

学位論文

Sloan Digital Sky Survey の
大スケール非等方相関関数による
宇宙論的解析

奥村 哲平

名古屋大学

理学研究科素粒子宇宙物理学専攻

博士（理学）申請

概要

ビッグバン理論に基づく膨張宇宙論は、近年の観測技術の飛躍的な進歩によって実証科学へと変貌を遂げた。Ia型超新星を用いた遠方の宇宙膨張の観測や、WMAP衛星による宇宙背景放射(CMB)の観測、銀河分布をトレーサーとする赤方偏移サーベイ等によって、宇宙が加速膨張していること、さらには宇宙の組成のうち我々がよく知っているバリオンはわずか4%しか存在せず、残りの96%は正体不明のダークマター、ダークエネルギーに支配されていることが明らかとなった。すなわち、宇宙の組成は精密に決定されたがその正体は依然として深刻な問題として残っており、その正体を探るためにさらなる詳細な観測が必要とされている。

近年、Sloan Digital Sky Survey (SDSS) という大規模な銀河サーベイから得られた赤方偏移0.5以下の明るい銀河 (Luminous Red Galaxies; LRG) の解析によって、バリオン音響振動という構造が検出された。バリオン音響振動とは、宇宙初期のバリオン・光子混合流体の相互作用によって起こる音響振動が現在の大規模構造にインプリントされ、再結合期の音速の地平線スケールに銀河のクラスタリングのピークとして現れるものである。このピークのスケールを“標準ものさし”として観測すると、見かけのスケールからダークエネルギーに対して信頼できる制限が可能である。そのため、多くの研究グループによってバリオン音響振動を用いた解析がなされ、他の観測と相補的にダークエネルギーをはじめとする宇宙論パラメータを制限する手法として確立されることとなった。しかしバリオン音響振動はシグナルが弱く、また解析が複雑化することもあり、これらの先行研究は角度平均した相関関数あるいはパワースペクトルが用いられてきた。これは銀河分布の非等方性を幾分か無視することに対応し、その分の宇宙論的情報が抜け落ちることになる。

そこで我々は、赤方偏移0.16から0.47に存在する46,760個のSDSS LRGサンプルの非等方相関関数を用いてクラスタリング解析を行った。非等方相関関数とは、赤方偏移空間における構造の非等方性を厳密に考慮に入れるために、相関関数の変数を視線方向とそれに垂直な方向の2変数に分けて計算したものである。そして我々は、バリオン音響振動の構造、いわゆるバリオンリッジのシグナルを検出した。これは、LRGサンプルの角度平均された相関関数を用いて既に検出されているバリオンピークの2次元構造である。バリオンリッジは共動座標空間においてその形状が既知であるため(半径が約150Mpcの円)、赤方偏移変形の効果は銀河の特異速度による効果と幾何学的な効果に分離することができ、それによってダークエネルギーを含む宇宙論パラメータに制限を与えることができる。

宇宙モデルの制限において、我々はまず、平坦で宇宙定数を含むコールドダークマター宇宙を仮定し、求めたLRGの非等方相関関数と対応する解析式を比較することによって、基本的な宇宙論

パラメータである物質の密度パラメータとバリオンの密度パラメータに対して $\Omega_m = 0.218_{-0.037}^{+0.047}$, $\Omega_b = 0.047_{-0.16}^{+0.16}$ という制限を与えた. さらに, バリオン密度を固定することによって, ダークエネルギーの密度パラメータと状態方程式に対して $\Omega_{DE} = 0.770_{-0.040}^{+0.051}$, $w = -0.93_{-0.35}^{+0.45}$ という制限を与えることに成功した. これらの制限は LRG サンプルの非等方相関関数の情報のみから得られたものであり, これまでの観測と非常にコンシステントな結果を与えている. 最後に, WMAP の 3 年分のデータから得られている CMB のパワースペクトルの結果を組み合わせることによって, さらに強い制限を与えた. 本研究は, バリオン音響振動の 2 次元的構造を実際の観測データに応用し, その有用性を明らかにした初めての解析である.

目次

概要	3
第 1 章 Introduction	13
第 2 章 Standard Model of Structure Formation	19
2.1 Friedmann–Lemaitre Models	19
2.1.1 Einstein Equations	19
2.1.2 The Cosmological Parameters	20
2.1.3 Expansion Law of the Universe	21
2.1.4 Distance-Redshift Relation	22
2.2 Gravitational Instability Theory	22
2.2.1 Jeans Instability	23
2.2.2 The Growth of Density Perturbation	24
2.2.3 Peculiar Velocity Field	26
2.2.4 Acoustic Oscillations	27
2.3 Nonlinear Structure Formation	27
2.3.1 Spherical Model	27
2.3.2 Zel’dovich Approximation	28
2.3.3 Second-order Lagrangian Perturbation Theory	29
第 3 章 Cosmological Implications from Galaxy Distributions	31
3.1 Two Point Statistics of Density Fluctuation	31
3.1.1 True Density Field of the Universe	31
3.1.2 Observed Density Field of the Universe	32
3.1.3 Power Spectrum of Dark Matter	33
3.1.4 Cosmological Dependence	34
3.2 Galaxy Biasing	36
3.3 Redshift-space Distortions	39
3.3.1 Introduction	39
3.3.2 Distortion due to Linear Velocity Field	39

3.4	Geometric Distortion	41
3.4.1	Introduction	41
3.4.2	Theory of Geometric Distortion	42
3.4.3	Anisotropy of Baryon Acoustic Oscillations	44
3.5	Cosmological Light-cone Effect	45
第 4 章	Sloan Digital Sky Survey	47
4.1	Overview of the SDSS	47
4.1.1	Telescope and CCD Camera	47
4.1.2	Imaging and Spectroscopic Survey	47
4.1.3	Petrosian Quantities	49
4.2	Target Selection of Main Galaxies	51
4.3	Target Selection of Luminous Red Galaxies	51
4.3.1	Photometric Redshift	51
4.3.2	Selection Cuts	53
第 5 章	Large-scale Anisotropic Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies	59
5.1	Introduction	59
5.2	Statistically Homogeneous LRG Sample	60
5.3	Measuring the Anisotropic Correlation Function	61
5.4	Covariance Matrix	65
5.4.1	2nd-order Lagrangian Perturbation Theory	65
5.4.2	Consistency Check of the Full Covariance Matrix	69
5.5	Theoretical Predictions	70
5.5.1	Analytical Formula of Anisotropic 2PCF	70
5.5.2	Cosmological Implications of Anisotropic 2PCF	72
5.6	Constraints on Cosmological Models	74
5.6.1	Setup and Methodology	74
5.6.2	σ_8 - b Degeneracy	76
5.6.3	Main Results	77
5.6.4	Dark Energy Constraints	80
5.6.5	Combining with the WMAP Results	81
第 6 章	Discussion and Conclusions	87
	謝辭	93

参考文献	95
付 録 A Eisenstein-Hu Fitting Formulae	105
A.1 Full Baryonic effects	105
A.2 No-wiggle Approximation	107

目 次

1.1	WMAP の 3 年間のデータから得られた温度ゆらぎの全天地図	14
1.2	2dF サーベイによって明らかになった宇宙の大規模構造	15
1.3	SDSS サーベイの LRG サンプルに検出されたバリオン音響振動	16
2.1	重力不安定性の模式図	24
2.2	線形理論によるゆらぎの成長率	25
3.1	共動空間でのパワースペクトルと相関関数における宇宙論依存性	37
3.2	no-wiggle 近似を用いた場合の相関関数とパワースペクトル	38
3.3	線形領域と非線形領域における赤方偏移変形 of 概念図	40
3.4	様々なサーベイ形状と対応する近似	42
3.5	幾何学的変形 of 概念図	43
3.6	幾何学的変形 of 宇宙論依存性	45
3.7	2 次元構造への幾何学的変形 of 宇宙論依存性	46
4.1	SDSS 望遠鏡と CCD カメラ, サーベイフィルタの応答曲線	48
4.2	SDSS の北天と南天の撮像サーベイのストライプと SFD による減光マップ	49
4.3	SDSS DR5 における撮像と分光サーベイ領域	50
4.4	r バンドでの PSF とモデル等級の差に対するペトロシアン等級と天体の数	52
4.5	MAIN サンプルの target selection における流れ	53
4.6	LRG の 2 次元色空間における赤方偏移進化	54
4.7	ペトロシアン等級と $c_{\parallel} \approx g - r$ に対する LRG の分布	55
4.8	2 種類のセレクションカットによって選ばれた LRG サンプルの共動数密度	57
5.1	SDSS LRG の 1 変数パワースペクトル	60
5.2	SDSS LRG の 1 変数相関関数	61
5.3	2SLAQ LRG サンプルの比較的小スケールにおける非等方相関関数	62
5.4	SDSS LRG sample14 の $0.16 < z < 0.47$ の共動数密度	63
5.5	SDSS LRG sample14 の角度分布	64
5.6	銀河ペアの間隔と赤方偏移の関係	65
5.7	SDSS LRG サンプルの大スケールにおける非等方相関関数	66

5.8	観測された LRG と 2 次の摂動論から作った疑似カタログの 1 変数相関関数の比較 . . .	68
5.9	観測された LRG と 2 次の摂動論から作った疑似カタログの非等方相関関数の比較 . . .	69
5.10	疑似カタログの非等方相関関数と共分散行列からのインプットパラメータの値の再現性	70
5.11	クラスタリングの振幅に関する σ_8 と b への制限	77
5.12	クラスタリングの振幅に関する β と Ω_m への制限	78
5.13	基本的なパラメータ $\Omega_m, \Omega_b, h, n_s$ への制限	79
5.14	物質の密度 $\Omega_m h^2$ への制限	80
5.15	ダークエネルギーに関するパラメータ Ω_{DE}, w への制限	82
5.16	no-wiggle 近似を用いた非等方相関関数	83
5.17	WMAP 3 年目のデータを組み合わせた基本的なパラメータへの制限	84
5.18	WMAP 3 年目のデータを組み合わせたダークエネルギーのパラメータへの制限 . . .	85
6.1	密度ゆらぎのガウシアンフィルターによって再現した赤方偏移空間の相関関数 . . .	88
6.2	$z \sim 1$ のサーベイを想定した疑似カタログから計算した 1 変数相関関数	89
6.3	$z \sim 1$ のサーベイを想定した疑似カタログから計算した非等方相関関数	90

表 目 次

5.1 SDSS LRG の非等方相関関数から得られた宇宙論パラメータへの制限のまとめ . . .	86
---	----

第1章 Introduction

近年の観測技術の飛躍的な進歩によって、宇宙の始まりから現在に到るまでの宇宙の構造と進化について多くのことが明らかになり、観測的宇宙論は実証科学へと変貌を遂げた。宇宙が膨張しているという観測事実は、1920年代にハッブルによって近傍の銀河の観測から発見された。そして、銀河の後退速度 v と距離 r は

$$v = cz = H_0 r \quad (1.1)$$

という有名なハッブルの法則によって関係づけられた。 z と H_0 はそれぞれ赤方偏移とハッブル定数である。1990年代後半には2つのグループがIa型超新星を用いて遠方の宇宙膨張を観測し、その結果、宇宙が加速膨張していることが明らかになった (Riess et al., 1998; Perlmutter et al., 1999)。これにより空間に何らかの斥力を及ぼす機構が必要となり、それがダークエネルギーと呼ばれるようになった。2003年にはWilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) 衛星による宇宙背景放射 (Cosmic Microwave Background; CMB) の詳細な観測によって、ビッグバンから約40万年後の宇宙の情報が高精度で明らかになった (Bennett et al., 2003)。CMBは1965年にペンジアスとウィルソンによって初めて観測され、これによりビッグバン理論が決定づけられることとなり、さらに1989年に打ち上げられたCOsmic Background Explorer (COBE) 衛星によって構造形成の種となるわずかな非等方性を検出することに成功した。WMAPはこれをさらに精密化し、CMBの温度分布と偏光による宇宙論的解析を目的として打ち上げられた (Spergel et al., 2003)。図1.1は、2006年にリリースされたWMAPの3年目のデータのCMBの全天マップである。

CMBの観測と並んで精密宇宙論に重要な寄与を果たしている観測が、銀河分布をトレーサーとする大規模構造、すなわち赤方偏移サーベイに代表される銀河サーベイである。赤方偏移サーベイは銀河のスペクトルから距離指標として赤方偏移を測定し、銀河分布の3次元地図を作るのが目標である。赤方偏移サーベイの最初の重要な成果は、1980年代前半に約2400個の銀河の地図を作成したCfAサーベイ (Huchra et al., 1983) である。この銀河の数は現行のサーベイの10分の1にも満たないが、近傍の宇宙の銀河分布の不均一性を明らかにし、さらにはクラスタリングする高密度領域がフィラメント状の構造を成して存在し、残りの大部分の領域は銀河がほとんど存在しない空洞領域 (ボイド) を形成しているといった宇宙の大規模構造の存在を指摘した。2000年に入ると、Two-degree Field Galaxy Redshift Survey (2dFGRS; Colless et al., 2001) や Sloan Digital Sky Survey (SDSS; York et al., 2000) と呼ばれる大規模なサーベイが行われ、銀河分布の情報を用いた宇宙論的解析が活発に行われた (例えば、Peacock et al., 2001; Percival et al., 2001; Tegmark et al., 2004a; Pope et al., 2004)。2dFサーベイは既に観測が終了しており、図1.2が最終的に得ら

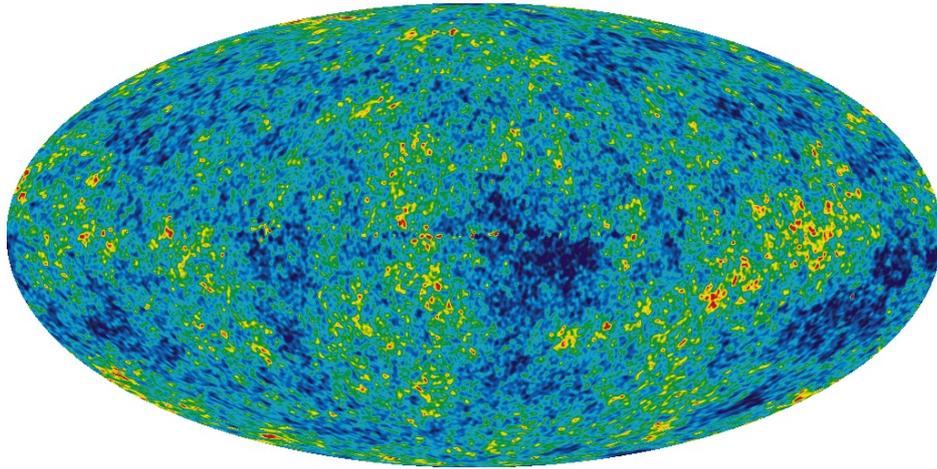


図 1.1: WMAP の 3 年間のデータから得られた温度ゆらぎの全天地図 (<http://lambda.gsfc.nasa.gov/>より転載). 5 バンドでの地図が組み合わさっており, 銀河成分は除かれている.

れた銀河カタログである. さらに, 上述の Ia 型超新星や WMAP, あるいは銀河団のナンバーカウントや重力レンズ効果など独立な観測を組み合わせることによって, 宇宙の組成や幾何学的構造が数パーセントの誤差で精密に決定された (Tegmark et al., 2004; Seljak et al., 2005; Spergel et al., 2007).

その結果, 宇宙の組成のうち我々がよく知っている物質すなわちバリオン成分は約 4% しか存在せず, 残りの 96% は正体不明のダークマター, ダークエネルギーに支配されてることが明らかとなった. 結局のところ, 宇宙の組成は精密に決定されたが, その正体は依然として深刻な問題として残っており, その正体を探るステップとしてダークエネルギーの状態方程式

$$w(z) = p_{\text{DE}}/\rho_{\text{DE}} \quad (1.2)$$

に制限を加えるという研究が精力的になされている. ダークエネルギーの正体が宇宙定数である場合, w の値は定数で -1 となるため, $w = -1$ と $w \neq -1$ では物理的解釈が大きく変わってくる. 故に, 状態方程式の制限は非常に慎重に行う必要がある. 宇宙の観測においては測定に付随する系統誤差を完全に引き去ることは不可能であるため, 異なる系統誤差を持つ独立な観測データのそれぞれに対して解析を行い, 結果の信頼性を上げていくことが重要である. さらに, 観測データは有限であるため, 1 つの観測データをあらゆる方法で解析して整合性をチェックすることも, ダークエネルギーのような未知のエネルギーの性質を調べる際には重要である.

2005 年には Eisenstein et al. (2005) によって, SDSS サーベイによる赤方偏移 0.5 以下の明るく赤い銀河 (Luminous Red Galaxy; LRG) の 2 点相関関数を用いてバリオン音響振動という構造が検出された (図 1.3). 3 章で説明するが, バリオン音響振動とは, 宇宙初期のバリオンの重力と光子の圧力の平衡によって CMB の温度ゆらぎパワースペクトルに見られる音響振動が, 現在の大規模構造の中にインプリントされ, 再結合期の音の地平線スケールに銀河のクラスタリングのピークと

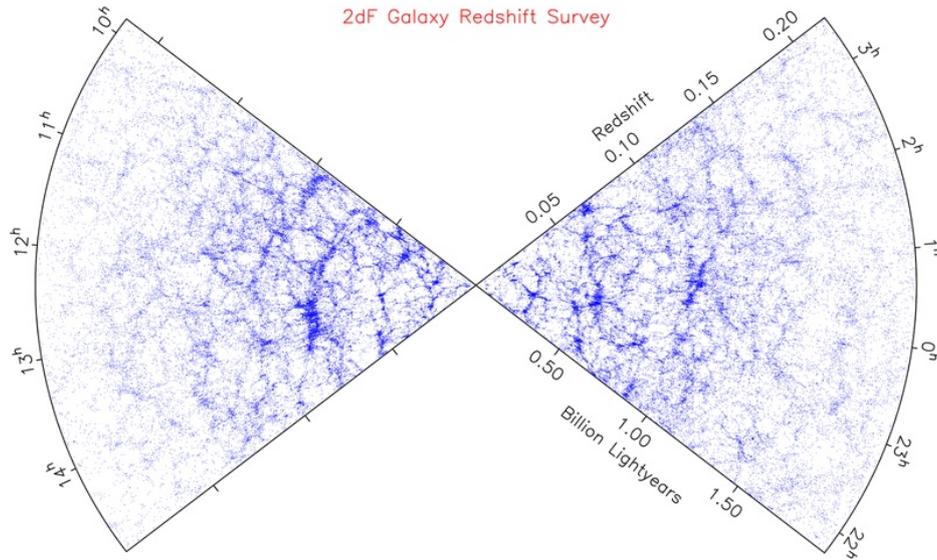


図 1.2: 2dF サーベイによって明らかになった宇宙の大規模構造 (Colless et al., 2003). 1つ1つの点が銀河を表している.

して現れるものである。バリオン音響振動のスケールを精度良く観測すると w に対して信頼できる制限が可能であるため、近年注目を浴びている。その後、多くの研究グループによってバリオン音響振動を用いた解析がなされ、CMB や Ia 型超新星、弱い重力レンズ等と相補的にダークエネルギーをはじめとする宇宙論パラメータを制限する手法として確立されることとなった。ダークエネルギーは赤方偏移 1 付近から構造形成に強く寄与し始めるため、現在、大口径の望遠鏡を使って大規模な赤方偏移サーベイを行い、バリオン音響振動を高精度で検出し、そしてダークエネルギーの状態方程式に制限を加えるという計画が世界中でなされている。

しかしバリオン音響振動はシグナルが弱く、解析が複雑化することもあり、バリオン音響振動に着目したこれらの先行研究は全て、角度平均した 1 変数相関関数 $\xi(s)$ 、あるいは角度平均した 1 変数パワースペクトル $P(k)$ が用いられてきた。ここで s と k は赤方偏移空間における距離と波数である。これは、大規模構造の非等方性を幾分か無視することに対応し、その分の宇宙論的情報が抜け落ちることになる。その情報の 1 つに、構造の幾何学的変形というものが挙げられる (3.4 節)。Alcock & Paczyński (1979) は、高赤方偏移宇宙における赤方偏移空間の非等方性の観測によって、幾何学的変形から宇宙定数に制限が加えられることを提唱した。彼らの先駆的な研究を受けて、赤方偏移サーベイにおける相関関数とパワースペクトルを用いるとダークエネルギーに関するパラメータに制限を加えることができるということが、それぞれ Matsubara & Suto (1996) と Ballinger et al. (1996) によって理論的に指摘された。そして近年、バリオン音響振動の非等方性を直接用いてダークエネルギーに制限を与える方法が、パワースペクトル (Hu & Haiman, 2003; Seo & Eisenstein, 2003; Glazebrook & Blake, 2005) と相関関数 (Matsubara, 2004) の両方に対して提

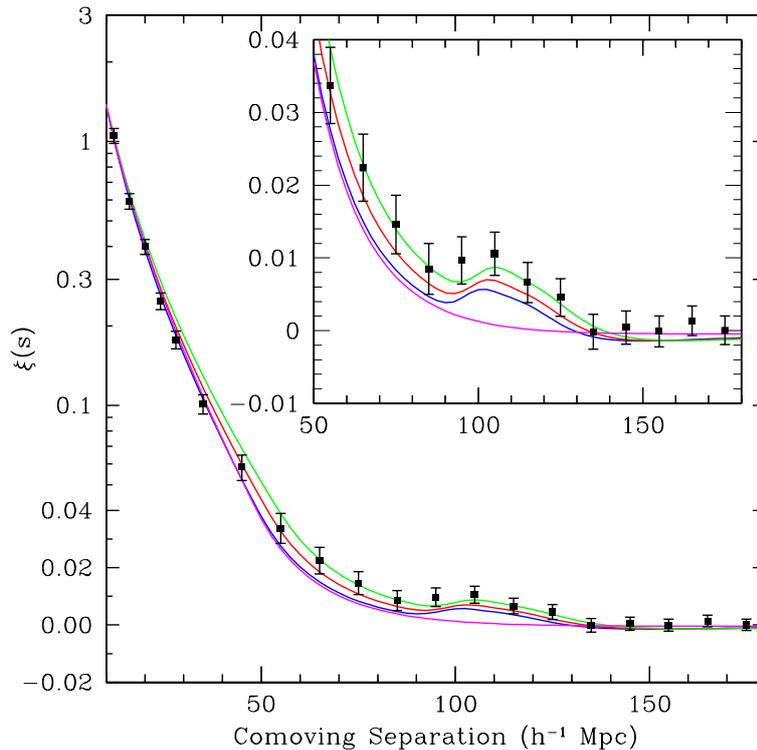


図 1.3: SDSS サーベイの LRG サンプルの相関関数に検出されたバリオン音響振動のピーク (Eisenstein et al., 2005). 実線は理論曲線であり, 異なる物質の密度 ($\Omega_m h^2$) の値が仮定されている. 内側の図は, バリオンピークのスケールを拡大して表示している.

唱された. これらの手法は, 波数及び距離を, 視線方向とそれに垂直な方向の 2 変数関数として計算するもので, それぞれ非等方パワースペクトル, 非等方相関関数と呼ぶことにする. 観測的には, このような統計量は従来の 1 変数の統計量に比べてノイズが大きくなる. 図 1.3 から明らかなように, 大規模構造におけるバリオン振動のシグナルは, 現行のサーベイでは 1 変数統計量でさえ非常に弱い. そのため, バリオン振動の非等方性を直接扱う方法は, 非常に広いサーベイ体積を必要とする (Eisenstein et al., 1998; Matsubara & Szalay, 2001). Peacock et al. (2001) や Hawkins et al. (2003) は, 2dF サーベイの銀河分布の非等方相関関数を計算し, 大スケールにおける高密度領域への一様な銀河の運動 (Kaiser 効果, 3.3 節) を検出した. しかし彼らは, サンプル体積が小さいためにバリオン振動スケールよりずっと小スケールの情報のみを用い, 幾何学的変形の効果は考慮しなかった. 一方で, Hoyle et al. (2002) や Outram et al. (2004) は, 2dF クエーサーサンプルの相関関数によって幾何学的変形を考慮して宇宙定数に制限を加えたが, 依然としてバリオン振動スケールより小さいスケールに着目していたため, Kaiser 効果との縮退は解けなかった.

本論文では, これまでのバリオン振動を用いた先行研究を大きく拡張し, 2 変数相関関数, いわゆる非等方相関関数をバリオン振動スケールを超える大スケールまで計算することを行う. 観測

データとしては、SDSS LRG の分光サンプルを用いる。そして、構造の非等方性を厳密に取り入れ、ダークエネルギーを含む宇宙論パラメータに制限を与えることを行う。

論文の構成

本論文の構成は以下の通りである。2章では観測的宇宙論と構造形成論の基礎について簡単にレビューを行う。2.1節ではまず、アインシュタイン方程式から出発して宇宙論の基礎方程式であるフリードマン方程式を導き、宇宙の構造や組成、幾何学等を表す宇宙論パラメータを導入する。そして2.2節では、重力不安定理論に基づいて宇宙の構造形成理論を線形理論によって解説する。また、2.3節では弱非線形領域まで有効な高次の摂動論についても議論する。

3章では、観測データから宇宙論的情報を引き出すために必要となる、理論的バックグラウンドについて解説する。まず、宇宙の構造を定量化するための統計量として、相関関数、パワースペクトルといった2点統計量を3.1節で導入する。冒頭で述べたバリオン音響振動が質量パワースペクトルに与える宇宙論依存性についてもここで解説する。銀河サーベイを取り扱う際には常に深刻な問題となる、ダークマターとの間の銀河バイアスという概念については3.2節で導入する。3.3節では赤方偏移空間における銀河分布の変形について、相関関数を中心に議論する。ダークエネルギーへの依存性を持つために最近注目されている宇宙論的な構造に対する幾何学的な変形については、3.4節で解説する。

4章では、我々が観測データとして用いるSDSSについて説明する。まず4.1節でSDSSの望遠鏡やサーベイに関して簡単に概観した後、4.2節と4.3節においてSDSSの銀河サンプルのターゲットセレクションについて述べる。

5章でSDSSの非等方相関関数から得られる宇宙論パラメータへの制限を行う。5.1節で、我々と同じSDSSのLRGサンプルを用いた先行研究、及び非等方相関関数を用いた先行研究を紹介する。5.2節では我々が実際に用いたLRGサンプルについて説明する。5.3節で観測されたLRGサンプルの非等方相関関数を計算し、5.4節においてその統計エラーを評価する。そして、対応する非等方相関関数の理論的公式を5.5節で簡単に解説する。最後に5.6節で、これまでに求めた非等方相関関数とその共分散行列、そして対応する理論モデルを用いて χ^2 統計量を計算する。そして、物質の密度パラメータやバリオンの密度パラメータといった基本的な宇宙論パラメータや、ダークエネルギーの状態方程式などへの制限を行う。非等方相関関数をWMAPから得られているCMBのパワースペクトルのデータと組み合わせた場合に得られる制限についても紹介する。

最後に6章で、最終的な議論とまとめ、そして将来の展望について述べる。

第2章 Standard Model of Structure Formation

2.1 Friedmann–Lemaitre Models

2.1.1 Einstein Equations

宇宙の構造, 及びその進化は一般相対性理論によって定量的に記述できる. その基礎方程式であるアインシュタイン方程式は, 時空の曲率とエネルギーを関係づける式であり,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu} \quad (2.1)$$

と表される (例えば, Weinberg, 1972). 左辺の Λ は宇宙定数で, $R_{\mu\nu}$, R はそれぞれリッチテンソル, スカラー曲率である. 式 (2.1) は非線形連立方程式であり, 実際に方程式を解く際は何らかの対称性を課すことによって簡単化することになる.

通常我々は, 「宇宙は一様かつ等方である」という宇宙原理を要請する. 小さいスケールで見ると宇宙は非一様かつ非等方であるが, 2dFGRS や SDSS のような大規模な銀河カタログから, 超銀河団スケール ($\sim 100\text{Mpc}$) を超える大スケールにおいては宇宙は一様であることが示されている. 一方で, COBE や WMAP による宇宙背景放射の観測から宇宙は等方であることが明らかになっているので, 宇宙原理は観測的に確かに成立している. 一様性と等方性を満たす最も一般的な計量は, ロバートソン–ウォーカー計量と呼ばれるもので,

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (2.2)$$

と表される. $a(t)$ は空間の膨張・収縮を表すスケール因子で, 現在の時刻 t_0 で規格化する ($a_0 = 1$). K は宇宙の曲率を表しており, $K < 0$, $K = 0$, $K > 0$ のとき, それぞれ開いた宇宙, 平坦な宇宙, 閉じた宇宙という.

いま, 宇宙の一様等方性を課しているため, 宇宙を満たしている物質は完全流体であると考えることができる. そのような流体のエネルギー運動量テンソルは,

$$T_{\mu\nu} = \text{diag}(\rho, p, p, p) \quad (2.3)$$

と書くことができる. ρ はエネルギー密度, p は圧力に相当する. R-W 計量 (2.2) と式 (2.3) から,

アインシュタイン方程式 (2.1) の時間成分と空間成分はそれぞれ次の2つの方程式となる：

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3c^2}\rho - \frac{c^2 K}{a^2} + \frac{c^2 \Lambda}{3} \quad (2.4)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3c^2}(\rho + 3p) + \frac{c^2 \Lambda}{3} \quad (2.5)$$

また、保存則 $\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0$ から、

$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) \quad (2.6)$$

ただし、式 (2.4) ~ (2.6) で独立な式は2つである。方程式を閉じさせるために、もう1つ独立な式として、流体の圧力と密度を関係づける状態方程式 $p = p(\rho)$ を用いる。状態方程式の形は、慣習にしたがい $p = w\rho$ と書くことにする。 w は一般には赤方偏移 z の関数であるが、相対論的粒子の場合は $w = 1/3$ で宇宙膨張に対して $\rho \propto a^{-4}$ で減衰し、非相対論的粒子の場合は $w = 0$ すなわち $\rho \propto a^{-3}$ となる。そして宇宙定数の場合は $w = -1$ であり、エネルギー密度は宇宙膨張に対して一定となる。

2.1.2 The Cosmological Parameters

ここで、本論文中に現れる宇宙論パラメータについてまとめておく。

$$H(t) \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad : \text{ハッブルパラメータ} \quad (2.7)$$

$$\Omega_i(t) \equiv \frac{\rho_i}{\rho_{\text{cr}}} \equiv \frac{8\pi G \rho_i}{3c^2 H^2} \quad : \text{物質, バリオン, CDM, 輻射の密度パラメータ } (i = m, b, c, r) \quad (2.8)$$

$$\Omega_\Lambda(t) \equiv \frac{c^2 \Lambda}{3H^2} \quad : \text{スケールされた宇宙定数} \quad (2.9)$$

$$\Omega_K(t) \equiv \frac{c^2 K}{a^2 H^2} \quad : \text{曲率パラメータ} \quad (2.10)$$

$\rho_{\text{cr}}(t)$ は時刻 t における臨界密度である。非相対論的物質のそれぞれのエネルギー密度の関係は、 $\rho_m = \rho_c + \rho_b$ となっている。現在の時刻における上記の宇宙論パラメータの表記に関しては、ハッブルパラメータについては添字0をつけてハッブル定数 H_0 と表し、それ以外のパラメータについては単に変数 t を省略して書くことにする。また、ハッブル定数を $H_0 = 100 h \text{ km/s/Mpc}$ と規格化する h も以降で用いる。宇宙定数を一般化してダークエネルギーを考え、 $w \neq -1$ かつ時間変化する $w = w(t)$ と考えると、式 (2.9) は、

$$\Omega_{\text{DE}}(z) = \frac{8\pi G}{3c^2 H^2(z)} \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w}{1+z} dz\right) = \frac{H_0^2}{H^2(z)} \exp\left(3 \int_0^z \frac{1+w}{1+z} dz\right) \Omega_{\text{DE}} \quad (2.11)$$

$$w(z) \equiv \frac{p_{\text{DE}}}{\rho_{\text{DE}}} \quad (2.12)$$

と表される。ここで変数 t の代わりにすぐ後の2.1.4節で定義する赤方偏移を用いた。本論文では、ダークエネルギーは表記が無い限り宇宙定数を仮定し、ダークエネルギーと書いた場合は状態

方程式は $w = \text{constant} \neq -1$ であるとする。後者の場合は、式 (2.12) は

$$\Omega_{\text{DE}}(z) = \frac{H_0^2}{H^2(z)}(1+z)^{3(1+w)}\Omega_{\text{DE}} \quad (2.13)$$

と書くことができる。

宇宙論パラメータを用いてフリードマン方程式を書き直すと、

$$\Omega_K(t) = \Omega_m(t) + \Omega_\Lambda(t) - 1 \equiv \Omega_{\text{tot}}(t) - 1 \quad (2.14)$$

という有用な関係式が得られる。

2.1.3 Expansion Law of the Universe

さて、宇宙に存在する物質を非相対論的成分と相対論的成分に分けてフリードマン方程式を書き下すと、

$$\dot{a}^2 = H_0^2 \left(\frac{\Omega_m}{a} + \frac{\Omega_r}{a^2} + \Omega_\Lambda a^2 - \Omega_K \right) \quad (2.15)$$

となる。過去にさかのぼり、輻射成分と物質成分が等しかった時期を等密度時 t_{eq} と呼ぶことにすると、このときのスケール因子の値 a_{eq} は、

$$a_{\text{eq}} = \frac{\rho_{r0}}{\rho_{m0}} = \frac{\Omega_r}{\Omega_m} = 4.17 \times 10^{-5} (\Omega_m h^2)^{-1} \quad (2.16)$$

と表すことができる。

最後に、代表的な宇宙モデルに対するフリードマン方程式 (2.15) の解をまとめておく：

- Einstein - de Sitter モデル ($\Omega_{\text{tot}} = 1, \Omega_\Lambda = 0$)

$$a(t) = \left(\frac{3H_0}{2} t \right)^{2/3} \quad (2.17)$$

- 宇宙定数のない開いたモデル ($\Omega_{\text{tot}} < 1, \Omega_\Lambda = 0$)

$$a(t) = \frac{\Omega_m}{2(1-\Omega_m)} (\cosh \theta - 1), \quad H_0 t = \frac{\Omega_m}{2(1-\Omega_m)^{3/2}} (\sinh \theta - \theta) \quad (2.18)$$

- 正の宇宙定数をもつ開いたモデル ($\Omega_{\text{tot}} < 1, \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$)

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_m}{1-\Omega_m} \right)^{1/3} \left[\sinh \frac{3\sqrt{1-\Omega_m}}{2} H_0 t \right]^{2/3} \quad (2.19)$$

2.1.4 Distance-Redshift Relation

宇宙論的観測において直接的な距離指標となるのは、赤方偏移である。遠方の天体から放射された電磁波は、宇宙膨張によって引き延ばされて観測者のところで届く。その引き延ばされた度合いを表すのが赤方偏移であり、 λ_e を天体が放出したときの波長、 λ_o を観測した波長とすると次のように定義される：

$$1 + z \equiv \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{1}{a(t_e)}. \quad (2.20)$$

後ろの等式はスケール因子との関係を表している。

膨張宇宙において、距離の測定は一意的ではない。まず、宇宙膨張に対して値が不変となるようにはられた共動座標系における距離、すなわち共動距離を考える。現在における実際の測地的距離 dx を導入し、 r まで積分すると、

$$x = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - Kr^2}} \quad (2.21)$$

と得られる。赤方偏移 z で天体から放出される光はヌル測地線 $ds = 0$ に沿ってやってくるので、共動距離 $x(z)$ は

$$x = \int_t^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = c \int_0^1 \frac{da}{a^2 H(a)} = c \int_0^z \frac{dz}{H(z)} \quad (2.22)$$

と表される。その他の重要な距離と赤方偏移の関係を示しておく。式 (2.21) は、曲率が正、ゼロ、負に対してそれぞれ初等的に積分することができ、積分した関数を $r(z) = S_K[x(z)]$ と書く。すると、天体の光度に基づいて定義した光度距離 $d_L(z)$ 、および天体のサイズに基づいて定義した角径距離 $d_A(z)$ はそれぞれ、

$$d_A(z) = (1 + z)^{-1} r(z) = (1 + z)^{-1} S_K[x(z)], \quad (2.23)$$

$$d_L(z) = (1 + z) r(z) = (1 + z) S_K[x(z)] \quad (2.24)$$

と表すことができる。

時刻 t において、ある点がそれまでに受けることのできる情報の範囲は有限である。この宇宙の情報の範囲の境界のことを粒子的地平線、あるいは単に地平線と呼ぶ。これは共動距離にして、

$$L_H(t) = \int_0^{L_H} dx = \int_0^t \frac{cdt}{a(t)} = c \int_0^a \frac{da}{a^2 H(a)} \quad (2.25)$$

となる。

2.2 Gravitational Instability Theory

現在最も標準的に採用されている重力不安定説によると、宇宙初期に存在した微小な密度の揺らぎが、重力によって成長し、そして現在の構造が形成されたと考えられている。本説では、線形摂動論に従って密度ゆらぎの発展を概観する。

2.2.1 Jeans Instability

宇宙の構造形成を調べるには、厳密には全宇宙を相対論的に取り扱う必要があるが、ここでは簡単な近似として宇宙に存在する物質を非相対論的な流体 ($p \ll \rho$) であると考え、また、式を簡単にするために本節ではエネルギー密度 ρ の代わりに質量密度 $\varrho \equiv \rho/c^2$ を用いる。背景時空として、相対論的一様等方宇宙を用いる。これは地平線スケールよりも十分小さなスケールの揺らぎに対しては良い近似となっており、構造形成の大部分の性質はこの近似の範囲内で十分議論できる。

まず、膨張時空の座標系である共動座標系における流体力学を考えると、基礎方程式である連続の式、オイラー方程式、ポアソン方程式はそれぞれ、

$$\dot{\delta} + \frac{1}{a} \nabla \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0 \quad (2.26)$$

$$\dot{\mathbf{v}} + \frac{1}{a} (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} = -\frac{\nabla p}{\varrho a} - \frac{1}{a} \nabla \phi \quad (2.27)$$

$$\Delta \phi = 4\pi G \bar{\varrho} a^2 \delta \quad (2.28)$$

と書くことができる。共動座標系における位置 \mathbf{x} 、特異速度 \mathbf{v} 、密度ゆらぎ $\delta(t, \mathbf{x})$ 、および重力ポテンシャル $\phi(t, \mathbf{x})$ は対応する物理的な座標系における量と以下のような関係にある：

$$\mathbf{x} = \mathbf{r}/a(t) \quad (2.29)$$

$$\mathbf{v} = a\dot{\mathbf{x}} \quad (2.30)$$

$$\delta(t, \mathbf{r}) = \varrho(t, \mathbf{r})/\bar{\varrho}(t) - 1 \quad (2.31)$$

$$\phi = \Phi + \frac{1}{2} a\ddot{a} |\mathbf{x}|^2. \quad (2.32)$$

また、 ∇ は共動座標系における空間微分である。

ゆらぎが十分小さい場合 ($\delta(t, \mathbf{x}), |\mathbf{v}| \ll 1$)、すなわち線形近似の元で式 (2.26), (2.27) を線形化すると、

$$\dot{\delta} + \frac{1}{a} \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.33)$$

$$\dot{\mathbf{v}} + \frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} = -\frac{c_s^2}{a} \nabla \delta - \frac{1}{a} \nabla \phi \quad (2.34)$$

となる。ここで、 $c_s^2 \equiv (\partial p / \partial \varrho)$ は音速である。

波数空間での密度ゆらぎの振る舞い $\hat{\delta}(\mathbf{k})$ を考える。流体の方程式をフーリエ変換してまとめると、 $\hat{\delta}$ に対する時間発展の方程式

$$\ddot{\hat{\delta}} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\hat{\delta}} + \left(\frac{c_s^2 k^2}{a^2} - 4\pi G \bar{\varrho} \right) \hat{\delta} = 0 \quad (2.35)$$

が得られる。密度ゆらぎが成長する解を持つためには、式 (2.35) の第3項が負でなければならない。これは、宇宙膨張に引きずられながらではあるが重力が圧力に打ち勝って収縮していく状況である。この条件を式で書くと、

$$\lambda \equiv \frac{2\pi}{k} > \lambda_J \equiv \frac{2\pi a}{k_j} = c_s \sqrt{\frac{\pi}{G \bar{\varrho}}} \quad (2.36)$$

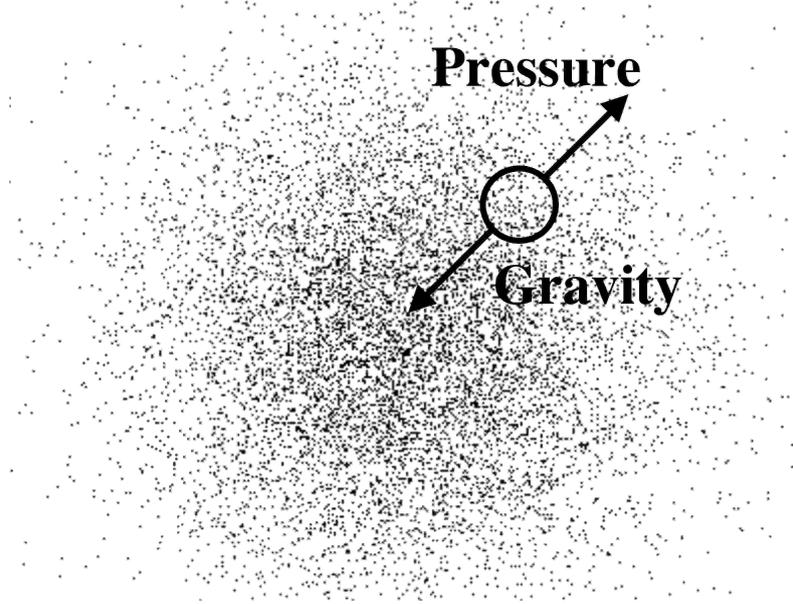


図 2.1: 重力不安定性の模式図. 重力が圧力に打ち勝つと, ゆらぎは成長する.

