanecem coerentes ou não afinal.¹

¹É claro que uma resposta positiva nos indica apenas que neutrinos permanecem coerentes para as escalas de distância e energia relevantes em MINOS.

Referências Bibliográficas

- [1] R. Davis Jr., D. S. Harmer, and K. C. Hoffman. Search for neutrinos from the sun. *Phys. Rev. Lett.*, 20:1205–1209, 1968.
- [2] SNO Collaboration: Q. R. Ahmad et al. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 89:011301, 2002. arXiv:nucl-ex/0204008.
- [3] KAMIOKANDE-II Collaboration: K. S. Hirata et al. Experimental Study of the Atmospheric Neutrino Flux. *Phys. Lett.*, B205:416, 1988.
- [4] Super-Kamiokande Collaboration: Y. Fukuda et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, 81:1562–1567, 1998. arXiv:hep-ex/9807003.
- [5] KAMIOKANDE-II Collaboration: K. S. Hirata et al. Observation of ^8B Solar Neutrinos in the Kamiokande-II Detector. *Phys. Rev. Lett.*, 63:16, 1989.
- [6] A. I. Abazov et al. Search for neutrinos from the Sun using the reaction $^{71}\text{Ga}(\nu_e, e^-)^{71}\text{Ge}$. *Phys. Rev. Lett.*, 67:3332–3335, 1991.
- [7] R. Becker-Szendy et al. Electron- and muon-neutrino content of the atmospheric flux. *Phys. Rev.*, D46:3720–3724, 1992.
- [8] GALLEX Collaboration: P. Anselmann et al. Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso. *Phys. Lett.*, B285:376–389, 1992.
- [9] W. W. M. Allison et al. Measurement of the atmospheric neutrino flavour composition in Soudan 2. *Phys. Lett.*, B391:491–500, 1997. arXiv:hep-ex/9611007.

- [10] GNO Collaboration: M. Altmann et al. GNO solar neutrino observations: Results for GNO I. *Phys. Lett.*, B490:16–26, 2000. arXiv:hep-ex/0006034.
- [11] KamLAND Collaboration: K. Eguchi et al. First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance. *Phys. Rev. Lett.*, 90:021802, 2003. arXiv:hep-ex/0212021.
- [12] K2K Collaboration: M.H. Ahn et al. Indications of neutrino oscillation in a 250 km long baseline experiment. *Phys.Rev.Lett.*, 90:041801, 2003. arXiv:hep-ex/0212007.
- [13] MINOS Collaboration: D. G. Michael et al. Observation of muon neutrino disappearance with the MINOS detectors and the NuMI neutrino beam. *Phys. Rev. Lett.*, 97:191801, 2006. arXiv:hep-ex/0607088.
- [14] Borexino Collaboration: C. Arpesella et al. First real time detection of ${}^7\text{Be}$ solar neutrinos by Borexino. *Phys.Lett.*, B658:101–108, 2008. arXiv:0708.2251.
- [15] E. Majorana. Theory of the Symmetry of Electrons and Positrons. *Nuovo Cim.*, 14:171–184, 1937.
- [16] M. Fukugita and T. Yanagida. Baryogenesis Without Grand Unification. *Phys. Lett.*, B174:45, 1986.
- [17] S. Weinberg. Baryon and Lepton Nonconserving Processes. *Phys. Rev. Lett.*, 43:1566–1570, 1979.
- [18] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. A Study of Muon Neutrino Disappearance Using the Fermilab Main Injector Neutrino Beam. *Phys. Rev.*, D77:072002, 2008. arXiv:0711.0769.
- [19] KamLAND Collaboration: S. Abe et al. Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND. *Phys. Rev. Lett.*, 100:221803, 2008. arXiv:0801.4589.
- [20] P. W. Higgs. Broken Symmetries and the Masses of Gauge Bosons. *Phys. Rev. Lett.*, 13:508–509, 1964.

