

UNIVERSITÀ DI PADOVA
FACOLTÀ DI SCIENZE MM.FF.NN.

Misura delle oscillazioni
dei mesoni $B_d^0 - \bar{B}_d^0$
all'esperimento CDF

Dott. Alberto Ribon

TESI DI DOTTORATO DI RICERCA IN FISICA
IX CICLO (1 Novembre 1993 - 31 Ottobre 1996)

a George.

Indice

<i>Introduzione</i>	5
1 Le oscillazioni nel Modello Standard	7
1.1 La produzione $b - \bar{b}$ in collisioni $p - \bar{p}$	7
1.2 Il Modello Standard e la matrice CKM	8
1.3 L'oscillazione particella - antiparticella	12
1.4 L'oscillazione nello studio della violazione CP	20
1.5 Panorama sperimentale	25
2 Apparato sperimentale	35
2.1 Il Tevatron	35
2.2 Il rivelatore CDF	39
2.2.1 I dispositivi di tracciatura	42
2.2.2 Calorimetria	49
2.2.3 <i>Beam-beam counters</i>	53
2.2.4 Rivelatori per muoni	53
2.2.5 Il <i>trigger</i> e l'acquisizione dati	57
2.2.6 La ricostruzione delle tracce	58
3 La selezione del campione di dati	61
3.1 Metodo dell'analisi	61
3.2 La selezione dei μ	63
3.3 La determinazione del vertice primario	66
3.4 La determinazione del vertice secondario	69
3.5 Riassunto dei tagli dell'analisi	72
4 Il Monte Carlo	73
4.1 Scelta del Monte Carlo	74
4.2 Fattore di correzione	82
4.3 Composizione di b -adroni	83
4.4 Risoluzioni	85
4.5 Efficienza di <i>tag</i> in funzione di t	90

4.6	Sequenziali	92
4.7	Confronto dati-Monte Carlo	97
5	Il fondo	101
5.1	Il fondo correlato	101
5.2	Il fondo $c\bar{c}$	103
5.3	Il campione di falsi μ	104
5.4	Fit a tre componenti	108
5.5	Il <i>fit</i> su $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$	110
5.6	Il <i>fit</i> su $m_B^{(jet)}$	113
5.7	Il <i>fit</i> sul parametro d'impatto del μ	113
5.8	Controllo dei <i>fit</i> su campioni di fondo <i>pre-tag</i>	118
5.9	Riassunto del fondo dopo tutti i tagli	118
5.10	Andamento in $c\tau$ del fondo	119
5.11	L'evidenza del D e D^*	122
6	Il <i>fit</i> per estrarre Δm_{B_d}	129
6.1	Notazioni e definizioni	130
6.2	L'effetto della risoluzione	132
6.3	L'effetto della curva di efficienza	133
6.4	I sequenziali	136
6.5	La composizione del campione di B	138
6.6	L' <i>away side</i>	138
6.7	Eventi LS e OS	140
6.8	I fondi	141
6.9	I <i>fit</i> χ^2 e <i>likelihood</i>	143
6.10	Approssimazioni e semplificazioni	145
6.11	Vincoli sui parametri del <i>fit</i>	148
6.12	Controllo del <i>fit</i> con il <i>Toy MC</i>	150
7	Risultati e sistematiche	157
7.1	Δm_{B_d} nel campione Monte Carlo	157
7.2	Δm_{B_d} nel campione di dati	159
7.3	Considerazioni preliminari sull'errore sistematico	160
7.4	La sistematica dovuta al <i>binning</i>	161
7.5	La sistematica dovuta alla vita media τ_b	162
7.6	La sistematica dovuta alle frazioni di B_d , e B_s	163
7.7	La sistematica dovuta ai sequenziali	164
7.8	La sistematica dovuta alle risoluzioni	165
7.9	La sistematica dovuta al fondo $c\bar{c}$	166
7.10	La sistematica dovuta al fondo di falsi muoni	167

7.11 Prospettive con la nuova selezione	171
<i>Conclusioni</i>	<i>173</i>
<i>Appendice: Isajet, Herwig, Pythia</i>	<i>175</i>
<i>Ringraziamenti</i>	<i>179</i>
Elenco delle figure	181
Elenco delle tabelle	185
Bibliografia	187

Introduzione

La scoperta della J/Ψ [1, 2] nel 1974, a Brookhaven e a SLAC, e la spiegazione di questa risonanza come uno stato legato $c\bar{c}$ segnarono l'inizio dell'era della fisica degli *heavy flavor*.

Nel 1976 si osservò il primo mesone D [3, 4].

La seguente scoperta della Υ [5] e delle sue risonanze, identificate come stati legati $b\bar{b}$, contribuì ulteriormente alla conferma del Modello Standard.

Nel 1980 si osservarono i mesoni B_d e B^+ [6, 7], e si iniziò a studiarli su macchine e^+e^- che lavorano sulla risonanza $\Upsilon(4S)$.

Successivamente, a LEP, si scoprì il mesone neutro B_s [8, 10, 11, 12, 13]; la Λ_b [9], che è il b -barione più leggero; infine, molto recentemente, la Ξ_b [14].

Per il mesone B_c ci sono dei risultati preliminari, non ancora pubblicati, a CDF.

L'interesse per la cosiddetta *fisica del b* è già in questi anni estremamente diffuso, ma lo sarà ancor di più nei prossimi anni, come testimonia il numero di nuovi esperimenti in via di progettazione o realizzazione. La *fisica del b* , infatti, costituisce un vasto campo di ricerca, sia per verificare il Modello Standard in ogni suo aspetto, sia anche per la ricerca di segnali o indizi di "nuova fisica".

Per esempio, dalle misure di vita media si ricavano gli elementi $|V_{cb}|$ e $|V_{ub}|$, dalle misure di oscillazione $|V_{td}|$ e $|V_{ts}|$, dallo studio della violazione di CP si ricava la fase della matrice V_{CKM} , o equivalentemente gli angoli del triangolo unitario (e quindi si può verificare l'unitarietà di tale matrice). L'insieme di queste misure e di quelle dei BR di decadimento forniscono un insieme di vincoli stringenti per il Modello Standard, così come per ogni possibile estensione o nuovo modello.

Gran parte dei risultati ottenuti finora provengono da macchine e^+e^- . Un *collider* adronico offre il vantaggio di una più alta sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$, che però è pagato al prezzo di un rapporto segnale/rumore sfavorevole, oltre ad una maggiore complessità degli eventi da analizzare. Ma i recenti risultati di CDF dimostrano che è possibile fare della fisica del b di precisione anche con una macchina adronica.

In particolare, questa tesi affronta il problema della misura dell'oscillazione dei mesoni B_d^0 in funzione del tempo, nel canale inclusivo $\mu\mu$, nell'ambito dell'esperimento CDF.

La misura integrata è stata fatta per la prima volta dall'esperimento ARGUS e poi da UA1 nel 1987. Più di recente, gli esperimenti a LEP hanno misurato l'oscillazione in funzione del tempo. Per quanto riguarda l'oscillazione dei mesoni B_s^0 , la misura è molto più complicata a causa del piccolo periodo di oscillazione. Al momento esistono solo dei limiti inferiori al parametro di *mixing* x_s (o, equivalentemente, Δm_{B_s}), ma sembra che la misura sia oggi fuori portata per gli esperimenti a LEP; è invece promettente per i prossimi esperimenti sulle macchine adroniche (TeV II, LHC). È in questa prospettiva che la misura dell'oscillazione in funzione del tempo per i B_d^0 , in collisioni $p\bar{p}$, è molto importante, essendo la necessaria premessa per quella dei B_s .

La tesi è strutturata nel seguente modo:

- Nel primo capitolo si inquadra il fenomeno dell'oscillazione, con particolare riferimento ai B , da un punto di vista teorico, nell'ambito del Modello Standard; si discutono successivamente alcune problematiche e metodologie sperimentali connesse alla misura dell'oscillazione;
- nel secondo si descrive l'acceleratore Tevatron, e il rivelatore CDF;
- nel terzo si descrive la selezione del campione di dati. Particolarmente delicati sono: la determinazione del vertice primario, l'algoritmo utilizzato per cercare vertici secondari, e la selezione dei μ ;
- nel quarto si descrive la scelta del Monte Carlo e il suo utilizzo che è, per questa analisi, fondamentale;
- nel quinto si stima, con diverse tecniche, il fondo presente nel campione selezionato, che è costituito da eventi non $b\bar{b}$, oppure $b\bar{b}$ ma con μ falsi o da decadimento in volo;
- nel sesto si descrive la funzione di *fit* con cui si ottiene la quantità Δm_{B_d} che regola l'oscillazione;
- nel settimo, e ultimo, si riporta il risultato della misura di Δm_{B_d} , e si discutono alcune sistematiche.

I risultati presentati nei capitoli 5 e 7 sono preliminari: studi più accurati sono in corso.

Capitolo 1

Le oscillazioni nel Modello Standard

Il Modello Standard è la teoria che descrive le interazioni forti, deboli ed elettromagnetiche tra i costituenti elementari della materia, e che da oltre vent'anni resiste a tutte le verifiche sperimentali eseguite.

In questo capitolo inquadreremo il fenomeno dell'oscillazione particella - antiparticella nell'ambito del Modello Standard, e accenneremo alle connessioni di tale fenomeno con la violazione della simmetria CP.

Concluderemo discutendo le problematiche sperimentali e alcune delle metodologie usate nello studio delle oscillazioni dei B .

1.1 La produzione $b - \bar{b}$ in collisioni $p - \bar{p}$

La ragione principale per studiare i mesoni B in una macchina adronica è l'alta sezione d'urto di produzione, e di conseguenza la grande statistica disponibile. La sezione d'urto di produzione di $b - \bar{b}$ centrali, $|\eta| \leq 1$, al Tevatron è di circa $20 \mu b$, che corrisponde approssimativamente ad un millesimo di quella totale:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow b\bar{b} (|\eta| \leq 1), \sqrt{s} = 1.8 TeV) \approx 20 \mu b \approx \frac{1}{1000} \sigma_{TOT}(p\bar{p} \rightarrow X, \sqrt{s} = 1.8 TeV)$$

La misura della sezione d'urto di produzione adronica di *quark* pesanti, come $c\bar{c}$, $b\bar{b}$ consente di verificare le predizioni della QCD, la teoria che descrive l'interazione forte.

I diagrammi di Feynman di ordine più basso che contribuiscono al processo di produzione $b\bar{b}$ (analoghi diagrammi valgono per la produzione di $c\bar{c}$) sono mostrati nella figura 1.1. Un contributo ben più piccolo, ma non trascurabile, alla produzione di *quark* pesanti viene da processi di *gluon splitting*: ovvero processi in cui nello stato

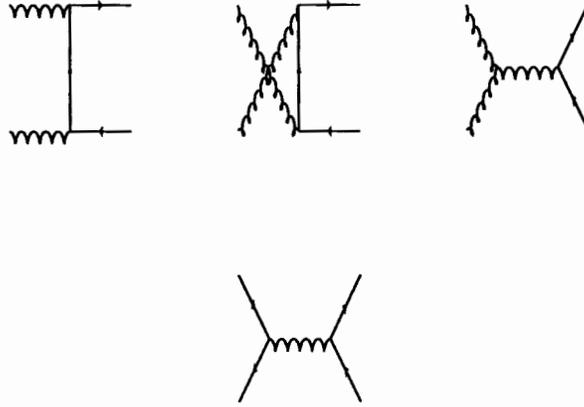


Figura 1.1: Grafici di Feynman all'ordine più basso per la produzione di heavy quark

finale abbiamo due gluoni, uno dei quali produce una coppia $b\bar{b}$.

1.2 Il Modello Standard e la matrice CKM

Il Modello Standard [15, 16] è una teoria di gauge basata sul gruppo:

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y .$$

Ciò significa, fisicamente, che le interazioni tra le particelle elementari che costituiscono la materia, fermioni di $spin \frac{1}{2}$, sono mediate da particelle di $spin 1$, dette *bosoni vettoriali di gauge*. Queste sono in corrispondenza biunivoca con i generatori del gruppo di simmetria che descrive l'interazione (più precisamente, i bosoni vettori trasformano secondo la rappresentazione aggiunta del gruppo), mentre i campi di $spin \frac{1}{2}$ trasformano secondo la rappresentazione vettoriale del gruppo. L'indice di questa rappresentazione corrisponde fisicamente al numero quantico di *carica* per l'interazione.

L'interazione forte è descritta dal gruppo $SU(3)$: la carica è chiamata *colore* e gli 8 bosoni vettori *gluoni*. Il carattere non abeliano di tale gruppo implica che i *gluoni* non sono neutri (di colore), e quindi possono interagire tra di loro.

L'interazione debole ed elettromagnetica sono descritte in modo unificato via il gruppo $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$. Qui i pedici, che non hanno alcun significato dal punto di vista grupppale, servono solo mnemonicamente per ricordare che la carica *debole* è traspor-

tata solo dalle componenti *left* dei campi di materia, ovvero fisicamente da particelle (antiparticelle) che hanno *spin* antiparallelo (parallelo) alla direzione di moto, mentre quelle *right* sono neutre (carica debole nulla); la carica associata al gruppo $U(1)$ non è quella elettrica bensì l'*ipercarica debole*.

L'invarianza di *gauge*, ovvero l'invarianza della lagrangiana per trasformazioni locali del gruppo di simmetria, è essenziale per la consistenza matematica (rinormalizzabilità) della teoria; tuttavia essa comporta l'assenza di termini di massa sia per i bosoni vettori, sia per i campi di materia. Ciò è ovviamente inaccettabile dal punto di vista sperimentale. La via d'uscita è costituita dal cosiddetto *meccanismo di Higgs*: introducendo opportunamente dei campi scalari di *spin* 0, si riesce a mantenere la simmetria di *gauge* della lagrangiana, ma lo stato di vuoto non è più invariante sotto l'intero gruppo di simmetria:

$$SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_c \otimes U(1)_{em}$$

La carica, ovvero il numero quantico legato al gruppo di simmetria $U(1)$ rimasto dopo la rottura spontanea, è la *carica elettrica*; l'unico bosone vettore che media l'interazione elettromagnetica è il *fotone*, che ha massa nulla perché il gruppo non è rotto ed è neutro perché il gruppo è abeliano.

I tre bosoni di *gauge* W^+ , W^- , Z^0 , definiti in termini dei generatori di simmetria rotti dal vuoto, acquistano massa.

Anche i campi di materia, via gli accoppiamenti con i campi di *spin* 0 (detti *accoppiamenti di Yukawa*), acquistano massa. Prima di entrare un po' più in dettaglio in questo argomento, che è alla base del meccanismo di oscillazione particella - antiparticella, vediamo chi sono i campi di materia nel Modello Standard. Ci sono 3 famiglie, o generazioni, di *quark* e *leptoni*:

- 1° famiglia: quark u, d ; leptoni $e^- (\nu_e)_L$
- 2° famiglia: quark c, s ; leptoni $\mu^- (\nu_\mu)_L$
- 3° famiglia: quark t, b ; leptoni $\tau^- (\nu_\tau)_L$

I quark hanno interazione forte ed elettrodebole; i leptoni solo elettrodebole (ignoriamo l'interazione gravitazionale, trascurabilissima alla scala di energia di $\approx 100 \text{ GeV}$, e non inclusa nel Modello Standard). I campi di Dirac che descrivono i neutrini sono supposti avere solo componente chirale *left*. Ciò implica che, anche dopo la rottura spontanea di simmetria, i neutrini non hanno termine di massa nella lagrangiana.

Tutte le particelle, fermioniche o bosoniche, del Modello Standard sono state osservate sperimentalmente, ad esclusione del bosone di Higgs, e del neutrino della terza famiglia, ν_τ .

La lagrangiana del Modello Standard è scritta inizialmente in una base, detta *de-*

bole o di gauge o di interazione o anche di flavor, che ha semplici proprietà di trasformazione sotto il gruppo di simmetria elettrodebole $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$:

$$\begin{pmatrix} q'_{up} \\ q'_{down} \end{pmatrix}_L, (q'_{up})_R, (q'_{down})_R \quad ; \quad \begin{pmatrix} \nu'_l \\ l'^- \end{pmatrix}_L, (l'^-)_R$$

$$\text{ove: } q'_{up} = u', c', t' \quad q'_{down} = d', s', b'$$

$$\nu'_l = \nu'_e, \nu'_\mu, \nu'_\tau \quad l' = e', \mu', \tau'$$

$$\begin{pmatrix} \cdot \\ \cdot \end{pmatrix} = \text{rappresentazione vettoriale (doppietto) di } SU(2)$$

$$(\cdot) = \text{singoletto di } SU(2).$$

In questa base l'interazione debole carica per la parte adronica ha la seguente espressione:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}'_L, \bar{c}'_L, \bar{t}'_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix} W_\mu^\dagger + h.c. \quad (1.1)$$

Gli accoppiamenti di Yukawa nel Modello Standard corrispondono al più generale accoppiamento, invariante per trasformazioni di gauge, tra gli autostati deboli e il doppietto di campi scalari di spin 0. Dopo la rottura spontanea, in tale base emergono termini di massa, ovvero bilineari nei campi fermionici, non diagonali, del tipo:

$$\text{cost} \cdot \bar{\chi}(x) \cdot \psi(x)$$

È conveniente a questo punto cambiare base introducendo quella degli autostati di massa in modo da diagonalizzare la matrice di massa. Detti u, d, \dots i campi di materia in tale base, la 1.1 diventa:

$$\mathcal{L}_{int} = -\frac{g}{\sqrt{2}} (\bar{u}_L, \bar{c}_L, \bar{t}_L) \gamma^\mu V_{CKM} \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix} W_\mu^\dagger + h.c. \quad (1.2)$$

ove la matrice 3×3 V_{CKM} è unitaria, ed è detta *matrice di Cabibbo - Kobayashi - Maskawa*.

Ridefinendo opportunamente le fasi dei campi fermionici associati ai quark, si riesce ad esprimere tale matrice in termini di 3 angoli $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ ed una fase δ :

$$\begin{aligned}
V_{CKM} &= \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{13}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{-i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}c_{13} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{-i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Le altri correnti, forte, elettromagnetica, e debole neutra, rimangono formalmente identiche se scritte negli autostati deboli o in quelli di massa, grazie all'unitarietà della suddetta matrice.

Nel settore leptonic non c'è un'analogia matrice V_{CKM} . Ciò perché i campi di Dirac che descrivono i neutrini non hanno le componenti di chiralità *right*, e quindi hanno massa nulla: questa degenerazione massima consente di ridefinire liberamente gli autostati deboli in modo da lasciare diagonale la matrice di massa leptonica.

Insieme alle sei masse dei *quark*, i parametri della matrice V_{CKM} costituiscono i dieci parametri liberi del Modello Standard nel settore dei *quark*.

Descriviamo brevemente come si misurano sperimentalmente gli elementi della matrice V_{CKM} .