となる. 臨界値の λ_J はジーンズ長とよばれる. 逆に $\lambda < \lambda_J$ の場合は, 圧力が大きいために重力を押し返してしまい, 密度ゆらぎは振動する.

2.2.2 The Growth of Density Perturbation

ここでは, 式 (2.35) の長波長極限の場合

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} - 4\pi G\bar{\rho}\delta = 0 \quad (2.37)$$

の具体的な解を, いくつかの宇宙モデルの場合についてまとめておく. 式 (2.37) は時間についての 2 階微分方程式であるから, 2 つの独立な解が存在するが, 一つは時間的に増大する解 D_+ で, もう一方は時間的に減衰する解 D_- である. 一般解はこの重ね合わせであるが, 宇宙論的スケールで考えて一般解を $D(t) = D_+ + D_- \approx D_+$ と書くことにし, 線形成長率と呼ぶことにする. こうして, 式 (2.37) を解くと線形成長率に対する表式が得られる. これを赤方偏移の関数として表すと,

$$D(z) = \frac{5\Omega_0 H_0^2}{2} H(z) \int_z^\infty \frac{1+w}{H^3(w)} dw \quad (2.38)$$

となる.

代表的な宇宙モデルの場合の解を, 以下にまとめておく.

- Einstein - de Sitter モデル ($\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = 0$)

$$D(z) \propto \frac{1}{1+z} \quad (2.39)$$

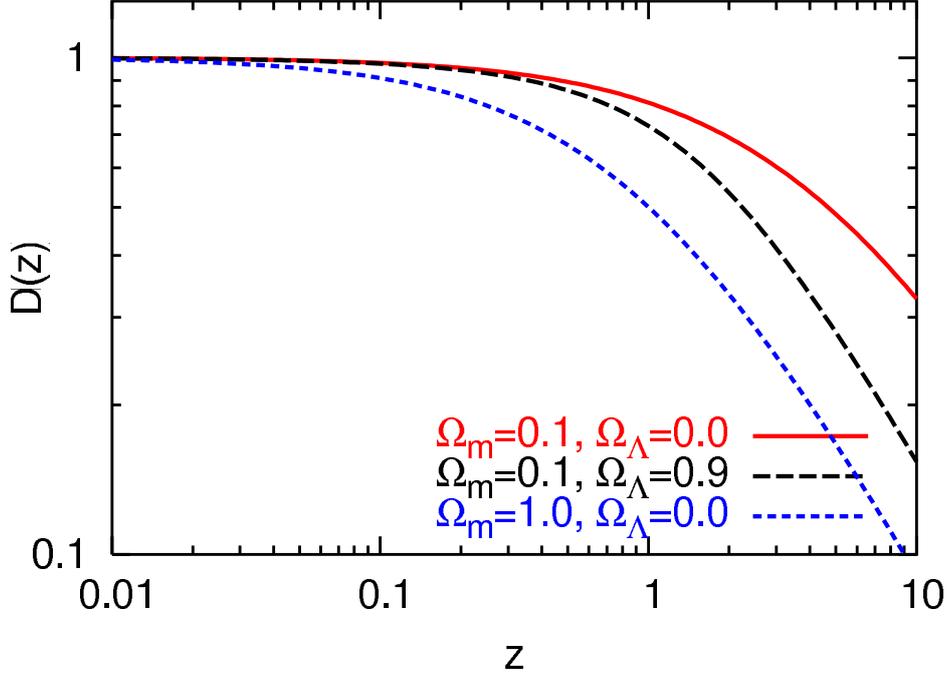


図 2.2: 代表的な宇宙モデルに対する線形理論によるゆらぎの成長率.

- 宇宙定数のない開いたモデル ($\Omega_m < 1, \Omega_\Lambda = 0$)

$$D(z) \propto 1 + \frac{3}{x} + 3\sqrt{\frac{1+x}{x^3}} \ln(\sqrt{1+x} - \sqrt{x}), \quad x \equiv \frac{1 - \Omega_m}{\Omega_m(1+z)} \quad (2.40)$$

- 正の宇宙定数をもつ平坦なモデル ($\Omega_m < 1, \Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$)

$$D(z) \propto \sqrt{1 + \frac{2}{x^3}} \int_0^x \left(\frac{u}{2+u^3} \right)^{3/2} du, \quad x \equiv \frac{2^{1/3}(\Omega_m^{-1} - 1)^{1/3}}{1+z} \quad (2.41)$$

一般の場合には、次の近似式が有効である：

$$D(z) = \frac{5\Omega_m(z)}{2(1+z)} \frac{1}{\Omega_m^{4/7}(z) - \Omega_\Lambda + [1 + \Omega_m(z)/2][1 + \Omega_\Lambda(z)/70]} \quad (2.42)$$

この近似式は、 $\Omega_m(z), \Omega_\Lambda(z)$ の非常に広い範囲に渡って良い近似を与える。もちろん、これらの近似式が適用できるのはダークエネルギーの状態方程式が $w = -1$ 、すなわち宇宙定数の場合のみである。より一般に $w \neq -1$ のダークエネルギー $\Omega_{DE}(z)$ を考える場合は、流体の方程式を直接、数値的に解く必要がある。図 2.2 に代表的な宇宙モデルに対する線形成長率を示しておく。

このように、物質優勢期ではダークマターのゆらぎは時間とともに単調に成長する。次に輻射優勢期の場合を考える。式 (2.37) からわかるように、ダークマターのゆらぎの成長に必要な時間はオーダーで $(G\rho_m)^{-1/2}$ 程度であるが、一方で放射優勢期の宇宙膨張の時間スケールは $\rho_r \equiv \rho_r/c^2$ と定義すると $(G\rho_r)^{-1/2}$ である。すなわち放射優勢期においてダークマターのゆらぎは成長することができなくなる。以下で式を使って調べてみる。

放射優勢期では、音速は $c_s \simeq c/\sqrt{3}$ 、すなわちジーンズ長が地平線サイズになる。式 (2.37) の解のうち成長モードは、

$$\delta \propto 1 + \frac{3}{2} \frac{\rho_m}{\rho_r} = 1 + \frac{3}{2} \frac{a}{a_{\text{eq}}} \quad (2.43)$$

となり、確かに地平線以下のスケールでは Ω_m は一定、すなわち成長することができない。これをメスザロス効果と呼ぶ。

2.2.3 Peculiar Velocity Field

後述する線形赤方偏移変形の理論で重要となる、速度場の振る舞いを調べておく。特異速度を、勾配成分 (\mathbf{v}^G) と回転成分 (\mathbf{v}^C) に分けると、

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}^G + \mathbf{v}^C \quad (2.44)$$

と書ける。スカラーポテンシャルを ψ 、ベクトルポテンシャルを \mathbf{A} とすると、

$$\mathbf{v}^G = \nabla\psi, \quad \mathbf{v}^C = \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.45)$$

と表せるので、線形化したオイラー方程式 (2.34) は

$$\frac{\partial a \mathbf{v}^G}{\partial t} = -\nabla\phi, \quad \frac{\partial a \mathbf{v}^C}{\partial t} = 0 \quad (2.46)$$

となる。式 (2.46) の第2式から、速度の回転成分は宇宙膨張に対して $\mathbf{v}^C \propto a^{-1}$ と減衰する。

前節で議論した表式 $\delta(\mathbf{x}, t) \propto D(t)$ を、線形化した連続の式 (2.33) に代入すると、

$$f\delta + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (2.47)$$

と表される。ここで f は無次元化した成長モードの線形成長率で、

$$f \equiv \frac{1}{H} \frac{d \ln D}{dt} = \frac{d \ln D}{d \ln a} \quad (2.48)$$

と定義される。標準的な物質優勢の宇宙では、 f の $\Omega_m(z)$ のべきによる解析的な近似式が求められている (Peebles, 1980) :

$$f(\Omega_m(z)) \approx \Omega_m^{0.6}(z) \quad (2.49)$$

また、宇宙項が存在する場合の近似式も Lahav et al. (1991) によって求められており、

$$f(\Omega_m(z), \Omega_\Lambda(z)) \approx \Omega_m^{0.6}(z) + \frac{\Omega_\Lambda(z)}{70} \left(1 + \frac{\Omega_m(z)}{2} \right) \quad (2.50)$$

と表される。 f は、 $\Omega_m(z)$ に主に依存し、 $\Omega_\Lambda(z)$ への依存性は非常に小さいことがわかる。特異速度に関しては、後の 3.3 節でさらに議論する。

2.2.4 Acoustic Oscillations

式 (2.35) の短波長極限, すなわちジーンズ長より小さなスケールのゆらぎの振る舞いを調べる. 方程式は,

$$\ddot{\delta} + 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{\delta} + \frac{c_s^2 k^2}{a^2}\delta = 0 \quad (2.51)$$

となる. ゆらぎの時間変化が速く, 宇宙膨張が無視できる場合は直ちに振動解 $\hat{\delta} \propto \exp(icskt/a)$ が得られる. 実際には宇宙膨張の項が粘性として働き, 解は振動しながら減衰していく. 断熱近似を用いて, その効果を調べる. 解を $\hat{\delta} = A(t)e^{iB(t)}$ とおいて式 (2.51) に代入し, 振幅の時間変化のスケールは振動の時間スケールよりずっと長いものとする,

$$\hat{\delta}(t) \propto \frac{1}{\sqrt{c_s(t)a(t)}} \exp\left(ik \int^t c_s \frac{dt}{a}\right) \quad (2.52)$$

という表式が得られる.

2.3 Nonlinear Structure Formation

宇宙初期においては密度ゆらぎは 1 より十分小さいため, 前説のように線形理論によって一般論を展開することが可能である. しかし時間が経つにつれてゆらぎが進化し, その大きさが 1 付近になると線形理論が破綻し, 小スケールから順に非線形領域に入っていく. ゆらぎの非線形成長は解析的な取り扱いが難しく一般論を展開するのが不可能であるため, 何らかの近似の元での議論が必要となる. 以下では, 非線形性を扱ういくつかの近似法を解説する. 摂動論による非線形構造形成に関しては, Bernardeau et al. (2002) による包括的なレビューが存在する.

2.3.1 Spherical Model

まず, ある質量を持つ球対称な物質の非線形成長を考える (Peebles, 1980). これは銀河や銀河団のような天体が宇宙膨張から切り離れて形成する最も簡単なモデルである. このモデルでは宇宙はある点を中心に球対称となり, 物質は圧力ゼロの理想流体となる. 実際のゆらぎの分布は球対称ではないが, 非線形成長の大まかな振る舞いを調べるには有効である.

時刻 t における質量 M の球殻の半径を $r(t)$ とすると, その運動方程式は

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} \quad (2.53)$$

となる. 膨張宇宙における球殻の運動を考えると, その球殻は初期条件として外向きの速度を持つ. この方程式は初等的に積分可能であり, $t \rightarrow \infty$ で収縮する解は, θ を媒介変数として

$$r = A^2(1 - \cos \theta), \quad t = \frac{A^3}{\sqrt{GM}}(\theta - \sin \theta) \quad (2.54)$$

と表される。 A は積分定数である。簡単のためアインシュタイン・ジッター宇宙を考えると、

$$\delta(t) = \frac{9(\theta - \sin\theta)^2}{2(1 - \cos\theta)^3} - 1 \quad (2.55)$$

が得られる。

球殻が宇宙膨張を振り切って実際に収縮を開始する時刻と球殻の半径は、式 (2.54) から、

$$r_{\text{turn}} = 2A^2, \quad t_{\text{turn}} = \frac{\pi A^2}{\sqrt{GM}}, \quad \theta_{\text{turn}} = \pi \quad (2.56)$$

となる。この時刻における密度ゆらぎは、初期条件 A や質量 M に無関係な一定：

$$\delta_{\text{turn}} = \frac{9\pi^2}{16} - 1 \simeq 4.55 \iff \delta_L(t_{\text{turn}}) = \frac{3}{20}(6\pi)^{2/3} \simeq 1.06 \quad (2.57)$$

をとる。 $\delta_L(t_{\text{turn}})$ はその時刻における線形ゆらぎの値である。

一方で、球殻が崩壊する時刻と半径は、

$$r_{\text{coll}} = 0, \quad t_{\text{coll}} = \frac{2\pi A^2}{\sqrt{GM}}, \quad \theta_{\text{coll}} = 2\pi \quad (2.58)$$

で与えられ、密度ゆらぎは無限大に発散する。しかし実際の宇宙においては、無視している圧力の効果や速度分散によって発散することはない。そこでより現実的に、球殻が収縮後ただちにビリアル平衡に達して、有限の半径を持つ天体が形成されると近似する。ビリアル定理 $2K_{\text{vir}} + U_{\text{vir}} = 0$ を用いると ($K_{\text{vir}}, U_{\text{vir}}$ は天体の運動エネルギーとポテンシャルエネルギー)、ビリアル半径は $r_{\text{vir}} = r_{\text{turnvir}}/2 = A^2$ で与えられる。これを形成される天体の半径とみなし、宇宙膨張から切り離されたものと考え、その密度ゆらぎは一定値：

$$\delta_{\text{vir}} = 18\pi^2 - 1 \simeq 177 \iff \delta_L(t_{\text{coll}}) = \frac{3(12\pi)^{2/3}}{20} \simeq 1.69 \quad (2.59)$$

をとる。 $\delta_L(t_{\text{coll}})$ は対応する線形ゆらぎの値である。

2.3.2 Zel'dovich Approximation

前小節では球対称の分布という非常に限られたモデルについて議論したが、ここでは Zel'dovich (1970) によって定式化された、より実際の宇宙に近い非線形成長の近似法 (ゼルドビッチ近似; ZA) について述べる。ZA では、これまでのオイラー的な視点ではなくラグランジュ視点、すなわち密度場や速度場のダイナミクスではなく、物質の運動そのものを変数として流体素片の軌跡を追う視点に立って議論する。ラグランジュ摂動論では、初期の粒子の位置 \mathbf{q} を最終的なオイラー座標における位置 \mathbf{x} へマッピングする変位場を $\Psi(\mathbf{q})$ とすると、

$$\mathbf{x}(\mathbf{q}, t) = \mathbf{q} + \Psi(\mathbf{q}, t) \quad (2.60)$$

と表すことができる。粒子の軌跡 \mathbf{x} の運動方程式は、

$$\ddot{\mathbf{x}} + H(t)\dot{\mathbf{x}} = -\nabla\phi \quad (2.61)$$

となり、発散をとると、

$$J(\mathbf{q}, t)\nabla \cdot [\ddot{\Psi} + H(t)\dot{\Psi}] = \frac{3}{2}\Omega_m(t)H^2(t)(J-1) \quad (2.62)$$

となる。ここで質量保存の関係 $\bar{\rho}(1 + \delta(\mathbf{x}))d^3x = \bar{\rho}d^3q$ を用いた。すなわち J はヤコビアンで、

$$1 + \delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{\text{Det}(\delta_{ij} + \Psi_{i,j})} \equiv \frac{1}{J(\mathbf{q}, t)} \quad (2.63)$$

式(2.62)の ∇ は、 $\nabla_i = (\delta_{ij} + \Psi_{i,j})^{-1}\nabla_{qj}$ を用いてラグランジュ微分 ∇_q に書き換えることができる。最終的に、 $\Psi(\mathbf{q})$ に対する非線形方程式は線形解の周りで展開することによって摂動論的に解くことになる。

式(2.62)の線形解は、

$$\nabla_q \cdot \Psi^{(1)} = -D_1(t)\delta(\mathbf{q}) \quad (2.64)$$

と表せる。式(2.64)の解によって線形次での変位、すなわちローカルな運動が完全に決まる。

2.3.3 Second-order Lagrangian Perturbation Theory

ZA から次数を1つ上げ、2次のラグランジュ摂動論 (2LPT) を考える。式(2.62)の2次まで考慮した解は、ZA の解に潮汐場による効果、すなわち非局所的な補正を加えることになるため、近似が著しく良くなる：

$$\nabla_q \cdot \Psi^{(2)} = \frac{1}{2}D_2(t) \sum_{i \neq j} (\Psi_{i,i}^{(1)}\Psi_{j,j}^{(1)} - \Psi_{i,j}^{(1)}\Psi_{j,i}^{(1)}) \quad (2.65)$$

$D_2(t)$ は2次のゆらぎの成長率で、 $0.01 \leq \Omega_m \leq 1$, $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m$ に対して近似的に

$$D_2(t) \approx -\frac{3}{7}D_1^2(5)\Omega_m^{-1/143} \quad (2.66)$$

と表される。変位場 $\Psi(\mathbf{q}, t)$ の \mathbf{q} 依存する部分をラグランジアン・ポテンシャルと定義すると、式(2.60)の位置及び速度は、

$$\mathbf{x} = \mathbf{q} - D_1\nabla_q\phi^{(1)} + D_2\nabla_q\phi^{(2)} \quad (2.67)$$

$$\mathbf{v} = -D_1f_1aH\nabla_q\phi^{(1)} + D_2f_2aH\nabla_q\phi^{(2)} \quad (2.68)$$

と書ける。ポテンシャル $\phi^{(1)}, \phi^{(2)}$ は、ポアソン方程式を満たす：

$$\nabla_q^2\phi^{(1)}(\mathbf{q}) = \delta(\mathbf{q}) \quad (2.69)$$

$$\nabla_q^2\phi^{(2)}(\mathbf{q}) = \sum_{i>j} [\phi_{,ii}^{(1)}(\mathbf{q})\phi_{,jj}^{(1)}(\mathbf{q}) - (\phi_{,ij}^{(1)}(\mathbf{q}))^2] \quad (2.70)$$

$\phi^{(2)} = 0$ とおけば、前小節のZAの結果を再現する。

第3章 Cosmological Implications from Galaxy Distributions

3.1 Two Point Statistics of Density Fluctuation

本章では、銀河サーベイによって観測される銀河分布からどのような宇宙論的情報が引き出せるかを調べる。宇宙の大域的な構造を定量化するには、何らかの統計量が必要となる。そのため、本節ではまず宇宙論において最も基本的な統計量である2点相関関数及びそのフーリエ変換であるパワースペクトルを導入する。

3.1.1 True Density Field of the Universe

考えているスケールにおけるクラスタリングの大きさを測る直接的な量として、ある2点における密度ゆらぎ(式2.31)の積をアンサンブル平均したものを相関関数と呼び、

$$\xi(r_{12}) \equiv \langle \delta(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_2) \rangle \quad (3.1)$$

と書く。アンサンブル平均は、理論的要請から仮想的に無限個の宇宙を考えてその間でなされるが、実際の観測においてはエルゴード仮説に基づいて空間平均に置き換えられる。また、宇宙は平均的に一様等方であるから相関関数は距離 $r_{12} \equiv |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ のみの関数となる。式(3.1)を密度場で表すと、

$$\langle \rho(\mathbf{r}_1)\rho(\mathbf{r}_2) \rangle = \bar{\rho}^2[1 + \xi(r_{12})] \quad (3.2)$$

となり、相関関数が考えているスケールにおけるランダム分布からのずれを表していることがわかる。

相関関数は密度ゆらぎを実空間で見た統計量であるが、これをフーリエ変換したのもよく用いられる。密度ゆらぎのフーリエ変換 $\hat{\delta}(\mathbf{k})$ を考えると、フーリエ空間での相関は

$$\langle \hat{\delta}(\mathbf{k}_1)\hat{\delta}(\mathbf{k}_2) \rangle = \int e^{-i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}_2} \xi(r_{12}) d^3r_1 d^3r_2 \equiv (2\pi)^3 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) P(k) \quad (3.3)$$

となる。ここで $P(k)$ がパワースペクトルと呼ばれる統計量で、相関関数とフーリエ変換の関係にある：

$$P(k) = \int e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \xi(r) d^3r = 4\pi \int r^2 dr \frac{\sin(kr)}{kr} \xi(r) \quad (3.4)$$

$$\xi(r) = \int e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} P(k) d^3k / (2\pi)^3 = \int \frac{k^2 dk}{2\pi^2} \frac{\sin(kr)}{kr} P(k). \quad (3.5)$$

フーリエ空間の相関に現れる3次元デルタ関数 $\delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)$ は統計的一様性、すなわち並進不変性によるものであり、 $P(k)$ が波数ベクトルの絶対値にしかよらないことは等方性からきている。

3.1.2 Observed Density Field of the Universe

前小節では理論的に求められる密度ゆらぎから相関関数を定義した。密度ゆらぎは連続的な場の量であるが、観測量である銀河の空間分布は離散的な点の分布となっているため、相関関数についてこれらの関係を知る必要がある。実際の観測量を考える際には、観測可能領域は有限であるという事実から、エルゴード仮説よりもさらに狭い仮定であるフェアサンプル仮説を要請する必要がある (Peebles, 1980)。観測体積が十分に大きければ、十分離れた領域は独立な事象であると考え、また一様等方性も成立し、空間平均は統計平均で置き換えることができる。

ここで銀河分布の相関関数を定義する。ある微小体積 δV_i と、そこから距離 r_{ij} だけ離れた微小体積 δV_j の両方に銀河を見つける確率 δP_{ij} を考える。もし分布が完全に一様でランダムなポアソン分布をしているならば、銀河の平均数密度を \bar{n} として、

$$\delta P_{ij} = \bar{n}^2 \delta V_i \delta V_j \quad (3.6)$$

で与えられる。実際の銀河はクラスタリングしているため、確率分布はこの形からずれることになり、そのずれを考慮したときの確率は

$$\delta P_{ij} = \bar{n}^2 \delta V_i \delta V_j [1 + \xi_g(r_{ij})] \quad (3.7)$$

と書くことができる。 $\xi_g(r)$ は距離 r におけるポアソン分布からのずれを表す量で、これが銀河の相関関数である。密度分布の相関関数と区別するために添字 g がつけてある。 \bar{n}^2 のファクターがついてあることからわかるように、 $\xi_g(r)$ は無次元量である。 $\xi_g(r) > 0$ のとき、ある銀河のまわりの距離 r のスケールでは平均的にランダムな場合に期待されるよりも多い数の銀河が存在する。逆に $-1 \leq \xi_g(r) < 0$ の場合、より少ない銀河しか存在しない。

$\xi_g(r)$ と $\xi(r)$ を関係づけるために、まず空間を微小体積 δV_i に分割して、その中心の座標を \mathbf{r}_i とし、 δV_i 中にある銀河の数を m_i とする。体積の小さい極限をとると、 $m_i = 0$ または 1 となる。分布が統計的に一様な場合、空間的に平均した数密度は一定で、 $\langle m_i \rangle = \bar{n} \delta V_i$ である。ここで i 番目と j 番目のセルに同時に銀河が入る確率 δP_{ij} を考える場合、式 (3.7) で表される。この確率は、離散的な量 m_i, m_j を用いても表すことができ、

$$\delta P_{ij} = \langle m_i m_j \rangle \quad (3.8)$$

と書ける。場所 \mathbf{r}_i における微小体積 δV_i の中に銀河が入る確率は $n_i \delta V_i$ であるが、数密度 n_i がその点での密度ゆらぎ $\rho(\mathbf{r}_i)$ に比例する、すなわち

$$\delta P_i = n_i \delta V_i \propto \rho(\mathbf{r}_i) \delta V_i \quad (3.9)$$

と仮定すると、これは m_i, m_j が連続的な場である密度ゆらぎの値を離散的に表現しているものであるとすることができる。今は簡単のために銀河と密度場の間のバイアス (3.2 節) は無視している。式 (3.9) の質量密度と銀河の数密度の比を α とおくと、 $n_i = \alpha \rho_i, \bar{n} = \alpha \bar{\rho}$ となる。

ここで前述のフェアサンプル仮説によって空間平均を統計平均で置き換えると、 ρ_i が与えられたときの m_i の統計平均は $\langle m_i | \rho_i \rangle = \alpha \rho_i \delta V_i$ となり、式 (3.8) の平均はこの条件付き平均をさらに密度分布で統計平均をとったものになる。すなわち、

$$\langle m_i m_j \rangle = \begin{cases} \langle \langle m_i | \rho_i \rangle \langle m_j | \rho_j \rangle \rangle = \alpha^2 \langle \rho_i \rho_j \rangle \delta V_i \delta V_j & (i \neq j) \\ \langle m_i \rangle = \langle m_i | \rho_i \rangle = \alpha \langle \rho_i \rangle \delta V_i = \alpha \bar{\rho} \delta V_i & (i = j) \end{cases} \quad (3.10)$$

ただし、 $i = j$ のとき $m_i = m_i^2 (= 0 \text{ or } 1)$ となることを用いた。したがって、式 (3.7) は

$$\delta P_{ij} = \bar{n}^2 \delta V_i \delta V_j \left[\frac{\langle \rho_i \rho_j \rangle}{\bar{\rho}^2} + \left(\frac{1}{\bar{n} \delta V_i} - \frac{\langle \rho_i \rho_j \rangle}{\bar{\rho}^2} \right) \delta_{ij} \right] \quad (3.11)$$

となる。ここで $\delta V_i, \delta V_j \rightarrow 0$ の極限をとると、クロネッカーデルタは $\delta_{ij} / \delta V_i \rightarrow \delta_D(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$ とディラックのデルタ関数で書くことができ、

$$\xi_g(r_{12}) = \xi(r_{12}) + \frac{1}{\bar{n}} \delta_D(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \quad (3.12)$$

という簡単な関係式が得られる。こうして、密度ゆらぎの相関関数と銀河の相関関数の関係には、原点においてデルタ関数が余分に付け加わることがわかった。この項はショットノイズ項と呼ばれ、ある銀河から 0 の距離に銀河が存在する確率 (すなわち自分自身を見つける確率) は 1 であるということを反映している。また、サーベイの外側の領域では密度関数が 0 になるため、ショットノイズは無限大に発散する。

式 (3.12) によると、ポアソンモデルにおいては観測によって相関関数を見積もる際、ショットノイズの寄与はすべての銀河の、自分とのペアを引けば良いことがわかる。ただし、実際には銀河と密度分布の間には強いバイアスがかかっているし、また赤方偏移サーベイの場合では、後述する赤方偏移変形も入ってくる。

3.1.3 Power Spectrum of Dark Matter

宇宙初期 $t = t_{\text{init}}$ におけるゆらぎのスペクトルを P_{init} と書くことにする。初期ゆらぎは、ある特別なスケールで特異な振る舞いをするとは考えにくいので、通常ベキ型のスペクトルが仮定される：

$$P_{\text{init}}(k) = A_{\text{init}} k^{n_s}. \quad (3.13)$$

n_s をスペクトル指数と呼ぶ。ここで、初期ゆらぎは宇宙の地平線スケールに対応する質量ゆらぎは普遍的に同じ大きさであるべきであると考え、 $n_s = 1$ が導かれる。これは提唱者の名前を取ってハリソン・ゼルドビッチスペクトルと呼ばれている (Harrison, 1970; Zel'dovich, 1972)。この要

請は、当初は銀河形成の観点から導かれたものであるが、多くのインフレーションモデルが $n_s \simeq 1$ という値を支持している。

地平線スケールより長波長のゆらぎは、時間がたっても初期のハリソン・ゼルドビッチスペクトルの形を保つと考えられるが、短波長のゆらぎはそのスケールに応じて重力進化や圧力、散逸過程といった様々な物理的効果によって変形を受けることになる。線形理論ではゆらぎの進化は波数 k ごとに独立であるので、その変形を k の関数として遷移関数 $T(k, t)$ と呼ぶ。すると、時刻 t におけるパワースペクトルは

$$P(k, t) = P_{\text{init}}(k)T^2(k, t)\frac{D^2(t)}{D^2(t_{\text{init}})} \quad (3.14)$$

と表される。遷移関数の形がわかれば、初期スペクトル (式 (3.13)) から物質優勢期に宇宙の構造がどのように変化したかがわかることになる。

最後に、密度ゆらぎパワースペクトルの振幅を決めるパラメータを定義する。あるウィンドウ関数 $W(\mathbf{x}; R)$ によって平均化した密度コントラストを考える：

$$\begin{aligned} \delta_R(\mathbf{x}, t) &\equiv \int d\mathbf{y} \delta(\mathbf{y}, t) W(\mathbf{x} - \mathbf{y}; R) \\ &= \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \hat{\delta}(\mathbf{k}, t) \hat{W}(\mathbf{k}; R) e^{i\mathbf{x}\cdot\mathbf{k}} \end{aligned} \quad (3.15)$$

R はスムージング長である。 \hat{W} は W のフーリエ変換であり、良く用いられるトップハット型の関数の場合は以下のように表される：

$$W(x; R) = \begin{cases} 3/(4\pi R^3) & |\mathbf{x}| < R \\ 0 & |\mathbf{x}| > R \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\hat{W}(k; R) = \frac{3}{k^3 R^3} [\sin(kR) - kR \cos(kR)]. \quad (3.17)$$

式 (3.15) から、空間の任意の点にランダムに置かれた半径 R の球で平均化された質量ゆらぎは、

$$\sigma^2(R, t) = \langle |\delta_R(\mathbf{x}, t)|^2 \rangle = \frac{1}{(2\pi)^3} \int P(k, t) \hat{W}(\mathbf{k}; R) d^3k \quad (3.18)$$

と表される。ゆらぎの振幅を特徴づけるパラメータとして、 $\sigma_8 \equiv \sigma(R = 8h^{-1}\text{Mpc}, z = 0)$ という値がよく用いられている。この値が決まれば $P(k, z = 0)$ の値が決まるので、任意の時刻におけるスペクトルは $P(k, z) = P(k, z = 0)[D(z)/D(z = 0)]^2$ と計算できる。

3.1.4 Cosmological Dependence

ここで、質量パワースペクトルの形状への宇宙論依存性をまとめておく。重要なパラメータは、質量の密度に対応する $\Omega_m h$ 、バリオンと質量の比 Ω_b/Ω_m 、ハッブル定数 h 、スペクトル指数 n_s 、そしてパワースペクトルの振幅 σ_8 である。

$\Omega_m h$ は、物質と放射の等密度時における地平線の大きさを決定する。2.2.2節で議論したように、放射優勢期においては地平線半径より短波長のゆらぎは成長できないため、遷移関数 $T(k)$ は地平線半径に対応する波数 $k_H(t_{\text{eq}})$ を境に大きく折れ曲がる。遷移関数の物質優勢期以後における漸近形は、

$$T(k) = \begin{cases} 1 & (k \ll k_H(t_{\text{eq}})) \\ k^{-2} & (k \gg k_H(t_{\text{eq}})) \end{cases} \quad (3.19)$$

となる。 $k_H(t_{\text{eq}})$ への $\Omega_m h$ の依存性は、

$$k_H(t_{\text{eq}}) = a(t_{\text{eq}})H(t_{\text{eq}}) = 0.102 \Omega_m h (h^{-1}\text{Mpc})^{-1} \quad (3.20)$$

と表され、構造形成にとって決定的に重要なスケールを与える。

図 3.1 の左側に、パワースペクトルと相関関数への $\Omega_m h$ の依存性を図示した。 $\Omega_m h$ を大きくすると、パワースペクトルの折れ曲がりをもつスケールにシフトさせる。この図は振幅を $\sigma_8 = 1$ で固定しているため、大スケールのパワースペクトルが小さくなる。それに伴って、大スケールにおける相関関数の値も小さくなる。

宇宙初期において、バリオンと光子は強く相互作用し、混合流体として存在している。そのためバリオンの重力と光子のもつ圧力が平衡状態となり、音波モードとしてゆらぎが小スケールで振動することになる (2.2.4節)。それが図中のパワースペクトルの振動に現れている。この振動は周期的であることから、それをフーリエ変換した相関関数においてはバリオン音響振動は単一のピークとなって現れる。そのためこれをバリオンピークと呼ぶ。そして、バリオンと光子の相互作用はビッグバンから約 40 万年後の再結合期において途切れるため、振動のスケールは再結合期における音地平線スケールに対応する。このスケール $d_s(a_{\text{rec}})$ は、式 (2.25) の c を音速 c_s に変えて、

$$d_s(a_{\text{rec}}) \simeq \frac{1}{\sqrt{\Omega_m h^2}} \int_0^{a_{\text{rec}}} \frac{c_s}{a + a_{\text{eq}}} \quad (3.21)$$

と表される。ここで宇宙初期のためにダークエネルギーの寄与は無視した。混合流体の音速は、 $p = p_r$, $\rho = \rho_r + \rho_b$ を用いて、

$$c_s^2 = \frac{c^2}{3} \frac{1}{1 + 3\rho_b/4\rho_r} \quad (3.22)$$

と表される。光子の温度は観測から非常に精度良く決まっているため、 $3\rho_b/4\rho_r = 3.0 \times 10^4 \Omega_b h^2 / (1+z)$ と表すことができる。標準的な宇宙モデルでは、式 (3.21) は

$$d_s(a_{\text{rec}}) \approx 144.4 \left(\frac{\Omega_m h^2}{0.14} \right)^{-0.252} \left(\frac{\Omega_b h^2}{0.024} \right)^{-0.083} \quad (3.23)$$

となる (Hu, 2004)。式 (3.23) の依存性から、図に示したとおり $\Omega_m h$ の値を大きくするとバリオンピークの位置は小スケール側にシフトする。式 (3.21) や式 (3.23) は、 $h^{-1}\text{Mpc}$ ではなく Mpc の単位で記述されていることに注意する。