- [21] F. Englert and R. Brout. Broken Symmetry and the Mass of Gauge Vector Mesons. *Phys.Rev.Lett.*, 13:321–322, 1964.
- [22] G. S. Guralnik, C. R. Hagen, and T. W. B. Kibble. Global Conservation Laws and Massless Particles. *Phys. Rev. Lett.*, 13:585–587, 1964.
- [23] P. W. Higgs. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons. *Phys.Rev.*, 145:1156–1163, 1966.
- [24] T. W. B. Kibble. Symmetry breaking in non-Abelian gauge theories. *Phys.Rev.*, 155:1554–1561, 1967.
- [25] S. L. Glashow. Partial Symmetries of Weak Interactions. *Nucl. Phys.*, 22: 579–588, 1961.
- [26] S. Weinberg. A Model of Leptons. *Phys. Rev. Lett.*, 19:1264–1266, 1967.
- [27] A. Salam. Weak and Electromagnetic Interactions. In N. Svartholm, editor, *Elementary Particle Theory*, pages 367–377. Almquist & Wiksell, 1968.
- [28] F. Halzen and A. D. Martin. *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics*. John Wiley & Sons, 1984.
- [29] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. *An Introduction to quantum field theory*. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995.
- [30] T. Nakano and K. Nishijima. Charge Independence for V -particles. *Prog. Theor. Phys.*, 10:581–582, 1953.
- [31] M. Gell-Mann. The interpretation of the new particles as displaced charge multiplets. *Nuovo Cim.*, 4:848–866, 1956.
- [32] N. Cabibbo. Unitary Symmetry and Leptonic Decays. *Phys.Rev.Lett.*, 10: 531–533, 1963.
- [33] M. Kobayashi and T. Maskawa. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction. *Prog.Theor.Phys.*, 49:652–657, 1973.
- [34] S. Bilenky. Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos. *Lect. Notes Phys.*, 817:1–255, 2010.

- [35] B. Pontecorvo. Inverse beta processes and nonconservation of lepton charge. *Sov. Phys. JETP*, 7:172–173, 1958.
- [36] Z. Maki, M. Nakagawa, and S. Sakata. Remarks on the unified model of elementary particles. *Prog. Theor. Phys.*, 28:870–880, 1962.
- [37] F. Benatti and R. Floreanini. Complete positivity and the $K - \bar{K}$ system. *Phys. Lett.*, B389:100–106, 1996. arXiv:hep-th/9607059.
- [38] CHOOZ Collaboration: M. Apollonio et al. Search for neutrino oscillations on a long base-line at the CHOOZ nuclear power station. *Eur. Phys. J.*, C27:331–374, 2003. arXiv:hep-ex/0301017.
- [39] L. Wolfenstein. Neutrino oscillations in matter. *Phys. Rev.*, D17:2369–2374, 1978.
- [40] S. P. Mikheev and A. Yu. Smirnov. Resonance enhancement of oscillations in matter and solar neutrino spectroscopy. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 42:913–917, 1985.
- [41] A. Kossakowski. On quantum statistical mechanics of non-Hamiltonian systems. *Rep. Math. Phys.*, 3:247, 1972.
- [42] G. Lindblad. On the Generators of Quantum Dynamical Semigroups. *Commun. Math. Phys.*, 48:119, 1976.
- [43] F. Benatti and H. Narnhofer. Entropy Behavior Under Completely Positive Maps. *Lett. Math. Phys.*, 15:325, 1988.
- [44] W. H. Zurek. Reduction of the wave packet: How long does it take? *Los Alamos Preprint*, LAUR 84-2750, 1984.
- [45] F. Benatti and R. Floreanini. Open system approach to neutrino oscillations. *JHEP*, 02:032, 2000. arXiv:hep-ph/0002221.
- [46] E. Lisi, A. Marrone, and D. Montanino. Probing possible decoherence effects in atmospheric neutrino oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 85:1166–1169, 2000. arXiv:hep-ph/0002053.
- [47] T. Ohlsson. Equivalence between neutrino oscillations and neutrino decoherence. *Phys. Lett.*, B502:159–166, 2001. arXiv:hep-ph/0012272.