$|V_{ud}|$ può essere ottenuto in diversi modi: dal confronto della intensità di alcuni decadimenti β (transizioni di Fermi super permesse) con quella del decadimento del μ ; dalla vita media del neutrone; dal BR del decadimento $\pi^+ \rightarrow e^+\nu$. La misura più precisa si ottiene con il primo metodo [17]:

$$|V_{ud}| = 0.9736 \pm 0.0010$$

$|V_{us}|$ si ottiene dai decadimenti dei mesoni K : $K \rightarrow \pi l \nu$ e da quelli semileptonici degli iperoni. Dalla media di queste misure si ha [17]:

$$|V_{us}| = 0.2205 \pm 0.0018$$

$|V_{cs}|$ si ricava dai decadimenti $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$ e $D^+ \rightarrow \bar{K}^0 e^+ \nu_e$ [17]:

$$|V_{cs}| = 1.01 \pm 0.18$$

$|V_{cd}|$: confrontando i decadimenti di mesoni con *charm* privi di particelle strane nello stato finale, del tipo $D^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e$, con il decadimento $D^0 \rightarrow K^- e^+ \nu_e$ si ricava $\left| \frac{V_{cd}}{V_{cs}} \right|$. Da cui, usando il valore $|V_{cs}|$ succitato, si ottiene: [17]:

$$|V_{cd}| = 0.204 \pm 0.017$$

$|V_{cb}|$: dallo studio di tutti i decadimenti del tipo $b \rightarrow cl\nu$, si estrae [17]:

$$|V_{cb}| = 0.0393 \pm 0.0028$$

$|V_{ub}|$: lo spettro dei leptoni carichi provenienti di decadimenti $b \rightarrow cl\nu_l$ ha come limite cinematico $2.46 \text{ GeV}/c$. La presenza di eventi oltre questo limite viene attribuita ad eventi $b \rightarrow ul\nu_l$. Dal *fit* di tali spettri si ricavano informazioni sul contributo relativo di $b \rightarrow ul\nu_l$ e $b \rightarrow cl\nu_l$, da cui si estrae: [17]

$$\left| \frac{V_{ub}}{V_{cb}} \right| = 0.08 \pm 0.02$$

$|V_{tb}|, |V_{ts}|, |V_{td}|$: non è possibile, data la bassa statistica di eventi di *top* attualmente disponibile negli esperimenti CDF e D0, ricavare questi parametri dallo studio dei decadimenti $t \rightarrow W + q$, con $q = u, c, t$. Questo tipo di studio sarà invece fattibile nel *run II*, specialmente per gli eventi di *top singolo*. Facendo l'ottima approssimazione $|V_{tb}| \approx 1$, si possono ricavare informazioni su $|V_{ts}|, |V_{td}|$ dallo studio delle oscillazioni, come vedremo nei prossimi paragrafi.

Concludiamo mettendo in evidenza la gerarchia della matrice V_{CKM} osservata sperimentalmente:

elementi sulla diagonale: ≈ 1

I-II famiglia: $\approx 20\%$

II-III famiglia: $\approx 4\%$

I-III famiglia: $\approx 1\%$

La parametrizzazione approssimata di Wolfenstein mette in evidenza tale gerarchia:

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) \quad (1.4)$$

ove $\lambda \approx 0.22$, $A \approx 0.8$. Di ρ ed η , e quindi della fase della matrice V_{CKM} , discuteremo più avanti in relazione della violazione di CP.

1.3 L'oscillazione particella - antiparticella

Iniziamo con alcune considerazioni generali di Meccanica Quantistica.

L'evoluzione temporale di una particella libera di massa m e vita media $\tau = \frac{1}{\gamma}$, con γ larghezza naturale della particella, nel sistema di riferimento a riposo (e in unità $\hbar = c = 1$), è data da :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = H\psi = \left(m - \frac{i}{2}\gamma \right) \psi$$

Si noti che la non hermiticità dell'hamiltoniana è necessaria per descrivere l'instabilità della particella.

Una situazione leggermente più complicata è costituita da uno stato di singola particella che è la sovrapposizione di due stati coniugati di carica: P^0 e \bar{P}^0 :

$$C|P^0 \rangle = |\bar{P}^0 \rangle$$

Ovviamente una tale sovrapposizione non è fisicamente realizzabile per particelle cariche (elettromagneticamente), per la conservazione della carica elettrica, né per barioni, per la conservazione del numero barionico. Tale sovrapposizione si osserva invece in Natura per mesoni neutri quali $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$, $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Il motivo fisico è che tali stati hanno un numero quantico, detto *sapore* perché legato al tipo di *heavy quark* costituente, conservato dall'interazione forte (e anche elettromagnetica) responsabile della loro produzione, ma non dall'interazione debole, che proprio per questo ne governa il decadimento. Quest'ultima affermazione si deduce immediatamente dalla forma non diagonale della matrice V_{CKM} (vedi 1.4). In questi casi, l'evoluzione temporale dello stato è governata dall'equazione di Schrödinger:

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} |P^0 \rangle \\ |\bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} = H \begin{pmatrix} |P^0 \rangle \\ |\bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |P^0 \rangle \\ |\bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} \quad (1.5)$$

Poiché lo stato non è stabile, la matrice H non è hermitiana: possiamo però scriverla come la somma di due matrici hermitiane, M , Γ , dette rispettivamente matrici di *massa* e di *decadimento*:

$$H = M - \frac{i}{2}\Gamma = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix} \quad (1.6)$$

Sfruttando il teorema CPT e l'hermiticità delle matrici M , e Γ si ottiene:

$$\begin{aligned} m_{11} &= m_{22} \equiv m & m_{21} &= m_{12}^* \\ \gamma_{11} &= \gamma_{22} \equiv \gamma & \gamma_{21} &= \gamma_{12}^* \end{aligned}$$

ove m , γ sono reali e m_{12} , γ_{12} complessi. La matrice H si può così riscrivere:

$$H = \begin{pmatrix} m - \frac{1}{2}\gamma & m_{12} - \frac{i}{2}\gamma_{12} \\ m_{12}^* - \frac{i}{2}\gamma_{12}^* & m - \frac{1}{2}\gamma \end{pmatrix}$$

Definiamo autostati *fisici* o di *massa* P_H , P_L la combinazione lineare degli autostati di *sapore*, P^0 , \bar{P}^0 :

$$|P_L \rangle = p|P^0 \rangle + q|\bar{P}^0 \rangle \quad (1.7)$$

$$|P_H \rangle = p|P^0 \rangle - q|\bar{P}^0 \rangle \quad (1.8)$$

(ove $|p|^2 + |q|^2 = 1$) che diagonalizza la matrice H , con autovalori ($L=light$, $H=heavy$) rispettivamente:

$$\mu_L = m_L - \frac{i}{2}\gamma_L \quad (1.9)$$

$$\mu_H = m_H - \frac{i}{2}\gamma_H \quad (1.10)$$

ove $m_{L,H}$ e $\gamma_{L,H}$ denotano le masse e ampiezze di decadimento di $P_{L,H}$.

Risolvendo questo problema agli autovalori, si ottiene:

$$\mu_L = h_{11} + \sqrt{h_{12}h_{21}}$$

$$\mu_H = h_{11} - \sqrt{h_{12}h_{21}}$$

da cui:

$$m_{L,H} = m \mp \frac{\Delta m}{2} \quad \text{e} \quad \gamma_{L,H} = \gamma \mp \frac{\Delta \gamma}{2} \quad (1.11)$$

dove abbiamo indicato:

$$\Delta m = 2\Re e \sqrt{(m_{12} - \frac{i}{2}\gamma_{12})(m_{12}^* - \frac{i}{2}\gamma_{12}^*)} \quad , \quad (1.12)$$

$$\Delta \gamma = -4\Im m \sqrt{(m_{12} - \frac{i}{2}\gamma_{12})(m_{12}^* - \frac{i}{2}\gamma_{12}^*)} \quad . \quad (1.13)$$

Per quanto riguarda i coefficienti degli autovettori si ricava:

$$\frac{q}{p} \equiv \eta = \sqrt{\frac{m_{12}^* - \frac{i}{2}\gamma_{12}^*}{m_{12} - \frac{i}{2}\gamma_{12}}} \quad . \quad (1.14)$$

Il numero complesso η dipende anche dalla scelta della fase relativa degli stati $|P^0\rangle$ e $|\bar{P}^0\rangle$: fissiamo questa fase in modo tale che siano CP coniugati:

$$CP|P^0\rangle = |\bar{P}^0\rangle \quad CP|\bar{P}^0\rangle = |P^0\rangle \quad (1.15)$$

In questo modo se $p = q$, ovvero $\eta = 1$, allora gli autostati di massa coincidono con gli autostati di CP, altrimenti si ha violazione di CP.

Possiamo a questo punto descrivere l'evoluzione temporale dell'oscillazione: supponiamo che lo stato iniziale, a $t = 0$, sia un autostato di sapore, per esempio P^0 ; vogliamo determinare qual è la densità di probabilità che al tempo t lo stato sia P^0 , oppure \bar{P}^0 .

Per far ciò occorre prima riscrivere lo stato iniziale nella base degli autostati di massa — di cui conosciamo l'evoluzione temporale — e poi ritornare alla base degli

autostati di sapore, e sfruttare l'ortonormalità di questa base:

$$\langle P^0 | P^0 \rangle = \langle \bar{P}^0 | \bar{P}^0 \rangle = 1 \quad \langle P^0 | \bar{P}^0 \rangle = 0$$

(si noti che la base degli autostati di massa non è invece ortogonale: ciò per la non hermiticità della matrice H).

Invertendo le relazioni 1.7, 1.8 si ottiene:

$$|P^0\rangle = \frac{1}{2p}(|P_L\rangle + |P_H\rangle) \quad (1.16)$$

da cui:

$$|\Psi_{P^0}(t)\rangle = \frac{1}{2p} \left(e^{-i(m_L - \frac{i}{2}\gamma_L)t} |P_L\rangle + e^{-i(m_H - \frac{i}{2}\gamma_H)t} |P_H\rangle \right) \quad (1.17)$$

sfruttando ora 1.7, 1.8, la 1.17 si riscrive:

$$\begin{aligned} |\Psi_{P^0}(t)\rangle &= \frac{1}{2} \left(e^{-im_L t} e^{-\frac{\gamma_L}{2}t} + e^{-im_H t} e^{-\frac{\gamma_H}{2}t} \right) |P^0\rangle + \\ &\quad \frac{q}{2p} \left(e^{-im_L t} e^{-\frac{\gamma_L}{2}t} - e^{-im_H t} e^{-\frac{\gamma_H}{2}t} \right) |\bar{P}^0\rangle \end{aligned} \quad (1.18)$$

Da questa si ottiene infine:

$$\begin{aligned} \frac{dProb_{P^0 \rightarrow P^0}}{dt}(t) &\equiv \frac{1}{\bar{\tau}} |\langle P^0 | \Psi_{P^0}(t) \rangle|^2 = \\ &= \frac{1}{4} \frac{2\gamma_L \gamma_H}{\gamma_L + \gamma_H} \left[e^{-\gamma_L t} + e^{-\gamma_H t} + 2e^{-\frac{(\gamma_L + \gamma_H)t}{2}} \cos(\Delta m t) \right] \quad (1.19) \\ \frac{dProb_{P^0 \rightarrow \bar{P}^0}}{dt}(t) &\equiv \frac{1}{\bar{\tau}} |\langle \bar{P}^0 | \Psi_{P^0}(t) \rangle|^2 = \\ &= \frac{|\eta|^2}{4} \frac{2\gamma_L \gamma_H}{\gamma_L + \gamma_H} \left[e^{-\gamma_L t} + e^{-\gamma_H t} - 2e^{-\frac{(\gamma_L + \gamma_H)t}{2}} \cos(\Delta m t) \right] \end{aligned} \quad (1.20)$$

ove $\bar{\tau} \equiv \frac{\tau_L + \tau_H}{2}$ (ovviamente, $\gamma_L \equiv \frac{1}{\tau_L}$, $\gamma_H \equiv \frac{1}{\tau_H}$).

Per lo studio sperimentale dell'oscillazione dei mesoni B è possibile semplificare queste relazioni utilizzando le seguenti approssimazioni (che comportano un errore ben al di sotto dell'attuale precisione sperimentale) [18]

$$|\eta| = 1; \quad \Delta\gamma \approx 0 \quad (\Rightarrow \gamma_L = \gamma_H = \gamma) \quad (1.21)$$

Fisicamente, ciò significa trascurare la violazione di CP, e considerare l'oscillazione dei B come dovuta unicamente alla differenza di massa dei due autostati fisici, e non anche alla differenza delle loro vite medie. Utilizzando 1.21, le 1.19, 1.20 diventano:

$$\frac{dProb_{P^0 \rightarrow P^0}}{dt}(t) = \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma t} [1 + \cos(\Delta m t)] \quad (1.22)$$

$$\frac{d\text{Prob}_{P^0 \rightarrow \bar{P}^0}}{dt}(t) = \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma t} [1 - \cos(\Delta m t)] \quad (1.23)$$

Queste sono le relazioni da cui partiremo, nel capitolo 6, per costruire la funzione di *fit*.

Finora abbiamo sfruttato considerazioni generali di Meccanica Quantistica, e siamo giunti ad esprimere le due quantità che governano il fenomeno dell'oscillazione, ovvero Δm , e $\Delta\gamma$, rispettivamente differenza di massa e di larghezza naturale dei due autostati fisici, in termini di due quantità complesse: m_{12} , e γ_{12} (si vedano le relazioni 1.12, 1.13). Per determinare queste due quantità occorre una descrizione “microscopica” dell'interazione che regola l'evoluzione temporale dei mesoni P^0 , \bar{P}^0 considerati. La teoria elettrodebole, introdotta succintamente nel paragrafo precedente, ci permette di determinare perturbativamente m_{12} , γ_{12} . Il calcolo consta di due passi. Prima si determina una lagrangiana effettiva, \mathcal{L}^{eff} , che descrive direttamente (cioè a *tree level*) la transizione $P^0 \rightarrow \bar{P}^0$, a partire dalla lagrangiana del Modello Standard, nell'ipotesi di *quark* liberi:

$$\mathcal{L}_{eff}^{\Delta=2} = \lambda \cdot [\bar{Q}\gamma^\mu(1 - \gamma_5)q] [\bar{Q}\gamma_\mu(1 - \gamma_5)q] \quad (1.24)$$

ove Q , q sono i campi di Dirac associati, rispettivamente, ai *quark heavy*, *light*, che costituiscono il mesone P^0 , e Δ indica la variazione del numero quantico di sapore nella transizione $P^0 \leftrightarrow \bar{P}^0$:

- $Q = s$; $q = d$; $\Delta = \Delta S$: per il sistema K^0 , \bar{K}^0
- $Q = c$; $q = u$; $\Delta = \Delta C$: per il sistema D^0 , \bar{D}^0
- $Q = b$; $q = d$; $\Delta = \Delta B$: per il sistema B_d^0 , \bar{B}_d^0
- $Q = b$; $q = s$; $\Delta = \Delta B$: per il sistema B_s^0 , \bar{B}_s^0

e il numero complesso λ si determina, all'ordine più basso, dai diagrammi a *box*, mostrati nella figura 1.2. Il secondo passo consiste nel valutare l'elemento di matrice di tale lagrangiana tra gli stati $|P^0\rangle$, e $|\bar{P}^0\rangle$:

$$\langle \bar{P}^0 | \mathcal{L}_{eff}^{\Delta=2} | P^0 \rangle \quad (1.25)$$

Un'approssimazione spesso usata per valutare questo elemento di matrice è la cosiddetta “saturazione del vuoto”:

$$\langle \bar{P}^0 | \mathcal{J}_\mu \mathcal{J}^\mu | P^0 \rangle \propto \langle \bar{P}^0 | \mathcal{J}_\mu | 0 \rangle \langle 0 | \mathcal{J}^\mu | P^0 \rangle$$

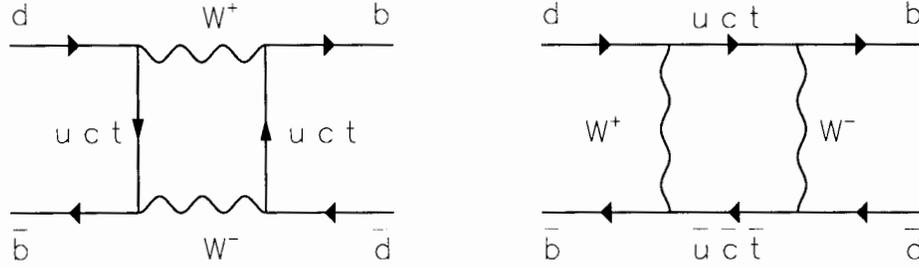


Figura 1.2: Diagrammi a box per i mesoni $B_{d,s}^0, \bar{B}_{d,s}^0$.

Infine, m_{12} , γ_{12} si ricavano separando nella lagrangiana effettiva, $\mathcal{L}_{eff}^{\Delta=2}$, la parte hermitiana, detta *dispersiva*, \mathcal{L}^{dis} , da quella antihermitiana, detta *assorbitiva*, \mathcal{L}^{abs} :

$$\begin{aligned}
 m_{12} + \frac{i}{2}\gamma_{12} &= \langle \bar{P}^0 | \mathcal{L}_{eff}^{\Delta=2} | P^0 \rangle = \\
 &= \langle \bar{P}^0 | \mathcal{L}^{dis} + \frac{i}{2}\mathcal{L}^{abs} | P^0 \rangle = \\
 &= \langle \bar{P}^0 | \mathcal{L}^{dis} | P^0 \rangle + \frac{i}{2} \langle \bar{P}^0 | \mathcal{L}^{abs} | P^0 \rangle \quad (1.26)
 \end{aligned}$$

Fisicamente, la parte dispersiva e quella assorbitiva corrispondono alle transizioni, rispettivamente, virtuali (sotto soglia) e reali (sopra soglia) comuni ai due mesoni P_0, \bar{P}_0 .

In pratica il calcolo, seppur all'ordine più basso nell'accoppiamento elettrodebole, risulta estremamente complesso, sia perché occorre considerare correzioni perturbative di QCD (scambio di gluoni), sia soprattutto perché l'elemento di matrice 1.25 non è calcolabile perturbativamente (si usa il reticolo, oppure le *QCD sum rules*). In realtà la questione è ancora più complicata, in quanto i diagrammi a box, fin qui considerati, descrivono bene i contributi *short distance* a m_{12} , e γ_{12} , ma solo parzialmente quelli *long distance*, importanti soprattutto nella parte assorbitiva γ_{12} . A quest'ultima classe di contributi, infatti, contribuiscono anche i seguenti processi:

- $K_0 - \bar{K}^0$: $K_0 \leftrightarrow \pi \pi \leftrightarrow \bar{K}^0$
 $K_0 \leftrightarrow \eta \eta \leftrightarrow \bar{K}^0$
 $K_0 \leftrightarrow \eta' \eta' \leftrightarrow \bar{K}^0$
- $D_0 - \bar{D}^0$: $D_0 \leftrightarrow \pi \pi \leftrightarrow \bar{D}^0$
 $D_0 \leftrightarrow K K \leftrightarrow \bar{D}^0$

$$\bullet B_0 - \bar{B}^0 : \quad \begin{aligned} B_0 &\leftrightarrow D^+ D^- \leftrightarrow \bar{B}^0 \\ B_0 &\leftrightarrow \pi^+ \pi^- \leftrightarrow \bar{B}^0 \end{aligned}$$

Questi processi hanno una scala di energia nella regione non perturbativa della QCD, pertanto non si riesce, allo stato attuale, ad avere più di una stima qualitativa del loro contributo.

La conclusione è che non è possibile avere previsioni teoriche precise dell'oscillazione. Rimandiamo alla ricca bibliografia [19] per una discussione più dettagliata e completa dei calcoli e delle problematiche connesse, limitandoci qui a riportare solo alcuni risultati.