バリオンの物質に対する割合 Ω_b/Ω_m の主な効果は光子と電子の間に働く粘性による減衰である。これはシルク減衰と呼ばれ、数 $h^{-1}\text{Mpc}$ 以下のスケールのゆらぎを消してしまう効果がある。そのため、 σ_8 を固定した場合、 Ω_b/Ω_m を大きくすると大スケールのパワーが大きくなる。また、この比が大きいとパワースペクトルにおける振動が大きくなり、相関関数におけるバリオンピークの振幅もそれに伴って大きくなる。 Ω_b/Ω_m の値の依存性は、図 3.1 の左から 2 番目に示されている。ピークの位置のわずかなシフトは、バリオンの量を変えることによって音速が変わることによるものである。

h のパワースペクトルへの効果は、図からは分かりにくいだがバリオン音響振動の位相がシフトしている。これは、物質の密度 $\Omega_m h^2$ の代わりに $\Omega_m h$ を固定していることによる。さらに Ω_b/Ω_m を固定しているため、 $\Omega_m h^2 \propto h$, $\Omega_b h^2 \propto h$ という依存性になっている。相関関数はこれを足し上げるので、パワースペクトルよりは h の依存性は幾分か顕著である。 n_s は 3.1.3 節で既に見たとおり、その定義からパワースペクトルの全体の形状を傾かせる効果がある。等密度時の地平線半径やバリオンピークといった物理スケールは変化させないため、広いスケールに渡って観測しないと依存性は弱い。 σ_8 はパワースペクトルの正規化であるため、単にその形状を上下させるだけである。

パワースペクトル及び相関関数の計算に必要な遷移関数は、Eisenstein & Hu (1998) によるフィッティング公式を用いた。この公式は、 $T(k)$ バリオンからの寄与 $T_b(k)$ とコールドダークマターからの寄与 $T_c(k)$ に分けて、

$$T(k) = \frac{\Omega_b}{\Omega_0} T_b(k) + \frac{\Omega_c}{\Omega_0} T_c(k) \quad (3.24)$$

と表されている。フィッティング関数はやや式が長いため、付録 A に示しておく。A.1 がバリオン音響振動を含んだ公式である。また、彼らの公式には振動成分だけを取り除いた no-wiggle 近似の公式も挙げられている。これも解析において必要となるため、A.2 に示しておく。そして、バリオンの成分を含んだパワースペクトル及び相関関数の、no-wiggle 近似との比較を図 3.2 に示す。

3.2 Galaxy Biasing

ダークマターの存在はいくつもの観測から確実視されており、1 章でも述べたとおりダークマターが宇宙の大半の物質を占めているというシナリオも標準宇宙論の基礎となっている。しかし我々が観測するものは光っている物質、すなわち星、銀河、あるいは銀河団といった構造である。もし、銀河が物質のバイアスのかかかっていないトレーサーであったとすれば、 $\delta_g = \delta$ となる。しかし、観測された銀河分布に対して、異なる性質 (例えば絶対光度) をもつ銀河が異なる振幅の相関関数をもつことがわかっているため、銀河バイアスが存在することも確実視されている。

バイアスに対する最も簡単なモデルは、銀河の数密度ゆらぎ δ_g がその場所に存在する質量密度 δ に対して定数倍のファクター、すなわち線形バイアスによってバイアスされている場合である：

$$\delta_g = b\delta \quad (3.25)$$

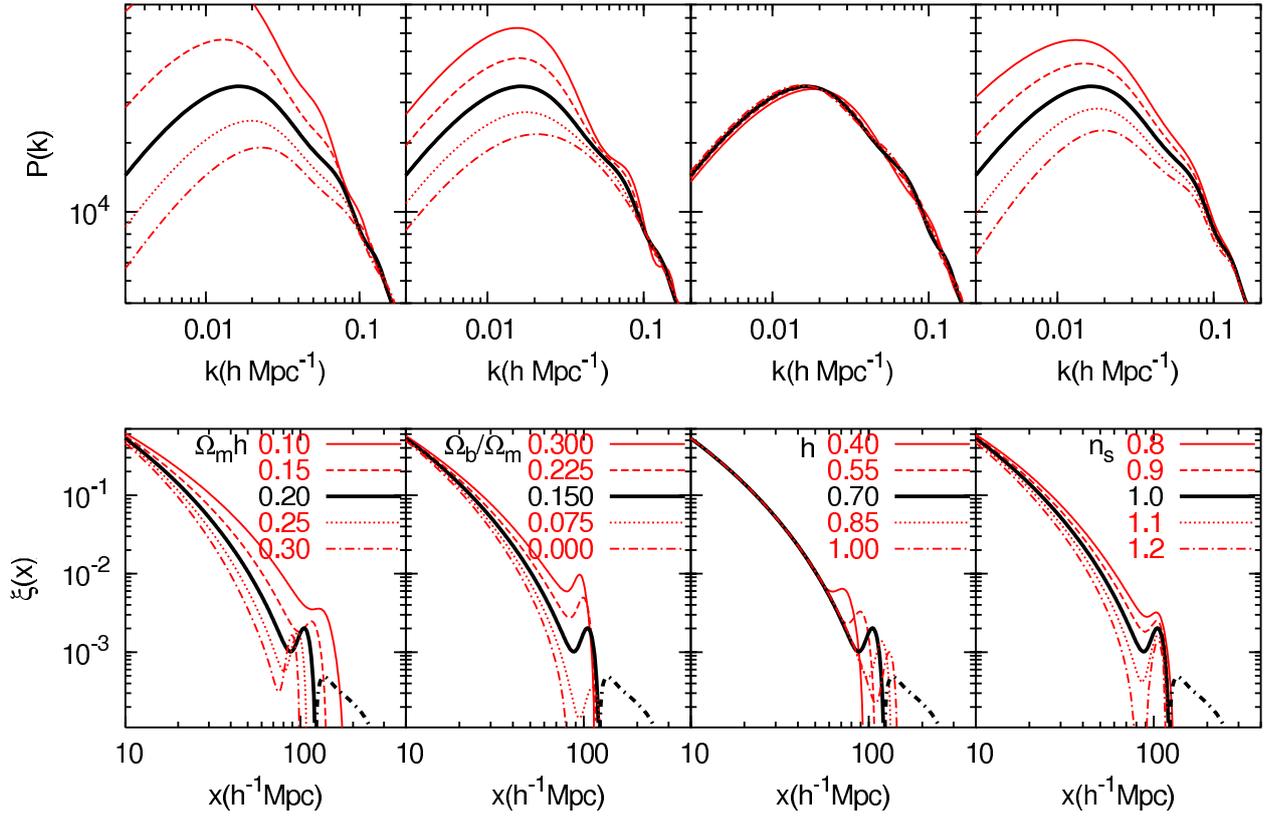


図 3.1: (上) 共動空間でのパワースペクトルと (下) 相関関数の形状における宇宙論依存性. それぞれの図の 5 本の線のうち, 黒の実線は基本的なパラメータの $\Omega_m h = 0.2$, $\Omega_b/\Omega_m = 0.15$, $h = 0.7$, $n_s = 1$ を仮定しており, 黒の破線は負の値を折り返してプロットしている. 赤色の細い線は図中の値を仮定し, 他のパラメータを上記の基本的な値に止めてプロットしている. 振幅は $\sigma_8 = 1$ で固定してある.

このモデルによると, 少なくとも特定の領域では銀河相関関数 $\xi_g(r_{12}) = \langle \delta_g(\mathbf{r}_1)\delta_g(\mathbf{r}_2) \rangle$ と物質の相関関数 $\xi(r_{12}) = \langle \delta(\mathbf{r}_1)\delta(\mathbf{r}_2) \rangle$ は, 定数因子だけ振幅が強まることになる:

$$\xi_g(r_{12}) = b^2 \xi(r_{12}) \quad (3.26)$$

したがって, 観測される相関は実際のものとは振幅が異なることになり, その影響は質量パワースペクトルの振幅 σ_8 と完全に縮退することになる.

今のところ, バイアスの形がどうであるかはわかっていないが, バイアスの非線形性やスケール依存性, あるいはバイアスの進化など様々なアイデアがなされており, 現在活発に研究されている課題である.

バイアスは 2 点統計量を扱う上では直接的な観測量ではないので¹, 観測量に近い $\beta(z) \equiv f(z)/b(z)$

¹3 点相関関数など高次相関を考えれば観測量として現れる.

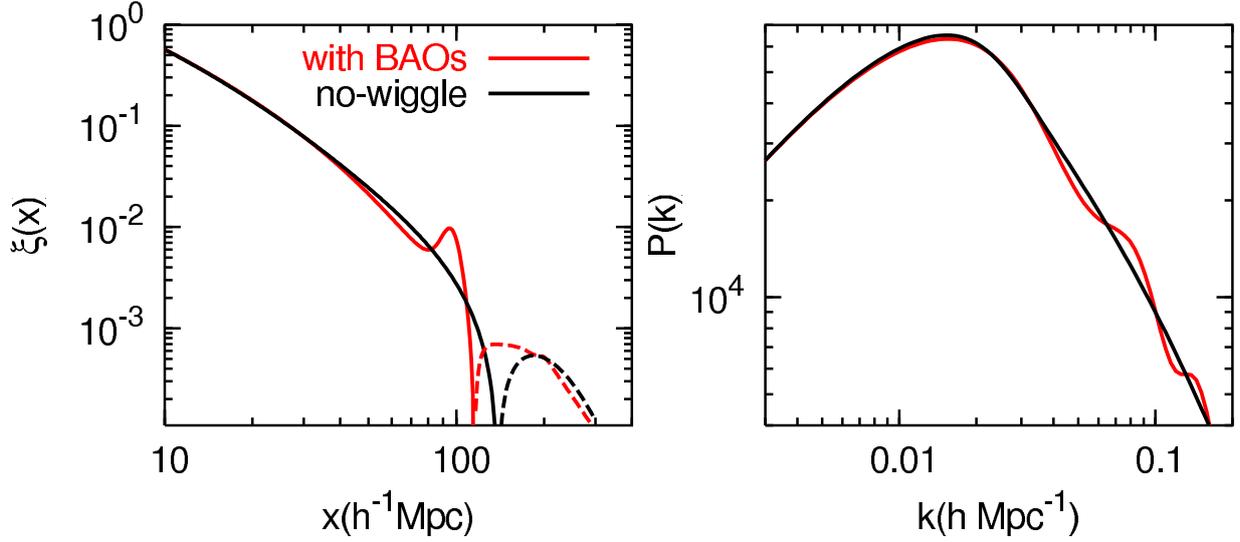


図 3.2: 通常のバリオン振動入りの遷移関数と no-wiggle 近似を用いた場合の統計量の比較. (左) 相関関数, (右) パワースペクトル. 宇宙モデルは, $\Omega_m h = 0.2$, $\Omega_b/\Omega_m = 0.3$, $h = 0.7$, $\sigma_8 = 1$, $n_s = 1$ を仮定している. バリオンの寄与を目立たせるために, Ω_b の値を標準より大きくしてある. 相関関数の破線は, $\xi < 0$ の値を折り返してプロットしている.

という量を定義しておく. 連続の式 (2.47) に代入すると,

$$\beta\delta_g + \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (3.27)$$

という銀河の数密度ゆらぎの対応する式が得られる. 式 (2.49) を用いると, しばしば用いられる関係式,

$$\beta = \frac{f(\Omega_0)}{b} \approx \frac{\Omega^{0.6}}{b} \quad (3.28)$$

が得られる.

物質の特異速度が回転なしで, かつ銀河に速度バイアスがなければ, 銀河の特異速度も線形領域では回転なしとなる. このとき, 式 (3.28) によって銀河の特異速度 \mathbf{v}_g は現在の密度ゆらぎと次の関係にあることがわかる:

$$\mathbf{v}_g = \mathbf{v} = -\beta \nabla \nabla^{-2} \delta_g \quad (3.29)$$

∇^{-2} は逆ラプラシアンである. 式 (3.29) の関係が正しいとすると, β の測定は結局, 銀河の特異速度と密度の測定に他ならない.

3.3 Redshift-space Distortions

3.3.1 Introduction

1章の冒頭で述べたように、後退速度 cz はハッブルの法則 $cz = H_0 r$ から、スペクトルの赤方偏移 z を測定することによって得られる。しかし、銀河は宇宙の一樣膨張に対して固有速度 \mathbf{v}_g を持つため、赤方偏移から測定される距離は実際の距離からずれて観測されることになる。前者を赤方偏移距離と呼んで \mathbf{s} と表し、実距離 \mathbf{r} と区別することにする。これらの関係は、 $\hat{\mathbf{x}}_3$ を視線方向の単位ベクトルとすると、

$$\mathbf{s}(\mathbf{r}) = \mathbf{r} + \frac{\hat{\mathbf{x}}_3}{H_0} [\mathbf{v}_g(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{x}}_3 - \mathbf{v}_{\text{obs}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_3] \quad (3.30)$$

と表すことができる。 $\hat{\mathbf{x}}_3$ は観測者から銀河の方向の単位ベクトルで、 \mathbf{v}_{obs} 、 \mathbf{v}_g はそれぞれ観測者と銀河の特異速度である。こうして赤方偏移空間においては、銀河の特異速度によって視線方向に実空間の位置とのズレが引き起こされることになる。この変位が赤方偏移変形とよばれるもので、後述の幾何学的変形と区別するために、力学的変形と呼ばれることもある。

図 3.3 に、赤方偏移変形が起こる模式図を示した。左側が実空間における構造、すなわち実際の構造の形を表している。右側は、赤方偏移空間、すなわち赤方偏移から見積もった距離によって観測される構造である。大スケールでは、平均よりも質量が大きい領域へ構造は一樣に落ち込むため、視線方向に押し潰されて観測される。この効果は提唱者にちなんで Kaiser 効果と呼ばれる (Kaiser, 1987)。一方、小スケールにおいては、構造は大きな速度分散をもつため、ランダムな運動によって赤方偏移空間では視線方向に大きく引き伸ばしたように観測される。その結果、銀河分布が観測者の方を指さしているように見えるため、この現象は finger-of-god(神の指) 効果と呼ばれる。本論文では、大スケールのクラスタリングにのみ興味があるため、簡単のために線形理論のみを扱うことにし、finger-of-god 効果については扱わない。

3.3.2 Distortion due to Linear Velocity Field

式 (3.30) のような見かけ上の距離の違いがどのような観測的效果をもたらすかについて考える。線形スケールにおける赤方偏移変形の理論に関しては、Hamilton (1997) による非常に優れたレビューが存在する。ここでは簡単のため、見ている対象(銀河)は十分遠方にあり、それらの視線方向はすべて同じ方向($\hat{\mathbf{x}}_3$)に存在するという近似を用い(distant-observer 近似)、かつ宇宙の幾何学的効果が無視できるほど低赤方偏移 $z \ll 1$ の宇宙を考える。図 3.4 に、様々なサーベイの種類とそれに対応する近似を示した。実空間における密度 $\rho_g^{(r)}(\mathbf{r})$ と赤方偏移空間における密度 $\rho_g^{(s)}(\mathbf{s})$ の関係は、質量保存より

$$\rho_g^{(s)}(\mathbf{s}) = \left| \frac{d^3 s}{d^3 r} \right|^{-1} \rho_g^{(r)}(\mathbf{r}) \quad (3.31)$$

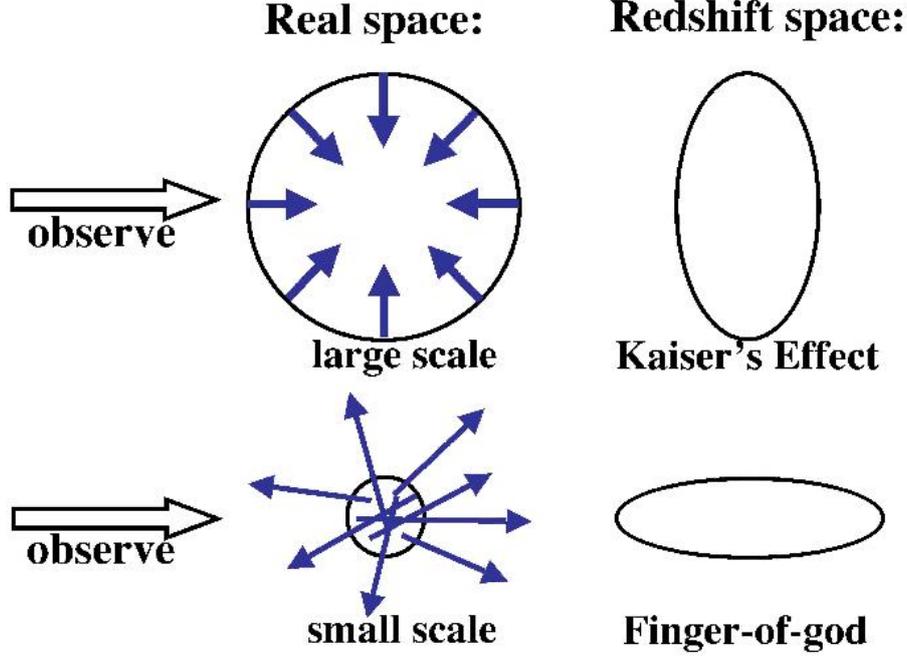


図 3.3: 線形領域と非線形領域における赤方偏移変形概念図. 左の2つの図が実空間における構造で, 右の図がそれを赤方偏移空間で見たときの構造である. Kaiser 効果は大スケールで起こり, 視線方向に押しつぶされたような構造が観測され, finger-of-god 効果は小スケールで起こり, 視線方向に引き延ばされて観測される.

と表される. このヤコビアンを求めると,

$$d^3s = \left[1 + \frac{\mathbf{v}_g(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{x}}_3 - \mathbf{v}_{\text{obs}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_3}{x_3} \right] \left[1 + \frac{\partial(\mathbf{v}_g \cdot \hat{\mathbf{x}}_3)}{\partial x_3} \right] d^3r \quad (3.32)$$

となる. これを式 (3.31) に代入して線形理論で評価し, そして distant-observer 近似を適用すると

$$\delta_g^{(s)}(\mathbf{r}) = \delta_g^{(r)}(\mathbf{r}) - \frac{1}{H_0} \frac{\partial(\mathbf{v}_g \cdot \hat{\mathbf{x}}_3)}{\partial x_3} \quad (3.33)$$

が得られる. この式をフーリエ変換すると,

$$\hat{\delta}_g^{(s)}(\mathbf{k}) = \hat{\delta}_g^{(r)}(\mathbf{k}) - \frac{i\mathbf{k}}{H_0} \left(iH_0 \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|^2} \left. \frac{d \ln D}{d \ln a} \right|_{z=0} \hat{\delta}(\mathbf{k}) \right) = \hat{\delta}_g^{(r)}(\mathbf{k}) + f_0 \mu^2 \hat{\delta}(\mathbf{k}) \quad (3.34)$$

となる. ただし, ここで連続の式:

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{k}) = -i \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|^2} \hat{\delta}(\mathbf{k}) = -iH_0 \frac{\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|^2} \left. \frac{d \ln D}{d \ln a} \right|_{z=0} \hat{\delta}(\mathbf{k}) \quad (3.35)$$

を用いた. $f_0 \equiv f(z=0)$ は式 (2.48) の現在における値である. また, $\mu \equiv \hat{\mathbf{k}} \cdot \hat{\mathbf{x}}_3$ である. 式 (3.34) を2乗してアンサンブル平均を取ると,

$$P_g^{(s)}(\mathbf{k}) = P_g^{(r)}(\mathbf{k}) + 2f_0 \mu^2 P_{g-m}^{(r)}(\mathbf{k}) + f_0^2 \mu^4 P^{(r)}(\mathbf{k}) \quad (3.36)$$

という表式が得られる。式 (3.25) のように銀河バイアスが線形で表される場合、式 (3.28) の β を用いて

$$P_g^{(s)}(\mathbf{k}) = (1 + \beta\mu^2)^2 P_g^{(r)}(\mathbf{k}) \quad (3.37)$$

となる。

この結果に対応して、赤方偏移空間の 2 点相関関数は

$$\xi_g^{(s)} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} (1 + \beta\mu^2)^2 P_g^{(r)}(k) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} \quad (3.38)$$

$$= \xi_0^{(s)}(x) P_0(\mu) + \xi_2^{(s)}(x) P_2(\mu) + \xi_4^{(s)}(x) P_4(\mu) \quad (3.39)$$

と展開できる (Hamilton, 1992)。ここで、 P_l はルジャンドル多項式であり、その係数は

$$\xi_0^{(s)}(x) = \left(1 + \frac{2}{3}\beta + \frac{1}{5}\beta^2\right) \xi_{g,0}(x) = \left(1 + \frac{2}{3}\beta + \frac{1}{5}\beta^2\right) \xi_g^{(r)}(x) \quad (3.40)$$

$$\xi_2^{(s)}(x) = \left(\frac{4}{3}\beta + \frac{4}{7}\beta^2\right) \xi_{g,2}(x) = \left(\frac{4}{3}\beta + \frac{4}{7}\beta^2\right) [\xi_g^{(r)}(x) - \bar{\xi}_g^{(r)}(x)] \quad (3.41)$$

$$\xi_4^{(s)}(x) = \frac{8}{35}\beta^2 \xi_{g,4}(x) = \frac{8}{35}\beta^2 \left[\xi_g^{(r)}(x) + \frac{5}{2}\bar{\xi}_g^{(r)}(x) - \frac{7}{2}\bar{\bar{\xi}}_g^{(r)}(x)\right] \quad (3.42)$$

と書くことができる。また、

$$\xi_{g,2l}(x) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk j_{2l}(kx) P_g^{(r)}(k) = \frac{(-1)^l}{x^{2l+1}} \left(\int_0^x x dx\right)^l x^{2l+1} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx}\right)^l \xi_g^{(r)}(x) \quad (3.43)$$

の具体的な形は、

$$\bar{\xi}_g^{(r)}(x) \equiv \frac{3}{x^3} \int_0^x \xi_g^{(r)}(r) r^2 dr = \frac{3}{x^3} J_3^{(r)}(x) \quad (3.44)$$

$$\bar{\bar{\xi}}_g^{(r)}(x) \equiv \frac{5}{x^5} \int_0^x \xi_g^{(r)}(r) r^4 dr \quad (3.45)$$

と表される。式 (3.38)~ (3.45) が、distant-observer 近似における赤方偏移空間、実空間 2 点相関関数の変換公式である。式 (3.40) と (3.41) を組み合わせると、 β を決定する関係式：

$$\frac{1 + \frac{2}{3}\beta + \frac{1}{5}\beta^2}{\frac{4}{3}\beta + \frac{4}{7}\beta^2} = \frac{\xi_0^{(s)}(x)}{\xi_2^{(s)}(x)} = \frac{3 \int_0^x \xi_0^{(s)}(s) \left(\frac{s}{x}\right)^3 \frac{ds}{s}}{\xi_2^{(s)}(x)} \quad (3.46)$$

が得られる。

3.4 Geometric Distortion

3.4.1 Introduction

高赤方偏移 ($z \sim 1$) においては、前節の力学的な歪み以外にも、宇宙の幾何学的な変形という現象が重要となってくる。これは完全に一般相対性理論の効果であり、Alcock & Paczyński (1979) によって提唱された。

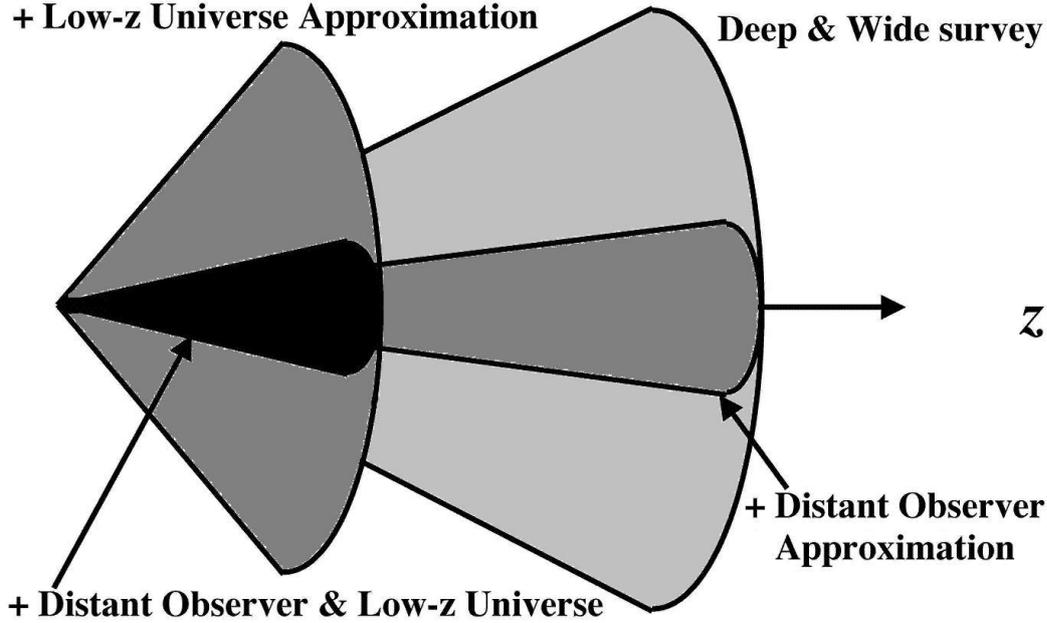


図 3.4: 様々なサーベイ形状と対応する近似. 高赤方偏移であるが狭いサーベイの場合は distant observer 近似が有効である. 一方で, 低赤方偏移であるが広いサーベイの場合は low-z 近似が有効である.

まず, 実際の形状のわかっている構造を想定し, その構造のサイズを測定することを考える. 宇宙論では, Ω_m や Ω_Λ といった種々の宇宙論パラメータの値を仮定して, 初めて距離あるいは長さという量を測定することができる. 視線方向のサイズは, 宇宙論的には膨張宇宙において測定するため, ハッブルパラメータ $H(z)$ に依存する. 一方で視線方向に垂直な方向のサイズはそれを見込む角度 θ から測定するため, 角径距離 $d_A(z)$ に依存する. このように視線方向とそれに垂直な方向で宇宙論依存性が異なるため, もし宇宙における真の宇宙論パラメータと異なる値を仮定することによってこのサイズを測定した場合, 実際の構造とは異なった形状が観測されことになる. この効果は, 提唱者の名前にちなんで, Alcock-Paczyński (AP) 効果と呼ばれている. 幾何学的変形概念図を, 図 3.5 に示す.

3.4.2 Theory of Geometric Distortion

相関関数における幾何学的変形の効果, Matsubara & Suto (1996), Suto et al. (1999) に従って定式化する. 赤方偏移 z_1, z_2 にある銀河の対を考える. 赤方偏移の差 $\delta z \equiv z_1 - z_2$ と対のなす角 $\delta\theta$ が 1 より十分小さいとすると, 視線方向あるいは垂直な方向の共動距離間隔 x_{\parallel}, x_{\perp} はそれぞれ,

$$x_{\parallel} = \frac{dx(z)}{dz} \delta z = \frac{c_{\parallel} \delta z}{H_0}, \quad x_{\perp} = S(\chi(z)) \delta\theta = \frac{c_{\perp} z \delta\theta}{H_0} \quad (3.47)$$

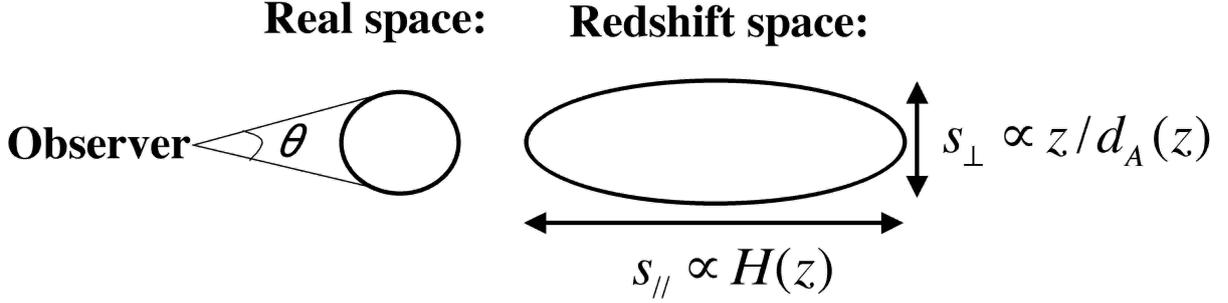


図 3.5: 幾何学的変形概念図. 左の図が実空間における本来の構造であり, 右の図がその構造を間違った宇宙論パラメータを仮定したときに観測される構造である. 視線方向のサイズはハッブルパラメータに依存し, 天球面上のサイズは角径距離に依存する.

と与えられる. ここで, $c_{\parallel} = H_0/H(z)$, $c_{\perp}(z) = H_0 S(x(z))/z$, そして $z \equiv (z_1 + z_2)/2$ である. よって, 式 (3.47) の比は,

$$\frac{x_{\parallel}(z)}{x_{\perp}(z)} = \frac{c_{\parallel}(z)}{c_{\perp}(z)} \frac{\delta z}{z \delta \theta} \equiv \eta(z) \frac{\delta z}{z \delta \theta} \quad (3.48)$$

となる. $\delta z/z \delta \theta$ は視線方向とそれに垂直な方向の赤方偏移の比なので, 係数 $\eta(z)$ は宇宙の幾何によって引き起こされる赤方偏移空間の歪みを表している. $\eta(z)$ は, 本質的に Ω_m , そして特に Ω_{Λ} にセンシティブな量であるが, 共動距離の実際の比 x_{\parallel}/x_{\perp} がわかっている必要がある.

赤方偏移 z のところにある構造 (たとえば銀河などの天体) が観測者に対して固有後退速度 W をもつとし, 観測者自身の固有速度を W_0 とすると, 観測される赤方偏移は

$$1 + z_{\text{obs}} = \frac{\nu_1}{\nu_0} = (1 + z)(1 + W - W_0) \quad (3.49)$$

となる. ν_1 は放出されたとき, ν_0 は観測されたときの振動数である. また, W は 3 次元的速度 v^i と $W = a n_i v^i$, $W_0 = a n_i v_0^i$ という関係にあり, n^i は視線方向の単位ベクトルである. distant-observer 近似を用い, 視線方向を x_3 軸とする. 天体が実共動空間で $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ にあるとすると, 対応する赤方偏移空間での座標 $s = (s_1, s_2, s_3)$ は

$$s_1 = \frac{x_1}{c_{\perp}(z)}, \quad s_2 = \frac{x_2}{c_{\perp}(z)} \quad (3.50)$$

$$s_3 = \frac{z_{\text{obs}} - z}{H_0} \simeq \frac{1}{c_{\parallel}(z)} \left[x_3 + \frac{1+z}{H(z)} (W - W_0) \right] \quad (3.51)$$

最後の計算で, $z \ll H(z)x_3$ と仮定した. 前節と同じ手順でヤコビアンを計算すると, 実空間と赤方偏移空間の天体の数密度ゆらぎを関連づけることができ,

$$\delta_g^{(s)}(s(\mathbf{x})) = \delta_g^{(r)}(\mathbf{x}) - \frac{1+z}{H(z)} \partial_3 W \quad (3.52)$$

と得られる. ここで, 天体を銀河だと仮定して添字 g をつけた. 線形理論での特異速度は, 物質の密度ゆらぎ δ を用いて次のように表される:

$$W(\mathbf{x}) = -\frac{H(z)}{1+z} f(z) \partial_3 \Delta^{-1} \delta(\mathbf{x}) \quad (3.53)$$

$f(z)$ は式 (2.50), $D(z)$ は式 (2.38) で与えられる. 線形バイアスを仮定すると, $z=0$ で議論していた 3.3.2 節の内容を $z \neq 0$ の場合に一般化することができ, 式 (3.39)~(3.43) の一般化として, 次式が得られる:

$$\begin{aligned} \xi_g^{(s)}(s_\perp, s_\parallel) = & \left\{ 1 + \frac{2}{3}\beta(z) + \frac{1}{5}\beta(z)^2 \right\} \xi_{g,0}(x) P_0(\mu) \\ & - \left\{ \frac{4}{3}\beta(z) + \frac{4}{7}\beta(z)^2 \right\} \xi_{g,2}(x) P_2(\mu) + \frac{8}{35}\beta(z)^2 \xi_{g,4}(x) P_4(\mu) \end{aligned} \quad (3.54)$$

ここで, $x \equiv (c_\parallel^2 s_\parallel^2 + c_\perp^2 s_\perp^2)^{1/2}$, $\mu = c_\parallel s_\parallel / x$, ($s_\parallel = s_3$, $s_\perp^2 = s_1^2 + s_2^2$) であり, P_n は前節同様ルジャンドル多項式である. また, $\xi_{g,2l}(x)$ は

$$\xi_{g,2l}(x) = \frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty k^2 dk j_{2l}(kx) P_g^{(r)}(k; z) = \frac{(-1)^l}{x^{2l+1}} \left(\int_0^x x dx \right)^l x^{2l+1} \left(\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \right)^l \xi_g^{(r)}(x; z) \quad (3.55)$$

である. 線形バイアスパラメータを用いて, 赤方偏移 z における銀河パワースペクトル $P_g(k, z)$ は $z=0$ での質量密度ゆらぎスペクトル $P(k)$ と次の関係に表すことができる:

$$P_g(k, z) = [b(z)]^2 \left[\frac{D(z)}{D(0)} \right]^2 P(k) \quad (3.56)$$

図 3.6 に, 幾何学的変形にセンシティブな $\eta(z)$ と $f(z)$, そして $\eta(z)$ の成分である c_\parallel と c_\perp の宇宙論依存性を示す.

3.4.3 Anisotropy of Baryon Acoustic Oscillations

パワースペクトルや相関関数に現れる幾何学的変形を用いた宇宙論テストは, ダークエネルギーに制限を与えられる有力な方法である (Ballinger et al., 1996; Matsubara & Suto, 1996). しかし, これらの効果は前節で解説した構造の特異速度によって引き起こされる力学的変形と縮退しているため, 強い制限を与えることができない. 幾何学的変形によってダークエネルギーを精度良く制限するためには, 赤方偏移空間において形状がわかっている構造が観測できる必要がある. 過去に, ボイドの形状を平均化すれば円になるという提案が Ryden (1995) によってなされたが, ボイドは統計平均をとっても真円にはならないと考えられる.

ここで, 3.1.4 節で解説したバリオン音響振動を再び取り上げる. 相関関数に現れるバリオンピークは, 再結合期における音地平線スケールに現れる. CMB の観測から, 再結合は赤方偏移 $z \simeq 1100$ で起こったとわかっているため, ピークの現れるスケールは $d_s(z_{\text{rec}}) \simeq 100h^{-1}\text{Mpc}$ となり, このスケールは赤方偏移変形の影響をほとんど受けない. そのため, もしバリオン音響振動のスケール

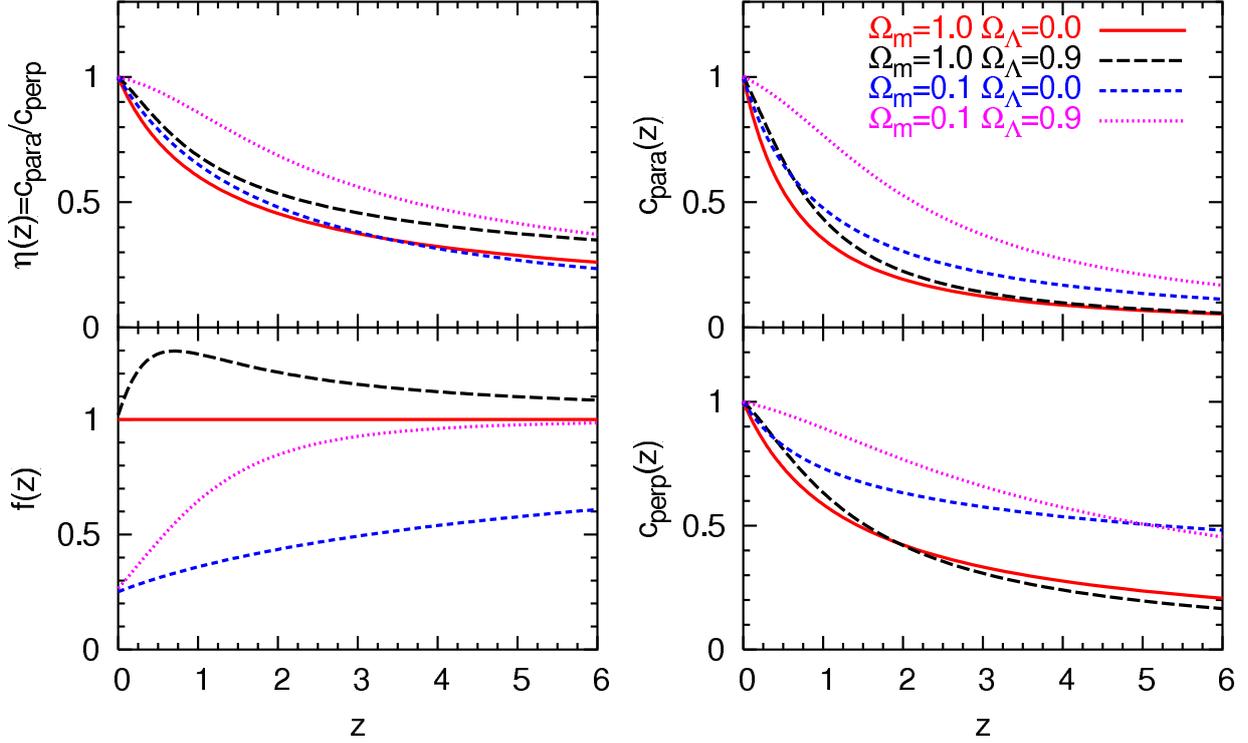


図 3.6: 幾何学的変形の宇宙論依存性. (左上) $\eta(z) = c_{\parallel}/c_{\perp}$, (左下) $f(z) = \beta(z)/b(z)$, (右上) c_{\parallel} , (右下) c_{\perp} . 宇宙論パラメータは, 右上の図に記した値を用いている.