- [48] A.M. Gago, E.M. Santos, W.J.C. Teves, and R. Zukanovich Funchal. Quantum dissipative effects and neutrinos: Current constraints and future perspectives. *Phys.Rev.*, D63:073001, 2001. arXiv:hep-ph/0009222.
- [49] G. Barenboim and N. E. Mavromatos. CPT violating decoherence and LSND: A Possible window to Planck scale physics. *JHEP*, 0501:034, 2005. arXiv:hep-ph/0404014.
- [50] V. A. Kostelecky and R. Potting. CPT and strings. *Nucl. Phys.*, B359: 545–570, 1991.
- [51] J. R. Ellis, N. E. Mavromatos, and D. V. Nanopoulos. Quantum decoherence in a D-foam background. *Mod. Phys. Lett.*, A12:1759–1773, 1997. arXiv:hep-th/9704169.
- [52] F. Benatti and R. Floreanini. Massless neutrino oscillations. *Phys.Rev.*, D64:085015, 2001. arXiv:hep-ph/0105303.
- [53] S. L. Adler. Comment on a proposed Super-Kamiokande test for quantum gravity induced decoherence effects. *Phys. Rev.*, D62:117901, 2000. arXiv:hep-ph/0005220.
- [54] R. A. Bertlmann, W. Grimus, and B. C. Hiesmayr. An open-quantum-system formulation of particle decay. *Phys. Rev.*, A73:054101, 2006. arXiv:quant-ph/0602116.
- [55] SNO Collaboration: B. Aharmim et al. Low Energy Threshold Analysis of the Phase I and Phase II Data Sets of the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev.*, C81:055504, 2010. arXiv:0910.2984.
- [56] S. M. Bilenky, C. Giunti, and W. Grimus. Phenomenology of neutrino oscillations. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 43:1–86, 1999. arXiv:hep-ph/9812360.
- [57] Y. Grossman. Nonstandard neutrino interactions and neutrino oscillation experiments. *Phys. Lett.*, B359:141–147, 1995. arXiv:hep-ph/9507344.
- [58] KamLAND Collaboration. Website, 2004. http://kamland.lbl.gov/FiguresPlots/kamlandfigs_paper2004/No0scLDistribution.gif.

- [59] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, D. Montanino, and A. Palazzo. Probing non-standard decoherence effects with solar and KamLAND neutrinos. *Phys. Rev.*, D76:033006, 2007. arXiv:0704.2568.
- [60] J. Hylen et al. NuMI technical design handbook. Internal NuMI report, 2003.
- [61] S. E. Kopp. The NuMI neutrino beam at Fermilab. physics/0508001, 2005.
- [62] MINOS Collaboration: D. G. Michael et al. The magnetized steel and scintillator calorimeters of the minos experiment. *Nucl. Instrum. Meth.*, A569:190–228, 2008.
- [63] N. Tagg et al. Performance of Hamamatsu 64-anode photomultipliers for use with wavelength-shifting optical fibres. *Nucl. Instrum. Meth.*, A539:668–678, 2005. arXiv:physics/0408055.
- [64] K. Lang et al. Characterization of 1600 Hamamatsu 16-anode photomultipliers for the MINOS far detector. *Nucl. Instrum. Meth.*, A545:852–871, 2005.
- [65] A. Belias et al. The MINOS data acquisition system. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 51:451–455, 2004.
- [66] J. Oliver, N. Felt, G. Feldman, A. Lebedev, and R. Lee. Design and performance of the readout system of the MINOS Far Detector. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 51:2193–2195, 2004.
- [67] T. Cundiff et al. The MINOS near detector front end electronics. *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, 53:1347–1355, 2006.
- [68] A. Cabrera et al. Comparisons of the minos near and far detector readout systems at a test beam. *Nucl. Instrum. Meth.*, A609(2-3):106 – 113, 2009.
- [69] A. Fasso, A. Ferrari, P. R. Sala, and J. Ranft. Fluka: Status and prospects for hadronic applications. Contributed to the International Conference on Advanced Monte Carlo for Radiation Physics, Particle Transport Simulation and Applications (MC 2000), Lisbon, Portugal, 23–26 October (2000).

- [70] S. Agostinelli et al. Geant4 – a simulation toolkit. *Nucl. Instrum. and Meth.*, A506(3):250 – 303, 2003.
- [71] H. Gallagher. The neugen neutrino event generator. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, 112:188–194, 2002.
- [72] GEANT—detector description and simulation tool. CERN Program Library, Long Writeup, W5013.
<http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/geant/index.html>.
- [73] C. Zeitnitz and T. A. Gabriel. The geant - calor interface and benchmark calculations of zeus test calorimeters. *Nucl. Instrum. Meth.*, A349:106–111, 1994.
- [74] P. Ballester. Hough transform for robust regression and automated detection. *Astron. Astrophys.*, 286:1011, 1994.
- [75] G. Welch and G. Bishop. An introduction to the kalman filter. Technical Report TR 95-041, 2006.
- [76] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. Measurement of the neutrino mass splitting and flavor mixing by MINOS. *Phys. Rev. Lett.*, 106:181801, 2011. arXiv:1103.0340.
- [77] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. A precision measurement of muon antineutrino oscillations with minos. To be submitted to *Phys. Rev. Lett.*
- [78] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. Improved search for muon-neutrino to electron-neutrino oscillations in MINOS. *Phys. Rev. Lett.*, 107:181802, 2011. arXiv:1108.0015.
- [79] M. Dorman. Beam fit position paper. MINOS-doc-7146, 2010.
- [80] J. J. Evans. *Measuring antineutrino oscillations with the MINOS experiment*. PhD thesis, University of Oxford, 2008.
- [81] R. Ospanov. *A Measurement of Muon Neutrino Disappearance with the MINOS Detectors and NuMI Beam*. PhD thesis, University of Texas at Austin, 2008.