$K_0 - \bar{K}_0$ Ci si aspetta che i contributi *long distance* siano dello stesso ordine di grandezza di quelli *short distance*. Si stima che:

$$|Im(\gamma_{12})| \ll |Re(\gamma_{12})| ; \quad |Im(m_{12})| \ll |Re(m_{12})|$$

da cui segue, usando le 1.12, 1.13:

$$\Delta m \approx Re(m_{12}) ; \quad \Delta \gamma \approx Re(\gamma_{12})$$

Sperimentalmente si misurano i seguenti valori:

$$\begin{aligned} \Delta m_K &= (3.510 \pm 0.018) \times 10^{-6} eV \\ \Delta \gamma_K &= -(7.361 \pm 0.010) \times 10^{-6} eV \\ x_K &\equiv \frac{\Delta m_K}{\gamma_K} = 0.477 \pm 0.002 \end{aligned}$$

quindi risulta

$$\Delta \gamma_K \approx -2\Delta m_K \quad (1.27)$$

Il fenomeno dell'oscillazione è stato osservato per la prima volta nei mesoni K^0 [20]: a rendere molto più semplice questa misura rispetto all'oscillazione dei B^0 , oltre alla massa più bassa, che ne facilita la produzione, è stata soprattutto l'enorme differenza di vita media dei due autostati fisici, $\tau_L \approx 500\tau_S$, per questo chiamati *long* e *short*.

$D_0 - \bar{D}_0$ Varie argomentazioni sembrano indicare che il contributo *long distance* sia di gran lunga predominante, rendendo così estremamente arduo stimare teoricamente l'entità dell'oscillazione. Tuttavia, poiché la cancellazione GIM (soppressione della frequenza di oscillazione proporzionale, grosso modo, al rapporto tra la differenza del quadrato delle masse di due quark della stessa carica, e la massa del bosone vettore W; tale cancellazione parziale sarebbe

completa se le masse dei quark fossero esattamente degeneri) avviene in questo caso tra due *quark* leggeri, d , s , essendo il b soppresso dagli elementi della matrice V_{CKM} (vedi 1.4), ci si aspetta che l'oscillazione dei D^0 sia molto piccola:

$$\frac{\Delta m_D}{\gamma_D} \ll 1$$

L'oscillazione dei D^0 non è stata ancora osservata sperimentalmente.

$B_0 - \bar{B}_0$ Qui la situazione dal punto di vista teorico è migliore rispetto ai due casi precedenti, perché i contributi *short distance* sono dominanti, in particolare per m_{12} . Ciò perché il fattore $\frac{m_t^2 - m_c^2}{m_W^2} \approx \frac{m_t^2}{m_W^2}$, dovuto al meccanismo GIM, è in questo caso favorito dagli elementi della matrice V_{CKM} . Risulta inoltre che:

$$|\gamma_{12}| \ll |m_{12}| \quad (1.28)$$

Ciò si può comprendere intuitivamente dal fatto che γ_{12} è legata ai decadimenti reali comuni di B^0 , \bar{B}^0 , ma tali mesoni decadono principalmente negli stati contenenti, rispettivamente, il quark \bar{c} , c , e pertanto diversi tra loro.

Sfruttando le relazioni 1.12, 1.13 si ottiene:

$$\Delta m_B \approx 2|m_{12}| ; \quad \Delta \gamma_B \approx 0$$

Dalla prima di queste due relazioni si può ottenere un'espressione approssimata per Δm_{B_q} , con $q = d, s$:

$$\Delta m_{B_q} = \frac{G_F^2}{6\pi^2} \cdot B_{B_q} \cdot f_{B_q}^2 \cdot \eta_{QCD} \cdot |V_{tq}^* \cdot V_{tb}|^2 \cdot m_{B_q} \cdot m_W^2 \cdot F\left(\frac{m_t^2}{m_W^2}\right) \quad (1.29)$$

ove:

B_{B_q} : è il cosiddetto *bag parameter* che corregge l'approssimazione della saturazione del vuoto: $B_{B_q} \approx 1$

f_B : costante di decadimento: $150 \text{ MeV} \leq f_B \leq 200 \text{ MeV}$

η_{QCD} : tiene conto delle correzioni perturbative di QCD: $\eta_{QCD} \approx 0.55$

$F(z)$: $= z \left[\frac{1}{4} + \frac{9}{4(1-z)} - \frac{3}{2(1-z)^2} \right] + \frac{3}{2} \left(\frac{z}{z-1} \right)^3 \ln z$

I parametri f_{B_q} , e B_{B_q} sono noti con precisione dell'ordine del 20%; utilizzando il valore misurato sperimentalmente (media mondiale) $\Delta m_{B_d} = 0.470 \pm 0.017 \text{ ps}^{-1}$ si ricava dalla 1.29 [17]:

$$|V_{td}| = (0.92 \pm 0.30) \times 10^{-2}$$

ove l'errore è la somma in quadratura dell'errore sperimentalmente sulla misura di Δm_{B_d} e l'errore teorico, che è di gran lunga dominante.

Dalla 1.29 si ottiene anche:

$$\frac{\Delta m_{B_s}}{\Delta m_{B_d}} = \left(\frac{f_{B_s}^2 B_{B_s}}{f_{B_d}^2 B_{B_d}} \right) \left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2 \quad (1.30)$$

in questo caso si può sfruttare il fatto che parte dell'incertezza teorica sulle quantità f_{B_q} , B_{B_q} si elide nel rapporto:

$$\xi_s \equiv \frac{f_{B_s} \sqrt{B_{B_s}}}{f_{B_d} \sqrt{B_{B_d}}} = 1.15 \pm 0.05$$

pertanto se si riuscisse a misurare con buona precisione anche Δm_{B_s} , allora sarebbe possibile ottenere una misura al $5 \div 10\%$ del rapporto $\left| \frac{V_{ts}}{V_{td}} \right|^2$. Per questa ragione la misura dell'oscillazione dei B_s^0 è uno dei temi di ricerca di maggior interesse per il prossimo futuro. Per il momento si può utilizzare la relazione 1.30 per stimare grossolanamente quali valori ci si aspetta per l'oscillazione del B_s^0 :

$$8.6 \leq \Delta m_{B_s} (ps^{-1}) \leq 17.0 \quad (1.31)$$

con $\Delta m_{B_s} \approx 15 ps^{-1}$ come valore preferito dal Modello Standard. Pertanto, ci si attende che l'oscillazione del B_s^0 sia decine di volte maggiore di quella del B_d^0 .

1.4 L'oscillazione nello studio della violazione CP

Abbiamo già detto che dalle misure dell'oscillazione $B_d - \bar{B}_d$ e $B_s - \bar{B}_s$ si può ricavare l'importante informazione sul rapporto dei moduli degli elementi V_{ts} e V_{td} della matrice V_{CKM} . Ma tali misure hanno un ruolo ancor più importante ed essenziale per lo studio della violazione CP, che è uno dei due settori del Modello Standard (l'altro è il settore di Higgs) più oscuro e meno compreso nella sua origine profonda. Prima di vedere ciò facciamo una breve digressione sulla violazione di CP (per una trattazione esauriente si veda [21]).

Nel Modello Standard la violazione di CP è dovuta alla presenza nella lagrangiana di coefficienti complessi, provenienti dagli elementi della matrice V_{CKM} , e pertanto tale violazione proviene solo dalla corrente debole carica adronica:

$$\begin{aligned} & (CP)^\dagger \cdot \mathcal{L}_{hadronic}^{charged\ weak} \cdot (CP) = \\ & = (CP)^\dagger \cdot [W^{\mu(+)} \bar{q}_{up}^{(i)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{down}^{(j)} V_{ij} + W^{\mu(-)} \bar{q}_{down}^{(j)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{up}^{(i)} V_{ij}^*] (CP) = \\ & = [W^{\mu(-)} \bar{q}_{down}^{(j)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{up}^{(i)} V_{ij} + W^{\mu(+)} \bar{q}_{up}^{(i)} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) q_{down}^{(j)} V_{ij}^*] = \\ & \neq \mathcal{L}_{hadronic}^{charged\ weak} \end{aligned} \quad (1.32)$$

ove $i = u, c, t$; $j = d, s, b$.

Fisicamente la violazione di CP si manifesta nella differenza tra la larghezza di decadimento di un processo e quella del processo CP-coniugato:

$$\Gamma(P \rightarrow f) \neq \Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$$

Indichiamo con φ_P, φ_f le fasi arbitrarie che legano gli stati coniugati:

$$CP|P\rangle = e^{i\varphi_P}|P\rangle, \quad CP|f\rangle = e^{i\varphi_f}|f\rangle$$

Le ampiezze di decadimento CP-coniugate, A e \bar{A} , possono essere scritte come:

$$A = \langle f|\mathcal{H}|P\rangle = \sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{i\Phi_k}$$

$$\bar{A} = \langle \bar{f}|\mathcal{H}|\bar{P}\rangle = e^{i(\varphi_P - \varphi_f)} \sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{-i\Phi_k}$$

ove A_k è il modulo, quindi un numero reale, della k -esima componente dell'ampiezza. Due tipi di fasi possono apparire: le fasi *deboli* Φ_k , legate agli elementi complessi della matrice V_{CKM} , che, per la 1.32, cambiano segno quando si considera il processo CP-coniugato; e le fasi *forti* δ_k che sono legate a effetti di *rescattering* nello stato finale dovute all'interazione forte: essendo questa CP-invariante segue che le suddette fasi non cambiano segno. Sebbene sia le fasi deboli che quelle forti sono in parte dipendenti dalle convenzioni adottate, il rapporto

$$\left| \frac{A}{\bar{A}} \right| = \left| \frac{\sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{i\Phi_k}}{\sum_k A_k e^{i\delta_k} e^{-i\Phi_k}} \right| \quad (1.33)$$

ne è indipendente, e perciò fisicamente sensato.

Dalla 1.33 segue immediatamente che la condizione necessaria e (in pratica, a meno di improbabili effetti di cancellazione tra le fasi deboli e forti) sufficiente per avere violazione di CP è che esistano *almeno due ampiezze parziali di decadimento con fasi debole e forte differenti tra di loro*: $\Phi_i \neq \Phi_j, \delta_i \neq \delta_j$.

Si distinguono due tipi di violazioni CP:

violazione indiretta di CP Nel caso particolare che P sia un mesone neutro che oscilla, come K^0, D^0, B_d^0, B_s^0 , e che lo stato finale f sia un autostato di CP, $f = \bar{f} \equiv f_{cp}$, le due ampiezze parziali che possono interferire per dar luogo alla violazione di CP sono:

$$P^0 \rightarrow f_{cp} \quad e \quad P^0 \rightarrow \bar{P}^0 \rightarrow f_{cp}$$

Ciò significa, ricordando quanto detto nel paragrafo precedente, che gli autostati fisici, P_H, P_L , non sono autostati di CP: usando come convenzione di

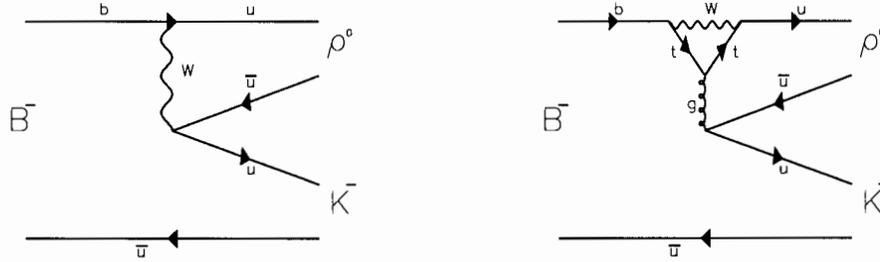


Figura 1.3: *Diagrammi tree e penguin per il decadimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \rho^0$*

fase la 1.15 segue che gli autostati di CP sono:

$$|P_{cp=1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle + |\bar{P}^0\rangle)$$

$$|P_{cp=-1}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|P^0\rangle - |\bar{P}^0\rangle)$$

da cui, per confronto con la definizione degli autostati fisici, 1.7, 1.8, deriva che la condizione necessaria e sufficiente per avere violazione di CP è che $\frac{q}{p} \equiv \eta \neq 1$. Se ciò è verificato, ma $|\eta| = 1$, allora si parla di violazione CP dovuta puramente all'oscillazione; se invece si ha $|\eta| \neq 1$ allora significa che anche la violazione CP diretta, che ora descriveremo, ha contribuito.

violazione diretta di CP A differenza del caso precedente, limitato esclusivamente ai mesoni neutri che possono oscillare, questo tipo di violazione CP è molto più generale e può manifestarsi in tutti i mesoni, neutri o carichi, sia nei barioni. In questo caso ad interferire sono tipicamente i diagrammi di Feynman *tree* e *penguin*. Nel caso di $B^\pm \rightarrow K^\pm \rho^0$, per esempio, questi due diagrammi sono mostrati nella figura 1.3.

Il problema teorico nelle violazioni indirette di CP è che alla consueta difficoltà di calcolare accuratamente gli elementi di matrice adronici si aggiunge l'altro problema, estremamente arduo, di determinare le differenze delle fasi forti. Ciò implica l'impossibilità, per molti dei possibili processi candidati per studiare le violazioni di CP, di predire quantitativamente l'entità di tale violazione, o di estrarre dalla misura di questa informazioni sugli elementi della matrice V_{CKM} . Le violazioni di CP indirette, cioè via *mixing*, risultano in alcuni casi esenti dalle suddette incertezze teoriche. Questo spiega l'interesse rivolto allo studio dei mesoni B^0 , che, rispetto ai K^0 , dove peraltro si è osservata per la prima volta la violazione CP (indiretta; quella

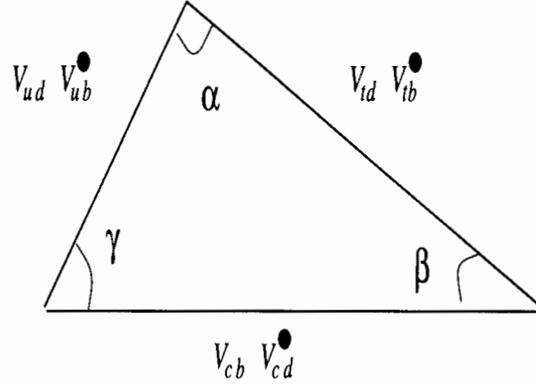


Figura 1.4: triangolo unitario

diretta non è stata ancora vista)[22], offrono una maggiore ricchezza di decadimenti utilizzabili, e forse anche una violazione di CP più marcata.

Vediamo quindi quali sono i canali di maggiore interesse, e le informazioni che si possono estrarre.

L'unitarietà della matrice V_{CKM} ($V_{CKM}^\dagger V_{CKM} = 1$) può essere visualizzata nella forma di un triangolo chiuso nel piano complesso. Ci sono sei triangoli, tutti della stessa area:

$$Area_{\Delta} = \frac{1}{2} J_{CP} \equiv \frac{1}{2} |\text{Im}(V_{ij} V_{kl} V_{il}^* V_{kj}^*)|$$

ove $i, k = u, c, t$ con $i \neq k$; e $j, l = d, s, b$ con $j \neq l$. Si dimostra che, nel Modello Standard, tutte le ampiezze che violano CP sono proporzionali a J_{CP} , e che tale quantità è invariante sotto ridefinizioni della fase dei campi di *quark*. Dei sei triangoli unitari tre sono indipendenti, e quello più utile dal punto di vista fenomenologico, in quanto ha i lati dello stesso ordine di grandezza rispetto al seno dell'angolo di Cabibbo (ovvero rispetto al parametro λ nella parametrizzazione 1.4), e quindi non ha angoli piccoli, è quello relativo alla relazione:

$$V_{ud} V_{ub}^* + V_{cd} V_{cb}^* + V_{td} V_{tb}^* = 0 \quad (1.34)$$

Nella parametrizzazione standard, $V_{cd} V_{cb}^*$ è reale, e il triangolo unitario è mostrato nella figura 1.4. L'unitarietà equivale all'affermazione che il triangolo è chiuso ovvero:

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi \quad (1.35)$$

e CP è violata quando l'area non è nulla, cioè tutti gli angoli sono diversi da zero. La definizione, invariante, di questi angoli è la seguente:

$$\alpha \equiv \text{Arg} \left(-\frac{V_{td} V_{tb}^*}{V_{ud} V_{ub}^*} \right)$$

$$\beta \equiv \text{Arg} \left(-\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right)$$

$$\gamma \equiv \text{Arg} \left(-\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right)$$

La misura di questi angoli, e quindi la verifica sperimentale della relazione di unitarietà 1.35, è di fondamentale importanza per controllare la validità del Modello Standard, o per cogliere eventuali segnali di nuova fisica.

Per ricavare sperimentalmente questi angoli si misura l'asimmetria:

$$a_{exp}(t) \equiv \frac{N(B^0 \rightarrow f_{cp}) - N(\bar{B}^0 \rightarrow f_{cp})}{N(B^0 \rightarrow f_{cp}) + N(\bar{B}^0 \rightarrow f_{cp})}(t) \quad (1.36)$$

ove con B^0 , \bar{B}^0 indichiamo mesoni del sapore indicato all'istante di *produzione*, $t = 0$. La predizione teorica per questo osservabile è:

$$a_{cp}(t) \equiv \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow f_{cp}) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f_{cp})}{\Gamma(B^0 \rightarrow f_{cp}) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow f_{cp})} \approx -\mathcal{I}m(\eta) \cdot \sin(\Delta m_B t) \quad (1.37)$$

A seconda del decadimento considerato, $\mathcal{I}m(\eta)$ è legato al seno di uno degli angoli del triangolo unitario; tra i molti canali che si possono considerare, hanno particolare interesse, sia teorico che sperimentale, i seguenti:

- $\sin 2\beta$: $B_d^0 \rightarrow J/\Psi K_s$
- $\sin 2\alpha$: $B_d^0 \rightarrow \pi^- \pi^+$
- $\sin 2\gamma$: $B_s^0 \rightarrow D_s^\pm K^\mp$

Le grandezze $a(t)$ e $a_{cp}(t)$ sarebbero direttamente confrontabili se sperimentalmente riuscissimo sempre a stabilire con esattezza il sapore all'istante di produzione del mesone che decade poi in f_{cp} . Scriveremo quindi:

$$a = D \cdot a_{cp} \Rightarrow a_{cp} = \frac{a}{D} \quad (1.38)$$

con D , detto impropriamente *diluizione*, così definito:

$$D \equiv \frac{R - W}{R + W} \quad (1.39)$$

ove R è il numero di volte che si è riusciti a determinare correttamente il sapore all'origine, e W il numero di volte in cui si è sbagliato. D è un numero reale compreso tra -1 e 1 : vale -1 se si sbaglia sempre; 1 se non si sbaglia mai; 0 se si sbaglia metà delle volte (ovvero se si tira a caso).