を視線方向とそれに垂直な方向で観測することができれば, 正しい宇宙論パラメータを仮定する限りピークの2次元的な構造は完全な円を描くことになる. しかし, 視線方向のサイズはハッブルパラメータ $H(z)$, 角度方向のサイズは角径距離 $d_A(z)$ の逆数と, 異なる宇宙論パラメータ依存性を持っている. そのため, 間違ったパラメータを仮定するとピークの構造が変形することになる. すなわち, バリオン音響振動の非等方性によってダークエネルギーに制限をつけられることになる. 図 3.7 に, 脱結合時の音地平線スケールに対するダークエネルギー依存性を示す. 形状の変形が w にセンシティブであることがわかる. 一方で Ω_{DE} は, 再結合時の音地平線スケールを大きく変えるが, ピークの形状自体はあまり変えない.

3.5 Cosmological Light-cone Effect

最後に, 宇宙論的光円錐効果 (Yamamoto & Suto, 1999; Suto et al., 1999) を紹介しておく. 宇宙論的な観測は, $z=0$ の観測者によって定義されるヌル測地線に沿ってなされる. 光速が有限であることから, 遠方宇宙を観測することは過去の宇宙を見ることに対応する. そのため, 観測する領域ごとに異なる時刻の宇宙を見ていることになり, 深いサーベイを行う際はそのサーベイ内における進化の効果が重要となる可能性がある.

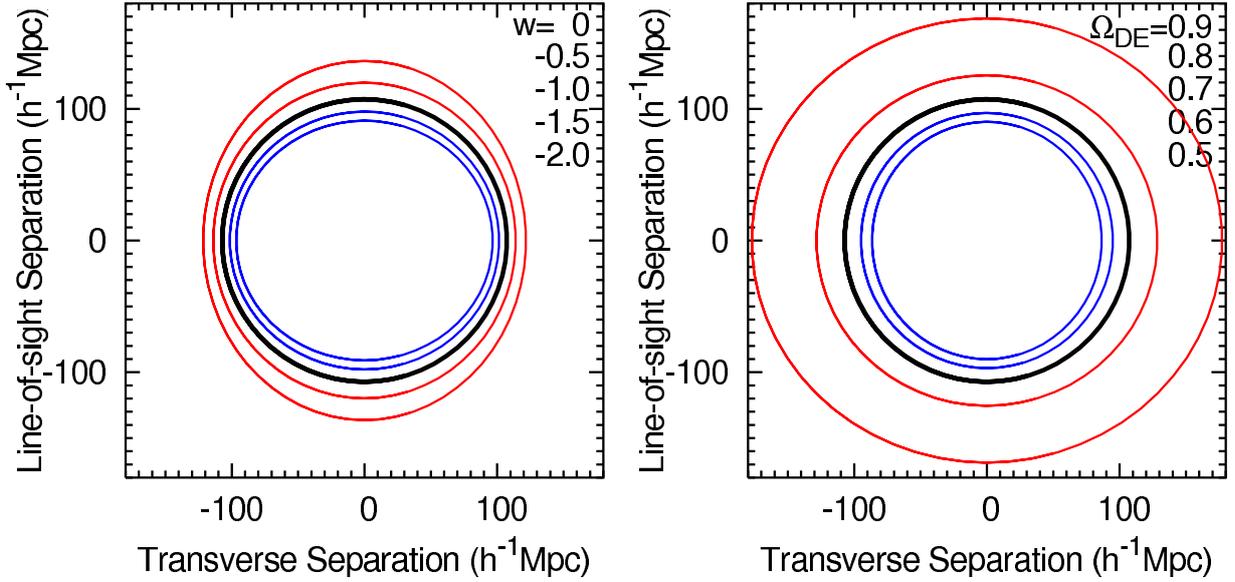


図 3.7: 2 次元的な構造への、幾何学的変形のダークエネルギー依存性. (左) 状態方程式 w , (右) 密度パラメータ Ω_{DE} . 構造の形状は半径が再結合時における音地平線スケールの円とし、赤方偏移 $z = 0.3$ に存在すると仮定している. 距離を測定するには基準の $w = -1$, $\Omega_{\text{DE}} = 0.7$, $\Omega_m = 0.3$ というパラメータを仮定している. 右上に示している値が真のパラメータの値で、上のパラメータが外側の円、下のパラメータが内側の円のプロットに対応している. すなわち、黒の実線が正しいパラメータが仮定された場合で、このとき円は真円を描く. w の依存性から、真の w の値が仮定した値からずれると真円からずれていくのが見てとれる. 一方で、 Ω_{DE} を変えると音地平線スケールが変わっていくため円の半径が大きく変わるが、真円からはほとんどずれないことがわかる.

$z_{\min} < z < z_{\max}$ の範囲をもつサーベイに対して、クラスタリングの進化の効果を取り入れた相関関数 $\xi^{(\text{LC})}(x)$ の表式は、

$$\xi^{(\text{LC})}(x) = \frac{\int_{z_{\max}}^{z_{\min}} dz \frac{dV_c}{dz} [\phi(z)n_0(z)]^2 \xi(x; z)}{\int_{z_{\max}}^{z_{\min}} dz \frac{dV_c}{dz} [\phi(z)n_0(z)]^2} \quad (3.57)$$

と表される. dV_c/dz は単位立体角あたりの共動体積要素, $n_0(z)$ は赤方偏移 z における共動座標における数密度である. $\phi(z)$ は選択関数と呼ばれるもので、その赤方偏移における観測される天体の割合を表す量である ($0 \leq \phi(z) \leq 1$). 例えば、赤方偏移 z において観測できる最大と最小の絶対光度をそれぞれ M_{\max} , M_{\min} と書くと、

$$\phi(z) = \frac{\int_{M_{\min}(z)}^{M_{\max}(z)} dM \Phi(M)}{\int_{-\infty}^{+\infty} dM \Phi(M)} \quad (3.58)$$

と表すことができる.

サーベイ領域内における進化の効果が無視できるほど小さければ、 $\xi(x; z)$ は z に依存なくなり、 $\xi^{(\text{LC})}(x) \simeq \xi(x; z = 0)$ となる.

第4章 Sloan Digital Sky Survey

4.1 Overview of the SDSS

スローン・デジタル・スカイ・サーベイ (Sloan Digital Sky Survey; SDSS; York et al., 2000; Stoughton et al., 2002; Abazajian et al., 2003, 2004, 2005; Adelman-McCarthy et al., 2006, 2007) は、現在観測が進行中の大規模な測光及び分光 (赤方偏移) サーベイである。サーベイは、2.5m の専用望遠鏡にモザイク CCD カメラを取り付けて可視の5バンドで測光を行い、100万の銀河と10万のクエーサーのスペクトルを測定することによって大規模な3次元宇宙地図を作ることを目的としている。

4.1.1 Telescope and CCD Camera

SDSS の口径 2.5m の広視野専用望遠鏡は、アメリカのニューメキシコ州サンズポットにあるアパッチポイント天文台に設置されている (図 4.1 左)。望遠鏡には、測光/位置天文用モザイクカメラ、及びそれぞれ約 300 本の光ファイバーが接続された2つの分光器が取り付けられている。ファイバーを直径約 60cm のプレートにちょうど天体の位置にドリルで穴をあけて固定し、天体の分光が行われる。

SDSS の撮像カメラは、 2048×2048 画素の CCD を 5×6 のアレイに 30 個並べてあり、画素数は約 1.4 億画素に及ぶ (図 4.1 中央)。望遠鏡のスキャンは列にそってドリフトスキャンによって行われ、5つのアレイはそれぞれ u , g , r , i , z の5バンドで観測するため、紫外線～近赤外線までのすべての光学レンジがカバーされている (Fukugita et al., 1996; Gunn et al., 1998, 2006)。図 4.1(右) は、これらの5バンドに対する 2.5m 望遠鏡の応答曲線を表している。また、カメラには位置測定用に 24 個の CCD も使用されている。

4.1.2 Imaging and Spectroscopic Survey

SDSS の撮像サーベイ (Hogg et al., 2001; Lupton et al., 2001; Pier et al., 2003; Ivezić et al., 2004; Smith et al., 2002; Tucker et al., 2006) は、最終目標として、北天の $\sim 10,000 \text{ deg}^2$ という広領域と南天の3本のストライプを観測する。北天は主に銀緯 $> 30^\circ$ をサーベイしているが、図 4.2 に示したように SFD マップ (Schlegel et al., 1998) を用いて銀河減光の影響が最も小さい領域が選ばれており、その結果サーベイ領域は楕円となっている。南天は、赤道上 ($\delta = 0^\circ$) とその上下に

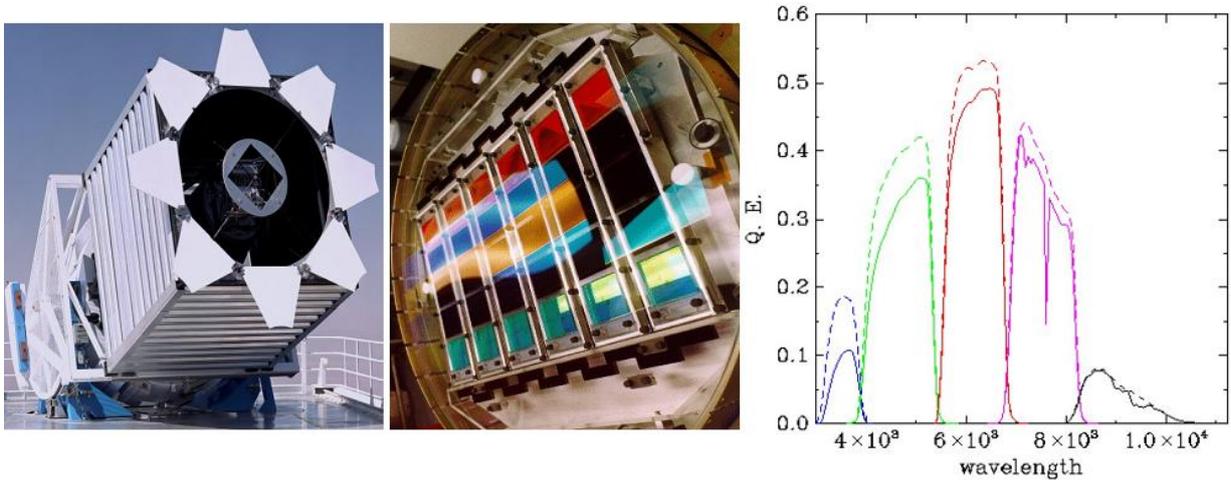


図 4.1: (左) ニューメキシコ州のアパッチポイント天文台に設置されている口径 2.5m の SDSS 望遠鏡 (<http://www.sdss.org>). (中央) 5×6 のアレイに並んだ CCD カメラ (<http://www.sdss.org>), (右) SDSS の 5 バンドに対するサーベイフィルタの応答曲線 (Stoughton et al., 2002). 波長に対する量子効率を表しており, 左から右へ u , g , r , i , z バンドに対応している. 実線は大気の影響を補正した値を示している.

1 本ずつ横たわっている. こちらのストライプは, 何度も同じ場所を観測することによって北天よりも約 2 等級暗い天体まで見つけることができる. 図 4.3 の上側は, SDSS の最新のデータリリースである Data Release 6 (DR6; Adelman-McCarthy et al., 2007) の撮像サーベイ領域を示している. DR6 は $\simeq 8,000 \text{ deg}^2$ の領域に渡って, 5 バンドで約 2.2 億の天体の撮像データを含んでいる.

天体の撮像データは, スペクトルを取る天体を種類ごとに一様に選ぶために使われる (Blanton et al., 2003a). 分光サーベイは, まず通常の銀河 (MAIN; Strauss et al., 2002) と明るく赤い銀河 (Luminous Red Galaxy; LRG; Eisenstein et al., 2001) の 2 種類の銀河サンプルが含まれる. 最終的には, 9×10^5 個の MAIN サンプルと, $\sim 10^5$ 個の LRG サンプルのスペクトルが得られる予定である. MAIN サンプルは, 低赤方偏移 $z \lesssim 0.2$ に存在する銀河を非常に高い数密度で得ることができる. 一方で, LRG サンプルは数密度は MAIN サンプルより低いものの, $z \sim 0.5$ 程度の深宇宙まで一様にトレースすることができる. それ以外にも, $\sim 10^5$ 個のクエーサー (Quasar; QSO; Richards, 2002), $\sim 8 \times 10^7$ 個の星, そして多数の小惑星もターゲットの天体である.

本研究で用いる 2 種類の銀河サンプルのターゲットセレクションについては, 4.2 節と 4.3 節で詳しく解説する.

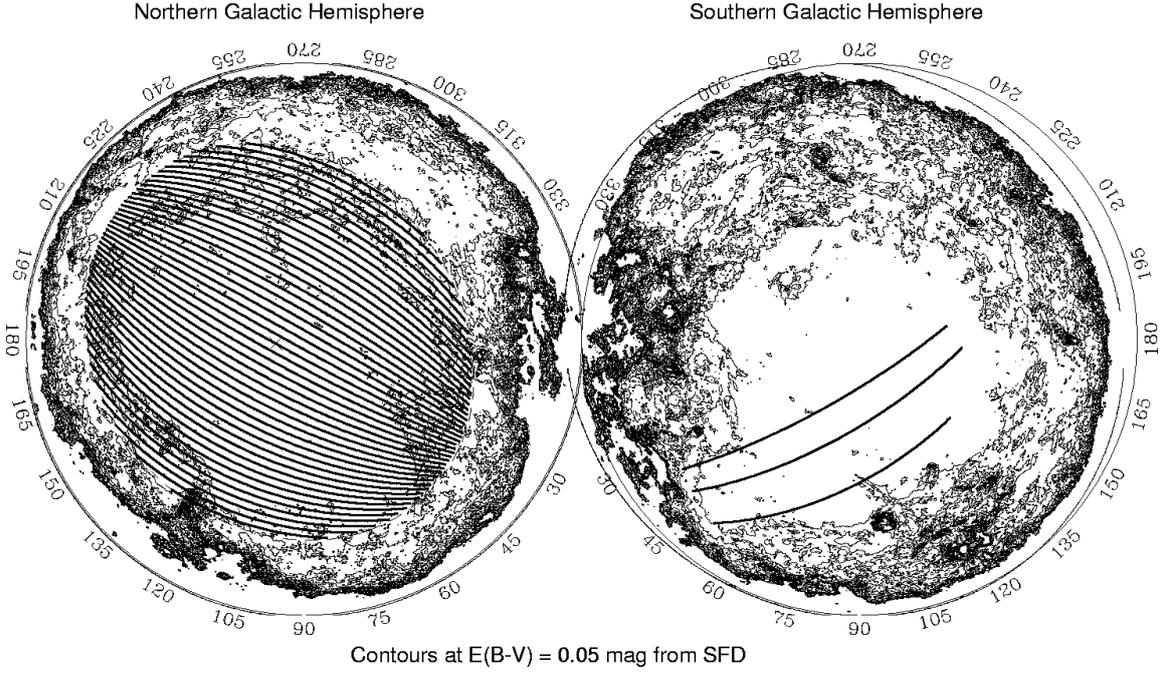


図 4.2: 北天 (左) と南天 (右) に射影した SDSS のサーベイ領域 (York et al., 2000). 図中の線はスキャンされたストライプを示しており, コントアは SFD による減光マップを示している.

4.1.3 Petrosian Quantities

銀河の全フラックスを決定するのは, 銀河の端をどのように定義するかによって異なるので一般には難しい. そこで, ある半径における有限の領域の面輝度とその内部での平均の値の比をとるのが便利である. そこで, Petrosian (1976) によって導入されたペトロシアン等級という量を用いて銀河のフラックスを定義する.

まず 銀河中心からの角度距離を θ として, $I(\theta)$ を方位角方向に平均した銀河の面輝度プロファイルとする. そして, ペトロシアン比 $\mathcal{R}(\theta)$ という量を次のように定義する:

$$\mathcal{R}(\theta) \equiv \frac{2\pi \int_{0.8\theta}^{1.25\theta} I(\theta')\theta' d\theta'}{\{ \pi[(1.25\theta)^2 - (0.8\theta)^2] \}} \cdot \frac{2\pi \int_0^\theta I(\theta')\theta' d\theta'}{\pi\theta^2}. \quad (4.1)$$

すなわち $\mathcal{R}(\theta)$ は, ある半径 θ での局所的な平均表面輝度と, その半径以内の平均表面輝度の比ということになる. θ を動かすとペトロシアン比は変化するが, ペトロシアン半径 θ_P を

$$\mathcal{R}(\theta_P) \equiv f_1 = 0.2 \quad (4.2)$$

と定義する. そしてペトロシアン・フラックス F_P を, 半径 $f_2 \times \theta_P$ 内のフラックスと定義する:

$$F_P \equiv 2\pi \int_0^{f_2\theta_P} I(\theta')\theta' d\theta' \quad (4.3)$$

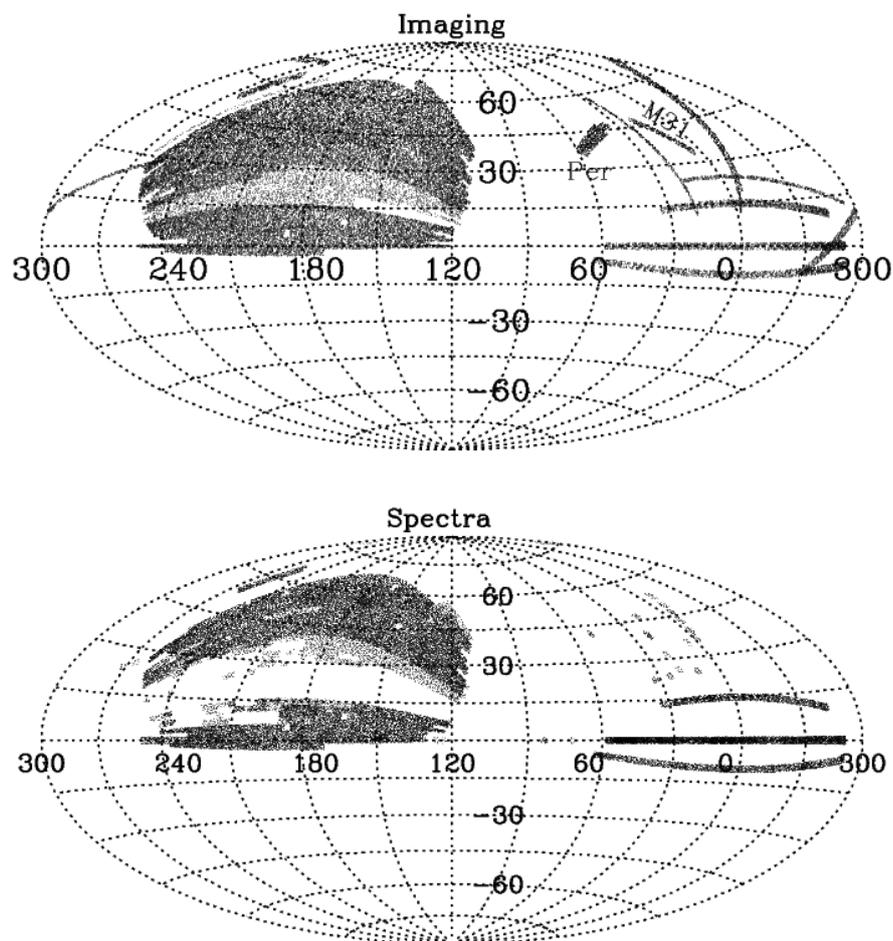


図 4.3: SDSS の 5 年目のデータリリース (DR5) における撮像 (上) と分光 (下) サーベイ領域 (Adelman-McCarthy et al., 2007). 色の薄い領域が, DR5 によって新たにサーベイされた箇所を示している.

経験的に, 銀河全体の光度を測定する場合はペトロシアン半径を 2 倍すればよいことが知られているため, $f_2 = 2$ を採用する. そして通常フラックスと等級の関係式を用いて, ペトロシアン等級 r_p が,

$$r_p = -2.5 \log(F_p/F_0) \quad (4.4)$$

と与えられる. 最後に面輝度に関する定義を行っておく. θ_{50} をペトロシアン・フラックスの半分の値となる半径として定義する:

$$\int_0^{\theta_{50}} I(\theta') \theta' d\theta' = 0.5 \int_0^{f_2 \theta_P} I(\theta') \theta' d\theta' \quad (4.5)$$

すると, この半径内の平均面輝度 μ_{50} は,

$$\mu_{50} = r_P + 2.5 \log(2\pi\theta_{50}^2) \quad (4.6)$$

と与えられる.

4.2 Target Selection of Main Galaxies

MAIN サンプルに対するターゲットセレクションのアルゴリズムを図 4.5 に示す. まず, r バンドで観測された天体のみから, PSF フィルターでスムージングをかけた後に $5-\sigma$ 以上のシグナルをもつ銀河を選択する. このセレクションを適用する前に, SFD マップに従って減光の影響を差し引く. ある波長 λ での減光の等級を A_λ と書くと, よく知られた等級と距離の関係式は以下のように修正される:

$$m_\lambda - M_\lambda = 5 \log R - 5 + A_\lambda. \quad (4.7)$$

そして, ペトロシアン等級への補正は,

$$r_P \rightarrow r_p - 2.75E(B - V) \quad (4.8)$$

と表される. $E(B - V)$ は色超過と呼ばれ, B バンドと V バンドの減光量の差 $A_B - A_V$ である. 2.75 というファクターは SFD マップによって測定した赤化の量を r バンドでの量に変換する際に現れる. SDSS では, 典型的に $0 \leq 2.75E(B - V) \leq 0.15$ となる. MAIN サンプルの限界等級は $r_p = 17.7$ と定めており, これは 1 deg^2 あたり 90 個という密度に対応している.

次に星と銀河の分離を行う必要がある (Scranton et al., 2002). これは, 星と銀河のそれぞれについて等級のモデリングを行いそれらと比較するという手法をとる. 天体を観測し, それを星のような点源の関数 (point spread function ; PSF) と銀河の面輝度プロファイルモデル,

$$I(\theta) = I_0 \exp[-1.68(\theta/\theta_e)] \quad : \textit{face-on exponential disk} \quad (4.9)$$

$$I(\theta) = I_0 \exp[-7.67(\theta/\theta_e)^{-1/4}] \quad : \textit{de Vaucouleurs profile} \quad (4.10)$$

のそれぞれにフィッティングを行う. そして, 銀河ターゲットは

$$\Delta_{\text{SG}} \equiv r_{\text{PSF}} - r_{\text{model}} \geq 0.3 \quad (4.11)$$

の基準を満たすものが選ばれる. 図 4.4 は 17.8 等級より明るい天体の数と r_p の値を Δ_{SG} の関数として表したものを示している.

4.3 Target Selection of Luminous Red Galaxies

4.3.1 Photometric Redshift

銀河の分光サーベイを行うには, まず撮像による銀河の同定が必要である. 銀河はスペクトルエネルギー分布 (SED; spectral energy distribution) の変化が規則的なので, その色から赤方偏移を

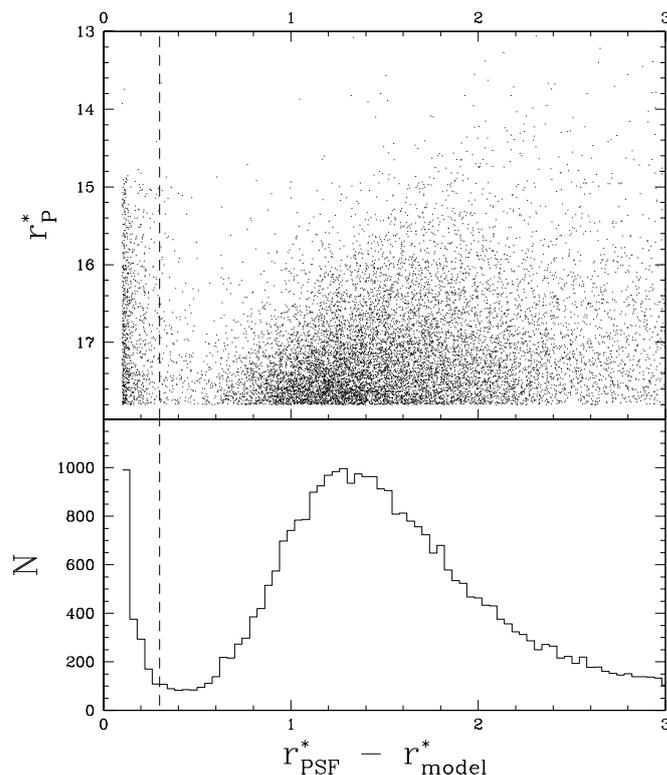


図 4.4: r バンドでの PSF とモデル等級の差に対するペトロシアン等級と天体の数 (Strauss et al., 2002)

推定することができる。こうやって見積もった測光的赤方偏移には誤差があるので、LRG の同定が複雑になる。

LRG のような早期型銀河は 4000\AA に特徴的な break が存在するため、その SED を調べることによって赤方偏移を見積もる。 $z < 0.38$ ではこの break は SDSS の g バンドで観測することになるため、 $g - r$ の色が赤方偏移の優れた距離指標となる。実際には break の強さが銀河ごとに異なるため、break の位置 (すなわち赤方偏移) と振幅の間に縮退が現れる。この縮退を解くために、 $r - i$ の色も用いて 2 次元色空間を考える。しかし図 4.6 に示したように、 $z < 0.4$ では依然として SED に縮退が存在する。高赤方偏移の晩期型 SED と低赤方偏移の早期型 SED が同じ 2 次元色分布をしているためである。この縮退を解くために、2 次元色分布に加えて等級の分布も用いて縮退を解くことを行う。一方で、 $z > 0.38$ では 4000\AA break は長波長側にシフトして r バンドに入ってくる。SDSS では r バンドの感度が良く、 $r \sim 19.5$ 等級程度の暗さの銀河まで $g - r$ の色を測定することができる。

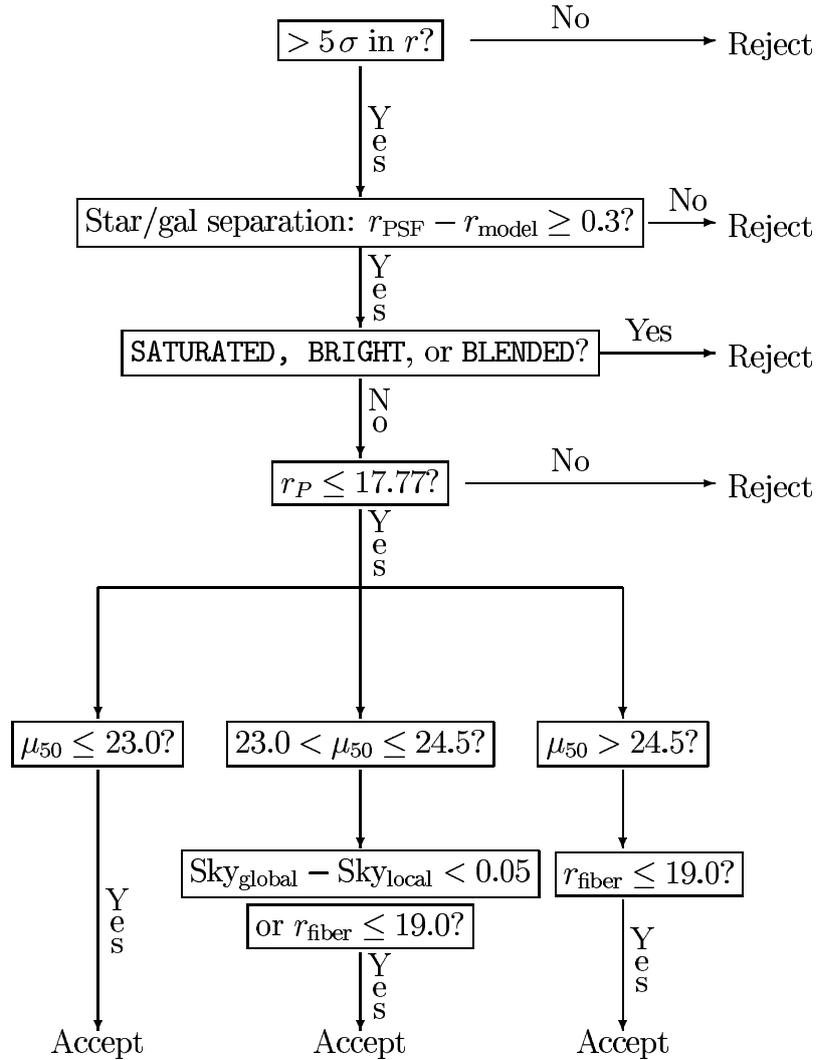


図 4.5: MAIN サンプルの target selection における流れ (Strauss et al., 2002))

4.3.2 Selection Cuts

このような事情により、 $z \approx 0.4$ を境にセレクションの方法が大きく異なるため、ターゲットの 80 ~ 85% を占める $z < 0.4$ の銀河の選択を cut I と呼び、残りの 15 ~ 20% を占める $z > 0.4$ の選択を cut II と呼んで区別することにする。

両方のカットに対して、フラックスや表面輝度を定める際には r バンドでのペトロシアン等級 (Petrosian, 1976) を用いる。銀河と星の分離についても、MAIN サンプルの場合と同じようにモデル等級と PSF 等級の差を取るによって行うが、そのしきい値は MAIN サンプルのものとは異なる。等級と色に対する減光の効果は、SFD マップ (Schlegel et al., 1998) を使って補正される。

$(g - r) \times (r - i)$ の 2 次元平面では $z < 0.4$ における銀河の色の線形の軌跡は、早期型と晩期型の銀河の間に強い縮退が存在する。そのため、軌跡に平行な方向とそれに垂直な方向の 2 軸をもつ

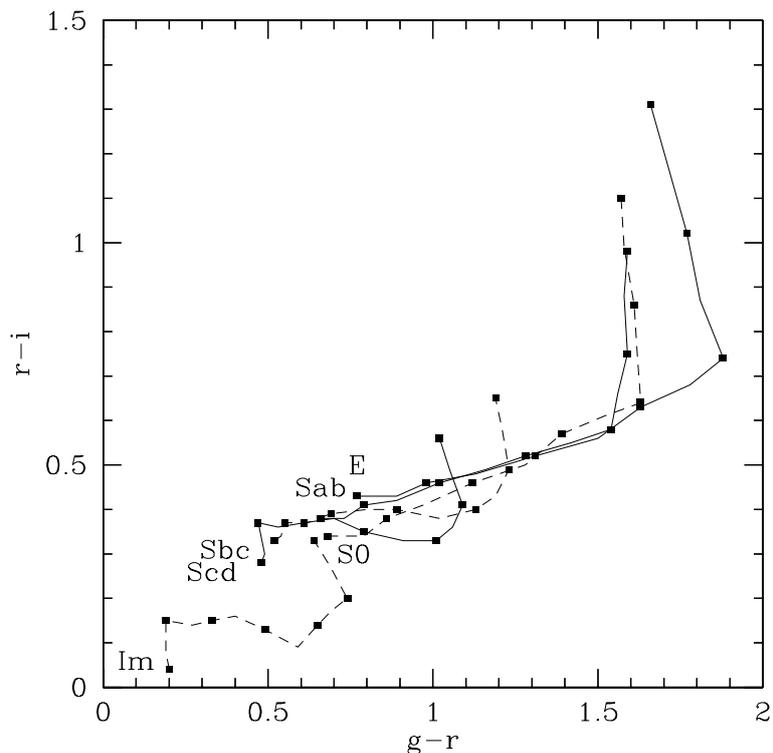


図 4.6: 6 種類の進化しない SED に対する $g-r$ vs $r-i$ の 2 次元色ダイアグラムにおける赤方偏移進化 (Eisenstein et al., 2001). ラベルに近い端の点が $z = 0.1$ を表し, 0.1 ずつ増えて最後が $z = 0.6$ の点となっている. 低赤方偏移側では, 依然測光赤方偏移に縮退が存在する.

回転座標系を新たに定義する:

$$c_{\perp} = (r-i) - \frac{1}{4}(g-r) - 0.18 \quad : \text{perpendicular to the locus} \quad (4.12)$$

$$c_{\parallel} = 0.7(g-r) + 1.2[(r-i) - 0.18] \quad : \text{parallel to the locus} \quad (4.13)$$

式 (4.13) の勾配は, 原理的には c_{\parallel} のエラーを最小にするように天体ごとに選ぶ値であるが, 実際には軌跡が完全に線上に乗っているわけではないことから, この勾配の選び方にはあまりよらないため, 0.7 という値に固定する.

新しい座標軸, 式 (4.12), (4.13) を用いて Cut I, II に対するターゲットの選択の基準を以下で定める.

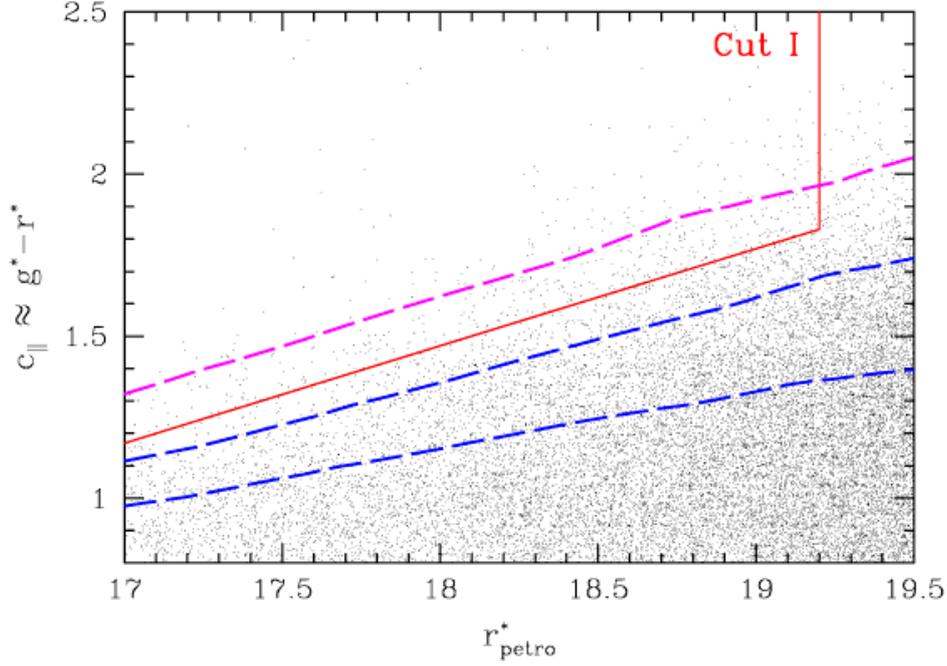


図 4.7: ペトロシアン等級と $c_{\parallel} \approx g-r$ に対する LRG の分布 (Eisenstein et al., 2001). 実線が Cut I の領域を示している. 3本の破線が, モデルによって予言される銀河の軌跡であり, 1番上の破線が受動的に進化させた場合のモデルに対応している.

Cut I

Cut I は赤方偏移の指標として c_{\parallel} を使い, c_{\parallel} に対する r の軌跡を考える. 今の赤方偏移の範囲では, 図 4.6 に示したようにほぼ線形となるために, 次の条件を満たす天体を選び出すことにする:

$$r_P < 13.1 + c_{\parallel}/0.3 \quad : \text{ luminosity cut} \quad (4.14)$$

$$r_P < 19.2 \quad : \text{ flux cut} \quad (4.15)$$

$$|c_{\perp}| < 0.2 \quad : \text{ color cut} \quad (4.16)$$

$$\mu_{50} < 24.2 \text{ mag arcsec}^{-2} \quad : \text{ low mean surface brightness} \quad (4.17)$$

$$r_{\text{psf}} - r_{\text{model}} > 0.3 \quad : \text{ star-galaxy separation} \quad (4.18)$$

μ_{50} は式 (4.6) で定義される half-light Petrosian radius 内の平均面密度である. 式 (4.14) が最も重要な条件であり, この条件式が主に光度のしきい値を赤方偏移の関数として表している. 例えば, c_{\parallel} を 0.01 シフトさせる, すなわち r_P を 0.03 シフトさせると selection にかかる銀河の数が 10% 変化する (図 4.7).