- [82] J. Ratchford. *Muon Identification and a Measurement of Neutrino Oscillations in MINOS*. PhD thesis, University of Texas at Austin, 2011.
- [83] C. J. Backhouse. *Measuring neutrino oscillation parameters using ν_μ disappearance in MINOS*. PhD thesis, University of Oxford, 2011.
- [84] S. J. Coleman. *A measurement of neutrino oscillations with muon neutrinos in the MINOS experiment*. PhD thesis, College of William and Mary, 2011.
- [85] M. Strait. *A Measurement of Oscillation Parameters using Antifiducial Charged Current Events in MINOS*. PhD thesis, University of Minnesota, 2010.
- [86] J. Evans. Systematic uncertainties for the 2010 cc analysis. MINOS-doc-7145, 2010.
- [87] J. Mitchell. *Measuring ν_μ Disappearance with the MINOS Experiment*. PhD thesis, University of Cambridge, 2011.
- [88] V. Barger, J. G. Learned, S. Pakvasa, and T. J. Weiler. Neutrino decay as an explanation of atmospheric neutrino observations. *Phys. Rev. Lett.*, 82: 2640–2643, 1999.
- [89] G. L. Fogli, E. Lisi, A. Marrone, and D. Montanino. Status of atmospheric neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ oscillations and decoherence after the first k2k spectral data. *Phys. Rev.*, D67:093006, 2003.
- [90] Super-Kamiokande Collaboration: Y. Ashie et al. A measurement of atmospheric neutrino oscillation parameters by super-kamiokande i. *Phys. Rev.*, D71:112005, 2005. arXiv:hep-ex/0501064.
- [91] Super-Kamiokande Collaboration: Y. Ashie et al. Evidence for an oscillatory signature in atmospheric neutrino oscillations. *Phys. Rev. Lett.*, 93: 101801, 2004. arXiv:hep-ex/0404034.
- [92] R. Toner. *Measuring θ_{13} via Muon Neutrino to Electron Neutrino Oscillations in the MINOS Experiment*. PhD thesis, University of Cambridge, 2011.

- [93] M. Betancourt et al. Systematic uncertainties for the third nue box opening. MINOS-doc-7976, 2011.
- [94] M. Orchanian et al. Extrapolation and fitting in the 3rd nue analysis. MINOS-doc-7999, 2011.
- [95] G. J. Feldman and R. D. Cousins. Unified approach to the classical statistical analysis of small signals. *Phys. Rev. D*, 57:3873–3889, 1998.
- [96] T2K Collaboration: K. Abe et al. Indication of Electron Neutrino Appearance from an Accelerator-produced Off-axis Muon Neutrino Beam. *Phys.Rev.Lett.*, 107:041801, 2011. arXiv:1106.2822.
- [97] Double Chooz Collaboration: Y. Abe et al. Indication for the disappearance of reactor electron antineutrinos in the Double Chooz experiment. 2011. arXiv:1112.6353.
- [98] P.A.N. Machado, H. Minakata, H. Nunokawa, and R.Zukanovich Funchal. Combining Accelerator and Reactor Measurements of θ_{13} : The First Result. 2011. arXiv:1111.3330.
- [99] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. Search for sterile neutrino mixing in the MINOS long-baseline experiment. *Phys. Rev.*, D81:052004, 2010. arXiv:1001.0336.
- [100] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. Active to sterile neutrino mixing limits from neutral-current interactions in MINOS. *Phys. Rev. Lett.*, 107:011802, 2011. arXiv:1104.3922.
- [101] Z. Isvan. *Search for Non-standard Interactions with the MINOS Experiment*. PhD thesis, University of Pittsburgh, 2012.
- [102] MINOS Collaboration: P. Adamson et al. First direct observation of muon antineutrino disappearance. *Phys. Rev. Lett.*, 107:021801, 2011. arXiv:1104.0344.
- [103] J. Kopp, P. A.N. Machado, and S. J. Parke. Interpretation of MINOS data in terms of non-standard neutrino interactions. *Phys.Rev.*, D82:113002, 2010. arXiv:1009.0014.