L'errore statistico, in un campione selezionato di N eventi, di cui S di segnale, ovvero

in cui realmente B^0 o $\bar{B}^0 \rightarrow f_{cp}$, e i rimanenti $B = N - S$ di fondo, è dato da:

$$(\sigma_{a_{cp}})^2 = \left(1 + \frac{B}{S}\right) \cdot \frac{1 - D^2 a_{cp}^2}{\epsilon D^2 S} \approx \frac{1}{\epsilon D^2 N} \quad (1.40)$$

(l'approssimazione è motivata dal fatto che a_{cp} è piccolo, e inoltre la contaminazione da fondo dovrebbe essere bassa dato che si scelgono stati finali f_{cp} completamente ricostruibili). ϵ è l'*efficienza* con cui si riesce a classificare il sapore del B all'origine definita nel seguente modo:

$$\epsilon = \frac{R + W}{N} \quad (1.41)$$

Il prodotto ϵD^2 è detto *potere effettivo statistico*, o anche *figura di merito*, dell'algoritmo, detto di *flavor tagging*, utilizzato per classificare il sapore del B allo stato iniziale. A questo punto si capisce perché lo studio delle oscillazioni costituisce una essenziale premessa allo studio delle violazioni CP: dal punto di vista fisico, l'oscillazione è il mezzo che permette di manifestarsi la violazione di CP, e ciò si traduce nella dipendenza da Δm_B nell'andamento temporale dell'asimmetria, 1.37, di cui occorre conoscere il valore se si vuole estrarre $\mathcal{I}m\eta$; dal punto di vista sperimentale, la conoscenza della frequenza di oscillazione è necessaria per correggere il valore misurato di diluizione, come si vedrà più in dettaglio nel prossimo paragrafo.

1.5 Panorama sperimentale

Ci sono due tipi di misure di oscillazione:

- *integrata*: si misura la probabilità χ che un B^0 si trasformi in \bar{B}^0 indipendentemente dal tempo; integrando la 1.23 si ottiene:

$$\begin{aligned} \chi &\equiv \text{Prob}_{B^0 \rightarrow \bar{B}^0} = \int_0^\infty \frac{d\text{Prob}_{B^0 \rightarrow \bar{B}^0}(t)}{dt} dt = \\ &= \int_0^\infty \frac{\gamma}{2} e^{-\gamma t} [1 - \cos(\Delta m t)] dt = \frac{x^2}{2(1+x^2)} \end{aligned} \quad (1.42)$$

ove $x \equiv \frac{\Delta m}{\gamma}$ è detto *parametro di mixing*.

La variabile χ è limitata tra $0 \leq \chi \leq \frac{1}{2}$; si noti che $\chi \xrightarrow{x \rightarrow \infty} \frac{1}{2}$.

- *dipendente dal tempo*: in questo caso si misura direttamente Δm studiando l'andamento dell'oscillazione in funzione del tempo proprio di decadimento del mesone B^0 .

Si noti che è preferibile usare x nelle misure integrate, e Δm in quelle dipendenti dal tempo, altrimenti si propagherebbe nella misura dell'oscillazione l'errore sulla misura della vita media, essendo $x = \Delta m \cdot \tau$.

Naturalmente è più complicato dal punto di vista sperimentale realizzare una misura

dipendente dal tempo, giacché occorre misurare accuratamente la distanza di volo del mesone, e, essendo la vita media di questo dell'ordine del picosecondo, si richiede un sofisticato rivelatore di vertice per distinguere il vertice di decadimento dal vertice primario. Non stupisce quindi che la prima evidenza dell'oscillazione dei B^0 sia venuta dall'analisi integrata [23, 24]. L'interesse per le misure dipendenti dal tempo, oltre alla curiosità di vedere esplicitamente l'adamento oscillante della probabilità di *mixing*, e di avere delle altre misure soggette a errori sistematici molto diversi e scorrelati da quelli delle misure integrate, è principalmente legato alla misura dell'oscillazione $B_s^0 - \bar{B}_s^0$. Infatti, dalla 1.42 si ricava:

$$x = \sqrt{\frac{2\chi}{1-2\chi}} \quad (1.43)$$

L'errore (statistico) con cui si ottiene x da una misura integrata di χ è quindi:

$$\sigma_x = \frac{1}{\sqrt{2\chi(1-2\chi)^3}} \sigma_\chi \quad (1.44)$$

Da questa segue che per i mesoni B_s^0 , data la loro alta oscillazione, $\sigma_x \xrightarrow{\chi \rightarrow \frac{1}{2}} \infty$. Pertanto le misure integrate sono prive di informazione perché affette da errori enormi. Quindi l'oscillazione del B_s^0 potrà essere misurata solo studiandone l'evoluzione temporale, purché si abbia una sufficiente risoluzione sul tempo ricostruito. Ciò richiede una grande risoluzione spaziale, per misurare con precisione la lunghezza di decadimento, e un'ottima risoluzione sul momento ricostruito del B . Quest'ultima si può ottenere, praticamente, solo ricostruendo completamente il decadimento del B_s : l'utilizzo dei soli canali esclusivi è, però, fortemente penalizzante dal punto di vista della statistica, rendendo quindi particolarmente promettente tale misura alle macchine adroniche (Tevatron, LHC), dove si ha una grande produzione di $b\bar{b}$. Di qui l'interesse per la misura dell'oscillazione dei B_d^0 , che è la naturale premessa per quella dei B_s^0 , a CDF.

La sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$ in processi e^+e^- è di circa 1 nb [25] sulla risonanza $\Upsilon(4S)$ (macchine CESR, DORIS), e di circa 7 nb [25] sulla risonanza Z (LEP), mentre per il Tevatron essa è dell'ordine di decine di μb (all'SppS era circa un fattore 3 più bassa). Quindi, dal punto di vista della statistica, le macchine adroniche sono favorite, a parità di luminosità, rispetto a quelle e^+e^- ; tuttavia queste ultime offrono vari vantaggi:

- alto valore del rapporto segnale/rumore: questo è legato al rapporto tra la sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$ e quella totale; tale rapporto è $\approx \frac{1}{4}$ alla risonanza $\Upsilon(4S)$, $\approx \frac{1}{5}$ alla Z , mentre è $\approx 10^{-3}$ al Tevatron.

- i dati presi ad energie leggermente fuori della risonanza costituiscono un ottimo campione per studiare il fondo.
- assenza dei processi spettatori.
- l'urto avviene nel sistema del centro di massa.
- a LEP, sulla Z , lo spettro in p_t dei B è abbastanza concentrato attorno al valor medio, che è di circa $34 GeV$, mentre al Tevatron lo spettro è molto più largo, con un valor medio di circa $8 GeV$. Ciò implica, a parità di rivelatore, una migliore risoluzione sul tempo ricostruito a LEP rispetto al Tevatron, per le seguenti ragioni: innanzitutto è migliore la risoluzione sul momento ricostruito, perché la correzione statistica media, di cui parleremo nel paragrafo 3.1., è tanto più giustificata quanto più monocromatico è il B ; inoltre, i momenti dei prodotti di decadimento sono in media più alti e quindi minore è il numero di tracce cariche che non si ricostruiscono, e ciò migliora sia la risoluzione sulla lunghezza di decadimento, sia la risoluzione sul momento ricostruito, sia, infine, l'efficienza dell'algoritmo di identificazione di vertici secondari.

Si conclude che lo studio delle oscillazioni in una macchina adronica risulta più complesso, complicato, e ricco di fondo.

Accenniamo, brevemente, ad un'importante peculiarità delle macchine e^+e^- che lavorano alla risonanza $\Upsilon(4S)$. L'energia disponibile permette di produrre soltanto le coppie $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ oppure $B_u^+ - B_u^-$, in parti circa uguali. Poiché la $\Upsilon(4S)$ ha coniugazione di carica $C = -1$, e tale numero quantico è conservato dalle interazioni elettromagnetica e forte responsabili del suo decadimento, i due mesoni $B\bar{B}$ vengono prodotti nello stato coerente:

$$|(\vec{k}, -\vec{k})_C \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|B(\vec{k}); \bar{B}(-\vec{k}) \rangle + C \cdot | \bar{B}(\vec{k}); B(-\vec{k}) \rangle] \quad (1.45)$$

ove \vec{k} indica il momento.

Ciò implica che il sapore dei due mesoni rimane opposto finché uno dei due decade. Questo fatto aiuta molto lo studio sperimentale dell'oscillazione $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, in quanto il sapore del mesone che decade prima è l'opposto del sapore dell'altro mesone all'"origine". Nella risonanza $\Upsilon(4S)$, i mesoni sono prodotti praticamente a riposo, e quindi sono possibili solo misure integrate. Questo fatto costituisce un serio svantaggio, in quanto preclude la possibilità di studiare la violazione di CP. Infatti si dimostra che per stati iniziali di tipo 1.45, l'asimmetria CP 1.37 si annulla se $C = -1$ (ma non se $C = +1$). Si può superare questo problema in due modi:

1. stando sulla risonanza $\Upsilon(4S)$, ma con il centro di massa che si muove rispetto al laboratorio: ciò è realizzabile usando una macchina asimmetrica, in cui cioè

l'energia del fascio di elettroni è diversa da quello dei positroni. In questo modo è possibile fare uno studio dell'asimmetria CP 1.37 in funzione del tempo;

2. lavorando ad energie leggermente fuori dalla risonanza $\Upsilon(4S)$, in modo da produrre anche B^* , che decadono in $B + \text{fotone}$, e quindi si possono formare stati iniziali di tipo 1.45 con $C = +1$, giacché il fotone ha $C = -1$. In questo modo si possono fare misure integrate dell'asimmetria CP.

Il primo metodo è in via di realizzazione a SLAC con la macchina PEP II; il secondo a Cornell con la macchina CESR III. L'unico vantaggio del secondo metodo è la maggior semplicità della macchina e del rivelatore, pagato però con una sezione d'urto più bassa e un peggior rapporto segnale-rumore, dato che si è fuori della risonanza, e una maggior difficoltà, in una misura integrata, a controllare eventuali effetti sistematici.

Descriviamo ora i diversi algoritmi utilizzati per identificare il sapore del mesone B^0 (*flavor tagging*). Questi si dividono in due classi:

- quelli che determinano il sapore all'istante di decadimento: *lepton*, D^* , K *tagging*;
- quelli che determinano il sapore all'istante di produzione: *jet charge*, *Same Side Tagging (SST)*.

Indichiamo nel seguito $B_q^0 \equiv (\bar{b}q)$; $\bar{B}_q^0 \equiv (b\bar{q})$.

lepton tagging sfrutta il segno del leptone proveniente dal decadimento semileptonico del mesone:

$$B^0 \rightarrow l^+ X ; \quad \bar{B}^0 \rightarrow l^- X \quad (1.46)$$

ove $l = e, \mu$.

Questo è il metodo usato nella nostra analisi.

D^* tagging sfrutta il segno del D^* proveniente dal decadimento del mesone (si noti il segno opposto rispetto al metodo precedente):

$$B^0 \rightarrow D^{*-} X ; \quad \bar{B}^0 \rightarrow D^{*+} X \quad (1.47)$$

Il D^* si ricostruisce via

$$D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+ ; \quad D^{*-} \rightarrow \bar{D}^0 \pi^-$$

e il D^0 si ricostruisce poi utilizzando uno o più dei seguenti canali:

$$D^0 \rightarrow K^- \pi^+ ; \quad D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^- \pi^+ ; \quad D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \pi^0$$

K tagging sfrutta il segno del K proveniente dal decadimento a cascata $b \rightarrow c \rightarrow s$:

$$B^0 \rightarrow D X \rightarrow K^+ X ; \quad \bar{B}^0 \rightarrow D X \rightarrow K^- X \quad (1.48)$$

Questo metodo è stato usato finora solo nell'esperimento DELPHI, che è in grado di identificare con buona efficienza π , K e protoni.

Si noti che la correlazione della carica del K con il segno del $quark$ b è la stessa di quella del leptone proveniente dal decadimento semileptonico del B .

jet charge : l'idea alla base di questo metodo è che il segno delle cariche delle tracce provenienti dalla frammentazione del $quark$ b dovrebbe essere correlato al segno di tale $quark$; a supporto di questa idea vi è l'osservazione empirica che il segno della carica dell'adrone di più alto momento in un jet tende mediamente a coincidere con quello del $quark$ che produce il jet . Per ciascuno dei b - $quark$ jet si definisce la quantità:

$$Q_{jet} \equiv \frac{\sum_{i=1}^n q_i |\vec{p}_i \cdot \vec{e}|^k}{\sum_{i=1}^n |\vec{p}_i \cdot \vec{e}|^k} \quad (1.49)$$

ove q_i e \vec{p}_i sono la carica e il momento della i -esima particella, \vec{e} è l'asse del jet , e la somma si estende su tutte le n particelle cariche nel jet .

Questa quantità dovrebbe avere lo stesso segno del b $quark$ alla produzione. Con la normalizzazione adottata, Q_{jet} è compreso tra -1 e $+1$. Il parametro k serve per pesare in modo diverso differenti regioni nello spettro in momento. La definizione 1.49 è abbastanza universale, sebbene in alcuni esperimenti (OPAL) ci si normalizzi alla energia del fascio anziché alla proiezione del momento lungo la direzione del jet . In altri esperimenti vengono incluse nella somma tutte le tracce comprese nell'emisfero definito dalla direzione del jet . Ciò ha ovviamente senso a LEP, dove i b - jet da Z sono praticamente a 180° l'uno rispetto all'altro, ma non certo in una macchina adronica a causa del processo spettatore (a CDF si usano pertanto le tracce cariche entro un cono attorno all'asse del jet). Poiché il sapore dei due b - $quark$ alla produzione è opposto, talvolta si combinano i due valori di Q_{jet} in un'unica variabile Q_{2jet} definita come

$$Q_{2jet} \equiv Q_{jet}^{k=0}(\text{primo } B) - Q_{jet}^{k=1.0}(\text{secondo } B) \quad (1.50)$$

che dovrebbe avere lo stesso segno del b - $quark$ che costituisce il $primo$ B alla produzione. Q_{2jet} varia tra -2 e $+2$.

SST (*Same Side Tagging*): l'idea di questo metodo è stata proposta in [26], e applicata finora solo a CDF. Nella frammentazione del \bar{b} $quark$ in un mesone B^+ ($\bar{b}u$), ci deve essere naturalmente un altro \bar{u} $quark$ nell'evento, che può

adronizzare in un π^- . Similmente, un mesone $B_q^0(\bar{b}q)$ può essere prodotto in associazione con un π^+ . La stessa correlazione di carica si ha se il mesone viene da un risonanza B^{**} (il B^* è costretto a decadere via l'emissione di un fotone perché non c'è spazio delle fasi sufficiente per un π):

$$B^{**0} \rightarrow B^+\pi^- ; \quad B^{**+} \rightarrow B^0\pi^+$$

Il problema è quindi di scegliere correttamente la traccia carica il cui segno coincide con il segno del b -quark alla produzione (ciò vale per i mesoni neutri, che sono quelli che ci interessano, mentre per quelli carichi la correlazione è opposta). Il criterio che sembra dare i migliori risultati è quello di prendere la traccia che ha la minima proiezione del momento sul piano ortogonale alla direzione del b -jet.

A prescindere dal tipo di *flavor tagger* usato, gli osservabili più usati nello studio delle oscillazioni sono:

$$R_1 \equiv \frac{N_{mix}}{N_{nomix} + N_{mix}} \quad (1.51)$$

e

$$R_2 \equiv \frac{N_{nomix} - N_{mix}}{N_{nomix} + N_{mix}} \quad (1.52)$$

ove N_{mix} , N_{nomix} sono il numero di eventi in cui, in base al *flavor tagger* utilizzato, nell'ipotesi di assenza di fondi, si avrebbe oppure no, rispettivamente, l'oscillazione di uno solo dei due mesoni B^0 . Per esempio nel caso si applichi per entrambi i mesoni il *lepton tagging* $N_{mix} = (N_{++} + N_{--}) \equiv N_{LS}$ e $N_{nomix} = (N_{+-} + N_{-+}) \equiv N_{OS}$; se invece si usa questo metodo da un lato, e il D^* *tagger* dall'altro lato, allora $N_{mix} = N_{OS}$ e $N_{nomix} = N_{LS}$. L'evidenza dell'oscillazione consiste in un eccesso di N_{mix} rispetto a quanto ci si aspetterebbe in assenza dell'oscillazione (in questo caso N_{mix} sarebbe comunque non nullo a causa dei processi di fondo).

Per le misure integrate, si ricava χ invertendo la relazione $R_1 = R_1(\chi)$ o $R_2 = R_2(\chi)$.

In pratica si misura χ_d alla risonanza $\Upsilon(4S)$, dove il B_s non può essere prodotto. Nelle macchine adroniche e a LEP, invece, si misura $\bar{\chi} \equiv F_d\chi_d + F_s\chi_s$, ove F_d , F_s sono, rispettivamente, le frazioni di B_d , B_s prodotte dalla frammentazione del quark b (sperimentalmente risulta $F_d \approx 38\%$; $F_s \approx 11\%$). Dalla misura di χ_d e $\bar{\chi}$, si può ricavare χ_s , ma per quanto detto in precedenza da questo valore non si riesce ad ottenere in pratica x_s (da cui estrarre Δm_{B_s}).

Per le misure dell'oscillazione in funzione del tempo, si fa un *fit* di $R_1 = R_1(t)$ o $R_2 = R_2(t)$, nel caso di χ^2 *fit*; oppure, simultaneamente e indipendentemente, di $N_{mix}(t)$ e $N_{nomix}(t)$, nel caso di *unbinned likelihood fit*. In queste analisi, si misura Δm_{B_d} nell'ipotesi di oscillazione massima del B_s : $\Delta m_{B_s} \rightarrow \infty$. Solo alcuni limiti inferiori su Δm_{B_s} sono stati dati finora [27]: la media, al 95 % di C.L. è:

$$\Delta m_{B_s} > 6.1 \text{ ps}^{-1}$$

Riportiamo nelle tabelle 1.1, 1.2 alcune misure pubblicate dell'oscillazione $B_d^0 - \bar{B}_d^0$.

misure integrate			
esperimento	metodo	$\bar{\chi}$	ref.
UA1	leptone-leptone	$0.145 \pm 0.035 \pm 0.014$	[28]
CDF	leptone-leptone	$0.118 \pm 0.008 \pm 0.020$	[29]

Tabella 1.1: Misure dei parametri di oscillazione ai collider $p\bar{p}$.

Osserviamo che un periodo completo di oscillazione del B_d^0 ($\Delta m\tau \cdot \frac{t}{\tau} = 2\pi$) richiede circa 9 vite medie; sperimentalmente, con la statistica disponibile si riesce a vedere poco più di metà dell'intera oscillazione. Per il K^0 un periodo completo di oscillazione richiede circa 13 vite medie. Per il D^0 la situazione è scoraggiante, perché non solo la vita media è circa metà di quella dei B , ma un periodo completo di oscillazione è previsto richiedere decine e decine di vite medie. Per il B_s^0 , che ha vita media praticamente uguale a quella del B_d , un periodo completo di oscillazione richiede meno di una vita media, quindi il problema è in questo caso quello di avere sufficiente risoluzione per essere sensibili a tale oscillazione, che in pratica si trova sovrapposta a quella dei B_d , ma con ampiezza più piccola di un fattore $\frac{F_s^*}{F_d^*} \approx 0.3$. Passiamo a descrivere, sinteticamente, le varie analisi di CDF, sull'oscillazione in funzione del tempo, che non sono state ancora pubblicate ma che sono già state presentate alle conferenze.