高赤方偏移側にある青い銀河と低赤方偏移側にある赤い銀河は観測すると同じ色になるため, c_{\parallel} のみの制限では銀河の赤方偏移を知るには十分ではない. しかし実際には, cut I による選択は非

常に有効なものとなっている。その理由は、選択の条件を色と光度の関数として考えたことによるものであり、測光赤方偏移の精度によるものではない。

最後に、LRG と MAIN の両方の基準をクリアした低赤方偏移の天体に関して言及しておく。線形の色-等級カットは、低赤方偏移の早期型銀河に対しては良い近似を与えない。 $z < 0.15$ においては、絶対光度が非常に暗い天体まで LRG の基準をクリアさせることになってしまう。そのため、 $z < 0.15$ における MAIN サンプルから LRG を抜き出すには更なる選択によるカットが必要となるが、本研究では $z > 0.16$ のサンプルしか用いないためこの問題は重要ではない。

Cut II

Cut II は $(g - r) \times (r - i)$ の 2 次元平面で線形の軌跡から離れた銀河を同定することによって LRG を選択する。この赤方偏移の領域では z と SED は独立に制限できるので、セレクションは比較的容易である。ただ、線形の軌跡から外れてしまった $0.4 < z$ の銀河や晩期型の星などのコンタミネーションが問題となる。

cut II は、次の条件を満たす天体を選ぶ；

$$r_p < 19.5 \quad : \text{flux cut} \quad (4.19)$$

$$c_{\parallel} > 0.45 - [(g - r)/6] \quad : \text{color cut} \quad (4.20)$$

$$(g - r) > 1.30 + 0.25(r - i) \quad : \text{color cut} \quad (4.21)$$

$$\mu_{50} < 24.2 \text{ mag arcsec}^{-2} \quad : \text{low mean surface brightness} \quad (4.22)$$

$$r_{\text{psf}} - r_{\text{model}} > 0.5 \quad : \text{star-galaxy separation} \quad (4.23)$$

式(4.19)のフラックス限界は、暗い天体はスペクトルに十分な S/N が得られないことによる。volume-limited なサンプルとなるように選択する Cut I と違い、Cut II によって選択された天体は flux-limited なサンプルとなる。また、低赤方偏移の軌跡から分離するのに必要な c_{\perp} のしきい値によって、Cut II は $z \gtrsim 0.43$ に制限されてしまうが、Cut I は c_{\parallel} の定義によって $0.38 < z < 0.44$ の銀河を多数含んでいる。

Spectroscopic Sample

上述のような $z \sim 0.4$ を境にした 2 種類の選択の方法が適用され、得られた初期の LRG サンプルを図 4.8 に示す。 $z \sim 0.4$ 付近までは一定の共動数密度が得られており、期待どおり volume-limited に近いサンプルが得られている。 $z > 0.4$ では flux-limited なサンプルとなっているが、赤い銀河が正しく選択されている。本研究で我々が用いた LRG サンプルに関しては、5.2 節で説明する。

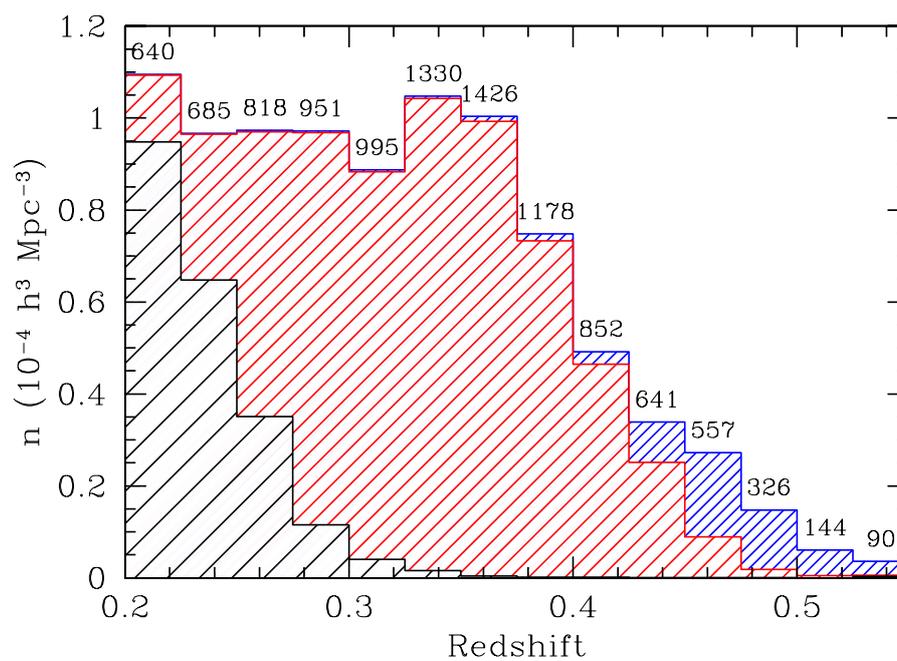


図 4.8: 2 種類のセレクションカットによって選ばれた LRG サンプルの共動数密度 (Eisenstein et al., 2001). 3 つのヒストグラムは, 左から MAIN サンプルから Cut I によって選ばれた LRG, Cut I によって選ばれた MAIN サンプルではない LRG, そして Cut II によって選ばれた LRG を表している.

第5章 Large-scale Anisotropic Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies

5.1 Introduction

バリオン音響振動は近年になって宇宙の銀河分布の中に観測され、多くのグループによって解析され始めた。それは、図 1.3 に示した SDSS LRG サンプルの相関関数 (Eisenstein et al., 2005) を始めとして、SDSS LRG のパワースペクトル (Hütsi, 2006a,b; Tegmark et al., 2006; Percival et al., 2007a,b), そして 2dF サーベイのパワースペクトル (Cole et al., 2005) などである。また、測光赤方偏移による LRG の角度パワースペクトル (Padmanabhan et al., 2007; Blake et al., 2006) においても検出された。さらに、SDSS クエーサーサンプルにもバリオン振動の兆候が見られた (Yahata et al., 2005)。これらの観測は、CMB や Ia 型超新星と相補的に、バリオン振動を宇宙論パラメータを制限する手法として確立した。

バリオン振動のシグナルは非常に弱く、 $100h^{-1}\text{Mpc}$ という大スケールにおける構造であるため、非常に広いサーベイ体積が必要となる (Eisenstein et al., 1998; Matsubara & Szalay, 2001; Eisenstein et al., 2005)。そのため、現行のサーベイの中では、SDSS LRG が最適なサンプルであると考えられる。図 5.1 は、Tegmark et al. (2006) によって計算された LRG のパワースペクトルである。Tegmark et al. (2006) は LRG のパワースペクトルを WMAP の 3 年分の温度ゆらぎパワースペクトルのデータと組み合わせることによって、宇宙論パラメータに強い制限を与えた。図 5.2 は、非常に小さいスケールからバリオン振動を含む大スケールまでにわたる LRG の相関関数のプロットである。 $100h^{-1}\text{Mpc}$ 付近のプロットは、図 1.3 と同じデータである。

一方で、非等方相関関数を用いた解析は、2dF の銀河やクエーサーサンプルを用いて精力的に研究されている。Peacock et al. (2001) や Hawkins et al. (2003) は、2dF サーベイの銀河分布の非等方相関関数を計算し、赤方偏移変形の情報を用いて宇宙論パラメータに制限を与えた。しかし彼らは、バリオン振動スケールよりずっと小スケールの情報のみを用い、幾何学的変形の効果は考慮しなかった。一方で、Hoyle et al. (2002) や Outram et al. (2004) は、2dF クエーサーサンプルの相関関数によって幾何学的変形を考慮して宇宙定数に制限を加えたが、依然としてバリオン振動スケールより小さいスケールに着目していたため、Kaiser 効果との縮退は解けなかった。図 5.3 に、2dF-SDSS LRG and QSO サーベイ (2SLAQ; Cannon et al., 2006) から得られた、2dF と SDSS の

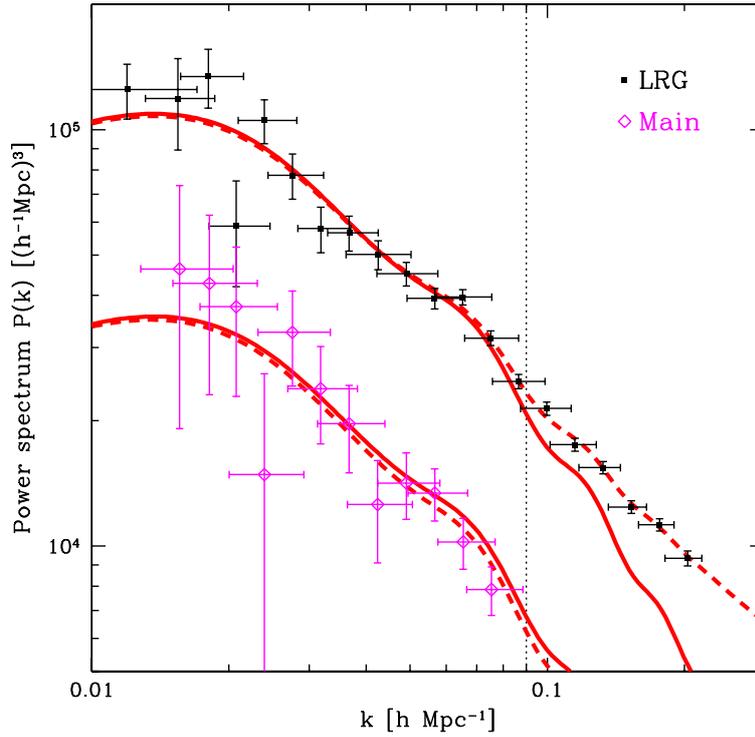


図 5.1: SDSS LRG サンプルの 1 変数パワースペクトル (Tegmark et al., 2006). 比較のために, MAIN サンプルのパワースペクトルもプロットされている.

LRG とクエーサーを組み合わせたサンプルから計算された比較的新しい非等方相関関数のプロットを示しておく (Ross et al., 2007).

本章では Okumura et al. (2008) に従って上記の先行研究を大きく改善することを行う. 我々はバリオン音響振動の 2 次元的構造に着目して SDSS LRG サンプルの大スケールにおける非等方相関関数を計算し, そして宇宙モデルへの制限を行う.

5.2 Statistically Homogeneous LRG Sample

今回の解析では, 3853 deg^2 , $0.16 < z < 0.47$ に存在する 46,760 個の LRG サンプルを用いた. これは SDSS LRG のクラスタリング解析の先行研究 (Zehavi et al. 2005, Eisenstein et al. 2005, Masjedi et al. 2006) と同じサンプルである. 天球面上の領域は `lss_sample14` (Blanton et al., 2005) と同じであり, 一般に公開されているデータのうち SDSS Data Release 3 (Abazajian et al., 2004) と似たサンプルである. この LRG サンプルは, 静止系での g バンドで $-23.2 < M_g < -21.2$ ($H_0 = 100 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$) の絶対光度をもち, $K + E$ 補正も考慮に入れて平均の赤方偏移 0.3 まで passive に銀河を進化させている (Blanton et al., 2003b). その結果, サンプルの共動数密

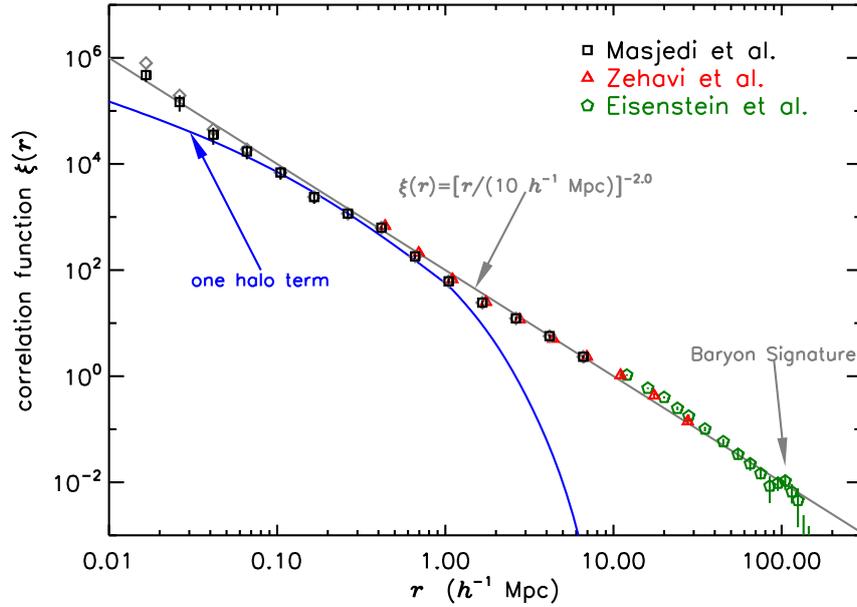


図 5.2: SDSS LRG サンプルの小スケールから大スケールに渡る相関関数 (Masjedi et al., 2006). 大スケールのプロットは Eisenstein et al. (2005), 中間スケールのプロットは Zehavi et al. (2005) によるものである.

度は狭い絶対光度カットによって $z = 0.36$ までほぼ一定, すなわち volume-limited なサンプルとなっており, $z > 0.36$ でフラックス限界によって徐々に小さくなる (図 5.4). もし M_g の範囲をさらに狭めて $-23.2 < M_g < -21.2$ の LRG だけを選び出せば, 銀河数は約 1/4 まで少なくなるが完全に volume-limited なサンプルを作成することができる (Zehavi et al., 2005, 図 2). 視線方向及び角度方向の選択関数, 観測のファイバーの衝突, あるいは観測されなかったプレートについては Zehavi et al. (2005) で議論されている方法によってモデリングあるいは補正されている.

5.3 Measuring the Anisotropic Correlation Function

サーベイの形状を考慮に入れて相関関数を計算するためには, 実際のサンプルと同じ形状でクラスタリングのないランダムな銀河分布を人工的に作る必要がある. 典型的には, ランダムな銀河は実際のサンプルの約 10 倍の数が必要で, それら 2 つのカatalog を比較することによって相関関数を測定する (Peebles 1980). すなわち, 赤方偏移空間上の距離 \mathbf{s} における相関関数 $\xi(\mathbf{s})$ は,

$$\xi(\mathbf{s}) = \frac{DD}{RR} - 1 \quad (5.1)$$

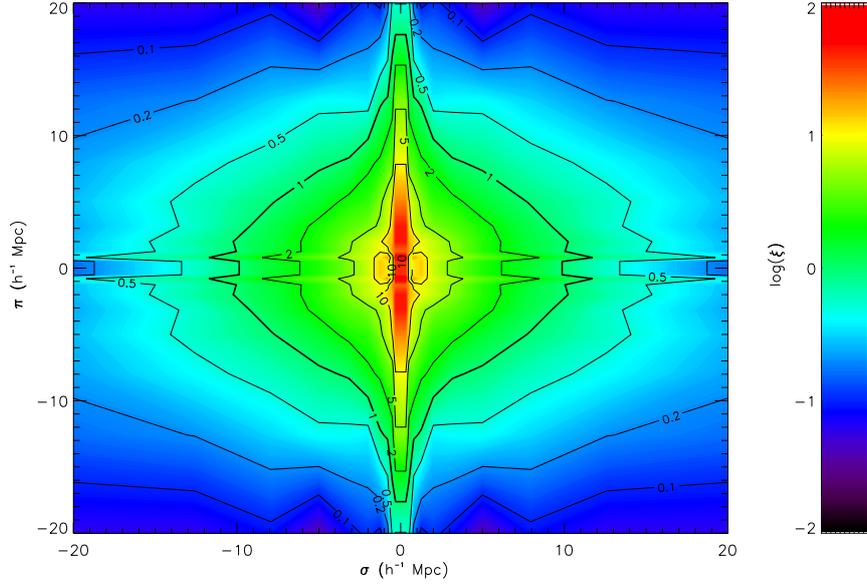


図 5.3: 2dF-SDSS LRG クエーサーサンプルから計算された比較的小スケールにおける非等方相関関数 (Ross et al., 2007). 線形領域で Kaiser 効果, それより小スケールでは finger-of-god 効果がそれぞれクリアーに検出されている.

と求めることができる. あるいは, より一般的で精錬された推定法が Landy & Szalay (1993) によって考案されており,

$$\xi(\mathbf{s}) = \frac{DD - 2DR + RR}{RR} \quad (5.2)$$

と表される. ここで DD , RR , DR はそれぞれ, \mathbf{s} の間隔に存在する銀河と銀河、ランダムとランダム、銀河とランダムのペアの数をサーベイ領域で積分して 1 となるように規格化した量である. すなわち, 銀河の数を n , ランダムデータの数を m とすると, DD , RR , DR を得る際の規格化のファクターはそれぞれ, $n(n-1)/2$, $m(m-1)/2$, nm となる.

変数 $\xi(\mathbf{s})$ は解析の際のビンの取り方に依存する. 例えば, 通常の方法では 1 次元相関関数の場合は $|\mathbf{s}| = s$ として $\xi(\mathbf{s}) = \xi(s)$ である. 本研究では非等方相関関数を測定するために, 視線方向とそれに垂直な方向の共動間隔 (s_{\perp}, s_{\parallel}) に存在するそれぞれのペアをカウントする. 我々が用いた記号のノーテーションを図 5.6 に示す. まず, それぞれの銀河までの共動距離 $x(z)$ を $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_{\Lambda} = 0.7$ の平坦宇宙を仮定して計算する. この宇宙モデルは, 観測される赤方偏移の空間から解析を行う空間へのマッピングの際にのみ用いられる. 比較を行う理論モデルに対しても同じマッピングを考慮してコンシステントに解析を行う. 赤方偏移 z_1 の銀河に対して, 図 5.6 に従って赤方偏

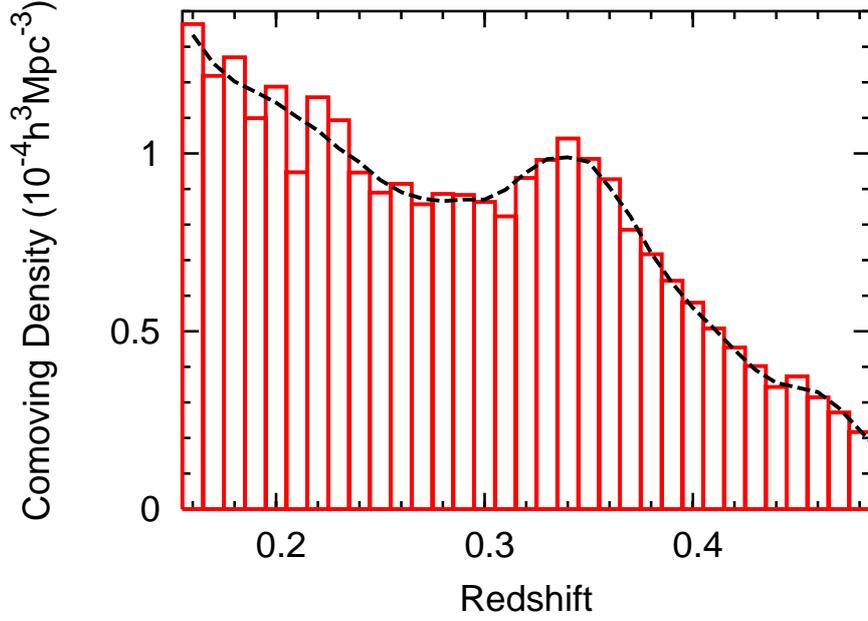


図 5.4: $-23.2 < M_g < -21.2$ の絶対光度をもつ LRG sample14 の $0.16 < z < 0.47$ の共動数密度。ヒストグラムが実際の LRG の密度，実線が選択関数に従って作成したランダム分布の密度を表す。 $z < 0.36$ では非常に一定に近い密度をもつが、それより遠方ではフラックスの限界により小さくなる。

移 z_2 の他の銀河の間隔 (s_{\perp}, s_{\parallel}) を以下のように定義する；

$$s_{\parallel} = x(z_2) \cos \theta - x(z_1), \quad (5.3)$$

$$s_{\perp} = x(z_2) \sin \theta. \quad (5.4)$$

θ は観測者から見た 2 つの銀河を見込む角度である。この視線方向の定義の仕方は、例えば Davis & Peebles (1983) で採用されているような標準的な (r_p, π) ではない (Fisher et al., 1994; Zehavi et al., 2002, も参照)。我々の定義では、ペアの銀河の両方を銀河 1 とみなして銀河 1 の方向を視線方向と定める。また、一对の銀河ペアを 2 度カウントすることになり、その結果 $(s_{\perp}, s_{\parallel})$ 空間において、特に s_{\parallel} の符号が反対のビン同士は強い相関を示すことになる。 $\theta \ll 1$ の場合はそれらのビンは全く同じ数のペアをカウントすることになるが、本研究で用いる LRG は広いサーベイ領域のために θ が十分小さいとは限らないため、異なるペアの組を含むことになる。依然、それらのビン同士の相関は強いが、この相関は以下の我々の解析方法では正しく考慮されている。

こうして、式 (5.2) に従い $\xi(s_{\perp}, s_{\parallel})$ を計算する。2 次元空間 $(s_{\perp}, s_{\parallel})$ は、 $\Delta s_{\perp}, \Delta s_{\parallel} = 10h^{-1}\text{Mpc}$ の正方形のセルに分割される。ペアをカウントする際は、分散を最小にするようなウェイトのス

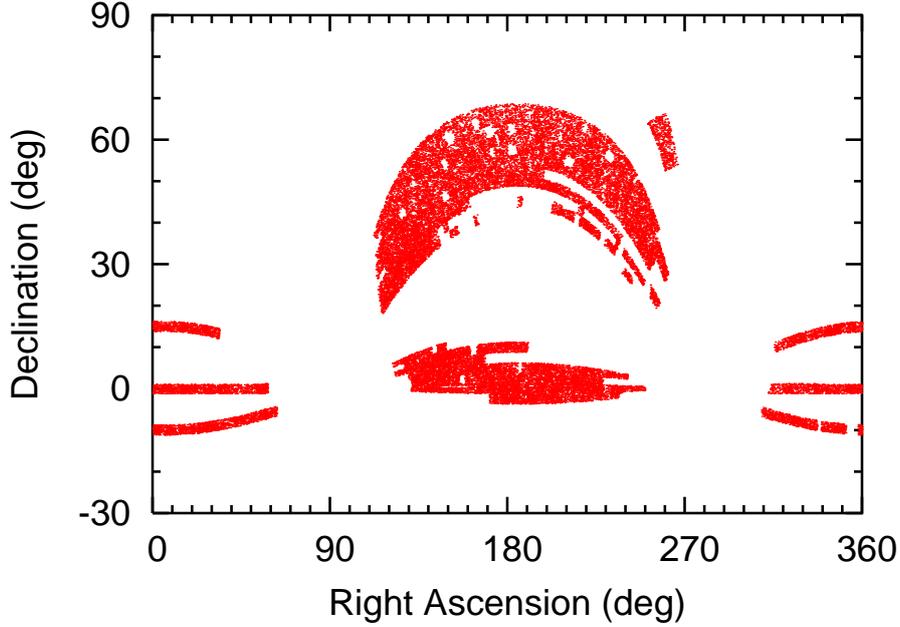


図 5.5: SDSS LRG sample14 の角度分布. 赤道座標系でプロットされており, 中央の 2 つの領域が北天, 端の 3 本のストライプが南天の分布を示している.

キームを選ぶ. 本解析では, 最も一般的に用いられている FKP ウェイト,

$$w_0(z) = \frac{1}{1 + \bar{n}(z)P_w} \quad (5.5)$$

を採用する (Feldman et al., 1994). $\bar{n}(z)$ は共動数密度, P_w は典型的なスケールにおけるパワースペクトルの値で, バリオン音響振動スケールにおける値 $P_w = 40,000h^{-1}\text{Mpc}$ を用いる. P_w の値のチェックのために, LRG のパワースペクトル解析 (Tegmark et al., 2006) で用いられた値 $P_w = 30,000h^{-1}\text{Mpc}$ も試し, LRG サンプルが非常に volume-limited に近いサンプルであるためにこの値の変化が無視できるほど小さいことを確認した.

観測された LRG から測った赤方偏移空間の非等方相関関数を図 5.7 の右半分に示す. コントアの線は $\xi(s_{\perp}, s_{\parallel})$ の値を表している. 半径 $\sim 100h^{-1}\text{Mpc}$ 付近には, バリオンリッジのシグナルが見られる. これは 1 次元相関関数におけるバリオンピークに対応するものであるが, データのノイズが大きいためシグナルはあまり強くない. クラスタリングの非等方性は, 図からも顕著に見ることができる. 視線方向に存在する銀河ペアに対して ($s_{\perp} \simeq 0$) は, 銀河の非線形な速度分散によってクラスタリングは引き延ばされる. 一方で, 大スケールのクラスタリングでは密度の高い領域に向かって銀河が落ち込むため, 視線方向に押しつぶしたような構造が観測される. 図 5.7 の左側には, Matsubara (2000, 2004) によって線形摂動論に基づいて導出された非等方相関関数の解析的公式を示している. この公式については後の 5.5 節で説明する. 観測と理論の詳細な比較は統計的な解析を必要とするが, これについては 5.6 節で説明する. 得られた非等方相関関数を角度について

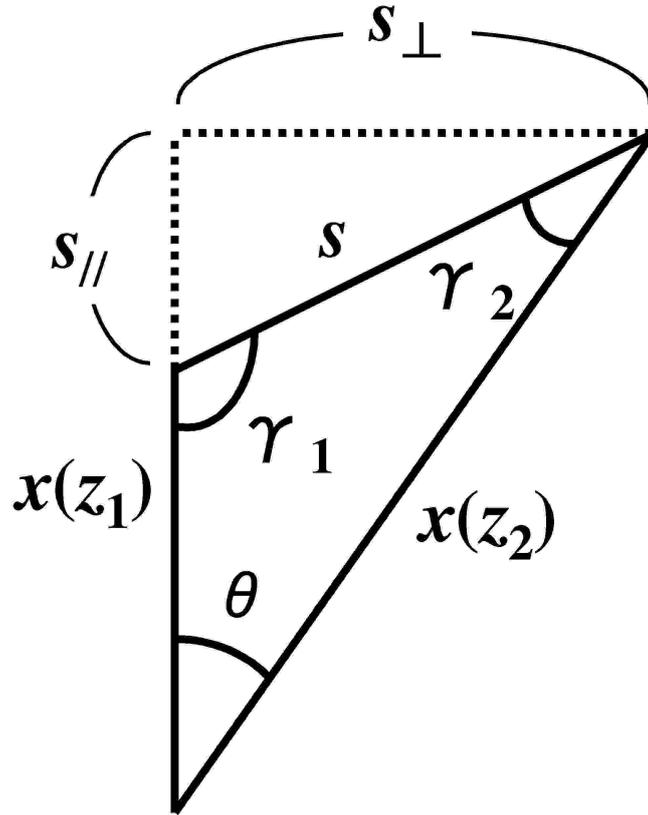


図 5.6: 銀河ペアの共動間隔 (s_{\perp}, s_{\parallel}) と赤方偏移と見込み角 (z_1, z_2, θ) の関係の概略図. 視線方向は, 銀河 1 の方向に定義される.

積分すると、通常の 1 次元相関関数 $\xi(s)$ が得られる.

5.4 Covariance Matrix

5.4.1 2nd-order Lagrangian Perturbation Theory

非等方相関関数の異なるデータのビンの間には強い相関が存在するため、厳密な統計解析には、共分散行列を計算する必要がある。観測的に共分散行列を見積もるためには、統計量のデータ点 (本研究では非等方相関関数) を超える数の独立な銀河カタログが必要となる。その数より少ないと、非正則な共分散行列が得られることになる。非等方相関関数は、約 800 のデータ点を持つため、 $\sim \mathcal{O}(10^3)$ の独立な宇宙の観測が必要となる。しかし実際には宇宙の観測は一度しかできないため、共分散行列を見積もるための様々な手法が考案されている。その中でも実際のデータ解析において度々用いられるものとして、ジャックナイフ法が挙げられる (Lupton, 1993)。これは、観測領域を N 分割し、そのうちの 1 つの領域に存在する銀河分布を全体から取り去ったものを独立な観

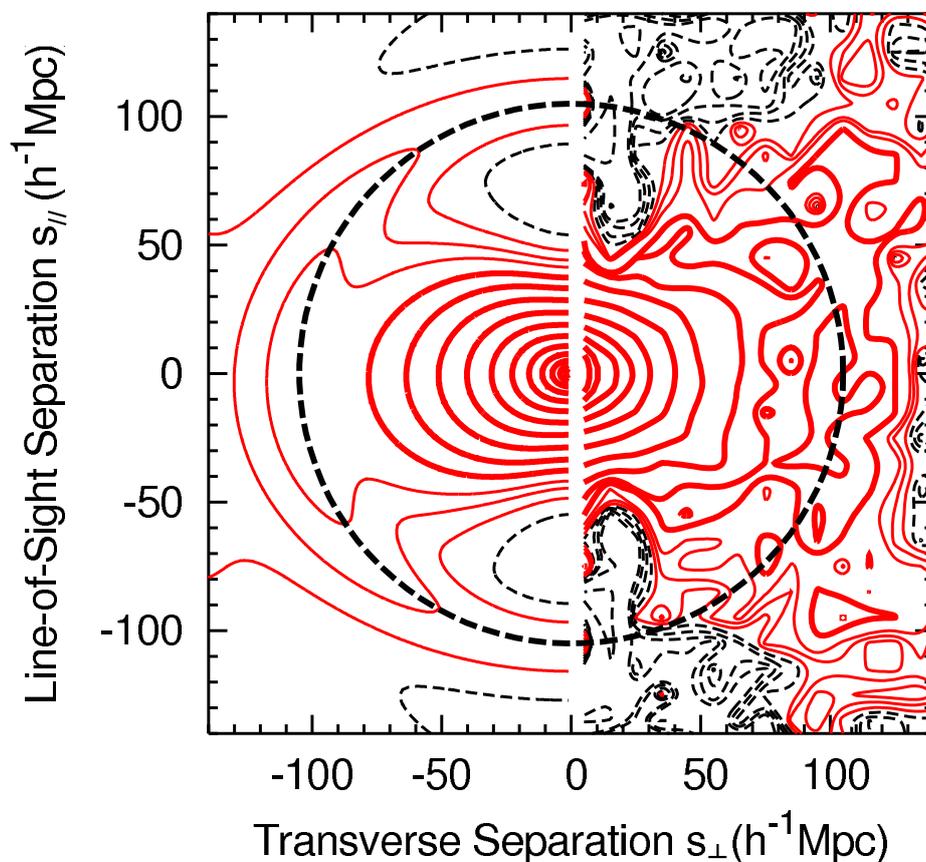


図 5.7: (右)SDSS LRG サンプルから計算した赤方偏移空間の非等方相関関数のコントアプロット, (左) 線形摂動論を用いて導出した非等方相関関数の解析的公式 (Matsubara 2004). 黒色の破線は $\xi < 0$, 赤色の細い実線は $0 \leq \xi < 0.01$, どちらもコントアの間隔は 0.0025 である. 赤色の太い実線は $0.01 \leq \xi$ で, 間隔は対数スケールで 0.25 ずつ増加する. バリオンのシグナルは $s = (s_{\perp}^2 + s_{\parallel}^2)^{1/2} \simeq 100h^{-1}\text{Mpc}$ に見られる. 半径 $\simeq 100h^{-1}\text{Mpc}$ の円は, 既に検出されているバリオンピークのスケールをプロットしている. 左側の理論曲線を描く際, $\Omega_m = 0.218$, $\Omega_b = 0.473$, $h = 0.702$, $\sigma_8 = 0.660$, $b = 1.55$, $w = -1$, そして $n_s = 1$ を仮定し, 原点の赤方偏移は観測された LRG の中心の 0.34 としてある.

測だと考える方法である。ジャックナイフ法は1回の観測のみから N 回の観測を得ることができ、それによって共分散が計算できるため、手法としても計算時間的にも容易な手法である。しかし宇宙論的な解析は、宇宙論パラメータを見積もる際にいわゆるコズミックバリエーションと呼ばれる標本分散が重要な役割を担う。ジャックナイフ法は1つの観測された銀河分布のみを用いるため、コズミックバリエーションを正しく見積もることができるか明らかではない。実際、我々は本研究においてジャックナイフ法により共分散を見積もり、以下に述べるようなより信頼できる手法から計算したものと比較した場合、前者は全スケールにおいて分散の値を大きく過小評価してしまい、その結果宇宙論パラメータへの誤差の過小評価につながってしまうことを発見した。同じような傾向がPope & Szapudi (2007) にも見られる。

コズミックバリエーションを正しく含んだ共分散行列の見積もりにおいて最良の方法は、おそらく疑似カタログを作るために必要な回数の N 体シミュレーションを走らせることである。これは非線形の物理も取り入れられて非常に厳密な方法であるが、ダークマター粒子の重力相互作用を解くことになり、それを $\sim \mathcal{O}(10^3)$ もの回数繰り返すため、数値計算上、非常に時間がかかり、現実的ではない。

本研究では、我々は共分散行列の計算に必要な疑似カタログを作るために、一般に公開されている Second-order Lagrangian Perturbation Theory (2LPT) コードを用いた (Crocce et al., 2006). 2LPT コードは、2次のラグランジュ摂動論 (2.3.3 節) を用いてダークマター粒子を分布させる。これを用いて、ガウシアン線形ゆらぎに加えて2次の非線形クラスタリングと赤方偏移変形まで含んだ分布を得ることができる。インプットのパラメータとして、 $\Omega_m = 0.27$, $\Omega_\Lambda = 0.73$, $h = 0.7$, $\sigma_8 = 0.8$ を採用し、 $(1600h^{-1}\text{Mpc})^3$ のシミュレーションボックスに 256^3 の粒子を用いた。そしてこれらのパラメータに加えて $\Omega_b = 0.045$ を仮定して、公開されている CMBfast コード (Seljak & Zaldarriaga, 1996) によって遷移関数を計算した。LRG は、強くバイアスされたサンプルであることが知られており (Zehavi et al., 2005), 2LPT から生成したカタログに銀河バイアスを植え込むために、我々は $e^{\alpha\delta}$ に比例する確率で粒子を選び出した。ここで密度ゆらぎ δ は、HOP と呼ばれる粒子分布にグループを同定するコード (Eisenstein & Hut, 1998) を用いて計算した。HOP コードの密度を計算する部分は、ワシントン大学の N -Body Shop に置かれているフリーのソフトウェアである、smooth コード¹が使われている。 α は人工的なバイアスパラメータで、観測された密度ゆらぎの振幅に合うように実験的に選ばれる。ここでは、計算した相関関数の振幅と、解析に用いる $40h^{-1}\text{Mpc}$ 以上のスケールで最もよく合う $\alpha = 1.5$ という値を採用した。そして、実際の LRG サンプルと同じ数密度、体積を持つようにシミュレーションボックスを切り取り、疑似カタログを作成した。この手法を用いると、1つの疑似カタログを約10分で作成することができる。最終的に独立な初期条件の元で、2500個の疑似カタログを作成し、それぞれにおいて相関関数を計算し、そ

¹<http://www-hpcc.astro.washington.edu/tools/smooth.html>

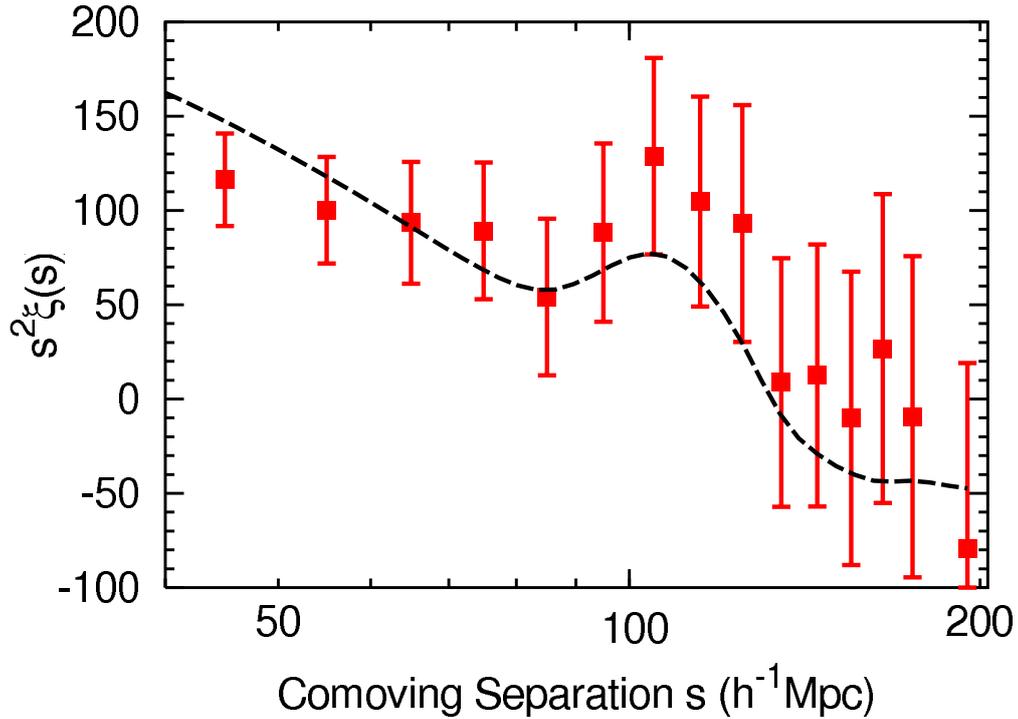


図 5.8: 観測された LRG と 2 次の摂動論から作った疑似カタログの 1 変数相関関数の比較. 横軸は対数スケールでプロットしているのに対し, 縦軸は線形スケールである. 赤の点は角度平均した LRG の相関関数で, 誤差棒は 5.4 節で記述した共分散行列の対角成分を表している. 黒の実線は, 疑似カタログから計算した相関関数の平均値を示している. これらのプロットに見られるバリオンピークは, 図 5.7 のバリオンリッジを積分することによって得られる.

して

$$(\mathbf{C})_{ij} \equiv \text{Cov}(\xi_i, \xi_j) = \frac{1}{N-1} \sum_{l=1}^N (\xi_i^l - \bar{\xi}_i)(\xi_j^l - \bar{\xi}_j), \quad (5.6)$$

によって共分散行列を計算した. $N = 2500$ は疑似カタログの数, ξ_i^l は l 番目の疑似カタログの i 番目のビンにおける相関関数の値, そして $\bar{\xi}_i$ は ξ_i^l の全カタログの平均値である. それぞれの疑似カタログから計算した相関関数を平均したものは, 観測と 1 次元 (図 5.8) 及び 2 次元 (図 5.9) の両方の解析において $1-\sigma$ の誤差の範囲でよく一致している. この疑似カタログは, 測定した LRG の相関関数の誤差の見積もりのみに用いる. すなわち, これらの図に示した平均した相関関数は以下の解析には用いない. α の値を大きくして銀河のセレクションを行うと, バリオンピークのスケールでより観測に合わせることができるとは, 逆に小スケールでの食い違いを大きくしてしまう. しかしこれは理論的予想による傾向と一致している (Eisenstein et al., 2005, 図 3).

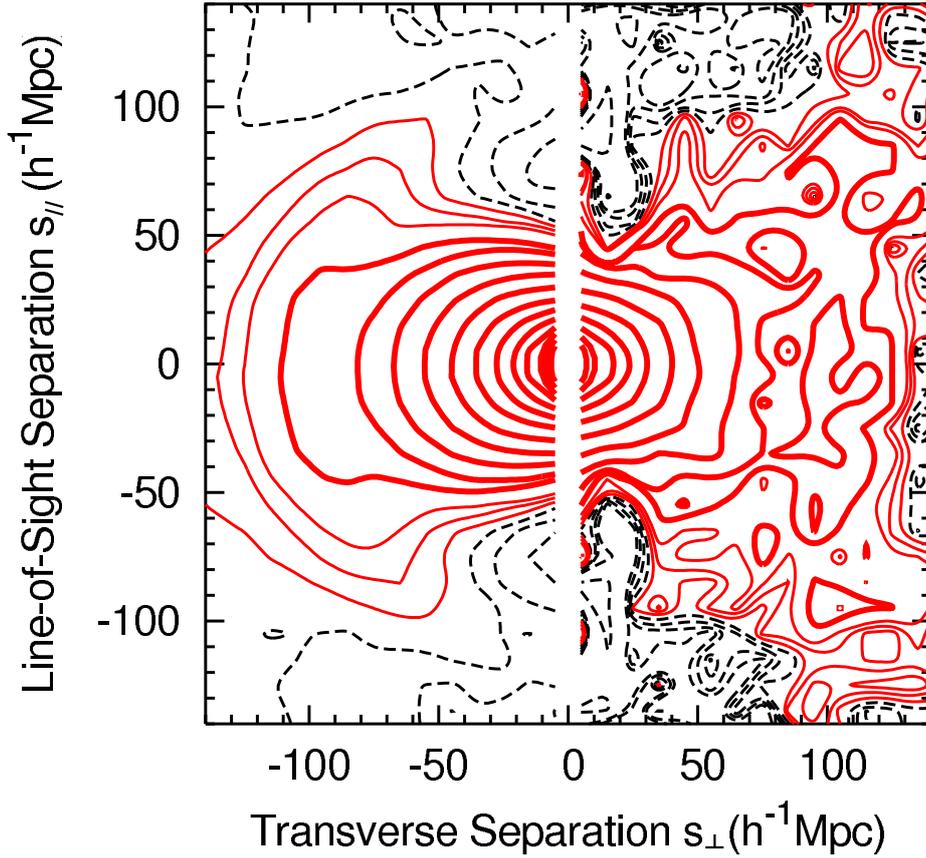


図 5.9: (右)LRG の非等方相関関数 (図 5.7 の右側と同じプロット). (左) 疑似カタログから計算した非等方相関関数を, 全カタログにわたって平均したものを, それぞれのカタログの相関関数と平均との差が共分散行列の計算に用いられる. さらにこれらのプロットを角度平均すると図 5.8 が得られる.

5.4.2 Consistency Check of the Full Covariance Matrix

我々は, 前節の方法で得られた共分散行列に対して以下のような整合性チェックを行った. まず, 作成した 2500 個の疑似カタログから 30 個の相関関数を選び出す. そしてそれぞれの相関関数を観測された LRG サンプルのものとみなして, 5.6 節で詳しく説明する χ^2 統計量を計算し, インプットの宇宙論パラメータである Ω_m と h を制限し, そしていくつの疑似カタログがインプットパラメータの値を 68% と 95% の信頼水準に含むかをチェックした. もし共分散の振幅が妥当な大きさであれば, 全ての疑似カタログから得た 68% の誤差棒のうち, 68% がインプットパラメータを含むはずである. 我々が用いた非等方相関関数 $\xi(s_\perp, s_\parallel)$ によると, 30 個の疑似カタログのうち, Ω_m に対しては 22 及び 28 個が 68% 及び 95% の信頼区間に含まれ, h に対しては 17 及び 28 個がそれぞれ含まれた. 故に, 我々が得た共分散行列は非常にリーズナブルな振幅を持ち, 以降の宇宙論パラメータの推定に適用することができると結論づけた. チェックのために 30 個のカタログしか

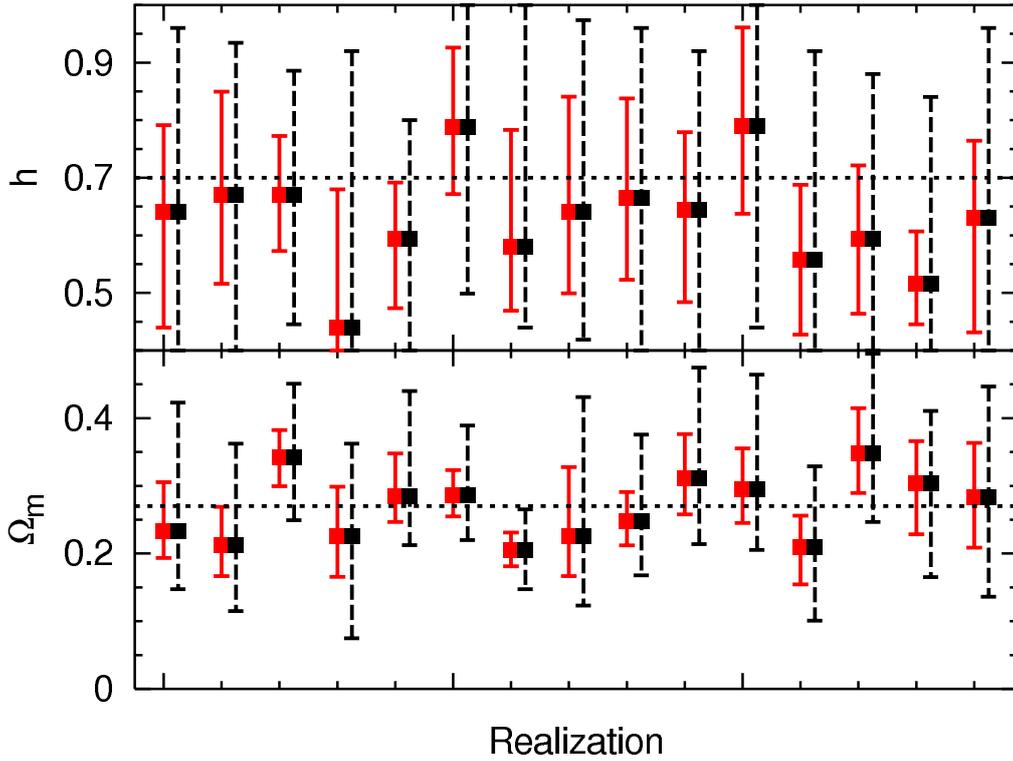


図 5.10: 15 個の疑似カタログの非等方相関関数と共分散行列に関しての, Ω_m と h のインプットの値の再現性. 横軸はそれぞれの疑似カタログを表し, 縦軸は Ω_m と h の値を示し, 水平に引いた黒の破線はそれぞれのインプットの値である. 赤の実線と黒の破線の誤差棒はそれぞれ, 68%, 95% の信頼区間を表している. これらの 15 個の結果を見ると, 68% の信頼区間については Ω_m は 10 個, h は 11 個含まれており, 95% の区間についてはそれぞれ 14 個, 15 個含まれている.

使わない理由は, 全ての疑似カタログに対してテストを行うこと, すなわちパラメータ空間において χ^2 統計量を 2500 回計算することは非常に計算時間がかかるためである. 図 5.10 は, その 30 個からランダムに選んだ 15 の結果について示している. ここで半分の結果しか示していない理由は, 30 個全ての結果をプロットすると返って図が見えにくくなるためである.

5.5 Theoretical Predictions

5.5.1 Analytical Formula of Anisotropic 2PCF

赤方偏移サーベイにおける理論的基礎は既に 3 章で行ったが, ここで本解析で重要となる理論及び用いる公式を手短にまとめる.

本解析では非等方相関関数の理論モデルとして, 線形摂動論に基づいて大角度効果 (Szalay et al., 1998) と高赤方編移における宇宙論的変形 (Matsubara & Suto, 1996) の両方を考慮して導出され

た, Matsubara (2000) の解析的公式を用いる. しかしこの公式は非常に複雑な形をしているため, 解析にそのまま用いるのは難しい. ここでは, 「相関関数が有限の値を持つスケールは, 宇宙の曲率スケールより十分に小さい」と近似する. WMAP の観測から宇宙は極めて平坦に近く (Spergel et al., 2007) 曲率半径は銀河の相関のスケールより少なくとも 20 倍大きいいため, 非常にリーズナブルな近似である. この近似によって公式は非常に簡単化し,

$$\begin{aligned} \xi(z_1, z_2, \theta) = D(z_1)D(z_2) & \left[b(z_1)b(z_2)\xi^{(0)}(z_1, z_2, \theta) + f(z_1)b(z_2)\xi^{(1)}(z_1, z_2, \theta) \right. \\ & \left. + f(z_2)b(z_1)\xi^{(1)}(z_2, z_1, \theta) + f(z_1)f(z_2)\xi^{(2)}(z_1, z_2, \theta) \right] \end{aligned} \quad (5.7)$$

と表すことができる (Matsubara, 2004). $b(z)$ は赤方偏移依存する線形バイアスパラメータ, $D(z)$ ゆらぎの線形成長率で $D(z=0) = 1$ で正規化してある. 観測される非等方相関関数 $\xi(s_\perp, s_\parallel)$ の変数とは, 図 5.6 にも表すように式 (5.3), (5.4) によって関係づいている.

式 (5.7) の右辺の $\xi^{(k)}$ は, 実空間の相関関数 $\xi_l^{(n)}$ と,

$$\xi^{(0)}(z_1, z_2, \theta) = \xi_0^{(0)}(s), \quad (5.8)$$

$$\xi^{(1)}(z_1, z_2, \theta) = \frac{1}{3}\xi_0^{(0)}(s) + A_1 \cos \gamma_1 \xi_1^{(1)}(s) + \left(\cos^2 \gamma_1 - \frac{1}{3} \right) \xi_2^{(1)}(s), \quad (5.9)$$

$$\begin{aligned} \xi^{(2)}(z_1, z_2, \theta) = & \frac{1}{15} (1 + 2 \cos^2 \theta) \xi_0^{(0)}(s) - \frac{1}{3} A_1 A_2 \cos \theta \xi_0^{(1)}(s) \\ & + \frac{1}{5} [A_1 (\cos \gamma_1 - 2 \cos \gamma_2 \cos \theta) + A_2 (\cos \gamma_2 - 2 \cos \gamma_1 \cos \theta)] \xi_1^{(1)}(s) \\ & - \frac{1}{7} \left[\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \cos^2 \theta - (\cos^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_2) + 4 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \theta \right] \xi_2^{(1)}(s) \\ & + A_1 A_2 \left(\cos \gamma_1 \cos \gamma_2 + \frac{1}{3} \cos \theta \right) \xi_2^{(2)}(s) \\ & + \frac{1}{5} [A_1 (5 \cos \gamma_1 \cos^2 \gamma_2 - \cos \gamma_1 + 2 \cos \gamma_2 \cos \theta) \\ & \quad + A_2 (5 \cos \gamma_2 \cos^2 \gamma_1 - \cos \gamma_2 + 2 \cos \gamma_1 \cos \theta)] \xi_3^{(2)}(s) \\ & + \frac{1}{7} \left[\frac{1}{5} + \frac{2}{5} \cos^2 \theta - (\cos^2 \gamma_1 + \cos^2 \gamma_2) \right. \\ & \quad \left. + 4 \cos \gamma_1 \cos \gamma_2 \cos \theta + 7 \cos^2 \gamma_1 \cos^2 \gamma_2 \right] \xi_4^{(2)}(s). \end{aligned} \quad (5.10)$$

の関係によって結びついている. 関数 $\xi_l^{(n)}$ は,

$$\xi_l^{(n)}(s) = \frac{(-1)^{n+l}}{x^{2n-l}} \int \frac{k^2 dk}{2\pi^2} \frac{j_l(kx)}{k^{2n-l}} P(k), \quad (5.11)$$

と定義される. j_l は球ベッセル関数である. 2 点間の共動距離 x_{12} の形は

$$x_{12} \simeq S_K(x_{12}) = [S^2(z_1) + S^2(z_2) - 2C(z_1)C(z_2)S(z_1)S(z_2) \cos \theta - KS^2(z_1)S^2(z_2)(1 + \cos^2 \theta)]^{1/2} \quad (5.12)$$

と与えられる. $S(z)$, $C(z)$ は,

$$S_K(x) \equiv S_K[x(z)] = \begin{cases} \frac{\sinh(\sqrt{-K}x)}{\sqrt{-K}} & K < 0 \\ x & K = 0 \\ \frac{\sin(\sqrt{K}x)}{\sqrt{K}} & K > 0 \end{cases} \quad (5.13)$$

$$C_K(x) \equiv \frac{dS_K}{dx}(z) = \begin{cases} \cosh[\sqrt{-K}x] & K < 0 \\ 1 & K = 0 \\ \cos[\sqrt{K}x(z)] & K > 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

となる. γ_1 は赤方偏移 z_1 の視線方向と2点の間隔 s の間の角, γ_2 も同様に z_2 の点の視線方向と s の間の角である (図 5.6). 球面三角法を用いると, 上記の量の間

$$\cos \gamma_1 = \frac{S(z_1)C(z_2) - C(z_1)S(z_2) \cos \theta}{S_K(x_{12})} \quad (5.15)$$

という関係があることがわかる. $\cos \gamma_{21}$ は $z_1 \leftrightarrow z_2$ の入れ替えによって得られる. A_1, A_2 は2点間のクラスタリングの赤方偏移進化や選択関数が無視できない場合に必要となり, 次のように与えられる:

$$A_1 = S_K(x_{12})H(z_1)\frac{d}{dz_1} \ln[H(z_1)D(z_1)f(z_1)n(z_1)] \quad (5.16)$$

これも同様に A_{21} は $z_1 \leftrightarrow z_2$ の入れ替えによって得られる. z_1, z_2 の差に対して, 微分の中の $H(z_1)D(z_1)f(z_1)n(z_1)$ の変化が小さければ, A_{12}, A_{21} の項は落とすことができる.

図 5.7 の左半分は, 中心の赤方偏移を 0.34 とした赤方偏移空間の非等方相関関数の理論曲線を表している. 宇宙論パラメータは, $\Omega_m = 0.218$, $\Omega_b = 0.0473$, $h = 0.702$, $\sigma_8 = 0.660$, $b = 1.55$, $n_s = 1$, $w = -1$, そして平坦宇宙を仮定している. 前の5つのパラメータは, 次節で見るように LRG の非等方相関関数によって得られたベストフィットパラメータ, そして後ろの2つのパラメータは標準の値である.

5.5.2 Cosmological Implications of Anisotropic 2PCF

本研究を通して, 簡単のために平坦宇宙モデルを仮定する. そのため, 我々がモデリングの際に考慮する宇宙論パラメータは以下の7つ, すなわち $\Omega_m, h, \Omega_b, n_s, w, \sigma_8, b$ である. 統計量への宇宙論パラメータの依存性に関しては, 3章で詳細に議論されている. ここでは解析において重要な点のみを手短に述べる.

Shape of the Mass Power Spectrum

非等方相関関数への物理的効果は大きく3種類に分けられる。1つ目は共動空間における質量パワースペクトルの形状であり、 $\Omega_m, \Omega_b, h, n_s$ に依存し、さらに振幅は正規化のパラメータ σ_8 によって決まる。スペクトル指数 n_s は大スケールでのパワースペクトルの傾きを決めるパラメータであるため、大規模構造のみからは精度良く決まらないが、CMBのパワースペクトルからよく決まる。そのためLRGサンプルのみを用いた解析では n_s は重要ではないが、次の5.6.5節でWMAPデータと組み合わせた解析を行うため、一貫性のために n_s はフリーパラメータとして扱う。

Dynamical Redshift Distortion Effect

2つ目の効果は、銀河の固有速度によって引き起こされる速度歪み、あるいは力学的赤方偏移変形と呼ばれる効果である。線形スケールの、構造を視線方向に歪ませる効果は赤方偏移変形因子 $\beta(z) = f(z)/b(z)$ に依存する。ここで $f(z) = d \ln D / d \ln a$ 、 $D(z)$ と $b(z)$ はそれぞれ、赤方偏移 z における線形成長率と線形バイアスである。 $D(z)$ は Ω_m と w に依存し、さらに平坦宇宙を仮定しているためダークエネルギーの密度パラメータは $\Omega_{DE} = 1 - \Omega_m$ と表される。しかし本解析ではパワースペクトルの振幅 σ_8 をフリーパラメータとしているため、線形成長率へのパラメータ依存性はあまり有効ではない。

Geometric Distortion Effect

3つ目の物理的効果は幾何学的変形で、ハッブルパラメータ $H(z)$ と角径距離 $D_A(z)$ 、すなわち $\Omega_m = 1 - \Omega_{DE}$ と w に依存する。赤方偏移サーベイでは距離が $h^{-1} \text{Mpc}$ の単位で測られるため、 h の依存性は消える。バリオンリッジは共動空間において等方的な構造をなすため、その非等方性は主に幾何学的変形によるものとなる。

Galaxy Biasing and Clustering Evolution Effects

本解析は線形領域の構造に着目し、簡単のためにバイアスはスケール不変かつ線形バイアスを仮定する。通常の1次元相関関数 $\xi(s)$ ではバイアス b は完全に σ_8 と縮退するが、我々の用いる2次元の非等方相関関数は、赤方偏移変形パラメータ β を通して b を測ることができるため、この縮退をある程度解くことができる。以下の解析では、我々は σ_8 と b を独立なパラメータとして扱うこととする。これらの代わりに、観測とより密接に関連した β と $b\sigma_8$ を独立なパラメータと選ぶこともできるが、これらの選択は以下の結果に影響を与えない。

我々は、観測したLRGの相関関数を、平均の赤方偏移 $z = 0.34$ における関数と考えている。そのため、サーベイ体積内におけるクラスタリングとバイアスの進化を無視していることになる。厳密に言うと、進化の効果は広い赤方偏移の範囲をもつ大規模な赤方偏移サーベイにおいては無視

できない (Yamamoto & Suto, 1999). 例えば, SDSS クエーサーサンプルにおいては進化の効果が顕著に現れる (Yahata et al., 2005). しかし我々の用いる LRG サンプルの範囲は, クエーサー ($0.16 < z < 2.24$) に比べても比較的小さい. また, 観測された非等方相関関数の S/N はあまり高くない. 確かに, サーベイの端から $z = 0.34$ までで密度ゆらぎの進化の 20% 弱程度あるが, 非等方相関関数及び宇宙論パラメータの制限への影響はエラーのレベルよりも無視できるほど小さい.

Wide-Angle Effect

LRG サンプルの平均の赤方偏移は $z \sim 0.34$ で, 我々が考慮するクラスタリングのスケールは 5.6 節で見ると $200h^{-1}\text{Mpc}$ までである. すなわち, 観測者から 2 つの銀河を見込む角度 (図 5.6 の θ) は最大で $\approx 12^\circ$ となる. 大角度効果は無視する近似は $\gtrsim 10^\circ$ では正しくないため, SDSS LRG サンプルの解析ではこの一般的な公式を用いることが望ましい.

解析に用いる LRG サンプルに対して実際に式 (5.16) の A_i の値を計算してみると, 0.2 より小さい値をとる. そのため, 積 $A_1 A_2$ の入る項は無視できるほど小さくなる. さらに, A_1 と A_2 のどちらかを含む項は, distant-observer 近似を仮定すると消える. 大角度効果は重要であるがそれほど大きくはないため, これらの項は落とすことにする. 最終的に大角度効果は残った項に含まれる.

5.6 Constraints on Cosmological Models

この節では, SDSS LRG サンプルの非等方相関関数によって宇宙論パラメータを制限する方法と結果を記述する. 5.6.1 節では, まず解析に必要な準備を記述と方法論を述べる. 次に 5.6.2 節で, ゆらぎの振幅に関するパラメータの縮退について議論する. 5.6.3 節で Ω_m , Ω_b , h といった基本的な宇宙論パラメータ, 5.6.4 節ではダークエネルギーの密度パラメータと状態方程式パラメータへの制限を与える. これらは全て, 他の観測とは独立に SDSS LRG のみからの制限を考える. 最後の 5.6.5 節では, WMAP の 3 年目の結果と組み合わせることによって, さらに強い制限を与えることを目標とする.

5.6.1 Setup and Methodology

宇宙論パラメータの制限は, 5.4 節で計算した共分散行列を用いて, χ^2 統計量を計算することによって行う. 5.5 節で述べたように, 平坦宇宙を仮定し, $\Omega_m (= 1 - \Omega_{\text{DE}})$, Ω_b , h , n_s , w , σ_8 , b の 7 次元パラメータ空間を考える. 観測データを理論と比較する際, まず与えたパラメータセットに対して赤方偏移空間における非等方相関関数の理論式 $\xi(z_1, z_2, \theta)$ を計算する. そしてその相関関数を, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$ を仮定することによって人工的な共動空間の相関関数 $\xi(s_\perp, s_\parallel)$ に変換する. このパラメータセットは, 5.3 節においてそれぞれの銀河までの距離を測定する際に仮定した

ものと同じ値である。このような人工的な空間を導入する理由は、赤方偏移空間で直接解析を行ってしまうと、物理的スケールが視線方向に歪んでしまうためである。

線形摂動論に基づいて導出した理論的公式 (Matsubara, 2000, 2004) は、非線形重力の効果や、finger-of-god のような非線形赤方偏移変形は含まれない。そのため、我々は $40h^{-1}\text{Mpc}$ 以下のスケールの観測された相関関数はいない。さらに、非等方相関関数の視線方向の成分はノイズが大きく (Bernstein, 1994)、また大スケールにおいても線形理論からずれることが知られているため (Scoccimarro, 2004)、視線方向のデータ ($s_{\perp} < 10h^{-1}\text{Mpc}$) も解析には用いない。最終的に、パラメータの制限は視線方向を除いた $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ の範囲で行う。一方で、線形理論を超えるシステムティックな影響をチェックするために $60 < s < 160h^{-1}\text{Mpc}$ の範囲においても解析を行う。非等方相関関数のデータのビンの数は、 $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ の範囲で 574、 $60 < s < 160h^{-1}\text{Mpc}$ の範囲で 330 である。 χ^2 統計量は、

$$\chi^2(\vec{\theta}) = \sum_{i,j}^{N_{\text{bin}}} (\xi_i^{\text{obs}} - \xi_i^{\text{model}}(\vec{\theta})) [\text{Cov}(\xi_i, \xi_j)]^{-1} (\xi_j^{\text{obs}} - \xi_j^{\text{model}}(\vec{\theta})) \quad (5.17)$$

と与えられる。 $\vec{\theta}$ は考えている宇宙論パラメータセットである。例えば、 $\vec{\theta} = (\Omega_m, \Omega_b, h, n_s, \sigma_8, b)$ の 6次元パラメータ空間を考えた場合、 χ^2 は 6変数関数となる。和は、データのビンに対してなされる。考慮する宇宙論パラメータの「最も尤もらしい値」は、式 (5.17) を最小にする値である。

あるパラメータ空間において信頼区間を制限するためには、宇宙論パラメータに対する確率分布関数を定義する必要がある。我々が興味あるのは、データから計算される尤度関数 $P(\vec{d}|\vec{\theta})$ ではなく、むしろ $\vec{\theta}$ の値、すなわち $P(\vec{\theta}|\vec{d})$ である。前者から後者の形を得るために、初等的な確率論の関係式を用いる；

$$P[B \cap A] = P[B|A]P[A] = P[A|B]P[B]. \quad (5.18)$$

$A = \vec{d}$, $B = \vec{\theta}$ とおけば、ベイズの定理として知られる

$$P[\vec{\theta}|\vec{d}] = \frac{P[\vec{d}|\vec{\theta}]P[\vec{\theta}]}{P[\vec{d}]} \quad (5.19)$$

が得られる。分母は、左辺を $\vec{\theta}$ について積分すると 1 にならないといけなことから、分子を $\vec{\theta}$ について積分したものであることがわかる。 $P[\vec{\theta}]$ は事前確率と呼ばれるもので、 $P[\vec{d}|\vec{\theta}]$ にかかる重みである。他の観測からの制限を用いない場合は、事前確率は単に 1 である。そのため、本解析においても、WMAP の 3 年目のデータと一緒に解析する 5.6.5 節以外の節では $P[\vec{\theta}] = 1$ であり、単純に $P[\vec{\theta}|\vec{d}] \propto P[\vec{d}|\vec{\theta}]$ となる。

我々はデータ、すなわちここでは相関関数は正規分布に従うと仮定し、そのためパラメータが与えられたときの確率分布関数は多変量正規分布 (例えば、Lupton, 1993) で表され、

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{(2\pi)^{N_{\text{bin}}/2} |\text{Cov}|^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \sum_{i,j}^{N_{\text{bin}}} (\xi_i^{\text{obs}} - \xi_i^{\text{model}}(\vec{\theta})) [\text{Cov}(\xi_i, \xi_j)]^{-1} (\xi_j^{\text{obs}} - \xi_j^{\text{model}}(\vec{\theta})) \right) \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{N_{\text{bin}}/2} |\text{Cov}|^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \chi^2(\vec{\theta}) \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

となる。指数の前のファクターは定数であるので、事前確率が1のときの M 次元の宇宙論パラメータ空間の確率分布関数は、式 (5.19) から

$$P[\vec{\theta}|\vec{d}] = \frac{\exp\left(-\chi^2(\vec{\theta})/2\right)}{\int \dots \int_{-\infty}^{\infty} d^M \theta \exp\left(-\chi^2(\vec{\theta})/2\right)} \quad (5.21)$$

となる。以降では最大で6次元のパラメータ空間を扱うが、確率分布関数をプロットする際には、2次元以下にまで次元を落とす必要がある。次元を落とす際に他のパラメータを固定すると、その分の情報が落ちてしまうため、不要なパラメータを積分 (marginalization) するという方法が用いられる。 M 次元パラメータ空間から、 i, j 番目のパラメータの2次元コントアを描く際は、 $i < j$ とすると、

$$P[\theta_i, \theta_j|\vec{d}] = \int \dots \int_{-\infty}^{\infty} d\theta_1 \dots d\theta_{i-1} d\theta_{i+1} \dots d\theta_{j-1} d\theta_{j+1} \dots d\theta_M P[\vec{\theta}|\vec{d}], \quad (5.22)$$

さらに i 番目のパラメータの1次元の分布関数を求める際は、

$$P[\theta_i|\vec{d}] = \int_{-\infty}^{\infty} d\theta_j P[\theta_i, \theta_j|\vec{d}] \quad (5.23)$$

とすればよい。式 (5.22) あるいは (5.23) において、例えば $P \geq 0.68$ となる範囲がそれぞれ、2次元、1次元の68% (パラメータの確率分布を正規分布と仮定すると $1 - \sigma$) 信頼区間ということになる。

5.6.2 σ_8 - b Degeneracy

まず、主要な宇宙論パラメータの制限を行う前に、クラスタリングの振幅に関連するパラメータ、 σ_8 と b の振る舞いについて考える。図 5.11 は、式 (5.22) と式 (5.23) を用いて計算した σ_8 と b の確率分布関数を示している。ここで $w = -1$ を仮定し、その他の4つのパラメータ $\Omega_m, \Omega_b, h, n_s$ は積分してある。その結果、 $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ のスケールでフィットによって、それぞれのパラメータに対して $\sigma_8 = 0.66^{+0.289}_{-0.216}$, $b = 1.55^{+1.42}_{-0.75}$ (68% C. L.) という制限が得られた。5.5節でも述べたように、 b と σ_8 は強く縮退しており、相関関数の振幅は積 $b\sigma_8$ に比例する。赤方偏移空間の速度変形の情報による相関関数の非等方性によって、この縮退はある程度は解くことができる。しかし、速度変形が強く効く $40h^{-1}\text{Mpc}$ 以下のスケールの情報を用いていないため、CMB や高次相関の情報を用いることなく本解析から独立に制限を与えることは依然として難しい。本論文では、他のデータを用いず、LRG の相関関数の情報のみを用いてパラメータへの制限を与えることを目標としている。そのため以下の解析では、 σ_8 と b の両方を常に積分することにする。

図 5.12 に、 b の代わりに $\beta(z = 0.34)$ をフリーパラメータとした場合の確率分布を示しておく。 b と β の変換は Ω_m を介してなされる。また、銀河の特異速度変形の寄与と幾何学的変形の寄与は、バリオン音響振動のスケールを除くと分離できないため、 β と Ω_m の間には強い縮退が存在することになる。 $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ のスケールでのフィットによると、 $\beta(z = 0.34) = 0.274^{+0.245}_{-0.1376}$ という制限が得られる。

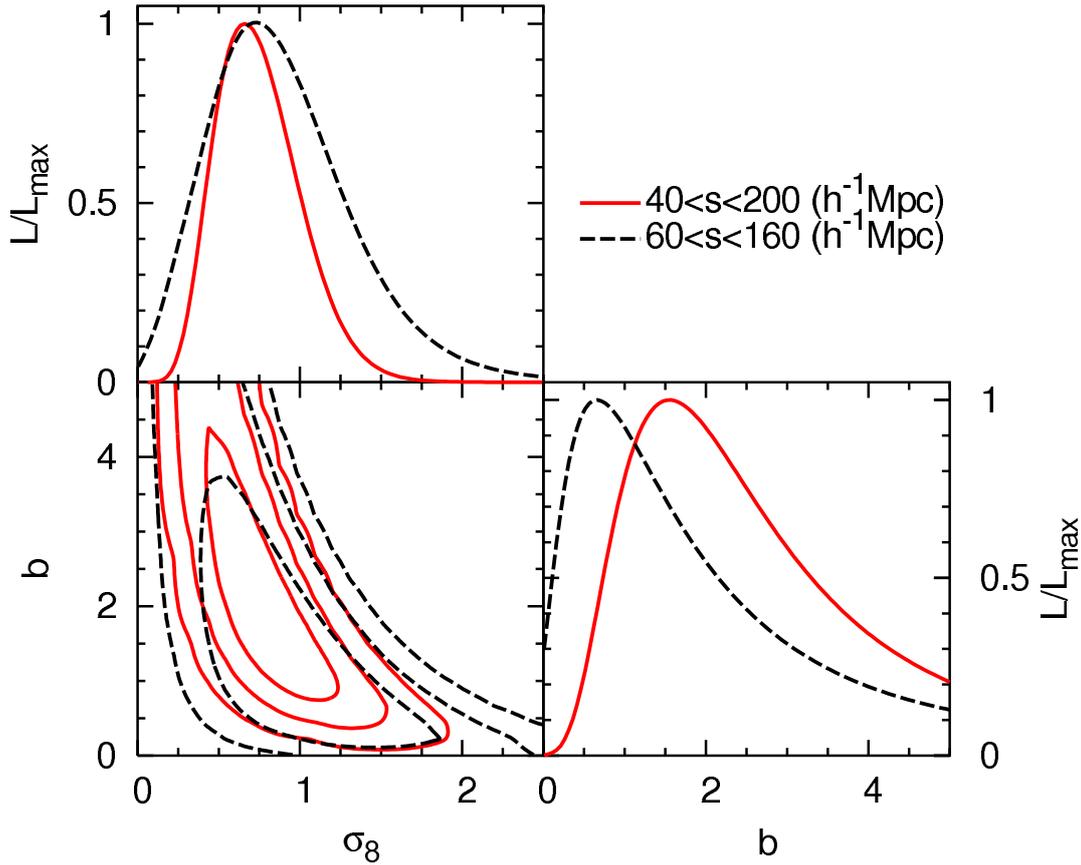


図 5.11: クラスタリングの振幅に関する σ_8 と b の確率分布関数. 対角線の 2 つの図は, それぞれのパラメータに対する 1 次元関数で, $\Omega_m, \Omega_b, h, n_s$ と, σ_8 と b の一方は積分してある. 左下の図は, 2 次元での関数で, 内側から 68%, 95%, 99% の信頼区間を表している. 赤の実線と黒の破線はそれぞれ, $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$, $60 < s < 160 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールでフィットを行ったものに対応している.

5.6.3 Main Results

次に我々は, 前説で議論した σ_8 と b を積分し, 4 つの基本的な宇宙論パラメータ $\Omega_m, \Omega_b, h, n_s$ に着目する. 図 5.13 は $w = -1$ を固定したときの, 4 つのパラメータの 1 次元及び 2 次元確率分布関数を表している. $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールのデータから, $\Omega_m = 0.218_{-0.037}^{+0.047}$, $\Omega_b = 0.0473_{-0.0160}^{+0.0157}$, $h = 0.702_{-0.117}^{+0.187}$, $n_s = 1.122_{-0.183}^{+0.152}$ (68% C.L.) という制限が得られた. すべての宇宙論パラメータのベストフィットの値とそのエラーは, 表 5.1 にまとめられている. 4 つ全てのパラメータのベストフィットの値は, $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ と $60 < s < 160 h^{-1} \text{Mpc}$ のフィットで, 68% のエラー内でよく一致している. この結果は, 線形理論で記述できない系統的な効果は, 現在の解析の精度では十分に小さいことを示唆している. Ω_m や Ω_b への制限は, より広いスケールの情報を使うことによってファクターで 2 ほど改善したが, h に関してはあまり改善されなかった. n_s はパワースペ

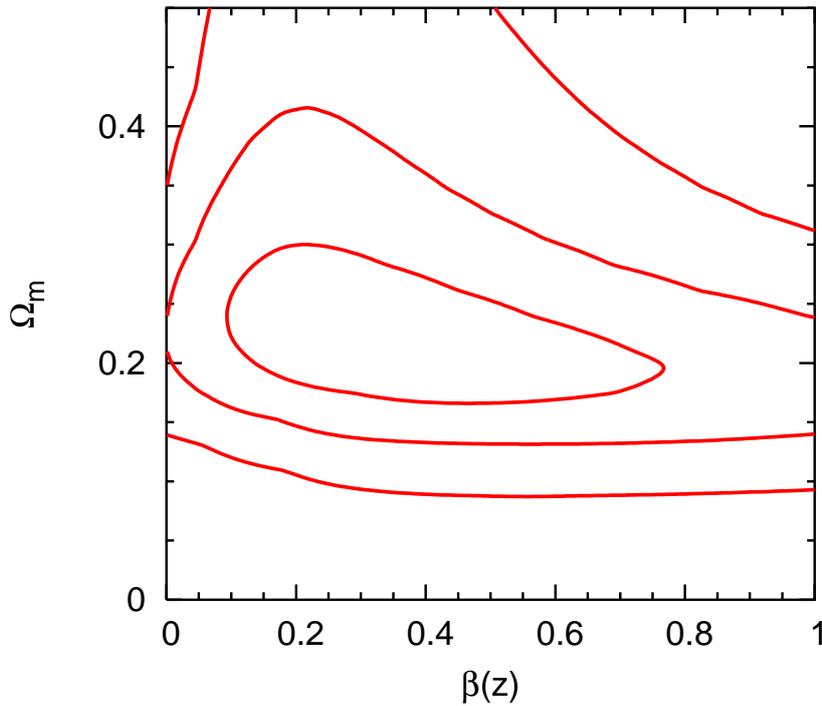


図 5.12: Ω_m と β の 2次元確率分布関数. $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ のスケールでのフィットの結果のみを示してあり, コントアは内側から 68%, 95%, 99% の信頼区間を表している.

クトルの傾きを変えるパラメータであるため, 非常に長い範囲の情報が必要となる. そのため大規模構造の情報のみからでは制限はほとんどつかないが, 5.6.5 節で WMAP のデータと結びつける際にはよく制限されるパラメータであるため, 制限に一貫性をもたせるためにここでもフリーパラメータとしている. パワースペクトルの形への依存性として, Ω_m と Ω_b の間には縮退が存在するが, この解析は角度平均した 1次元相関関数に比べて線形スケールの速度変形の情報をおくまなく用いているため, Ω_b を固定することなく Ω_m に強い制限が得られた. Ω_m と Ω_b の 2次元確率分布関数における縮退の方向は, 式 (3.23) で表した再結合時の音地平線が一定となる線に対応している. さらに Ω_m のベストフィットの値は, Percival et al. (2007b) による LRG のみを用いた独立な解析から得られた制限 $\Omega_m = 0.22 \pm 0.04$ ($0.01 < k < 0.06h\text{Mpc}^{-1}$) と極めてよく一致している. さらに, WMAP3 年目のデータの CMB の角度パワースペクトルから得た制限ともよく一致している.