- *analisi $\mu - \mu$* : la nostra analisi sui dati del *run 1A* è stata la prima a misurare l'oscillazione: $\Delta m_{B_d} = 0.44 \pm 0.12 \pm 0.14 \text{ ps}^{-1}$. In figura 1.5 è mostrato l'andamento della frazione di eventi con i due muoni dello stesso segno, e il risultato del χ^2 *fit*. Va detto che questa analisi sta per essere rifatta, perché la vecchia tabella di decadimento usata per generare i dati Monte Carlo sovrastimava i decadimenti sequenziali, che costituiscono il fondo principale, e ciò ha portato a sottostimare l'altro tipo di fondo, quello dei falsi muoni. In questa tesi ci occuperemo quasi esclusivamente dell'analisi dei dati *run 1B*, che hanno una statistica oltre quattro volte maggiore di quella del *run 1A*.

integrate			
esperimento	metodo	$\bar{\chi}$	ref.
ALEPH	leptone-leptone	$0.132 \pm 0.022 \begin{smallmatrix} +0.015 \\ -0.012 \end{smallmatrix}$	[30]
	leptone- Q_{hemi}	$0.113 \pm 0.018 \pm 0.027$	[31]
DELPHI	leptone-leptone	$0.121 \pm 0.016 \pm 0.004 \pm 0.004_{mod}$	[32]
	leptone- Λ	$0.129 \begin{smallmatrix} +0.075 \\ -0.065 \end{smallmatrix} \pm 0.036 \pm 0.025_{mod}$	[32]
	leptone- Q_{hemi}	$0.144 \pm 0.014 \begin{smallmatrix} +0.017 \\ -0.011 \end{smallmatrix}$	[33]
OPAL	leptone-leptone	$0.143 \begin{smallmatrix} +0.022 \\ -0.021 \end{smallmatrix} \pm 0.007$	[34]
L3	leptone-leptone	$0.123 \pm 0.012 \pm 0.008$	[35]
CLEO	leptone-leptone	$0.157 \pm 0.016 \pm 0.018 \begin{smallmatrix} +0.028 \\ -0.021 \end{smallmatrix}$	[36]
	D^* leptone-leptone	$0.149 \pm 0.023 \pm 0.019 \pm 0.010$	[36]
ARGUS	leptone-leptone	$0.165 \pm 0.078 \pm 0.002$	[37]
	D^* -leptone	$0.162 \pm 0.104 \pm 0.030$	[37]
	D^* leptone-leptone	$0.162 \pm 0.043 \pm 0.038$	[38]
misure dipendenti dal tempo			
esperimento	metodo	$\Delta m_d (ps^{-1})$	ref.
ALEPH	leptone-leptone	$0.44 \pm 0.05 \begin{smallmatrix} +0.09 \\ -0.08 \end{smallmatrix}$	[39]
	$D^* - \begin{pmatrix} leptone \\ Q_{jet} \end{pmatrix}$	$0.497 \pm 0.070 \pm 0.030$	[39]
DELPHI	$D^* - Q_{hemi}$	$0.470 \pm 0.086 \pm 0.06$	[40]
	$D^*leptone - Q_{hemi}$	$0.44 \pm 0.10 \pm 0.03$	[40]
	$\begin{pmatrix} leptone \\ K \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} leptone \\ K \\ Q_{jet} \end{pmatrix}$	$0.586 \pm 0.049 \pm 0.062$	[40]
OPAL	leptone-leptone	$0.50 \pm 0.04 \pm 0.009$	[41]
	D^* -leptone	$0.57 \pm 0.11 \pm 0.02$	[41]
	$D^*leptone - Q_{jet}$	$0.508 \pm 0.075 \pm 0.025$	[41]

Tabella 1.2: Misure dei parametri di oscillazione ai collider e^+e^- .

- *analisi SST semiesclusiva*: si studia uno solo dei due b -adroni:

$$\bar{B}_d^0 \rightarrow l^- D^{*+} X$$

ove il segno del leptone è usato per identificare il sapore del B all'istante di decadimento, mentre si utilizza il metodo SST per determinare il sapore alla produzione. Il segno del D^* è usato solo per distinguere i B neutri da quelli carichi, i quali decadono in D^* neutro. Le tracce considerate per ricostruire il D^* sono quelle entro un cono $\Delta R = 1.0$ nel piano $\eta - \phi$ rispetto al leptone (che è richiesto avere $p_t > 6 GeV$, e coincide quasi sempre con il leptone del *trigger* dell'evento). La lunghezza di volo usata per determinare il tempo proprio di decadimento del B è ottenuta dal *fit* delle tracce del D^* prima, e poi dal *fit* del leptone con la direzione del D^* vincolata a passare per il vertice terziario. Si studia l'andamento temporale del rapporto 1.52, ove N_{nomix} , N_{mix} sono

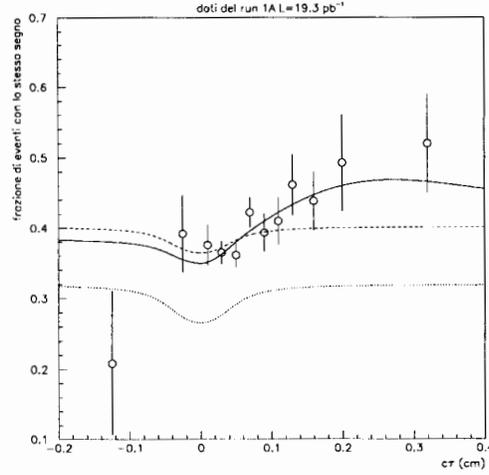


Figura 1.5: *Frazione di eventi con lo stesso segno con i risultato del fit sovrapposto (linea continua); per $x_d = 0$ il fit è mostrato in linea tratteggiata; per $x_d, x_s = 0$ in linea puntiforme.*

rispettivamente il numero di eventi in cui il sapore all'istante di produzione coincide, non coincide, con il sapore all'istante di decadimento. Si fa poi un χ^2 fit di $R_2(t)$ che fornisce simultaneamente la diluizione dell'algoritmo SST, e Δm_{B_d} :

$$\Delta m_{B_d} = 0.45 \pm 0.06 \pm 0.05 \text{ ps}^{-1} ; D_{corr} = 0.24 \pm 0.05 \pm 0.11$$

La diluizione qui riportata è stata corretta per compensare le contaminazioni di B carichi, erroneamente identificati come B neutri, e di pioni, utilizzati per determinare il sapore allo stato iniziale, secondo la "ricetta" SST, provenienti da D^{**} : $\bar{B}_d^0 \rightarrow D^{**+} X$; $D^{**+} \rightarrow D^{*0} \pi^+$.

L'analisi utilizza tutta la statistica del run I .

- *analisi con leptone inclusivo*: il segno del leptone (elettrone o muone che fornisce il *trigger* dell'evento) individua il sapore del B al decadimento, mentre per determinarne il sapore alla produzione si usa il metodo *jet charge* sull'altro B . Il metodo *jet charge* è applicato con $k = 1$ e utilizza un *jet* di tracce (non calorimetrico quindi) di cono $\Delta R = 0.8$. Quando nel *jet* c'è un leptone, si utilizza il segno di questo anziché il metodo *jet charge*, in quanto quest'ultimo metodo ha diluizione più piccola del primo (sebbene efficienza più alta).

Per determinare la distanza di volo del B che decade semileptonico, da cui ricostruire il tempo proprio di decadimento, si richiede che vi sia almeno un vertice secondario nell'evento contenente il leptone. Un *unbinned likelihood fit* di $R_2 = R_2(t)$, definito in 1.52, ove N_{nomix} , N_{mix} sono il numero di eventi in cui il sapore del B all'origine coincide, o non coincide rispettivamente, con il

sapore al decadimento, fornisce simultaneamente il valore di Δm_{B_d} e di c_D . Quest'ultimo è il fattore che corregge la diluizione "rozza", che coincide (vedi definizioni 1.39 e 1.52) proprio con R , perché l'eventuale oscillazione del B che decade semileptonico, o il suo decadimento sequenziale anziché diretto, distorcono la misura della vera diluizione; quindi:

$$D = c_D D_{raw} \equiv c_D R_2$$

Riportiamo qui, per brevità, solo il risultato Δm_{B_d} del *fit*: $\Delta m_{B_d} = 0.47 \pm 0.05 \pm 0.03 \text{ ps}^{-1}$. L'analisi utilizza tutta la statistica del *run I*.

- *analisi e - μ* : l'idea è di cercare almeno un vertice secondario a partire da *jet* di tracce attorno ai due leptoni e ($E_t > 5 \text{ GeV}$) e μ ($p_t > 3 \text{ GeV}$). Il sapore del B dalla parte del vertice, all'istante del decadimento, è dato dalla carica del leptone associato; il sapore al momento della produzione è dato dalla carica dell'altro leptone. La distanza di volo del B del vertice è determinata dall'intersezione del leptone con la direzione del *charm* ottenuta considerando tutte le tracce del *jet* escluso il leptone, e costringendo queste a passare per il vertice terziario. Si usa poi un χ^2 *fit* per estrarre Δm_{B_d} dall'andamento temporale della frazione di eventi con leptoni dello stesso segno: il valore ottenuto è $\Delta m_{B_d} = 0.50 \pm 0.05 \pm 0.06 \text{ ps}^{-1}$. L'analisi utilizza tutta la statistica del *run I*.

Capitolo 2

Apparato sperimentale

In questo capitolo si descrive schematicamente il funzionamento del Tevatron, la macchina acceleratrice di protoni-antiprotoni al Fermilab, e del rivelatore CDF. L'alta energia delle collisioni $p\bar{p}$, $\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$, produce una ricchissima varietà di processi fisici, rendendo possibile lo studio di *jet*, *quark* pesanti, bosoni elettrodeboli, e la ricerca di nuove particelle. Molteplici sono quindi le verifiche sperimentali del Modello Standard che si possono realizzare, sia nel settore forte (QCD) sia in quello elettrodebole, nonché limitare o vincolare le possibili teorie non-standard, come la supersimmetria, *technicolor*, *composite-models*.

2.1 Il Tevatron

Il Tevatron è un sincrotrone a magneti superconduttori, alloggiato nello stesso tunnel del *Main Ring*, il precedente acceleratore a magneti convenzionali che può fornire fasci con energia fino a 400 GeV e che è utilizzato per pre-accelerare le particelle. La figura 2.1 schematizza le diverse fasi necessarie per far collidere protoni e antiprotoni ad una energia nel centro di massa pari a 1.8 TeV .

Ricordiamo che l'energia e la luminosità (istantanea) sono i parametri più importanti di una macchina acceleratrice. La prima determina quali processi sono possibili, la seconda qual è la frequenza con cui tali processi avvengono. Il numero di eventi N prodotti, in un certo intervallo temporale, da un processo di sezione d'urto σ è

$$N = \int \mathcal{L} dt \cdot \sigma \quad .$$

Per particelle suddivise in n pacchetti che ruotano in un anello con frequenza f_0 (per il Tevatron $f_0 \approx 50 \text{ kHz}$) la luminosità \mathcal{L} è definita come:

$$\mathcal{L} = \frac{N_p \cdot N_{\bar{p}} \cdot n \cdot f_0}{4\pi\Sigma} \quad (2.1)$$

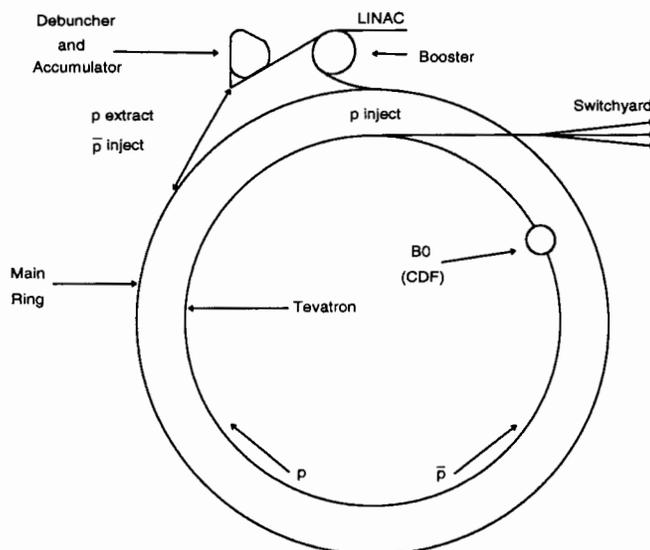


Figura 2.1: Schema dell'accelerazione di particelle al Tevatron.

con $N_{p,\bar{p}}$ numero di protoni ed antiprotoni in un pacchetto e Σ dimensione trasversa (secondo momento della distribuzione gaussiana) del fascio.

Produzione dei pacchetti di protoni

La ionizzazione di idrogeno gassoso fornisce ioni H^- che vengono accelerati elettrostaticamente (*Cockroft-Walton*) fino ad una energia cinetica di 700 keV , e tramite un *Linac* (*drift tubes*) fino a 200 MeV . Il fascio viene quindi focalizzato e fatto incidere su un sottile foglio di grafite: gli ioni perdono così i due elettroni, e i protoni ottenuti vengono iniettati in un sincrotrone di raggio 75 m (*Booster*), che li accelera fino a 8 GeV . L'utilizzo di radio-frequenze durante questa fase di accelerazione "segmenta" il fascio in pacchetti (*bunch*) di circa 10^{10} protoni che possono essere iniettati nel *Main Ring* ed accelerati fino a 150 GeV prima di passare nel Tevatron.

Produzione del pacchetto di antiprotoni

Parte dei protoni che circolano nel *Main Ring*, raggiunta l'energia di 120 GeV , vengono estratti e fatti collidere su un bersaglio di Tungsteno, producendo in questo modo antiprotoni. Questa fase è particolarmente delicata poiché si deve cercare di ottenere un grande numero di antiprotoni con minima dispersione angolare e di impulso (cioè bassa emittanza ¹): ciò è essenziale per ottenere pacchetti con piccola sezione trasversa e quindi alta luminosità nelle collisioni.

¹L'emittanza ϵ di un fascio di particelle è definita come il volume dello spazio delle fasi da esse occupato, $\epsilon = \int dx dp$.

La quantità Σ che compare nella 2.1 dipende fortemente dalla focalizzazione dei magneti posti lungo l'anello ed in particolare di quelli più vicini al punto di interazione (*low beta quadrupole*). Per diminuire la sezione trasversa, gli antiprotoni vengono focalizzati tramite una lente magnetica di Litio e indirizzati verso un anello chiamato *debuncher* all'interno del quale una opportuna rotazione nello spazio delle fasi disperde la struttura temporale del fascio, migliorando pure la monocromaticità del momento longitudinale degli antiprotoni. Essi vengono quindi trasferiti in un anello di accumulazione (*accumulator*) nel quale, tramite raffreddamento stocastico, vengono immagazzinati fino a raggiungere un numero di antiprotoni pari a circa 6×10^{11} con una ulteriore diminuzione nella dispersione angolare e del momento (tridimensionale) delle particelle.

Il raffreddamento stocastico sfrutta un complesso sistema di sensori e deflettori posti lungo tutto l'anello dell'accumulatore: i sensori (S) misurano lo spostamento del fascio rispetto alla posizione di equilibrio e comunicano il segnale elaborato ai deflettori (D), generalmente posti ad una distanza alla quale la fase dell'oscillazione è aumentata di $\frac{\pi}{2}$, il cui compito è quello di correggere l'angolo di dispersione, annullandolo. Nel caso di spostamento massimo in S, il deflettore correggerà l'orbita completamente, nel caso invece di un generico spostamento in S, la correzione apportata in D avrà l'effetto di ridurre l'ampiezza dell'oscillazione.

Il campo del deflettore agisce però non solo su una particella ma influenza anche il moto e l'orbita delle sue "vicine", introducendo sostanzialmente del rumore nel sistema: per questo il processo è molto lento e sono necessarie parecchie ore per ottenere una buona densità di particelle. A questo punto gli antiprotoni, la cui dispersione in momento trasverso è stata ridotta dal 3.5% allo 0.2%, sono pronti per l'immissione, sotto forma di 6 pacchetti, nel *Main Ring* dove raggiungono l'energia di 150 *GeV* prima di essere iniettati nel Tevatron dove già stanno circolando i 6 pacchetti di protoni.

Interazioni $p\bar{p}$

Iniettati nel Tevatron, i sei pacchetti di protoni e di antiprotoni (i primi circolano in senso orario, gli altri nel verso opposto) vengono accelerati da 150 a 900 *GeV*. A questo punto i pacchetti sono portati su orbite di collisione. Le collisioni avvengono ogni 3.5 μs in due regioni di interazione lungo l'anello (*B0* e *D0*) dove sono situati i due rivelatori : CDF e D0. Il Tevatron è un sincrotrone a funzioni separate nel quale la curvatura dell'orbita delle particelle viene fornita da magneti dipolari mentre la focalizzazione proviene da coppie di quadrupoli ruotati di 90° tra loro. In tale maniera è possibile avvicinare il più possibile i magneti focalizzanti al punto di interazione diminuendo le dimensioni trasverse dei pacchetti ed aumentando così la densità di particelle.

Energia nel centro di massa	1.8 TeV
Circonferenza	6.2831 km
Tempo impiegato per un singolo giro	20.9586 μ s
Numero di cavit� a RF	1113
Periodo delle RF	18.831 ns
Frequenza delle RF	53.105 MHz
Luminosit� di picco	$9 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
Luminosit� media (<i>run 1992</i>)	$3 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$
Intervallo tra i <i>beam crossing</i>	3.5 μ s
Numero di pacchetti di <i>p</i> e \bar{p}	6
Numero (medio) di protoni per <i>bunch</i>	10×10^{10}
Numero (medio) di antiprotoni per <i>bunch</i>	5×10^{10}
Emittanza dei protoni, ϵ_p	$15\pi \text{ mm} \cdot \text{mr}$
Emittanza degli antiprotoni, $\epsilon_{\bar{p}}$	$18\pi \text{ mm} \cdot \text{mr}$

Tabella 2.1: Parametri di funzionamento del Tevatron.

La luminosit  di picco ottenuta per il *run* del 1992-93   di $9 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, con un valore medio di $3 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$. La durata di uno *store*, cio  il tempo in cui si hanno fasci in collisione,   tipicamente di 15-20 ore; durante questo tempo il valore della luminosit  diminuisce abbastanza rapidamente nelle prime 4-5 ore a causa delle interazioni fascio-gas, e si stabilizza successivamente, fino a raggiungere un valore di $0.7 - 0.8 \times 10^{30} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$, al di sotto del quale il fascio viene scaricato.

In tabella 2.1 sono riassunti i parametri tipici di funzionamento del Tevatron.

I futuri miglioramenti del Tevatron

Dalla primavera del '96 sono iniziati i lavori per aumentare la luminosit  di picco del Tevatron fino ad un valore di 5×10^{31} , vd. tabella 2.2.

  in fase di costruzione un nuovo acceleratore a magneti superconduttori dotato di una accetanza in spazio delle fasi molto maggiore che sar  utilizzato nella fase di accelerazione al posto del "vecchio" *Main Ring*. Tale macchina permetterà di raggiungere maggiori flussi di protoni ed antiprotoni, e sar  inoltre in grado di funzionare ad una frequenza di 2.5 s^{-1} (invece degli attuali 1.5 s^{-1} del *Main Ring*). Il numero di pacchetti diventer  36, mentre i punti d'interazione rimarranno due, a CDF e a D0, in modo da evitare l'aumento dell'emittanza del fascio a causa della interazione elettromagnetica a lungo raggio (*beam-beam tuneshift*).

	PARAMETRI	
	run I (attuali)	run II (futuri)
E_{fascio}	900 GeV (1800 GeV nel c.m.)	1000 GeV (2000 GeV nel c.m.)
B	6	36
N_p	7×10^{10}	33×10^{10}
$N_{\bar{p}}$	3×10^{10}	3.7×10^{10}
ϵ_p	$15\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$	$30\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$
$\epsilon_{\bar{p}}$	$18\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$	$22\pi \text{ mm} \cdot \text{mrad}$
\mathcal{L}	$1.0 \times 10^{31} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$	$1.0 \times 10^{32} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$

Tabella 2.2: Caratteristiche del Tevatron dopo l'upgrade.

2.2 Il rivelatore CDF

Il *Collider Detector at Fermilab* (CDF) [42] è un rivelatore magnetico a copertura angolare quasi completa e ad approssimata simmetria cilindrica intorno all'asse dei fasci. È stato progettato in modo da permettere l'esplorazione di una amplissima gamma di processi fisici. Le funzioni principali del rivelatore sono le seguenti:

- rivelare particelle cariche e misurarne l'impulso;
- misurare la posizione e l'energia di sciame elettromagnetici ed adronici;
- identificare elettroni e muoni;
- osservare indirettamente la presenza di particelle non interagenti, come i neutrini, mediante la misura dell'energia trasversa mancante.

È opportuno introdurre il sistema di riferimento del rivelatore sia in coordinate cartesiane che polari (si veda la figura 2.2):

- coordinate cartesiane:

asse z : disposto lungo la direzione del fascio con verso positivo dato dalla direzione dei protoni (che circolano in senso orario);

piano x, y : piano ortogonale all'asse z e contenente il punto di interazione nominale. L'asse x è diretto in direzione radiale con verso uscente verso l'esterno dell'anello, y è determinato dalla richiesta di avere una terna destrorsa.

- coordinate polari:

ϕ : angolo azimutale misurato sul piano x, y in senso antiorario a partire dall'asse x ;

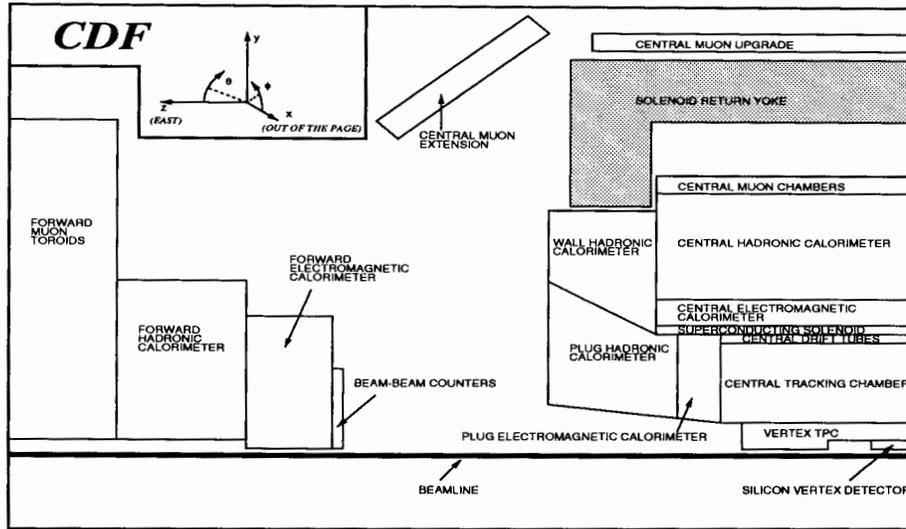


Figura 2.2: Sezione del rivelatore CDF: sono evidenziati i sottosistemi che lo compongono, il rivelatore è simmetrico rispetto a $\eta = 0$.

Il sistema di coordinate è schematizzato nell'angolo in alto a sinistra.

θ : angolo polare rispetto all'asse z (orientato) ;

r : distanza dall'origine.

Nelle figure 2.2 e 2.3, dove sono riportate la vista prospettica ed in sezione di CDF, sono evidenti i dispositivi principali che lo compongono sia nella parte *centrale* ($10^\circ < \theta < 170^\circ$), sia in quelle *forward* ($2^\circ < \theta < 10^\circ$) e *backward* ($170^\circ < \theta < 178^\circ$). Per quanto riguarda la calorimetria, si è scelta una configurazione cilindrica con segmentazione uniforme sia in angolo ϕ che in pseudorapidità :

$$\eta = -\ln \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

variabile che rimane invariante per *boost* di Lorentz lungo l'asse z (ciò è vero solo nel limite di particelle interagenti di massa trascurabile).

A partire dal punto di interazione e procedendo verso l'esterno, una particella incontra diversi strati di rivelatori con funzioni diverse. All'esterno del tubo a vuoto (di diametro 5.08 cm e spessore $500 \mu\text{m}$ di Berillio in modo da minimizzare la quantità di materiale attraversato) è posizionato, il più vicino possibile al punto di interazione, il rivelatore di vertice al silicio seguito da due sistemi di camere a fili che costituiscono il sistema di tracciamento per CDF. All'esterno si trova il solenoide superconduttore raffreddato ad elio liquido, che fornisce un campo magnetico di 1.5 T con asse lungo il fascio, utilizzato per la determinazione del momento trasverso p_t delle particelle tramite la relazione:

$$p_t(\text{GeV}) = 0.3 \cdot e \cdot B(\text{T}) \cdot r(\text{m}) \quad .$$

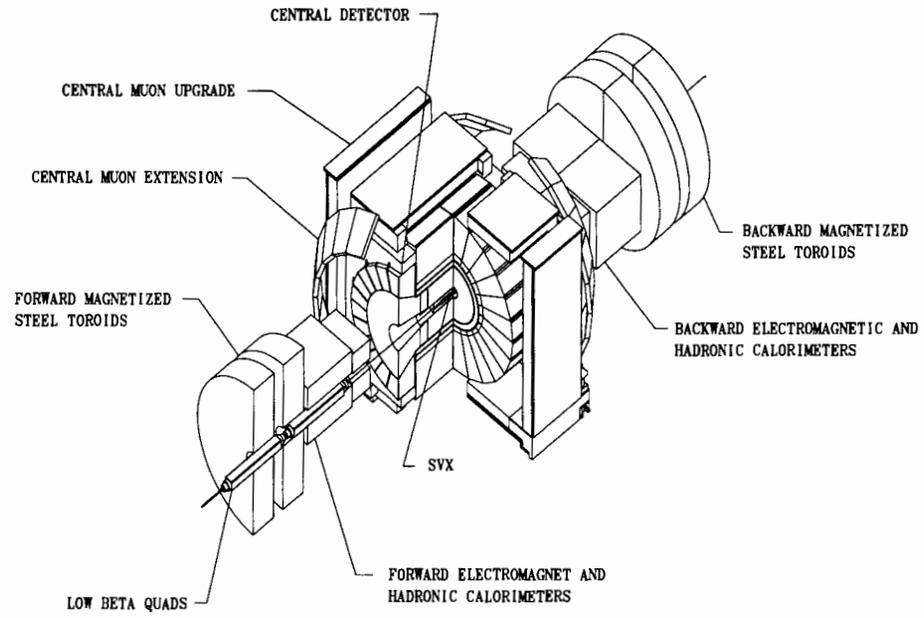


Figura 2.3: Prospettiva del rivelatore CDF.

Poi, proseguendo radialmente verso l'esterno, si incontrano i calorimetri elettromagnetico [43] ed adronico [44], che forniscono l'informazione sull'energia delle particelle, e infine il sistema di rivelazione per muoni [45]. L'ermeticità nella calorimetria e rivelazione dei μ è garantita dalla presenza in avanti ed indietro di sezioni dette *endplug* e *forward* [46, 47].

2.2.1 I dispositivi di tracciatura

L'identificazione delle tracce all'interno di CDF avviene tramite tre diversi dispositivi: il rivelatore di vertice al silicio *SVX* (Silicon VerteX detector); la camera a fili *VTX* (VerteX Time Projection Chamber) utilizzata per la misura della coordinata z del vertice; e la camera a fili *CTC* (Central Tracking Chamber) che occupa gran parte del volume delimitato dal magnete.

Di seguito è riportata una breve descrizione di ogni dispositivo.

Il rivelatore di vertice

Il rivelatore di vertice al silicio *SVX* è stato installato in CDF nel 1992. L'*SVX* gioca un ruolo essenziale per una precisa ricostruzione delle tracce nel piano trasverso al fascio, e soprattutto rende possibile l'identificazione di vertici secondari dovuti a particelle a vita media $\tau \sim 10^{-10} - 10^{-13}s$.²

L'*SVX* si trova immediatamente al di fuori della camera a vuoto che contiene i fasci. È lungo 51 cm, ed è composto da due moduli (*barrel*) cilindrici affiancati che si incontrano a $z = 0$.³ L'accettanza geometrica dell'*SVX*, per tracce originate nel centro di CDF, è di circa 60%.

Ogni modulo, schematizzato in figura 2.4, è costituito da 4 *layer* cilindrici coassiali di rivelatori a *microstrip* su silicio a singola faccia con asse coincidente con l'asse z di CDF. Il *layer* più interno e il più esterno sono posti rispettivamente a 3.005 cm e a 7.866 cm dalla linea del fascio, in modo da sfruttare tutto il volume a disposizione, in particolare nelle vicinanze del punto di interazione.

Ogni *layer* è a sua volta diviso in 12 unità dette *ladder*, mostrate in figura 2.5. Ogni *ladder* è costituita da 3 cristalli di silicio lunghi ciascuno 8.5 cm microsaldati tra loro così da formare *strip* lunghe 25.5 cm: ciò per limitare il numero di canali da leggere. La *ladder* è sostenuta da una sottile struttura rinforzata con fibre di carbonio in modo da aumentare la resistenza meccanica, ed è equipaggiata, da una

²Si tratta principalmente di adroni con *beauty*, *charm* e leptoni τ .

³A causa della dimensione longitudinale dei pacchetti di protoni e antiprotoni dei fasci, il vertice di interazione si distribuisce sull'asse z attorno al centro del rivelatore con una distribuzione gaussiana di $\sigma = 30cm$.

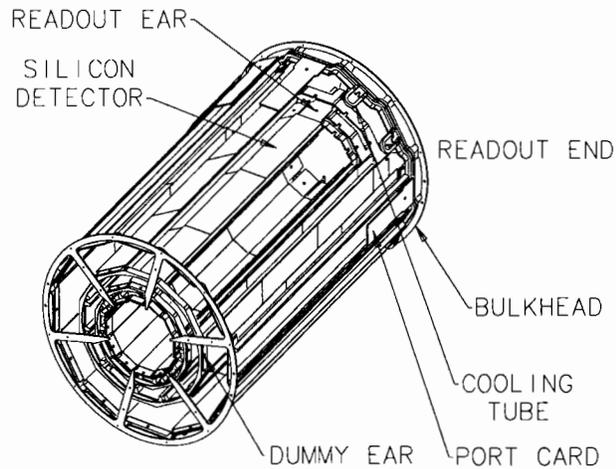


Figura 2.4: Struttura di uno dei due moduli (barrel) del rivelatore di vertice, è mostrata la disposizione delle ladder all'interno.

parte, da una *board* in *AlN* su cui poggia l'elettronica di *front-end* e, dall'altra, da una simile *board* utilizzata per il posizionamento meccanico della *ladder* all'interno della struttura di sostegno dell'*SVX*.

Ogni cristallo viene preparato impiantando una serie di *microstrip* di silicio p^+ , larghe $\sim 10 \mu m$, su uno strato drogato n di spessore $\sim 300 \mu m$. Sopra alla *strip* p^+ corre una *strip* in *Al*. La quantità di materiale che costituisce l'*SVX* è stata accuratamente minimizzata perché i vertici secondari dovuti all'interazione nel rivelatore e le conversioni di fotoni in coppie costituiscono una sorgente di fondo per l'analisi e il *trigger*. Inoltre lo *scattering* multiplo limita la risoluzione in posizione per le tracce a basso p_t .

La distanza tra le *strip* è pari a $60 \mu m$ per i tre strati più interni mentre è $55 \mu m$ per il quarto; il loro numero è 256, 384, 512, 768 rispettivamente per i *layer* 1, 2, 3 e 4. Per ogni *microstrip* si possono leggere: la posizione spaziale $r - \phi$ e la carica elettrica rilasciata in essa dalle particelle cariche che l'attraversano. Tipicamente la carica totale rilasciata da particelle al minimo di ionizzazione viene suddivisa tra 1, 2 o 3 *strip*. La posizione in cui la particella ha attraversato il cristallo viene assunta essere la posizione del *cluster*, calcolato come baricentro delle cariche delle *strip* interessate. La risoluzione in posizione dei *cluster* con una sola *strip* è $\approx 15 \mu m$, in accordo col passo delle *strip* ($60 \mu m / \sqrt{12}$); per i *cluster* di 2 *strip* è $\approx 13 \mu m$, in quanto l'uso del centro di gravità migliora la risoluzione; nel caso di 3 *strip* è $\approx 25 \mu m$.

La forte radiazione che il rivelatore *SVX* ha ricevuto durante la presa dati del *run*

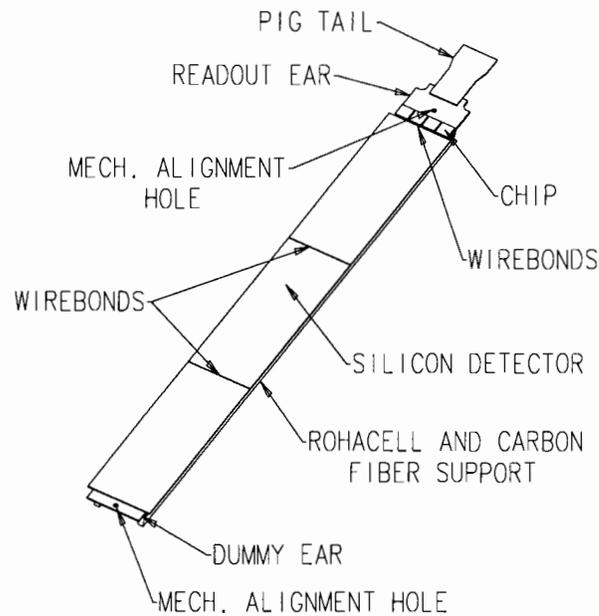


Figura 2.5: Struttura di una singola ladder del rivelatore di vertice, sono mostrati i chip per la lettura del segnale ed i tre cristalli di silicio microsaldati.

1A, a causa della sua vicinanza dalla zona di interazione (vedi figura 2.6), ne ha degradato le prestazioni: lo strato più interno ha ricevuto una dose pari a circa 15 kRad nel corso del *run* e la radiazione ha progressivamente peggiorato le prestazioni del *chip* di lettura del rivelatore, diminuendo il rapporto segnale/rumore (si veda la figura 2.6). Per il *run* 1B, *SVX* è stato perciò sostituito con un nuovo rivelatore, *SVX'*, sostanzialmente immutato nella geometria e nel principio di funzionamento, ma con *chip* di lettura resistente alle radiazioni. Inoltre, tra la *strip p+* e quella in *Al* è stato posto un sottile (200 nm) strato di SiO_2 cosicché l'elettronica di read-out risulta accoppiata in AC rispetto alla *strip* stessa. Ciò permette di non integrare la componente costante della corrente di perdita generata del substrato di silicio, ma solo quella prodotta dal possibile passaggio di una particella.

La necessità di limitare il tempo di lettura dell'*SVX* a circa 2 ms , pena lo spreco della luminosità offerta dal Tevatron, impone la lettura *sparse*: sono cioè letti solo i canali il cui contenuto in carica supera una certa soglia variabile. In questo modo il tempo di lettura e la quantità di dati sono determinati dal numero effettivo di *strip* colpite da particelle e non dal numero di canali. Poiché l'occupazione media dell'*SVX* è inferiore al 10% il tempo di lettura è di $\approx 0.77 \text{ ms}$.

Le informazioni dell'*SVX* non sono utilizzate in alcun *trigger*. In tabella 2.3 sono date le caratteristiche tecniche principali di *SVX*.

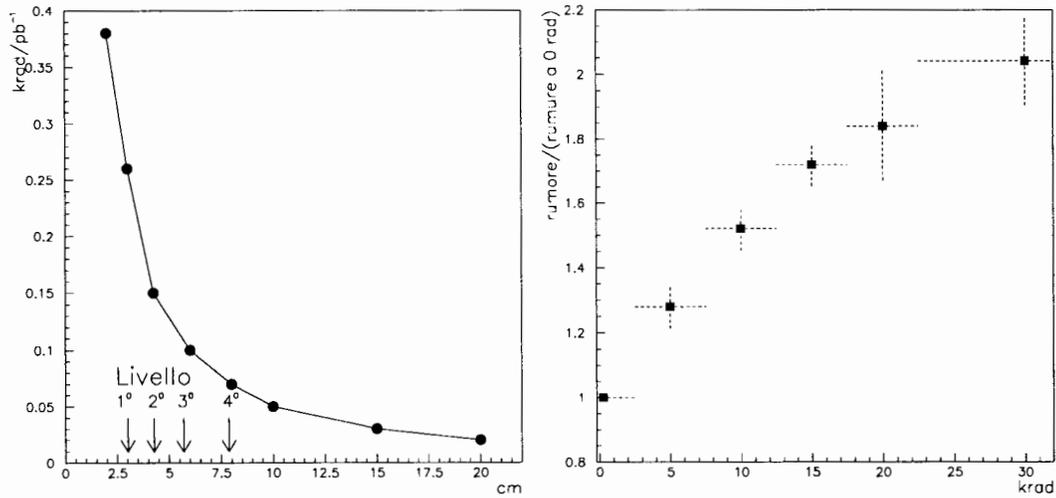


Figura 2.6: A sinistra, andamento del livello di radiazione in funzione della distanza dalla linea dei fasci. A destra, andamento della crescita del rumore nel chip in funzione della dose di radiazioni ricevuta.

Strato	Larghezza (μm)	Zona attiva (μm)	Raggio (cm)	Passo (μm)	Canali
0	16040	15300	3.005	60	256
1	23720	22980	4.256	60	384
2	31400	30660	5.687	60	512
3	42925	42185	7.866	55	768

Tabella 2.3: Parametri degli strati di silicio di SVX.

Vertex Time Projection Chamber

Poiché il rivelatore di vertice è in grado di fornire informazioni solo nel piano trasverso, per la determinazione della coordinata z del vertice è stata utilizzata una camera a fili a proiezione temporale, *VTX*, posta subito all'esterno di *SVX*.

Nella tabella 2.4 sono riassunte le caratteristiche di *VTX*, e nella figura 2.7 è mostrato il *display* di un evento su tale rivelatore.

Il numero dei moduli che costituiscono *VTX* assicura una copertura completa in ϕ e per $|\eta| \leq 3.5$. La risoluzione sulla determinazione della traccia è $\sim 200 \mu\text{m}$ mentre la determinazione della posizione lungo z del vertice di interazione, dominata dalla diffusione multipla all'interno di *SVX*, è $\approx 2 \text{ mm}$.

Una rotazione di 11.3° in ϕ tra due moduli contigui consente di avere una lettura stereo delle tracce ad alto η in modo da migliorare l'accordo con le tracce individuate dalla *CTC*.