我々が得た Ω_m の値は一見, 同じサンプルを用いた Eisenstein et al. (2005) の $\Omega_m = 0.273 \pm 0.025$ という結果と (有意ではないが) 食い違っているように見える. 解析方法が互いに大きく異なるため, これは驚くべきことではない. 彼らの解析は, 角度平均した 1次元相関関数に基づいており, そして我々より小スケールの情報 ($s < 40h^{-1}\text{Mpc}$) も使っている. さらに彼らは, バリオン密度を $\Omega_b h^2 = 0.024$ と固定している. 我々は $\Omega_b h^2 = 0.024$ を固定した場合, $\Omega_m h^2 = 0.124^{+0.051}_{-0.034}$ という制限を得た (図 5.14). これは Eisenstein et al. (2005) の $\Omega_m h^2 = 0.130 \pm 0.011$ という結果とよく

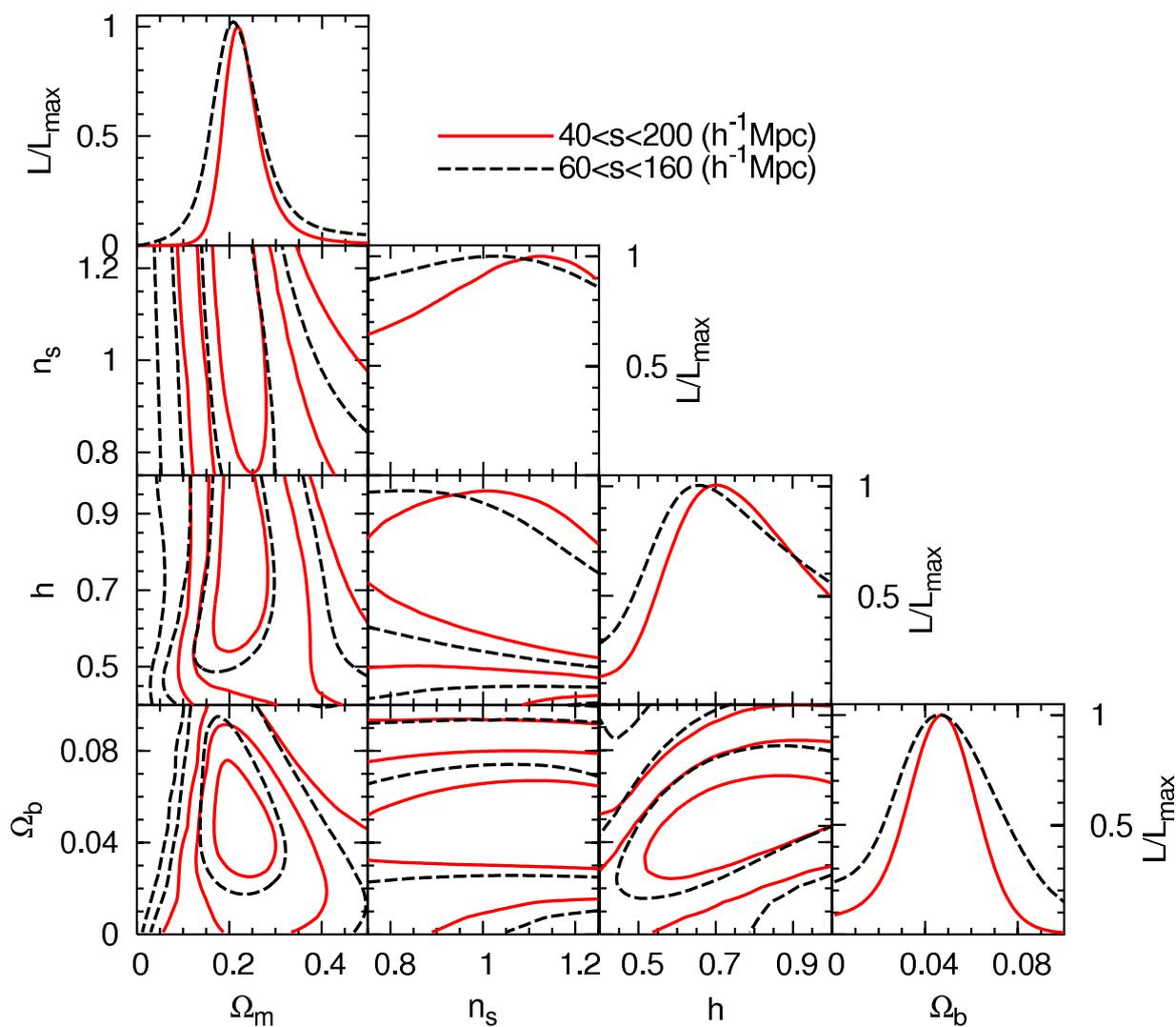


図 5.13: 基本的なパラメータ Ω_m , Ω_b , h , n_s の確率分布関数. σ_8 と b は積分されている. 対角線の 4 つの図はそれぞれのパラメータの 1 次元の分布関数, その他の図は 4 つのパラメータのうちの 2 次元の分布関数を表している. コントアは内側から, 68%, 95%, 99% の信頼区間を示している. 図 5.11 同様, 赤の実線は $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$, 黒の破線は $60 < s < 160 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールで尤度解析を行ったものである. $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ の解析は, 自由度 568 に対して χ^2 の最小値は 421.5, $60 < s < 160 h^{-1} \text{Mpc}$ では自由度 324 に対して χ^2 の最小値は 216.6 となった.

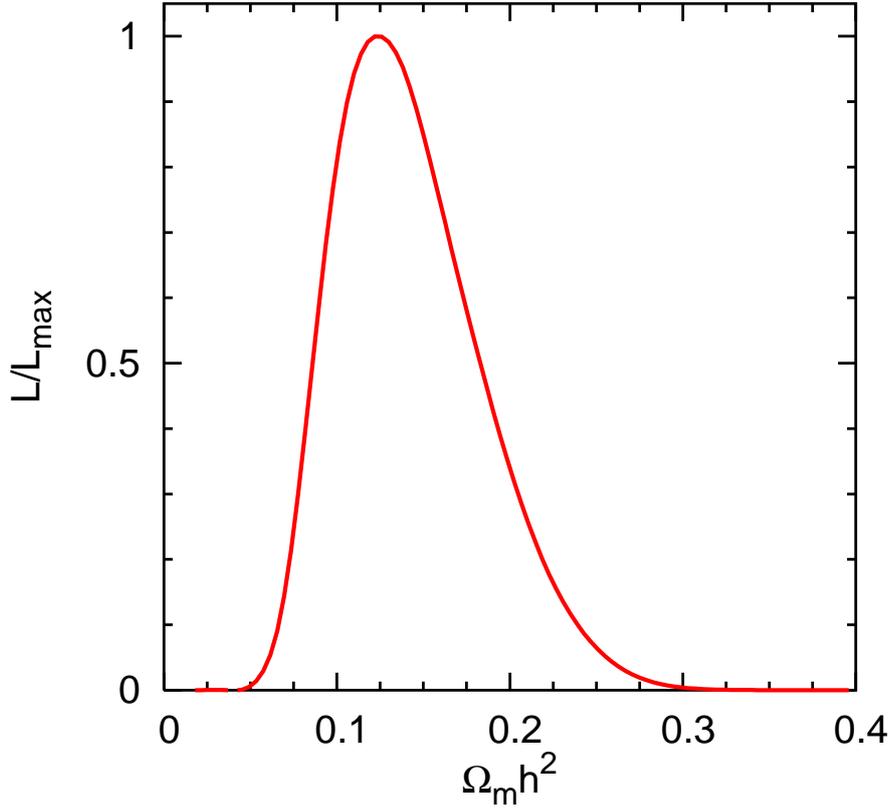


図 5.14: パラメータ $\Omega_m h^2$ の 1 次元確率分布関数. h, σ_8, b は積分し, $\Omega_b h^2 = 0.024$, $n_s = 0.98$ は固定してある. 自由度 570 に対し, χ^2 の最小値は 422.2 である.

一致している. これらの結果も, 表 5.1 にまとめてある.

上に得られた全ての制限は, 大スケールの情報のみを用いており, また CMB など他の観測の情報を一切用いていないため, バリオン音響振動を用いた他の研究に比べて控えめなものとなっている. 例えば, h への制限は Ω_m に比べても悪い. 考えられる理由としては, 小スケールのデータを用いないと, $\Omega_m h^2$ への制限が音響振動スケール一定の方向と強く縮退する (Eisenstein et al., 2005, 図 8). この方向は Ω_m が一定の方向と平行となるが, 一方 h が一定の方向と交差していることが挙げられる (Eisenstein et al., 2005, 図 10).

5.6.4 Dark Energy Constraints

ダークエネルギーの制限は, 非等方相関関数のもっとも興味深い応用の一つである. 5.5 節で記述したように, 我々は非等方相関関数の全体のシェイプだけでなく, バリオンリッジのスケールによって幾何学的な変形の情報も用いている. この情報によって, 視線方向のスケールからハッブルパラメータ, それに垂直な方向のスケールから角径距離を独立に制限することができる. Matsubara & Szalay (2002) が示したように, 現行の赤方偏移サーベイの中で, SDSS LRG サンプルはダークエ

エネルギーの性質を探るには最も適したサンプルである。しかし、この比較的low redshiftのサーベイでは現在の w の値だけではなく、その進化まで調べるのは依然難しい。そのため、ここでは w はフリーパラメータとするが定数と仮定、すなわち時間進化までは考えないこととし、さらにバリオン密度を $\Omega_b h^2 = 0.024$ を固定する。後者の値は、WMAP データ (Spergel et al., 2007) やビッグバン元素合成 (Burles et al., 2001) から非常に精度良く決定されている。図 5.15 に、 Ω_{DE} と w の確率分布関数を示す。 $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールのフィットに対して、 $\Omega_{DE} = 0.770^{+0.051}_{-0.040}$, $w = -0.93^{+0.45}_{-0.35}$ という制限が得られた。 $\Omega_b h^2$ 以外のパラメータは積分してある。図 3.7 に示したように、脱結合時の音地平線スケールに対して、 Ω_{DE} と w の間に縮退が存在する。

図 5.15 の左下のパネルには、非等方相関関数を計算する際のインプットに no-wiggle 近似のポワースペクトル (Eisenstein & Hu, 1998) を用いた場合のダークエネルギーへの制限もプロットしてある。この場合、バリオンリッジの情報は失われ、相関関数の形状のみしか寄与しないため、データと良くフィットしない。故に、ダークエネルギーのパラメータを制限する際にはバリオンリッジの情報も大きく寄与している。図 5.16 の右側に、この no-wiggle 近似を用いた場合の非等方相関関数の理論曲線をプロットしておく。

5.6.5 Combining with the WMAP Results

これまでは、SDSS LRG のデータのみを使ってパラメータにどれだけ制限が与えられるかを調べてきた。これは、それぞれの観測データの解析結果を独立にチェックするという意味で非常に重要であるが、得られる制限は当然ながら弱くなってしまふ。ここまで見てきた制限は他の独立な観測や解析と非常にコンシステントな結果を与えていたので、ここでは WMAP の 3 年目のデータを使って CMB の角度ポワースペクトルの情報 (Spergel et al., 2007) を組み合わせて、さらに強い制限を与えることを行う。この場合、 $P[\vec{\theta}]$ は一様ではなく、WMAP の事前確率が用いられることになり、式 (5.21) は、

$$P[\vec{\theta}|\vec{d}] = \frac{\exp\left(-\chi^2(\vec{\theta})/2\right) P[\vec{\theta}]}{\int \dots \int_{-\infty}^{\infty} d^M \theta \exp\left(-\chi^2(\vec{\theta})/2\right) P[\vec{\theta}]} \quad (5.24)$$

と書き換えられる。

WMAP データとしては、マルコフ連鎖モンテカルロ (Markov Chain Monte Carlo; MCMC) 法による結果を用いる (Tegmark et al., 2006)。MCMC 法は、我々が解析で用いたパラメータ空間を格子状に区切って χ^2 を計算するよりも圧倒的に計算が速い手法であり、パラメータの次元が多いときに威力を発揮する。WMAP のパラメータ空間は、 $(\tau, \Theta_s, \Omega_\Lambda, \Omega_c h^2, \Omega_b h^2, n_s, A_s)$ を選ぶ。ここで τ は光学的厚み、 Θ_s は CMB のアコースティック角度スケールである。 A_s はスカラーゆらぎの振幅で、LRG の σ_8 への事前確率を与える。式 (5.24) 及び式 (5.22), (5.23) を使って、WMAP データから得られた CMB 角度ポワースペクトルと SDSS LRG の非等方相関関数の制限を組み合わせた結果を、図 5.17 に示す。これらの 2 つの観測を組み合わせることによって、 $\Omega_m = 0.240^{+0.019}_{-0.025}$,

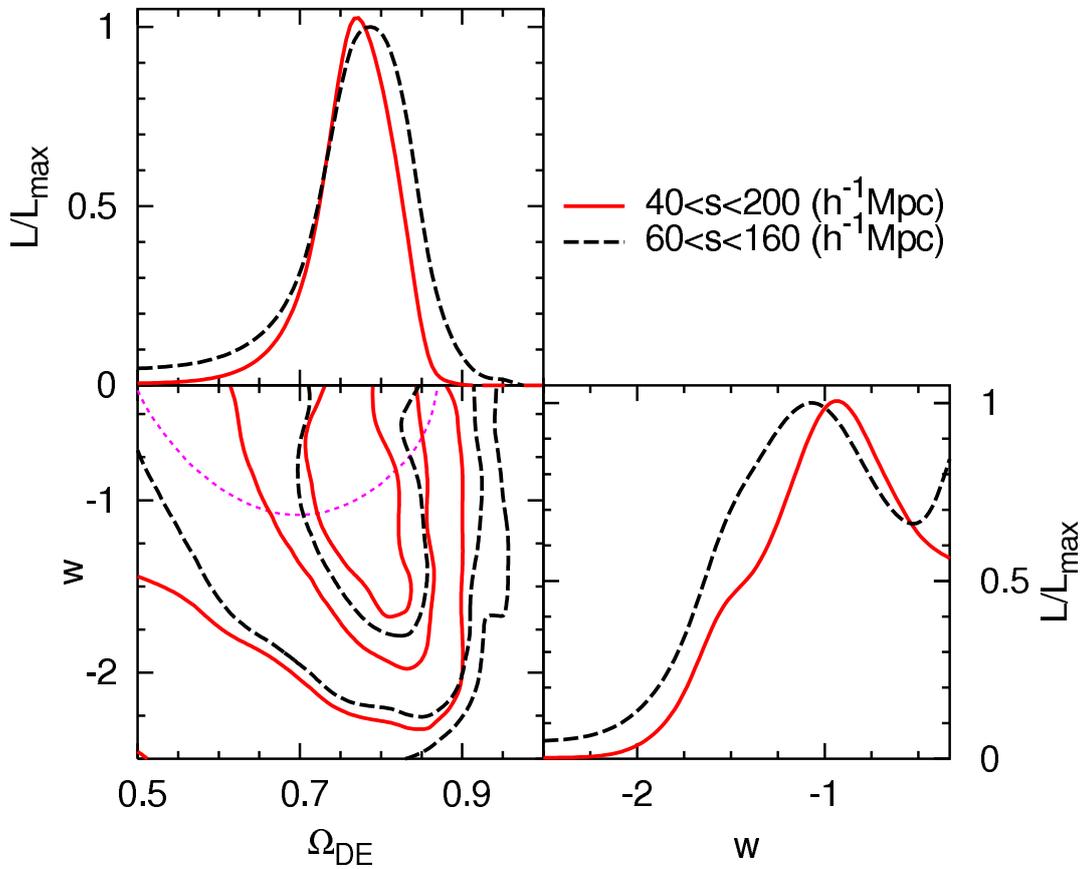


図 5.15: ダークエネルギーの密度パラメータ Ω_{DE} と状態方程式 w への制限. 図 5.11, 5.13 同様, 左下の図は 2 パラメータの確率分布関数で, $\Omega_b h^2 = 0.024$ は固定し, h, n_s, σ_8, b は積分してある. コントアは内側から 68%, 95%, 99% のパラメータの信頼区間をしめしている. 赤の実線と黒の破線は, $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ と $60 < s < 160 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールのフィットを表している. それぞれ, χ^2 の最小値は 568 の自由度に対して 421.2, 324 の自由度に対して 216.4 である. 左下のパネルのマゼンタのコントアは, no-wiggle 近似の遷移関数を用いて $40 < s < 200 h^{-1} \text{Mpc}$ のスケールで行った際の 68% の信頼区間を表している.

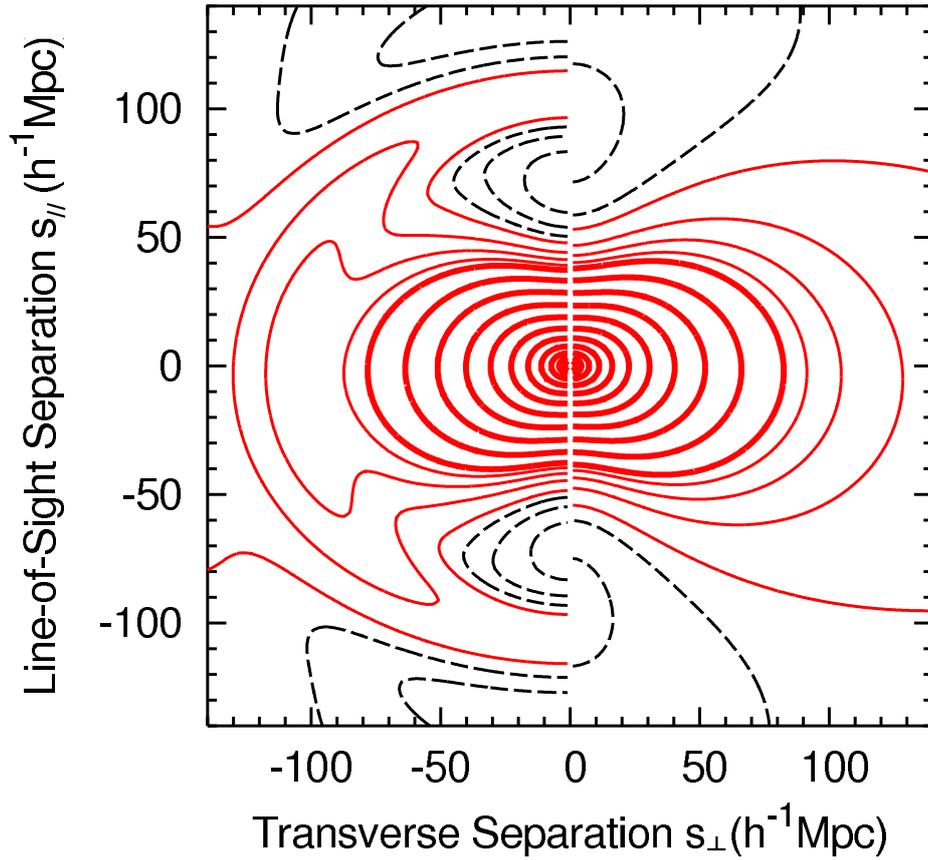


図 5.16: no-wiggle 近似 (Eisenstein & Hu, 1998) を用いた非等方相関関数とバリオンリッジの入ったものとの比較. 黒色の破線は $\xi < 0$, 赤色の細い実線は $0 \leq \xi < 0.01$ で, コントアの間隔はそれぞれ 0.00125 と 0.0025 である. 赤色の太い実線は $0.01 \leq \xi$ で, 間隔は対数スケールで 0.25 である. プロットする際に仮定した宇宙論パラメータは図 5.7 と同じで, $\Omega_m = 0.218$, $\Omega_b = 0.473$, $h = 0.702$, $\sigma_8 = 0.66$, $b = 1.55$, $w = -1$, そして $n_s = 1$ である.

$\Omega_b = 0.0414^{+0.0023}_{-0.0024}$, $h = 0.718^{+0.023}_{-0.020}$, $n_s = 0.947^{+0.016}_{-0.015}$, $\sigma_8 = 0.736^{+0.050}_{-0.062}$, そして $b = 2.15^{+0.28}_{-0.36}$ という強い制限が得られた.

ダークエネルギーの状態方程式 w への制限を考える際は, 上の 7 パラメータにさらに w を加えて考える. このパラメータ空間では, CMB の制限のみではパラメータ間に縮退が生まれるため, LRG による大規模構造の情報がその縮退を解くための情報を与えることになる. WMAP と LRG を組み合わせた解析による制限を図 5.18 に示す. 68% の信頼区間は, $\Omega_{DE} = 0.772^{+0.024}_{-0.033}$, $w = -0.97^{+0.12}_{-0.11}$ と得られた.

これらの結果もすべて表 5.1 にまとめられている. 我々が得た制限は, ベストフィットの値及びそのエラーとともに, 宇宙背景放射と大規模構造を組み合わせた解析の先攻研究 (e.g., Tegmark et al., 2006; Spergel et al., 2007) と非常に無矛盾な結果を与えている. LRG のみの解析からでは, 限ら

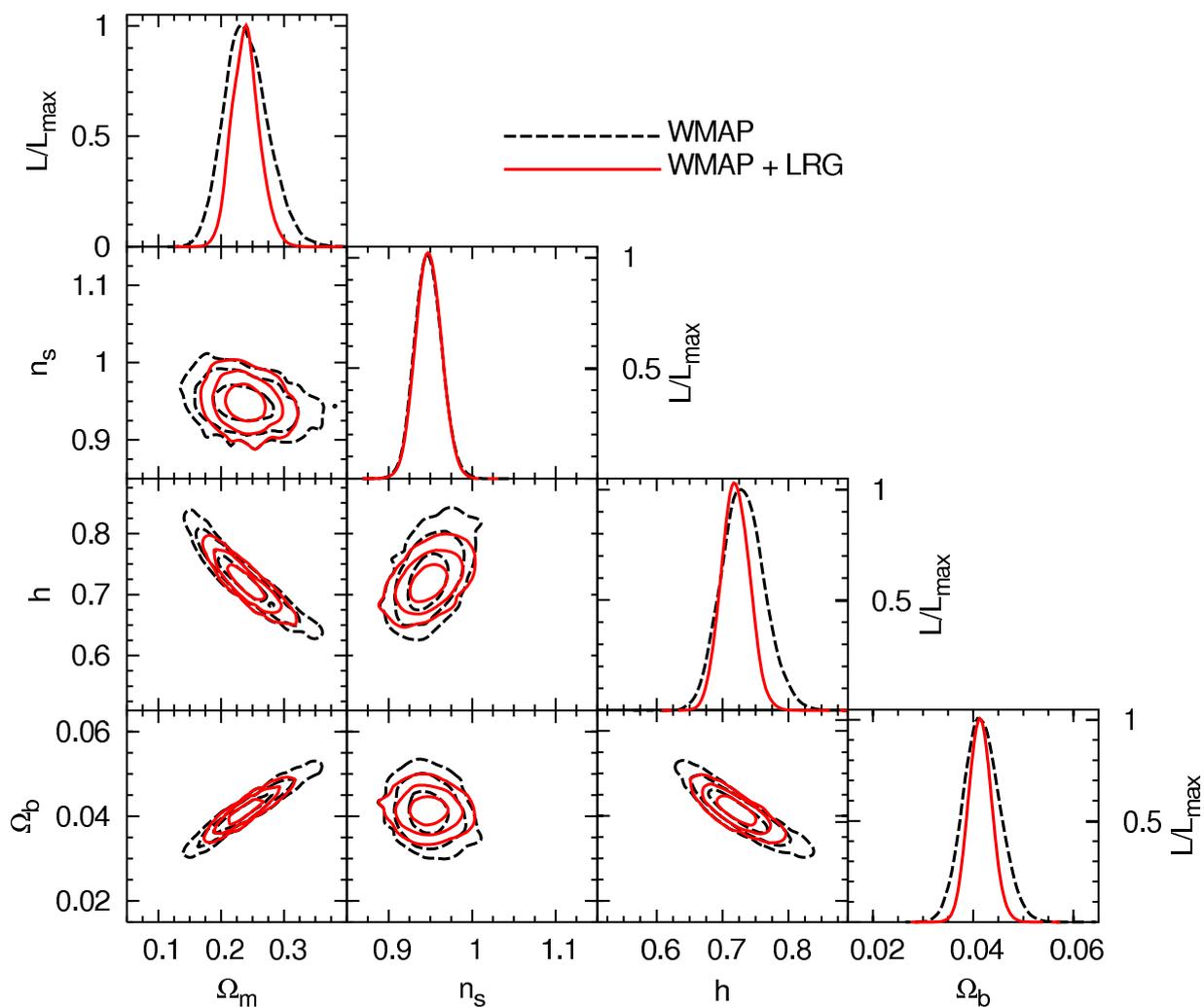


図 5.17: WMAP の 3 年目のデータによる宇宙論パラメータ Ω_m , Ω_b , h , n_s の制限. 対角線の 4 つの図は積分した 1 次元の分布関数, その他の図は 4 パラメータのうちの 2 次元の分布関数を表している. これまで同様, コントアは内側から 68%, 95%, 99% の信頼区間を示している. 緑の破線は WMAP のみから得られたパラメータの制限, 赤の実線はそれに図 5.13 の LRG の制限を組み合わせたものを示している.

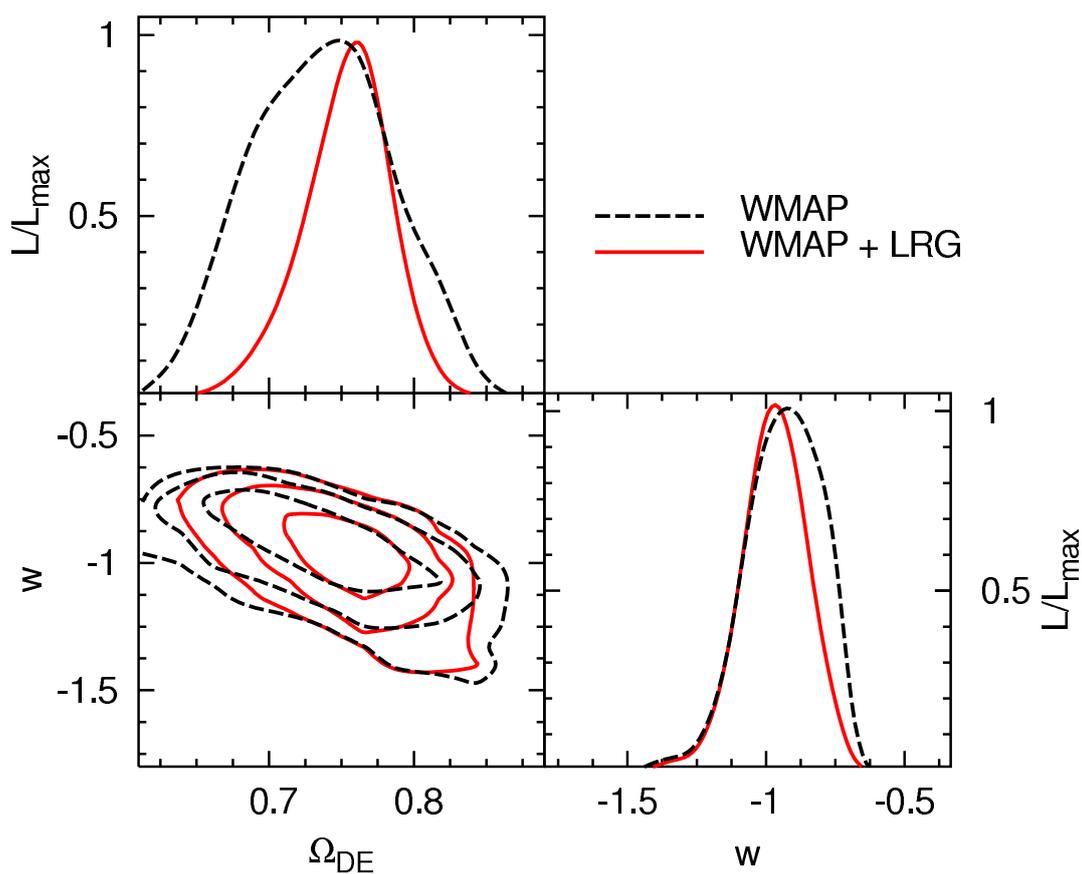


図 5.18: WMAP の 3 年目のデータによるダークエネルギーに関するパラメータ Ω_{DE} , w の制限. 対角線の図は積分した 1 次元の分布関数, 左下の図は $\Omega_{\text{DE}}-w$ の 2 次元分布関数を表している. コントアは内側から 68%, 95%, 99% の信頼区間を示している. 緑の破線は WMAP3 のみから得られたパラメータの制限, 赤の実線はそれに図 5.13 の LRG の制限を組み合わせたものを示している.

れたスケールのみを用いてるために $\Omega_m h^2$ や h に強く制限を与えられないが, CMB の角度パワースペクトルと組み合わせることによって大きく改善することができた.

表 5.1: SDSS LRG の非等方相関関数から得られた宇宙論パラメータへの制限のまとめ

Parameter	LRG only		LRG(40 < s < 200)	Marginalized	Fixed
	40 < s < 200	60 < s < 160	+WMAP3		
Ω_m	$0.218^{+0.047}_{-0.037}$	$0.208^{+0.069}_{-0.055}$	$0.240^{+0.019}_{-0.025}$	$\Omega_b, h, n_s, \sigma_8, b$	w
Ω_b	$0.0473^{+0.0157}_{-0.0160}$	$0.0462^{+0.0253}_{-0.0208}$	$0.0414^{+0.0023}_{-0.0024}$	$\Omega_m, h, n_s, \sigma_8, b$	w
h	$0.702^{+0.187}_{-0.117}$	$0.656^{+0.220}_{-0.120}$	$0.718^{+0.023}_{-0.020}$	$\Omega_m, \Omega_b, n_s, \sigma_8, b$	w
n_s	$1.122^{+0.152}_{-0.183}$	$1.030^{+0.144}_{-0.189}$	$0.947^{+0.016}_{-0.015}$	$\Omega_m, \Omega_b, h, \sigma_8, b$	w
σ_8	$0.660^{+0.289}_{-0.216}$	$0.728^{+0.471}_{-0.359}$	$0.736^{+0.050}_{-0.062}$	$\Omega_m, \Omega_b, h, n_s, b$	w
Ω_{DE}	$0.770^{+0.051}_{-0.040}$	$0.786^{+0.060}_{-0.061}$	$0.772^{+0.024}_{-0.033}$	h, n_s, w, σ_8, b	$\Omega_b h^2$
w	$-0.93^{+0.45}_{-0.35}$	$-1.07^{+0.49}_{-0.46}$	$-0.97^{+0.12}_{-0.11}$	$\Omega_{DE}, h, n_s, \sigma_8, b$	$\Omega_b h^2$
Ω_m	$0.235^{+0.040}_{-0.037}$	—	—	h, σ_8, b	$\Omega_b h^2, n_s, w$
$\Omega_m h^2$	$0.123^{+0.048}_{-0.032}$	—	—	h, σ_8, b	$\Omega_b h^2, n_s, w$

第6章 Discussion and Conclusions

我々は、2次元の赤方偏移空間における非等方性を考慮に入れて、SDSS Luminous Red Galaxy サンプルの相関関数を計算した。特に、銀河の特異速度と幾何学的な効果による相関関数の歪みに着目した。大スケールにおける Kaiser 効果と、小スケールにおける finger-of-god 効果は明瞭に検出された。バリオン音響振動の2次元構造であるバリオンリッジは、共動空間において真円に近い構造となる。我々は、測定した LRG の非等方相関関数にバリオンリッジの兆候を発見した。相関関数の共分散行列は、密度ゆらぎの2次のラグランジュ摂動論に人工的なバイアスを植え込むことによって疑似カタログを生成し、それから作成した。そして測定した非等方相関関数を線形理論と比較することによって宇宙論パラメータへの制限を行った。

我々は、WMAP など他の観測結果を用いず、SDSS の非等方相関関数による独立な宇宙論パラメータの制限を行った。そして $40 < s < 200h^{-1}\text{Mpc}$ のデータを用いて、 $\Omega_m = 0.218_{-0.037}^{+0.047}$, $\Omega_b = 0.0473_{-0.0160}^{+0.0157}$, $h = 0.702_{-0.117}^{+0.187}$, $n_s = 1.122_{-0.183}^{+0.152}$ という制限を得た。また、バリオン密度の値を $\Omega_b h^2 = 0.024$ と固定することによって、ダークエネルギーに関するパラメータについても $\Omega_{\text{DE}} = 0.770_{-0.040}^{+0.051}$, $w = -0.93_{-0.35}^{+0.45}$ という制限を得ることに成功した。これらの制限は、非等方相関関数の全体の形状と、バリオンリッジのスケールを含む幾何学的変形の情報の両方から得られている。この結果によって、構造の非等方性を厳密に考慮すれば LRG の解析のみでも w を制限することが可能であることを示した。クラスターリングの振幅に関するパラメータに関しては、 $\sigma_8 = 0.66_{-0.216}^{+0.289}$, $b = 1.55_{-0.75}^{+1.42}$ という制限が得られた。これら2つのパラメータは強く縮退しているが、その縮退は相関関数の非等方性から赤方偏移変形パラメータ β を通してある程度緩和することができる。 b の代わりに $\beta(z = 0.34)$ をフリーパラメータとすると、 $\beta(z = 0.34) = 0.274_{-0.102}^{+0.245}$ という制限が得られた。さらに、WMAP 3-year で得られた CMB パワースペクトルのプライアーを入れると、上記のパラメータにより強い制限が得られた。これらの制限は全て、文献に挙げた先行研究と非常にコンシステントな結果を与えている。

本研究は、以下に述べる2つの問題を考えることによってより改善されると期待できる。まず1点目は、重力進化、赤方偏移変形、銀河バイアスの非線形性の考慮である。バリオンのピークは $\sim 100h^{-1}\text{Mpc}$ という非常に大スケールに現れるが、相関関数のピーク自身のサイズは $\sim 10\text{Mpc}$ 程度である。そのため、非線形性はピークの特徴に影響を及ぼす可能性がある。実際にこの影響は、1次元解析においては N 体シミュレーション、高次の摂動論、繰り込み群といった様々な方法で調べられ始めている (Meiksin et al., 1999; Seo & Eisenstein, 2005; Springel et al., 2005; Jeong & Komatsu, 2006; Crocce et al., 2007; Nishimichi et al., 2007; Taruya & Hiramatsu, 2007; Matsubara, 2007)。

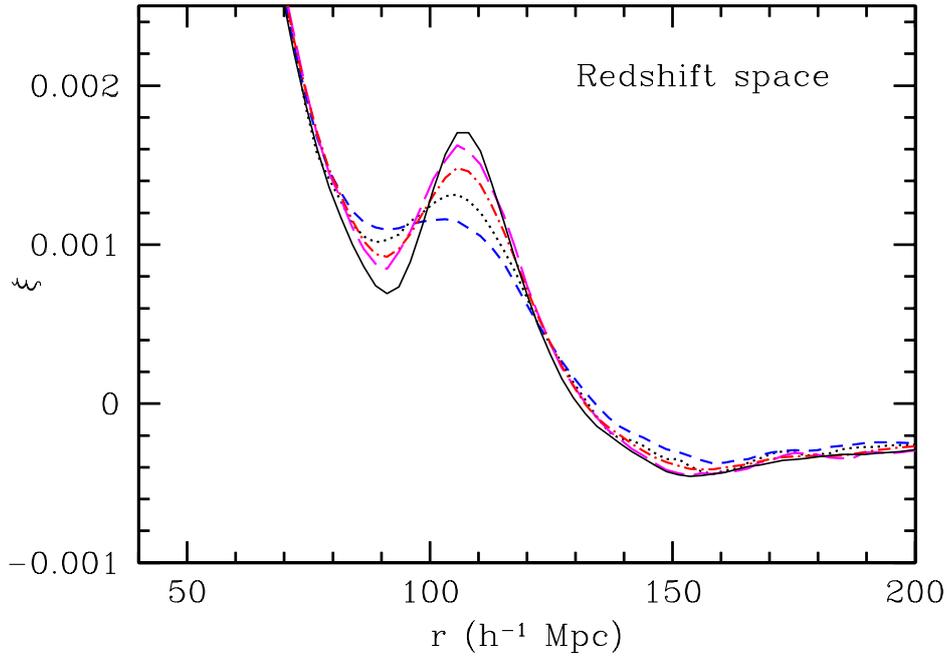


図 6.1: 密度ゆらぎのガウシアンフィルターで線形理論の密度-速度関係によって再現した赤方偏移空間の物質の相関関数 (Eisenstein et al., 2007a). 黒の実線が $z = 49$ における, すなわち線形の相関関数で, 青の破線が $z = 0.3$ における相関関数である. バリオンピークがならされてしまっているのが見てとれる. 赤の鎖線が $10h^{-1}\text{Mpc}$ のガウシアンフィルタリングによって復元した相関関数で, マゼンタの破線が finger-of-god 効果も考慮したものである.

バリオンのピーク为非線形効果による散逸は, うまくモデル化され, 図 6.1 に表したように線形密度場のバリオンピークが再現できることが示された (Eisenstein et al., 2007a,b). さらに, 赤方偏移空間の相関関数の全体の形状も非線形効果による影響を受けることがわかった (Scoccimarro, 2004). Scoccimarro (2004) の結果によると, ランダムガウス場における赤方偏移空間の相関関数の視線方向の成分は, 十分に大スケールにおいても非線形効果を受けることになる. 本研究では安全のために視線方向のデータを用いなかったが, 将来の解析ではこの効果を正しく考慮する必要がある. さらに難しい問題として, 最近の理論的および数値的な研究によって, 銀河バイアスは大スケールにおいてもスケール不変にはならないことが明らかになってきた (例えば, Schulz & White, 2006; Smith et al., 2007; Coles & Erdođdu, 2007). これは銀河サーベイから宇宙論パラメータを見積もる際に非常に深刻な問題となる (Blanton et al., 2006; Percival et al., 2007b; Sánchez & Cole, 2007).

2つ目の問題は, 測定した相関関数における共分散行列の計算である. 5.4 節で述べたように, 我々は 2 次のラグランジュ摂動論によって共分散行列を見積もった. 完全な非線形性が含まれる N 体シミュレーションを使うと, より厳密な共分散行列が得られる. しかしこの方法は非常に計算時間がかかるため, データの自由度の大きい非等方相関関数の共分散行列に必要なだけの独立な疑似カ

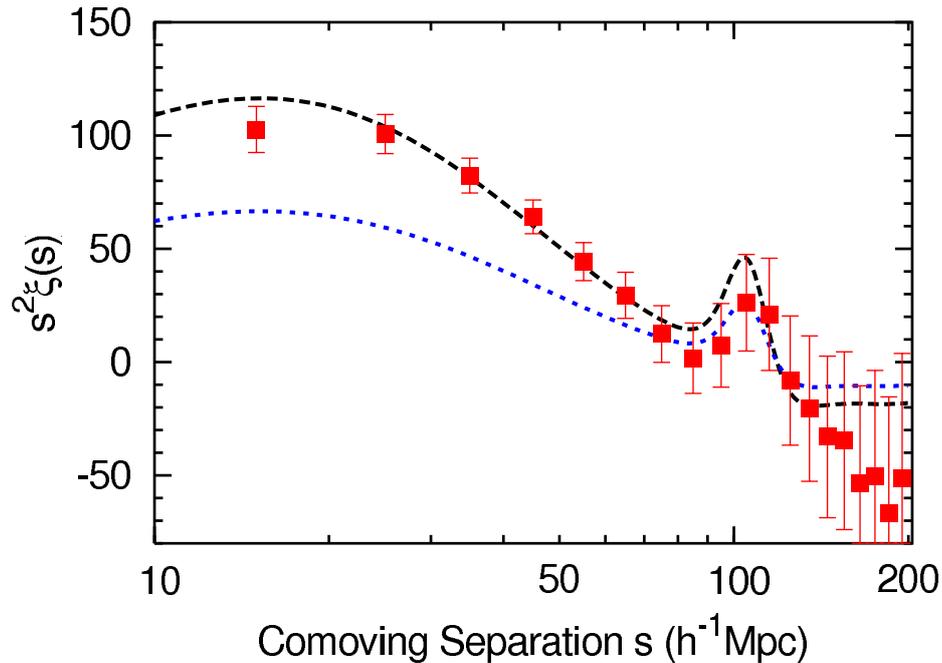


図 6.2: $z \sim 1$ のサーベイを想定したシミュレーションによる疑似カタログから計算した相関関数 (赤の点) と理論曲線. 2本の理論曲線はどちらもシミュレーションのインプットと同じ宇宙論パラメータを仮定しているが, 振幅を小スケールで合わせたものとバリオンピークのスケールで合わせたものの2種類使っている.