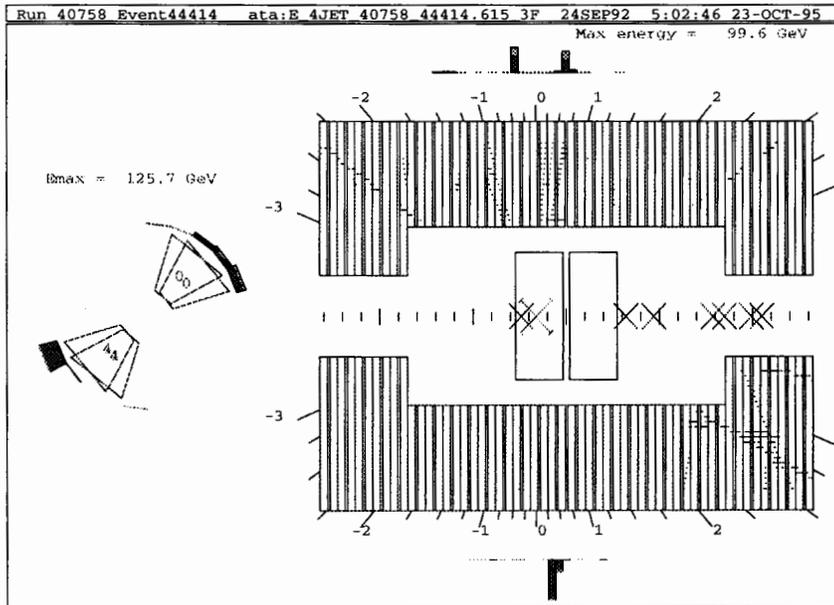


Figura 2.7: Display di un evento per la VTX, è visibile la posizione del rivelatore di vertice SVX.

Lunghezza	3.2 m
Diametro	50 cm
Copertura in pseudorapidità	$ \eta \leq 3.5$
Numero di moduli	28
Numero di fili sensibili	8412
Distanza di deriva massima	4 cm
Campo elettrico	1.6 kV/cm
Guadagno elettronica di lettura	5×10^3
Gas	Argon/Etano/Etanolo (49.6%:49.6%:0.8%)
Risoluzione spaziale in z	200 μm
Risoluzione in z estrapolata al vertice	2 mm

Tabella 2.4: Caratteristiche della VTX.

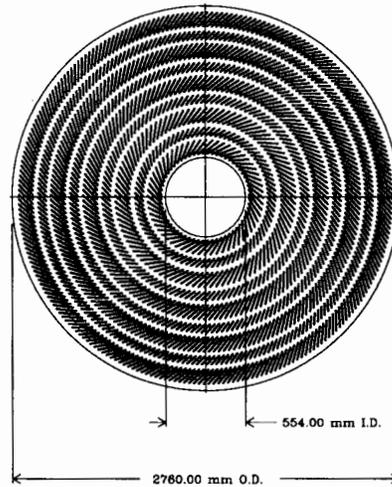


Figura 2.8: Vista in sezione della CTC.

Central Tracking Chamber

La CTC [48] (figura 2.8) è una grande camera a deriva di forma cilindrica lunga 3.2 m con raggio interno 227 mm ed esterno 1380 mm che copre la regione in pseudorapidità $|\eta| < 1.0$. Essa contiene 84 strati cilindrici di fili sensibili di Tungsteno ($40\ \mu\text{m}$) raggruppati in 9 *superlayer*, immersi in una miscela di Argon/Etano/Etano ed in un campo elettrico di deriva di 1350 V/cm .

I *superlayer* sono a loro volta divisi in celle all'interno delle quali la distanza di deriva massima ($r \cdot \Delta\phi$) è inferiore a 4 cm (800 ns): ogni cella è inclinata rispetto alla direzione radiale di un angolo pari a 45° , per compensare l'angolo di Lorentz dovuto all'effetto del campo magnetico, e in questo modo la traiettoria degli elettroni diventa perpendicolare al raggio della camera. La lettura combinata nelle tre dimensioni è assicurata dalla particolare disposizione dei fili all'interno della camera: dei 9 *superlayer* 4 hanno i 6 fili inclinati di 3° rispetto alla direzione assiale (*stereo layer*), permettendo la determinazione della coordinata z del segnale rilasciato; gli altri 5 (*axial layer*) hanno 12 fili disposti parallelamente all'asse z e forniscono la posizione nel piano perpendicolare ($r-\phi$).

La risoluzione in posizione è pari a $220\ \mu\text{m}$ in $r-\phi$ per tracce con momento maggiore di 800 MeV , mentre aumenta a $250\ \mu\text{m}$ se si considera l'intero spettro del momento. Si deve comunque tener presente che a causa del campo magnetico solo le tracce con $p_t > 250\text{ MeV}$ attraversano tutti e nove i *superlayer*, mentre le altre spiraleggiano all'interno. Per quanto riguarda la coordinata z la risoluzione è pari a $0.2\text{ mm}/\sin 3^\circ = 4\text{ mm}$ comparabile con quanto è possibile ottenere sfruttando le indicazioni stereo della VTX.

La risoluzione in momento trasverso p_t , nella regione di pseudorapidità $-1 < \eta < 1$,

è pari a $\delta p_t/p_t^2 \leq 0.002$, e diminuisce a $\delta p_t/p_t^2 \approx 0.004$ per angoli minori ($20^\circ < \theta_s < 40^\circ$). Ciò è dovuto al fatto che in questa regione angolare la particella non attraversa tutti i *superlayer* e quindi la determinazione della curvatura della traccia peggiora sensibilmente.

La buona efficienza della camera di tracciamento centrale di CDF nella rivelazione delle tracce ($\epsilon \simeq 93\%$), ne ha permesso l'utilizzo anche come dispositivo di *trigger* (*CFT* - **C**entral **F**ast **T**racker): il segnale in uscita è infatti molto rapido e in combinazione con i segnali sui calorimetri permette di selezionare gli eventi maggiormente interessanti (per esempio quelli che contengono elettroni e muoni) tra quelli ad alto p_t .

Recentemente, a 54 strati è stata aggiunta l'elettronica necessaria per la misura delle perdite di energia per ionizzazione (dE/dx), con una risoluzione di $\sim 15\%$, migliorando così la separazione tra elettroni e pioni carichi fino a $p_t < 4 \text{ GeV}$, e di quest'ultimi da K^\pm fino a $p_t \sim 700 \text{ MeV}$. In tabella 2.5 sono riportate caratteristiche e prestazioni della *CTC*.

Utilizzando gli elettroni di conversione si può ottenere una "radiografia" della parte

Diametro interno	55.4 cm
Diametro esterno	276 cm
Lunghezza	3214 cm
Numero totale di fili	30504
Numero di strati di fili sensibili	84
Numero di <i>superlayer</i>	9
Spaziatura tra i fili sensibili	10 mm nel piano dei fili
Angolo stereo dei fili sensibili	$0^\circ + 3^\circ \quad 0^\circ - 3^\circ \quad 0^\circ + 3^\circ \quad 0^\circ - 3^\circ \quad 0^\circ$
Inclinazione delle celle	45°
Diametro fili sensibili	40 μm Tungsteno dorato
Diametro fili di potenziale	140 μm acciaio inossidabile
Gas	Argon/Etano/Etanolo (49.6%:49.6%:0.8%)
Uniformità del campo elettrico	$dE_o/E_o \sim 1.5\%$ (rms)
Risoluzione spaziale in $r-\phi$	200 μm
Risoluzione spaziale in z	4 mm
Risoluzione sul p_t	$\delta p_t/p_t^2 \leq 0.002 \text{ (GeV)}^{-1}$

Tabella 2.5: Caratteristiche della *CTC*.

centrale del rivelatore CDF, mostrata in 2.9, in cui si possono osservare i diversi componenti finora descritti.

Central Drift Tube Array

È un rivelatore costituito da tre strati di tubi a deriva posizionati tra la *CTC* ed il solenoide e copre la regione di pseudorapidità $-1 < \eta < 1$.

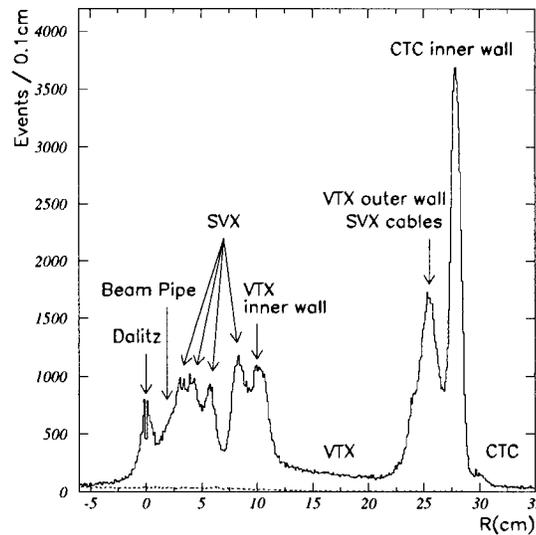


Figura 2.9: Distribuzione radiale delle conversioni $\gamma \rightarrow e^+e^-$

I tubi operano in regime di *streamer limitato* in una miscela al 50 % di Argon ed Etano, fornendo, ad una distanza di 1.4 m dal punto di interazione, una stima indipendente delle coordinate della traccia. La particolare configurazione geometrica dei tubi assicura che una particella sia rivelata da almeno due dei tre strati. Per ognuno dei 2016 fili sensibili, lunghi 3 m e contenuti in celle di acciaio inossidabile di diametro 12.7 mm, si misurano il tempo di deriva e la divisione di carica. Da queste due misure è possibile ricavare l'informazione in z ed in $r-\phi$, con risoluzione pari rispettivamente a 2.5 mm e 200 μm .

In pratica si utilizza questo rivelatore solo per avere, a livello 2 del *trigger*, l'informazione sulla coordinata z del vertice primario di interazione.

2.2.2 Calorimetria

Al di fuori del magnete sono posizionati i calorimetri per la misura dell'energia di particelle e *jet* prodotti nell'interazione. Il sistema di calorimetria è composto da una parte elettromagnetica e da una parte adronica divise in celle proiettive rispetto al centro geometrico del rivelatore. Poiché i prodotti delle interazione di adroni ad alta energia hanno una distribuzione pressoché costante in η , la segmentazione uniforme in pseudorapidità permette una ricostruzione dei *jet* indipendente dal loro angolo polare.

I calorimetri di CDF sono divisi in tre zone, centrale, intermedia e in avanti, definite secondo la zona di pseudorapidità da essi coperta. La zona centrale, a pseudorapidità $|\eta| \leq 1.1$, comprende i calorimetri *Central* ed *EndWall*, che sono segmentati in celle di estensione $\Delta\eta = 0.1$ e $\Delta\phi = 15^\circ$. Le celle sono formate da lastre di piombo

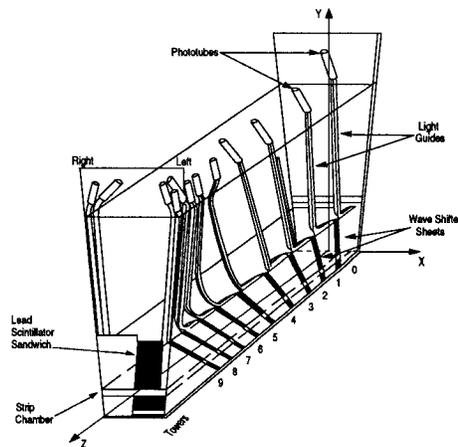


Figura 2.10: Vista di uno dei 24 settori (wedge) di cui è composto il calorimetro centrale.

inframmezzate da scintillatori plastici nella parte elettromagnetica ⁴, per un totale di circa 20 lunghezze di radiazione X_0 , e da lastre di ferro e scintillatore nella parte adronica, per un totale di circa 5 lunghezze di interazione λ .

In figura 2.10 è illustrata la struttura di uno dei 48 blocchi di celle che costituiscono il calorimetro centrale: si notano il sistema di *wavelength shifter* e di guide di luce che trasportano la luce ai fotomoltiplicatori, e le camere a fili proporzionali, che permettono una misura della sezione trasversale degli sciami elettromagnetici. Tali camere, dette CEM (*Central Strip Chamber*), sono situate a una profondità di $6 X_0$ nella sezione elettromagnetica, cioè all'incirca nella posizione di massimo sviluppo di uno sciame prodotto da elettroni di energia fra 10 e 50 GeV: i fili forniscono una lettura $r - \phi$ della posizione della cascata. Le CEM vengono usate per determinare la posizione di elettroni e per misurare la forma dello sciame per poi separare fotoni singoli da $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$. La separazione γ/π^0 è stata recentemente migliorata nella regione $|\eta| < 0.7$ aggiungendo un secondo strato di camere proporzionali a fili (dette CPR, *Central PreRadiator*)[49], immediatamente fuori dalla bobina del magnete, davanti alle CEM. I calorimetri *End Plug* si inseriscono ai lati della CTC, fornendo una copertura fino a $\eta = 2.4$. Sono anch'essi divisi in celle a segmentazione uniforme in pseudorapidità, con una parte a campionamento elettromagnetico, con lastre di piombo come assorbitore, e una parte a campionamento adronico, ove l'assorbitore è ferro. Il mezzo attivo in questo caso è costituito dal gas dei tubi proporzionali, una miscela di Argon ed Etano al 50 %.

Infine i calorimetri in avanti (*Forward*) formano due strutture separate dalla parte centrale del rivelatore, a una distanza di 6.5 m dal vertice di interazione. Essi coprono la zona di pseudorapidità fino a $\eta = \pm 4.2$, con assorbitori e mezzo attivo eguali a

⁴Il calorimetro *End Wall* integra la parte a campionamento adronico del calorimetro centrale.

quelli dei calorimetri *End Plug*. A causa dell'ingombro dovuto ai quadrupoli di focalizzazione dei fasci, per $|\eta| \geq 3.6$ alcune zone del piano η - ϕ sono però cieche ⁵. Le caratteristiche tecniche sono riassunte in tabella 2.6. La risoluzione in energia per il calorimetro adronico centrale (CHA) è stata misurata durante il *test - beam* con fasci di π carichi:

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{75\%}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus 3\%$$

invece la risoluzione per il calorimetro elettromagnetico centrale è stata misurata con fasci di elettroni da 10 e 50 *GeV*:

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{13.5\%}{\sqrt{E(\text{GeV})}} \oplus 2\%$$

⁵Questo implica che nel computo della *missing E_t* si consideri la risposta dei calorimetri solo nell'intervallo $|\eta| \leq 3.6$.

Calorimetri Elettromagnetici				
	Central	End Plug	Forward	
<i>Copertura in η</i>	0 – 1.1	1.1 – 2.4	2.2 – 4.2	
<i>Dimensione torri $\Delta\eta \times \Delta\phi$</i>	$\sim 0.1 \times 15^\circ$	$0.09 \times 5^\circ$	$0.1 \times 5^\circ$	
<i>Mezzo attivo</i>	<i>Scintillatore</i>	<i>Tubi proporzionali</i>		
<i>Dimensioni del mezzo attivo</i>	0.5 cm	$0.7 \times 0.7 \text{ cm}^2$	$1.0 \times 0.7 \text{ cm}^2$	
<i>Assorbitore</i>	Pb	Pb	94%Pb, 6%Sb	
<i>Spessore dell'assorbitore</i>	0.32 cm	0.27 cm	0.48 cm	
<i>Risoluzione in energia a 50 GeV(σ/E)</i>	2%	4%	4%	

Calorimetri Adronici				
	Central	End Wall	End Plug	Forward
<i>Copertura in η</i>	0 – 0.9	0.7 – 1.3	1.3 – 2.4	2.3 – 4.2
<i>Dim. Torri $\Delta\eta \times \Delta\phi$</i>	$\sim 0.1 \times 15^\circ$	$\sim 0.1 \times 15^\circ$	$0.09 \times 5^\circ$	$0.1 \times 5^\circ$
<i>Mezzo attivo</i>	<i>Scintillatore</i>		<i>Tubi proporzionali</i>	
<i>Dimensioni</i>	1.0 cm	1.0 cm	$1.4 \times 0.8 \text{ cm}^2$	$1.5 \times 1.0 \text{ cm}^2$
<i>Assorbitore</i>	Fe	Fe	Fe	Fe
<i>Spessore</i>	2.5 cm	5.1 cm	5.1 cm	5.1 cm
<i>Ris. in energia a 50 GeV(σ/E)</i>	11%	14%	20%	20%

Tabella 2.6: Caratteristiche dei calorimetri elettromagnetici e adronici di CDF.

2.2.3 *Beam-beam counters*

Immediatamente al di fuori dei calorimetri *forward* sono posizionati, a ± 5.8 m dal punto di interazione nominale, i contatori fascio-fascio (*BBC* [42]), costituiti da due piani di scintillatori che coprono la regione di pseudorapidità $3.2 < |\eta| < 5.9$.

Essi sono utilizzati principalmente per fornire la *trigger* di livello 0 (“*minimum bias*”) che richiede un segnale in almeno un modulo dei *BBC* entro un tempo di 15 ns centrato nell’istante nominale dell’interazione: in questa maniera, sfruttando le buone proprietà di temporizzazione di tali dispositivi ($\sigma < 200$ ps), si può anche ottenere una stima approssimativa (± 4 cm) della posizione del vertice.

Tali contatori vengono anche utilizzati per la misura della luminosità [50].

2.2.4 Rivelatori per muoni

Il sistema di rivelazione per muoni nella zona centrale (*CMU* [45]) è posto al di sopra del calorimetro adronico ad una distanza di 3.5 m dal fascio.

Esso copre la regione $-0.6 < \eta < 0.6$ ed è suddiviso in più settori (*muon chamber*) ognuno dei quali si estende per 12.6° in ϕ in modo da essere in corrispondenza di un settore del calorimetro (vd. figura 2.11), lasciando scoperta una zona di 1.2° ai bordi di ognuna. La copertura dell’angolo azimutale ϕ che si riesce così ad ottenere è pari all’84%. Le camere possono essere raggiunte da muoni con momento trasverso $p_t > 1.6$ GeV.

Ogni camera è composta di 4 strati di celle a deriva proporzionali (figura 2.12) che sono segmentati in ϕ in modo da formare 3 torri di 4.2° ciascuna (vd. figura 2.13). Il tempo massimo di deriva è di 700 ns.

La determinazione della posizione lungo z viene ricavata leggendo i fili sensibili da entrambe le estremità, usando le informazioni sulla divisione di carica. La risoluzione ottenibile in questa maniera è pari a 1.2 mm.

Nel piano $r - \phi$ invece si utilizza il tempo di deriva ottenendo una precisione $\sigma = 250$ μ m. L’angolo che la traccia forma rispetto al raggio può essere ricavato dalla differenza nei tempi di deriva tra i diversi strati. Esso dipende dal momento trasverso della traccia secondo la relazione:

$$\alpha \simeq \frac{eL^2B}{2Dp_t}$$

dove B è il campo magnetico, L il raggio della zona entro cui si ha campo magnetico, e D la distanza delle camere dal fascio. Sfruttando tale informazione combinata con la presenza di una traccia nella *CTC* è possibile fornire un *trigger* sul momento dei muoni.

Nel 1992, al fine di ridurre il fondo dovuto agli adroni di *punch-through*, è stato

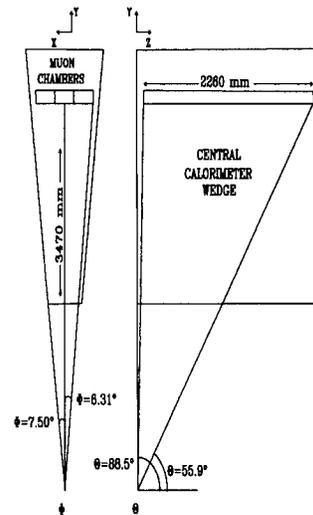


Figura 2.11: Geometria delle camere centrali dei muoni.