カタログを作成することは今のところ不可能である. 2次の摂動論による近似は, 本研究で我々が考慮したスケールでは有効である. しかし, より精密に宇宙論パラメータを決定するために小スケールの情報も用いるには, N 体シミュレーションや, 2次のラグランジュ摂動論によって extended Press-Schechter 理論に従ってハローを分布させる PTHalo (Scoccimarro & Sheth, 2002) のような手法が必要となる. 共分散行列の振幅は得られる宇宙論パラメータの制限のエラーの大きさに直接的に寄与するため, 共分散の見積もりは非常に重要であり, 現在精力的に研究されている問題である.

本研究の重要な点は, 赤方偏移空間における構造の非等方性を, 解析に直接的に取り入れたことである. バリオンリッジのピークは, 赤方偏移変形の効果の特異速度成分と幾何学的な成分に分割することができる. 特に, 幾何学的変形によって生み出される非等方性は, ダークエネルギーの状態方程式を制限することができる. バリオン振動のスケールを標準ものさしとして使う方法は, パワースペクトルと相関関数の両方に対して理論的に考案されている (Eisenstein & Hu, 1998; Blake & Glazebrook, 2003; Hu & Haiman, 2003; Seo & Eisenstein, 2003; Matsubara, 2004; Glazebrook & Blake, 2005). 本研究は, バリオン音響振動の2次元構造を実際の観測データに応用し, その有用性を明らかにした初めての解析である.

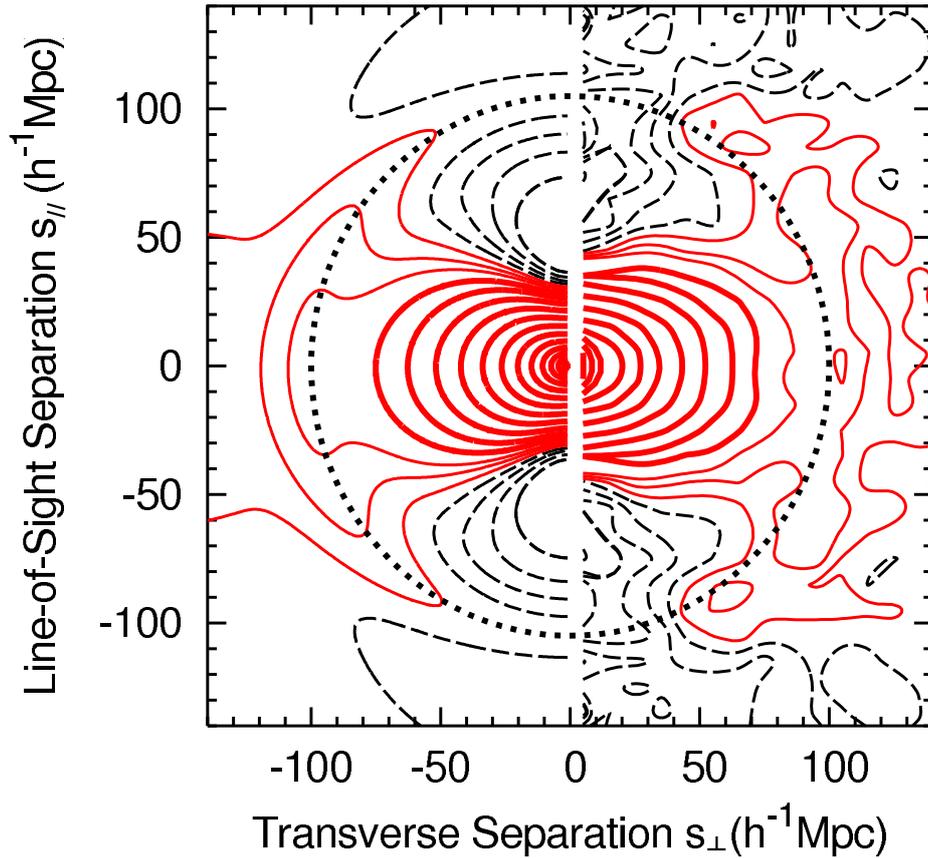


図 6.3: $z \sim 1$ のサーベイを想定したシミュレーションによる疑似カタログから計算した非等方相関関数(右)と理論曲線(左). コントアの意味は図 5.7 と同じである. $s \sim 100 h^{-1} \text{Mpc}$ スケールのバリオンのシグナルがクリアーに現れている.

SDSS LRG サンプルでは、非線形効果によってバリオンの特徴が弱められてしまうため、検出されたバリオンのシグナルは非常に小さいものであった. 現在、ダークエネルギーを強く制限するために広く深い銀河サーベイが世界中で計画されている. 例えば、Fiber Multi-Object Spectrograph (FMOS; Kimura et al., 2003), Wide-Field Multiobject Spectrograph (WFMOS; Glazebrook & Blake, 2005; Bassett et al., 2005), Baryon Oscillation Probe (BOP; Glazebrook et al., 2005), そして Hobby-Eberly Dark Energy Experiment (HETDEX; Hill et al., 2004) などが挙げられる.

次世代サーベイを想定した N 体シミュレーションによる疑似カタログ Huff et al. (2007) から計算した 1 変数と 2 変数相関関数を、それぞれ図 6.2 と図 6.3 に示す. このシミュレーションは、標準的な宇宙論パラメータ: $\Omega_m = 0.3 = 1 - \Omega_\Lambda$, $\Omega_b = 0.046$, $h = 0.7$, $n = 1$, $\sigma_8 = 0.9$ を仮定し、 $z \sim 1$ において $1.1 h^{-1} \text{Gpc}$ ボックスで 512^3 のダークマター粒子を用いている. その中から 368827 個のハローを同定し、相関関数を計算した. この疑似カタログは、上に挙げた将来のサーベイの中で FMOS に近いものとなっている. SDSS LRG の非等方相関関数(図 5.7) と図 6.3 を比べると、後

者の方がよりクリアーにバリオンリッジを検出できていることがわかる。実際に次世代サーベイがなされて、バリオン振動のシグナルが高精度で観測されたとき、本研究で行った非等方相関関数の解析はダークエネルギーの性質を探る上で重要な手法となることが期待できる。

謝辞

本論文の作成にあたって、博士課程における指導教官であり共同研究者でもある松原隆彦准教授には多大なるご指導を頂きました。松原准教授には研究に関するご指導の他に、研究者としての姿勢も教わりました。深く感謝致します。共同研究者である加用一者博士、ノッティンガム大学の日影千秋博士には、観測面やデータ解析について基礎から丁寧にご指導頂きました。私の些細な質問にも時間を割いて議論していただきました。銀河サーベイにおける理論的専門家の松原准教授、加用博士、日影博士と常に議論ができる環境で研究が出来たことは私にとって非常に幸運なことでした。感謝致します。

アリゾナ大学の Daniel J. Eisenstein 准教授には面識が無かったにも関わらず快く共同研究に応じて頂き、非常に有益な助言、提案をして頂きました。共同研究者の、ジョンズ・ホプキンス大学の Alexander S. Szalay 教授、ペンシルバニア州立大学の Donald P. Schneider 教授には論文の進捗に常に気をかけて頂き、有益な助言を頂きました。感謝致します。

杉山直教授には研究室のセミナーを通して多くの助言や斬新な提案をして頂きました。科学的ではない相談にも快く応じて頂きました。吉田直紀助教にも、研究室のセミナーを通して多くのアドバイスを頂きました。特にシミュレーションに関して多くのことを教わりました。高橋龍一博士には、私の度重なる相談や質問に付き合ってくださいました。また、お忙しいところ N 体シミュレーションのデータの作成をして頂きました。有り難うございました。

東京大学の須藤靖教授には研究会先等で大変お世話になりました。私の研究のことにも気にかけて頂き、多くのご助言を頂きました。テキサス大学オースティン校の小松英一郎准教授、東京大学の樽家篤史助教、矢幡和浩さん、ニューヨーク大学の Roman Scoccimarro 助教、東北大学の高田昌広助教、チューリッヒ大学の Uros Seljak 教授、ペンシルバニア州立大学の Nicholas P. Ross 博士には、研究を進める上で有益なご助言を頂きました。感謝致します。私と同期の京都大学の織田岳志さん、小林正和さん、東京大学の白田晶人さん、矢幡和浩さんには、修士の頃から学会等の旅先でいつもお世話になりました。全員の名前を挙げることはできませんが、研究会や学会、夏の学校などの旅先でお世話になった皆様に感謝致します。

そして名古屋大学宇宙ブロックの方々、特に理論天体物理学研究室の大学院生、4年生の皆様にはお世話になりました。中でも、同期で同じ研究室に入学した西澤淳さんには多くの面でお世話になりました。研究対象が違うこともあり、西澤さんとの議論は勉強になり、また自分の研究への刺激になりました。皆さんのおかげで、名古屋大学での研究生活はとても充実したものとなりました。深く感謝致します。

私の名古屋での5年間の生活は、研究面以外にも多くの方々に支えられてきました。常に暖かく接し、励ましてくれた多くの友人に深く感謝します。そして最後に、私をいつも陰から支えて下さり、博士課程に進んで研究を続けることを応援してくれた家族に心から感謝します。

This work is supported by Grand-in-Aid for Scientific Research on Priority Areas No. 467 “Probing the Dark Energy through an Extremely Wide & Deep Survey with Subaru Telescope” and by The Mitsubishi Foundation. Numerical calculations are performed by a parallel computing system at Nagoya University. Funding for the SDSS and SDSS-II has been provided by the Alfred P. Sloan Foundation, the Participating Institutions, the National Aeronautics and Space Administration, the Japanese Monbukagakusho, the Max Planck Society, and the Higher Education Funding Council for England. The SDSS Web Site is <http://www.sdss.org/>.

The SDSS is managed by the Astrophysical Research Consortium for the Participating Institutions. The Participating Institutions are the American Museum of Natural History, Astrophysical Institute Potsdam, University of Basel, University of Cambridge, Case Western Reserve University, University of Chicago, Drexel University, Fermilab, the Institute for Advanced Study, the Japan Participation Group, Johns Hopkins University, the Joint Institute for Nuclear Astrophysics, the Kavli Institute for Particle Astrophysics and Cosmology, the Korean Scientist Group, the Chinese Academy of Sciences (LAMOST), Los Alamos National Laboratory, the Max-Planck-Institute for Astronomy (MPIA), the Max-Planck-Institute for Astrophysics (MPA), New Mexico State University, Ohio State University, University of Pittsburgh, University of Portsmouth, Princeton University, the United States Naval Observatory, and the University of Washington.

参考文献

- Abazajian, K. et al., *The First Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 126, 2081 (2003)
- Abazajian, K. et al., *The Second Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 128, 502 (2004)
- Abazajian, K. et al., *The Third Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 129, 1755 (2005)
- Adelman-McCarthy, J. et al., *The Fourth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*, ApJS, 162, 38, (2006)
- Adelman-McCarthy, J. et al., *The Fifth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey*, ApJS, 172, 634 (2007)
- Alcock, C., & Paczyński, B., *An evolution free test for non-zero cosmological constant*, Nature, 281, 358 (1979)
- Ballinger, W. E., Peacock, J. A., & Heavens, A. F., *Measuring the cosmological constant with redshift surveys*, MNRAS, 282, 877, 1996
- Bassett, B. A., Nichol, B., & Eisenstein, D. J., *WF MOS: Sounding the dark cosmos*, A&G, 46e, 26 (2005)
- Bennett, C. L. et al., *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results*, ApJS, 148, 1, (2003)
- Bernardeau, F., Colombi, S., Gaztanaga, E., & Scoccimarro, R., *Large-scale structure of the Universe and cosmological perturbation theory*, Phys. Rep., 367, 1 (2002)
- Bernstein, G. M., *The variance of correlation function estimates*, ApJ, 424, 569 (1994)
- Blake, C., & Glazebrook, K., *Probing Dark Energy Using Baryonic Oscillations in the Galaxy Power Spectrum as a Cosmological Ruler*, ApJ, 594, 665 (2003)
- Blake, C., Collister, A., Bridle, S., & Lahav, O., *Cosmological baryonic and matter densities from 600000 SDSS luminous red galaxies with photometric redshifts*, MNRAS, 374, 1527 (2006)

- Blanton, M. R., Eisenstein, D. J., Hogg, D. W., & Zehavi, I., *The Scale Dependence of Relative Galaxy Bias: Encouragement for the “Halo Model” Description* ApJ, 645, 977 (2006)
- Blanton, M. R., Lin, H., Lupton, R. H., Maley, F. M., Young, N., Zehavi, I., & Loveday, J., *An Efficient Targeting Strategy for Multiobject Spectrograph Surveys: the Sloan Digital Sky Survey “Tiling” Algorithm*, AJ, 125, 2276 (2003a)
- Blanton, M. R., et al., *Estimating Fixed-Frame Galaxy Magnitudes in the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 125, 2348 (2003b)
- Blanton, M. R., et al., *New York University Value-Added Galaxy Catalog: A Galaxy Catalog Based on New Public Surveys*, AJ, 129, 2562 (2005)
- Burles, S., Nollett, K. M., & Turner, M. S., *What is the big-bang-nucleosynthesis prediction for the baryon density and how reliable is it?*, Phys. Rev. D., 63, 3512 (2001)
- Cannon, R., et al., *The 2dF-SDSS LRG and QSO (2SLAQ) Luminous Red Galaxy Survey*, MNRAS, 372, 425 (2006)
- Cole, S., et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications*, MNRAS, 362, 505 (2005)
- Coles, P. & Erdoğdu, P., *Scale dependent galaxy bias*, J. Cosmology Astropart. Phys., 10, 7 (2007)
- Colless, M., et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: spectra and redshifts*, MNRAS, 328, 1039 (2001)
- Colless, M., et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: Final Data Release*, preprint astro-ph/0306581 (2003)
- Crocce, M., Pueblas, S. & Scoccimarro, R., *Transients from initial conditions in cosmological simulations*, MNRAS, 373, 369 (2006)
- Crocce, M. & Scoccimarro, R., *Nonlinear Evolution of Baryon Acoustic Oscillations*, Phys. Rev. D., 77, 23533 (2007)
- Davis, M. & Peebles, P. J. E., *A survey of galaxy redshifts. V - The two-point position and velocity correlations*, ApJ, 267, 465 (1983)
- Eisenstein, D. J. & Hu, W., *Baryonic Features in the Matter Transfer Function*, ApJ, 496, 605 (1998)

- Eisenstein, D. J., Hu, W., & Tegmark, M., *Cosmic Complementarity: Joint Parameter Estimation from Cosmic Microwave Background Experiments and Redshift Surveys*, ApJ, 518, L2 (1998)
- Eisenstein, D. J., & Hut, P., *HOP: A New Group-Finding Algorithm for N-Body Simulations*, ApJ, 498, 137 (1998)
- Eisenstein, D. J., Seo, H., Sirko, E., & Spergel, D. N., *Improving Cosmological Distance Measurements by Reconstruction of the Baryon Acoustic Peak*, ApJ, 664, 675 (2007a)
- Eisenstein, D. J., Seo, H., & White, M., *On the Robustness of the Acoustic Scale in the Low-Redshift Clustering of Matter*, ApJ, 664, 660 (2007b)
- Eisenstein, D. J. et al., *Spectroscopic Target Selection for the Sloan Digital Sky Survey: The Luminous Red Galaxy Sample*, AJ, 122, 2267 (2001)
- Eisenstein, D. J. et al., *Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies*, ApJ, 633, 560 (2005) (E05)
- Feldman, H. A., Kaiser, N., & Peacock, J. A., *Power-spectrum analysis of three-dimensional redshift surveys*, ApJ, 426, 23 (1994)
- Fisher, K. B., Davis, M., Strauss, M. A., Yahil, A., & Huchra, J., *Clustering in the 1.2-Jy IRAS Galaxy Redshift Survey. I - The redshift and real space correlation functions*, MNRAS, 266, 50 (1994)
- Fukugita, M., Ichikawa, T., Gunn, J. E., Doi, M., Shimasaku, K., & Schneider, D. P., *The Sloan Digital Sky Survey Photometric System*, AJ, 111, 1748 (1996)
- Glazebrook, K., & Blake, C., *Measuring the Cosmic Evolution of Dark Energy with Baryonic Oscillations in the Galaxy Power Spectrum*, ApJ, 631, 1 (2005)
- Glazebrook, K., et al., *Dark Energy and Cosmic Sound: $w(z)$ Surveys with the Gemini/Subaru Wide-Field Multi-Object Spectrograph*, preprint astro-ph/0507457, (2005)
- Gunn, J. E., et al., *The Sloan Digital Sky Survey Photometric Camera*, AJ, 116, 3040 (1998)
- Gunn, J. E., et al., *The 2.5 m Telescope of the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 131, 2332 (2006)
- Hamilton, A. J. S., *Measuring Omega and the real correlation function from the redshift correlation function*, ApJ, 385, L5 (1992)

- Hamilton, A. J. S., *Linear Redshift Distortions: a Review*, in *The Evolving Universe: Selected Topics on Large-Scale Structure and on the Properties of Galaxies*, P.185, Dordrecht:Kluwer (preprint astro-ph/9708102) (1997)
- Harrison, E. R., *Fluctuations at the threshold of classical cosmology.*, *Phys. Rev. D.*, 1, 2726 (1992)
- Hawkins, E. et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: correlation functions, peculiar velocities and the matter density of the Universe*, *MNRAS*, 346, 78 (2003)
- Hill, G. J., Gebhardt, t., Komatsu, E., & MacQueen, P. J., *The Hobby-Eberly Telescope Dark Energy Experiment*, *AIP Conf. Proc.*, 743, 224 (2004)
- Hogg, D. W., Finkbeiner, D. P., Schlegel, D. J., & Gunn, J. E., *A Photometricity and Extinction Monitor at the Apache Point Observatory*, *AJ*, 122, 2129 (2001)
- Hoyle, F., Outram, P. J., Shanks, T., Boyle, B. J., Croom, S. M., & Smith, R., J., *The 2dF QSO Redshift Survey - VII. Constraining cosmology from redshift-space distortions via $\xi(\sigma, \pi)$* , *MNRAS*, 332, 311 (2002)
- Hu, W., *Dark Energy Probes in Light of the CMB*, *ASPC*, 339, 215 (2004)
- Hu, W., & Haiman, Z., *Redshifting rings of power*, *Phys. Rev. D.*, 68, 063004 (2003)
- Huchra, J., Davis, M., Latham, D., & Tonry, J., *A survey of galaxy redshifts. IV - The data*, *ApJS*, 52, 89 (1983)
- Huff, E., Schulz, A. E., White, M., Schlegel, D. J., & Warren, M. S., *Simulations of baryon oscillations*, *Astropart. Phys.*, 26, 351 (2007)
- Hütsi, G., *Acoustic oscillations in the SDSS DR4 luminous red galaxy sample power spectrum*, *A&A*, 449, 891 (2006a)
- Hütsi, G., *Power spectrum of the SDSS luminous red galaxies: constraints on cosmological parameters*, *A&A*, 459, 375 (2006b)
- Ivezić, Ž. et al., *SDSS data management and photometric quality assessment*, *AN*, 325, 583 (2004)
- Jeong, D., & Komatsu, E., *Perturbation Theory Reloaded: Analytical Calculation of Nonlinearity in Baryonic Oscillations in the Real-Space Matter Power Spectrum*, *ApJ*, 651, 619 (2006)
- Kaiser, N., *Clustering in real space and in redshift space*, *MNRAS*, 227, 1 (1987)

- Kimura, M. et al, *Fibre-Multi-Object Spectrograph (FMOS) for Subaru Telescope*, Proceedings of the SPIE, 4841, 974 (2003)
- Lahav, O., Lilje, P. B., Primack, J. R., & Rees, M. J., *Dynamical effects of the cosmological constant*, *mnras*, 251, 128 (1991)
- Landy, S. D., & Szalay, A. D., *Bias and variance of angular correlation functions*, *ApJ*, 412, 64 (1993)
- Lupton, R. H., *Statistics in Theory and Practice*, Princeton: Princeton Univ. Press (1993)
- Lupton, R. H., Gunn, J. E., Ivezić, Z., Knapp, G. R., Kent, S., & Yasuda, N., *The SDSS Imaging Pipelines*, in ASP Conf. Ser. 238, *Astronomical Data Analysis Software and Systems X*. ed. F. R. Harnden, Jr., F. A. Primini, and H. E. Payne (san Francisco: Astr. Spc. Pac.); astro-ph/0101420 (2001)
- Masjedi, M., Hogg, D. W., Cool, R. J., Eisenstein, D. J., Blanton, M. R. & Berlind, A. A., *Very Small Scale Clustering and Merger Rate of Luminous Red Galaxies*, *ApJ*, 644, 54 (2006)
- Matsubara, T., *The Correlation Function in Redshift Space: General Formula with Wide-Angle Effects and Cosmological Distortions*, *ApJ*, 535, 1 (2000)
- Matsubara, T., *Correlation Function in Deep Redshift Space as a Cosmological Probe*, *ApJ*, 615, 573 (2004)
- Matsubara, T., *Resumming Cosmological Perturbations via the Lagrangian Picture: One-loop Results in Real Space and in Redshift Space*, preprint arXiv:0711.2521 (2007)
- Matsubara, T., & Suto, Y., *Cosmological Redshift Distortion of Correlation Functions as a Probe of the Density Parameter and the Cosmological Constant*, *ApJ*, 470, L1 (1996)
- Matsubara, T., & Szalay, A. S., *Constraining the Cosmological Constant from Large-Scale Redshift-Space Clustering*, *ApJ*, 556, L67 (2001)
- Matsubara, T., & Szalay, A. S., *Cosmological Parameters from Redshift-Space Correlations*, *ApJ*, 574, 1 (2002)
- Meiksin, A., White, M., & Peacock, J. A., *Baryonic signatures in large-scale structure*, *MNRAS*, 304, 851 (1999)
- Melnick, G. J., et al., *The NASA Origins Probe Mission Study Report, "The Cosmic Inflation Probe: Study Report"* See also <http://cfa-www.harvard.edu/cip> (2005)

- Nishimichi, T., et al., *Characteristic Scales of Baryon Acoustic Oscillations from Perturbation Theory: Non-linearity and Redshift-Space Distortion Effects*, preprint arXiv:0705.1589 (2007)
- Okumura, T., Matsubara, T., Eisenstein, D. J., Kayo, I., Hikage, C., Szalay, A. S., & Schneider, D. P., *Large-Scale Anisotropic Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies*, preprint arXiv:0711.3640 (2008)
- Outram, P. J., Shanks, T., Boyle, B. J., Croom, S. M., Hoyle, F., Loaring, N. S., Miller, L., Smith, R. J., *The 2dF QSO Redshift Survey - XIII. A measurement of Λ from the quasi-stellar object power spectrum, $P^S(k_{\parallel}, k_{\perp})$* , MNRAS, 348, 745 (2004)
- Padmanabhan, N., et al., *The clustering of luminous red galaxies in the Sloan Digital Sky Survey imaging data*, MNRAS, 378, 852 (2007)
- Peacock, J. A., et al., *A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2dF Galaxy Redshift Survey*, Nature, 410, 169 (2001)
- Peebles, P. J. E., *The Large-Scale Structure of the Universe*, Princeton: Princeton Univ. Press (1980)
- Percival, W. J., et al., *The 2dF Galaxy Redshift Survey: the power spectrum and the matter content of the Universe*, MNRAS, 327, 1927 (2001)
- Percival, W. J., et al., *Measuring the Matter Density Using Baryon Oscillations in the SDSS*, ApJ, 657, 51 (2007a)
- Percival, W. J., et al., *The Shape of the Sloan Digital Sky Survey Data Release 5 Galaxy Power Spectrum*, ApJ, 657, 645 (2007b)
- Perlmutter, S., et al., *Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae*, ApJ, 517, 565 (1999)
- Petrosian, V., *Surface brightness and evolution of galaxies*, ApJ, 209, L1 (1976)
- Pier, J. R., Munn, J. A., Hindsley, R. B., Hennessy, G. S., Kent, S. M., Lupton, R. H., & Ivezić, Z., *Astrometric Calibration of the Sloan Digital Sky Survey*, AJ, 125, 1559 (2003)
- Pope, A. C. & Szapudi, I., *Shrinkage Estimation of the Power Spectrum Covariance Matrix*, preprint arXiv:0711.2509 (2007)
- Pope, A. C., et al., *Cosmological Parameters from Eigenmode Analysis of Sloan Digital Sky Survey Galaxy Redshifts*, ApJ, 607, 655

- Richards, G. T., et al., *Spectroscopic Target Selection in the Sloan Digital Sky Survey: The Quasar Sample*, AJ, 123, 2945 (2002)
- Riess, A. G., et al., *Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant*, AJ, 116, 1009 (1998)
- Ross, N. P., et al., *The 2dF-SDSS LRG and QSO Survey: the LRG 2-point correlation function and redshift-space distortions*, MNRAS, 381, 573 (2007)
- Ryden, B., *Measuring q_0 from the Distortion of Voids in Redshift Space*, ApJ, 452, 25 (1995)
- Sánchez, A. G. & Cole, S., *The galaxy power spectrum: precision cosmology from large scale structure?*, preprint arXiv:0708.1517 (2007)
- Scoccimarro, R., *Redshift-space distortions, pairwise velocities, and nonlinearities*, Phys. Rev. D., 70, 083007 (2004)
- Scoccimarro, R., & Sheth, R. K., *PTHALOS: a fast method for generating mock galaxy distributions*, MNRAS, 329, 629 (2002)
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., & Davis, M., *Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds*, ApJ, 500, 525 (1998)
- Schulz, A. E. & White, M., *Scale-dependent bias and the halo model*, Astropart. Phys., 25, 172 (2006)
- Scranton, R., et al., *Analysis of Systematic Effects and Statistical Uncertainties in Angular Clustering of Galaxies from Early Sloan Digital Sky Survey Data*, ApJ, 579, 48 (2002)
- Seljak, U., & Zaldarriaga, M., *A Line-of-Sight Integration Approach to Cosmic Microwave Background Anisotropies*, ApJ, 496, 437 (1996)
- Seljak, U., et al., *Cosmological parameter analysis including SDSS Ly α forest and galaxy bias: Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy*, Phys. Rev. D., 71, 103515 (2005)
- Seo, H. & Eisenstein, D. J., *Probing Dark Energy with Baryonic Acoustic Oscillations from Future Large Galaxy Redshift Surveys*, ApJ, 598, 720 (2003)
- Seo, H. & Eisenstein, D. J., *Baryonic Acoustic Oscillations in Simulated Galaxy Redshift Surveys*, ApJ, 633, 575 (2005)

- Seo, H. & Eisenstein, D. J., *Improved Forecasts for the Baryon Acoustic Oscillations and Cosmological Distance Scale*, ApJ, 665, 14 (2007)
- Smith, R. E., Scoccimarro, R., & Sheth, R. K., *Scale dependence of halo and galaxy bias: Effects in real space*, Phys. Rev. D., 75, 063512 (2007)
- Smith, J. A., Tucker, D. L. et al., *The u'g'r'i'z' Standard-Star System*, AJ, 123, 2121 (2002)
- Spergel, D. N., et al., *First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters*, ApJS, 148, 175 (2003)
- Spergel, D. N., et al., *Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology*, ApJS, 170, 377 (2007)
- Springel, V., et al., *Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars*, Nature, 435, 629 (2005)
- Stoughton, D. G. et al., *Sloan Digital Sky Survey: Early Data Release*, AJ, 120, 1579 (2002)
- Strauss, M. A. et al., *Spectroscopic Target Selection in the Sloan Digital Sky Survey: The Main Galaxy Sample*, AJ, 124, 1810 (2002)
- Suto, Y., Magira, H., Jing, Y. P., Matsubara, T., & Yamamoto, K., *Deciphering Cosmological Information from Redshift Surveys of High- z Objects — The Cosmological Light-Cone Effect and Redshift-Space Distortion—*, PThPS, 133, 183 (1999)
- Szalay, A. S., Matsubara, T., & Landy, S. D., *Redshift-Space Distortions of the Correlation Function in Wide-Angle Galaxy Surveys*, ApJ, 498, L1 (1998)
- Taruya, A. & Hiramatsu, T., *A Closure Theory for Non-linear Evolution of Cosmological Power Spectra*, preprint arXiv:0708.1367 (2007)
- Tegmark, M. et al., *The Three-Dimensional Power Spectrum of Galaxies from the Sloan Digital Sky Survey*, ApJ, 606, 702 (2004)
- Tegmark, M. et al., *Cosmological parameters from SDSS and WMAP*, Phys. Rev. D., 69, 103501 (2004)
- Tegmark, M. et al., *Cosmological constraints from the SDSS luminous red galaxies*, Phys. Rev. D., 74, 123507 (2006)
- Tucker, D. et al., *The Sloan Digital Sky Survey monitor telescope pipeline*, AN, 327, 821 (2006)

- Weinberg, S., *Gravitation and Cosmology*, Wiley (1972)
- Yahata, K. et al., *Large-Scale Clustering of Sloan Digital Sky Survey Quasars: Impact of the Baryon Density and the Cosmological Constant*, PASJ, 57, 529 (2005)
- Yamamoto, K., & Suto, Y., *Two-Point Correlation Function of High-Redshift Objects: an Explicit Formulation on a Light-Cone Hypersurface*, ApJ, 517, 1 (1999)
- York, D. G. et al., *The Sloan Digital Sky Survey: Technical Summary*, AJ, 120, 1579 (2000)
- Zehavi, I. et al., *Galaxy Clustering in Early Sloan Digital Sky Survey Redshift Data*, ApJ, 571, 172 (2002)
- Zehavi, I. et al., *The Intermediate-Scale Clustering of Luminous Red Galaxies*, ApJ, 621, 22 (2005)
- Zel'dovich, Ya. B., *Gravitational instability: An approximate theory for large density perturbations.*, A&A, 5, 84 (1970)
- Zel'dovich, Ya. B., *A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe*, MNRAS, 160, 1 (1972)

付録 A Eisenstein-Hu Fitting Formulae

ここでは、本研究で用いられる遷移関数のフィッティング公式 (Eisenstein & Hu, 1998) をまとめる。

A.1 Full Baryonic effects

バリオン音響振動の効果が入ったフィッティング公式は、バリオンの寄与とコールドダークマター (CDM) の寄与に分けて

$$T(k) = \frac{\Omega_b}{\Omega_0} T_b(k) + \frac{\Omega_c}{\Omega_0} T_c(k), \quad (\text{A.1})$$

と表される。

Cold Dark Matter

CDM に対する遷移関数 $T_c(k)$ は、

$$T_c(k) = f\tilde{T}_0(k, 1, \beta_c) + (1-f)\tilde{T}_0(k, \alpha_c, \beta_c) \quad (\text{A.2})$$

と表され、その係数は次のように表される：

$$\Theta_{2.7} = \frac{T_{CMB}}{2.7 \text{ K}} \quad (\text{A.3})$$

$$z_{\text{eq}} = 2.50 \times 10^4 \Omega_0 h^2 \Theta_{2.7}^{-4}, \quad (\text{A.4})$$

$$k_{\text{eq}} \equiv (2\Omega_0 H_0^2 z_{\text{eq}})^{1/2} = 7.46 \times 10^{-2} \Omega_0 h^2 \Theta_{2.7}^{-2} \text{ Mpc}^{-1}, \quad (\text{A.5})$$

$$z_d = 1291 \frac{(\Omega_0 h^2)^{0.251}}{1 + 0.659(\Omega_0 h^2)^{0.828}} [1 + b_1(\Omega_0 h^2)^{b_2}],$$

$$b_1 = 0.313(\Omega_0 h^2)^{-0.419} [1 + 0.607(\Omega_0 h^2)^{0.674}],$$

$$b_2 = 0.238(\Omega_0 h^2)^{0.223}, \quad (\text{A.6})$$

$$R(z) \equiv 3\rho_b/4\rho_\gamma = 31.5\Omega_b h^2 \Theta_{2.7}^{-4} (z/10^3)^{-1}. \quad (\text{A.7})$$

$$\begin{aligned} s &= \int_0^{t(z_d)} c_s (1+z) dt \\ &= \frac{2}{3k_{\text{eq}}} \sqrt{\frac{6}{R(z_{\text{eq}})}} \ln \frac{\sqrt{1+R(z_d)} + \sqrt{R(z_d) + R(z_{\text{eq}})}}{1 + \sqrt{R(z_{\text{eq}})}}, \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$$q = (k/\text{Mpc}^{-1})\Theta_{2.7}^2(\Omega_0 h^2)^{-1} = \frac{k}{13.41k_{\text{eq}}}, \quad (\text{A.9})$$

$$\alpha_c = a_1^{-\Omega_b/\Omega_0} a_2^{-(\Omega_b/\Omega_0)^3}, \quad (\text{A.10})$$

$$a_1 = (46.9\Omega_0 h^2)^{0.670} [1 + (32.1\Omega_0 h^2)^{-0.532}],$$

$$a_2 = (12.0\Omega_0 h^2)^{0.424} [1 + (45.0\Omega_0 h^2)^{-0.582}],$$

$$\beta_c^{-1} = 1 + b_1[(\Omega_c/\Omega_0)^{b_2} - 1], \quad (\text{A.11})$$

$$b_1 = 0.944[1 + (458\Omega_0 h^2)^{-0.708}]^{-1},$$

$$b_2 = (0.395\Omega_0 h^2)^{-0.0266}.$$

$$f = \frac{1}{1 + (ks/5.4)^4}, \quad (\text{A.12})$$

$$\tilde{T}_0(k, \alpha_c, \beta_c) = \frac{\ln(e + 1.8\beta_c q)}{\ln(e + 1.8\beta_c q) + Cq^2}, \quad (\text{A.13})$$

$$C = \frac{14.2}{\alpha_c} + \frac{386}{1 + 69.9q^{1.08}}. \quad (\text{A.14})$$

Baryons

バリオンに対する遷移関数 $T_b(k)$ は,

$$T_b = \left[\frac{\tilde{T}_0(k; 1, 1)}{1 + (ks/5.2)^2} + \frac{\alpha_b}{1 + (\beta_b/ks)^3} e^{-(k/k_{\text{Silk}})^{1.4}} \right] j_0(k\tilde{s}). \quad (\text{A.15})$$

と表され, それらの係数は次のように与えられる:

$$k_{\text{Silk}} = 1.6(\Omega_b h^2)^{0.52}(\Omega_0 h^2)^{0.73} [1 + (10.4\Omega_0 h^2)^{-0.95}] \text{Mpc}^{-1}, \quad (\text{A.16})$$

$$\alpha_b = 2.07k_{\text{eq}}s(1 + R_d)^{-3/4}G \left(\frac{1 + z_{\text{eq}}}{1 + z_d} \right), \quad (\text{A.17})$$

$$G(y) = y \left[-6\sqrt{1+y} + (2+3y) \ln \left(\frac{\sqrt{1+y}+1}{\sqrt{1+y}-1} \right) \right], \quad (\text{A.18})$$

$$\tilde{s}(k) = \frac{s}{(1 + (\beta_{\text{node}}/ks)^3)^{1/3}}. \quad (\text{A.19})$$

$$\beta_{\text{node}} = 8.41(\Omega_0 h^2)^{0.435}, \quad (\text{A.20})$$

$$\beta_b = 0.5 + \frac{\Omega_b}{\Omega_0} + (3 - 2\frac{\Omega_b}{\Omega_0})\sqrt{(17.2\Omega_0 h^2)^2 + 1}. \quad (\text{A.21})$$

A.2 No-wiggle Approximation

最後に、遷移関数に対する No-wiggle 近似の表式を示しておく；

$$T_0(q_{\text{eff}}) = \frac{L_0(q_{\text{eff}})}{L_0(q_{\text{eff}}) + C_0(q_{\text{eff}})q_{\text{eff}}^2},$$

$$q_{\text{eff}} = \frac{k}{h \text{ Mpc}^{-1}} \Theta_{2.7}^2 / \Gamma_{\text{eff}}. \quad (\text{A.22})$$

$$L_0(q) = \ln(2e + 1.8q), \quad (\text{A.23})$$

$$C_0(q) = 14.2 + \frac{731}{1 + 62.5q}.$$

$$\Gamma_{\text{eff}}(k) = \Omega_0 h \left(\alpha_\Gamma + \frac{1 - \alpha_\Gamma}{1 + (0.43ks)^4} \right), \quad (\text{A.24})$$

$$\alpha_\Gamma = 1 - 0.328 \ln(431\Omega_0 h^2) \frac{\Omega_b}{\Omega_0} + 0.38 \ln(22.3\Omega_0 h^2) \left(\frac{\Omega_b}{\Omega_0} \right)^2. \quad (\text{A.25})$$

$$s = \frac{44.5 \ln(9.83/\Omega_0 h^2)}{\sqrt{1 + 10(\Omega_b h^2)^{3/4}}} \text{ Mpc} \quad (\text{A.26})$$

$$(\text{A.27})$$

この No-wiggle 近似のパワースペクトルの公式は、5.6.4 節でバリオン音響振動がダークエネルギーへの制限にどの程度寄与しているかを調べるために用いる。