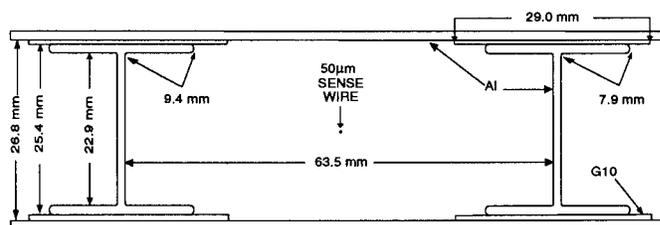


Figura 2.12: Sezione di una singola cella delle camere a fili per μ .

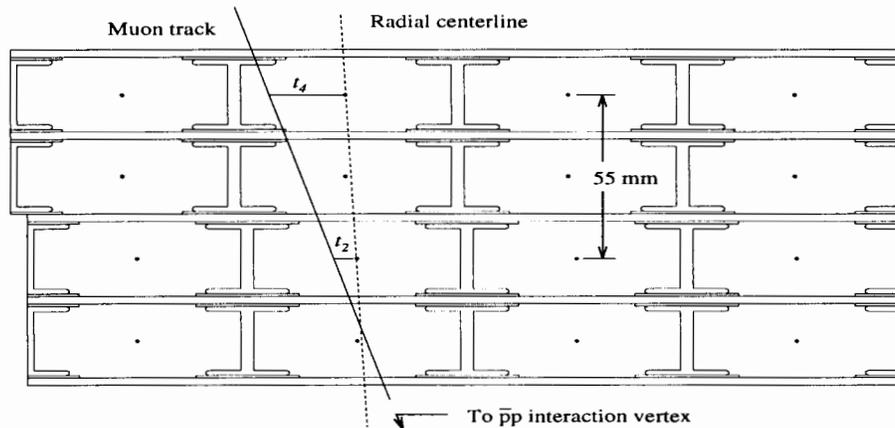


Figura 2.13: Sezione di un gruppo di celle delle camere per muoni.

aggiunto, all'esterno delle *CMU*, uno strato di 60 cm di acciaio seguito da altri 4 strati di camere a deriva (*CMP*). La copertura angolare di *CMU* e *CMP* combinati si estende fino a $|\eta| < 0.6$. In questa regione il 53 % è coperto da *CMU* e *CMP* insieme; il 31 % solo da *CMU*; il 10 % solo da *CMP*; infine, il 6 % non è coperto. Questa complessa situazione è dovuta al montaggio meccanico che è stato possibile realizzare in pratica. In particolare vi è una zona non coperta dalle *CMU* attorno a 90° dove i moduli calorimetrici si accostano gli uni agli altri (si veda la figura 2.14).

Inoltre, per estendere la copertura dell'angolo solido nella regione in pseudorapidità $0.6 < |\eta| < 1$ (vd. tabella 2.7) sono state aggiunte quattro strutture ad arco (*CMX*) provviste di camere a deriva e di due strati di scintillatori (*CSX*) utilizzati per il *trigger*.

La zona ad alto η è coperta da due grandi toroidi (*FMU* [51]) di ferro magnetizzato

	<i>CMU</i>	<i>CMP</i>	<i>CMX</i>
copertura in η	[0-0.63]	[0-0.60]	[0.62-1.0]
copertura in ϕ	84 %	63 %	71 %
p_t minimo rivelabile (GeV)	1.6	2.7	1.6

Tabella 2.7: Riassunto delle caratteristiche dei rivelatori per μ .

(1.6 ÷ 2.0 T) di spessore 2 m circa. Ogni toroide è coperto da tre strati di camere a deriva alternati a due piani di scintillatori (per il *trigger*) e suddivisi in 24 moduli di 15° in ϕ ciascuno.

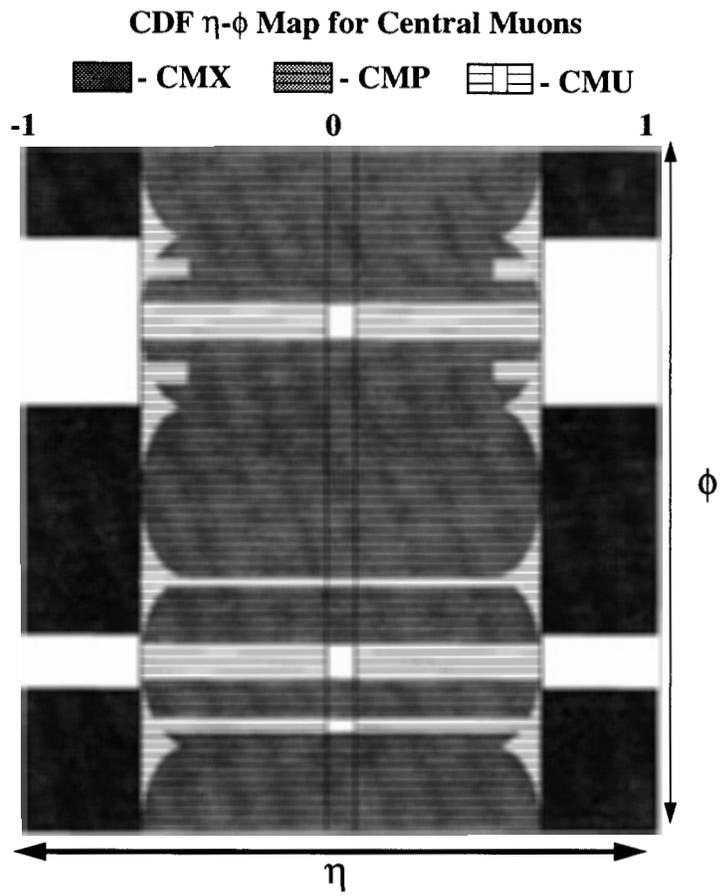


Figura 2.14: Copertura delle camere centrali per muoni.

Il numero di lunghezze di assorbimento attraversate da una particella proveniente dal vertice primario è funzione di $|\eta|$, ma il valor medio è circa pari a 5 per arrivare alla CMU, 8 per la CMP, da 6 a 9 per la CMX.

2.2.5 Il *trigger* e l'acquisizione dati

I pacchetti di protoni e antiprotoni, che circolano nel Tevatron, si incrociano, in ognuna delle due zone di interazione, ogni $3.5 \mu\text{sec}$, con una frequenza di collisione quindi di 280 kHz . Poiché gli eventi possono essere scritti su nastro con una frequenza di pochi Hz, il *trigger* deve essere piuttosto selettivo per ottenere l'adeguato fattore di riduzione. Esso deve quindi, nel tempo più breve possibile per sprecare il minor numero di interazioni, selezionare gli eventi più interessanti tra i molteplici stati finali prodotti in una interazione $p\bar{p}$. Inoltre, deve essere sufficientemente versatile in modo da poter essere modificato durante la presa dati, qualora i risultati dell'esperimento indichino l'opportunità di variare la composizione del tipo di eventi da raccogliere.

Il sistema di *trigger* di CDF è organizzato a tre livelli [52]. Ogni livello è un OR logico di un certo numero di *trigger* progettati per selezionare particolari classi di eventi, per esempio quelli che hanno un elettrone o due, oppure uno o due muoni, oppure uno o più *jet* sopra una certa soglia in p_t .

Primo livello : utilizza le uscite veloci del calorimetro (la granularità di *trigger* corrisponde a due torri adiacenti di calorimetro, cioè a 0.2 in η e 15° in ϕ , sia per la parte elettromagnetica che per quella adronica) per i *trigger* sugli elettroni e sui *jet*, e della CMU per i *trigger* sui muoni. A questo livello un muone viene identificato come un segmento di traccia, detta *stub*, ricostruita nelle camere CMU. Il *trigger* usato in questa analisi richiede due *stub*. Il tempo di decisione del primo livello è minore dei $3.5 \mu\text{sec}$ d'intervallo tra due collisioni successive. Il fattore di reiezione è circa 280, riducendo gli eventi ad una frequenza di circa 1 kHz.

Secondo livello : si basa su un processore veloce, CFT (*Central Fast Tracker*) [53], che permette la ricostruzione bidimensionale di tracce con $p_t > 2.2 \text{ GeV}/c$ nella CTC, usando solo le informazioni in $r - \phi$ dei 5 superstrati assiali. Queste informazioni sono rese accessibili in $2.5 \mu\text{sec}$ al *trigger* di livello 2. La risoluzione in impulso è $\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} \approx 3\%$.

Per l'identificazione degli elettroni la lista di tracce data da CFT viene confrontata con la lista dei depositi di energia (*cluster*) localizzati nei calorimetri per i quali sono stati precedentemente determinati E_t , ϕ medio e η medio.

Il *trigger* per gli eventi a due μ è diverso nei due *run*: nel *run* 1A (TWO_CMU_ONE_CFT_3) si richiede che almeno una delle due *stub* presenti nella CMU sia associata ad

una traccia nella CTC trovata da CFT, e abbia $p_t > 3 \text{ GeV}/c$; nel *run* 1B (TWO_CMU_TWO_CFT_2.2) si richiede che entrambe le *stub* nella CMU siano associate ad una traccia CFT (e quindi necessariamente $p_t > 2.2 \text{ GeV}/c$.) Il tempo di decisione del secondo livello è $20 \mu\text{sec}$, quindi si perdono 6 *bunch crossing*. Il fattore di reiezione, approssimativamente 50, riduce gli eventi ad una frequenza di circa 20 Hz .

Terzo livello : si basa sugli stessi algoritmi di ricostruzione che si usano per l'analisi dei dati *offline*. Questi programmi sono eseguiti da processori estremamente veloci, con potenza combinata di circa un miliardo di istruzioni al secondo. La maggior parte del tempo di esecuzione è usato per la ricostruzione tridimensionale delle tracce nella CTC. Quando un evento passa il primo e secondo livello del *trigger*, esso viene letto completamente; il tempo di acquisizione è dominato dalla lettura dell'SVX, le cui informazioni non sono usate in alcun livello di *trigger*. Il terzo livello riduce a circa 5 Hz la frequenza di eventi, che vengono poi registrati su nastro. Il tempo necessario al terzo livello per accettare o scartare un evento è di circa 10 msec , ma il tempo morto, in cui cioè il rivelatore non è in grado di esaminare le collisioni successive, è limitato solo dal secondo livello, in quanto il terzo lavora in parallelo.

Per quanto riguarda il *trigger* per gli eventi a due μ , anche il terzo livello è molto diverso nel *run* 1A rispetto al *run* 1B: infatti, nel *run* 1A si richiede che la massa invariante delle due tracce CMU sia maggiore di 4 GeV ; nel *run* 1B, oltre a questa richiesta, si domanda che almeno una delle due tracce CMU sia vista anche dalla CMP.

2.2.6 La ricostruzione delle tracce

In un campo magnetico omogeneo una particella carica si muove lungo un'elica con asse parallelo al campo magnetico. Tale traiettoria viene descritta a CDF utilizzando i seguenti 5 parametri:

$$(\cot\theta, C, z_0, d, \phi_0)$$

dove :

- $\cot\theta$: cotangente dell'angolo polare nel punto di minima distanza dall'asse z ;
- C : metà curvatura (stesso segno della carica elettrica);
- z_0 : coordinata z nel punto di minima distanza dall'asse z ;
- d : parametro d'impatto (minima distanza tra l'elica e l'asse z nel piano trasverso);
- ϕ_0 : direzione azimutale nel punto di minima distanza dall'asse z .

L'algoritmo usato per la ricostruzione delle tracce è noto come *metodo progressivo*. Si inizia con il risultato del *fit* nella CTC, e intorno alla traccia viene definita una

strada di dimensioni basate sulla sua matrice di covarianza; all'interno di questa strada si cercano gli *hit* misurati da SVX, cioè i *cluster* di carica ricostruiti. Ogni volta che si trova un *hit*, partendo dalla *layer* più esterna, viene rifatto il *fit* della traccia calcolandone i nuovi parametri, e la nuova traccia candidata viene propagata all'interno di SVX fino allo strato successivo.

Particolarmente importante è la misura del parametro d'impatto delle tracce.

L'errore su questa variabile ha due contributi: uno che dipende dall'imprecisione con cui si determina il vertice primario; l'altro dovuto alla risoluzione dell'apparato di rivelazione. Quest'ultimo è mostrato nella figura 2.15, in funzione del momento trasverso della traccia. Si noti l'allargamento della distribuzione a bassi valori di p_t

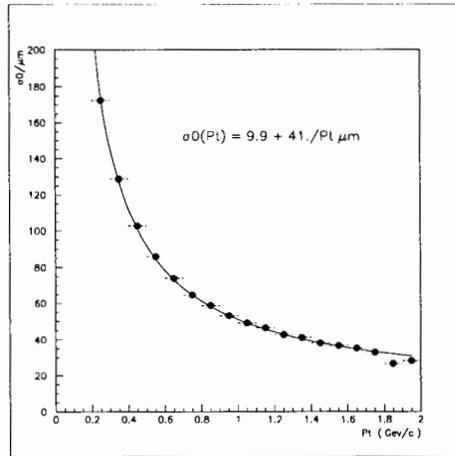


Figura 2.15: Risoluzione del parametro d'impatto, ottenuta con il rivelatore di vertice SVX, in funzione del momento trasverso della traccia.

a causa dello *scattering* multiplo. Facendo un *fit* con la funzione:

$$\sigma_d(p_t) = A + B \cdot \frac{1}{p_t}$$

risulta: $A \approx 10 \mu\text{m}$ e $B \approx 41 \mu\text{m} \cdot \text{GeV}/c$.

La risoluzione asintotica ($p_t \rightarrow \infty$), A , dipende dalla distanza del primo piano di misura dal punto di interazione e dalla risoluzione intrinseca del rivelatore. La pendenza B dipende dalla quantità di materiale che causa lo *scattering* multiplo.

Se non ci fosse l'SVX la risoluzione sarebbe di diverse centinaia di μm , cioè dell'ordine della vita media del b . Il rivelatore di vertice è quindi essenziale per poter fare della fisica del b .

Capitolo 3

La selezione del campione di dati

In questo capitolo spiegheremo l'idea seguita per studiare l'oscillazione dei mesoni B_d^0 in funzione del tempo, e i criteri di selezione dei dati per individuare il campione più adatto per compiere tale studio.

3.1 Metodo dell'analisi

Si consideri un evento del tipo $p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}$ in cui gli adroni creati nella frammentazione, che indicheremo rispettivamente con \bar{B}, B (B può essere $B_d^0(\bar{b}d), B_u^+(\bar{b}u), B_s^0(\bar{b}s), \bar{\Lambda}_b^0(\bar{b}u\bar{d}), \dots$) decadano poi semileptonicamente in μ :

$$\bar{B} \rightarrow \mu^- X_c ; \quad B \rightarrow \mu^+ X_{\bar{c}} \quad (3.1)$$

ove X_c indica un qualunque stato contenente il *quark* c . Il segno del μ individua il sapore del B da cui proviene all'istante di decadimento, perciò i due μ hanno segno opposto se nessuno dei due B ha oscillato, oppure se entrambi hanno oscillato; il segno è invece uguale nel caso che uno solo abbia oscillato (è trascurabile la probabilità di oscillazioni multiple). Quindi senza bisogno di sapere il sapore alla produzione, è possibile riconoscere l'oscillazione. Si noti che ciò equivale a dire che si studia l'oscillazione di uno dei due B , utilizzando il segno del μ proveniente dall'altro per determinare il sapore del primo alla produzione, ma correggendo per l'oscillazione del secondo.

Per studiare l'oscillazione in funzione del tempo proprio, è necessario determinare la distanza di volo e il momento del B :

$$t = \frac{1}{\gamma} t_{lab} = \frac{L}{\beta \cdot \gamma} = \frac{L \cdot m_B}{p_B} \quad (3.2)$$

Ciò richiede di trovare il vertice primario di interazione, VP , e (almeno) un vertice secondario VS da cui:

$$\vec{L} = (\vec{VS} - \vec{VP}) ; \quad \vec{p}_B = \sum_{i=1}^{n_{sec}} \vec{p}_i \quad (3.3)$$

ove la sommatoria include tutte le tracce cariche provenienti dal vertice secondario. La figura 3.1 illustra il metodo seguito¹: prima si determina il vertice terziario, che chiameremo anche *vertice del charm*, individuato dalle tracce cariche provenienti dal decadimento dell'adrone con *charm* X_c ; poi si trova il vertice secondario prolungando all'indietro la direzione del *charm* fino ad "incontrare" la traccia del μ . Così facendo si tiene conto della distanza di volo di X_c . Anche sotto l'ipotesi 3.1, il metodo

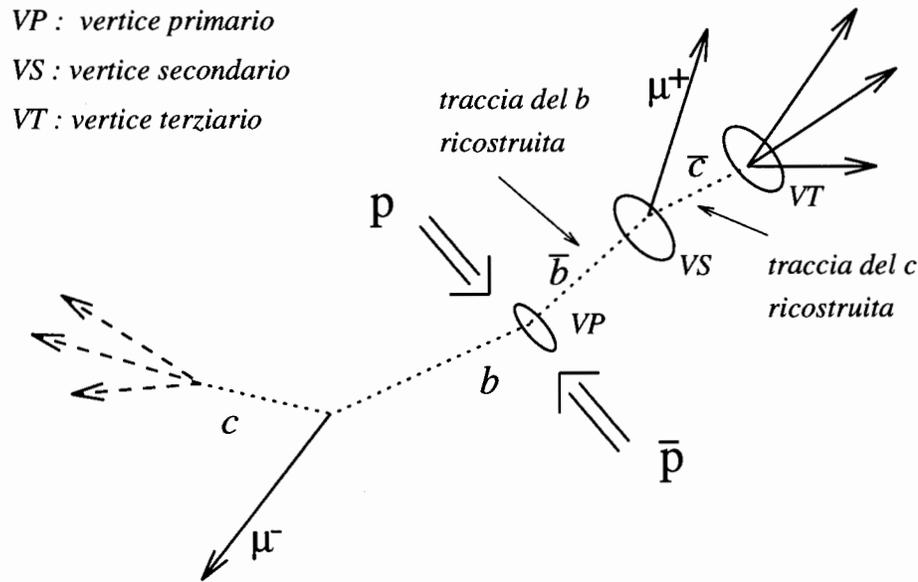


Figura 3.1: Schema del decadimento del mesone B .

ha le seguenti limitazioni: si perdono sia le particelle neutre (ν , γ , π^0 , K^0 , ...) che provengono (direttamente o indirettamente) dal decadimento del B sia quelle cariche con $p_t < 400 \text{ MeV}$ che non sono ricostruite. Inoltre, per problemi di ricostruzione delle tracce, e per i limiti naturali di qualsiasi algoritmo utilizzato per la ricerca dei vertici secondari, si possono includere tracce che non provengono dal B oppure escluderne altre che invece sono realmente sue figlie. Correggeremo in parte e in modo statistico questi problemi, con un fattore di correzione F_{corr} determinato via Monte Carlo, come si vedrà nel prossimo capitolo.

Per quanto detto segue che i due vettori \vec{L} e \vec{p}_B non sono in generale paralleli: per

¹Nella figura si fa riferimento al caso in cui entrambi i B non oscillano; se invece uno dei due oscillasse allora i due μ avrebbero stesso segno.

avere la migliore risoluzione su t conviene proiettare \vec{L} lungo \vec{p}_B :

$$L^{proj} \equiv \vec{L} \cdot \frac{\vec{p}_B}{|\vec{p}_B|}$$

Poiché sia la risoluzione spaziale che quella dell'impulso sono molto migliori nel piano trasverso, conviene considerare solo le componenti in questo piano. La relazione per ottenere sperimentalmente il tempo proprio di decadimento del B diventa quindi:

$$t = F_{corr} \cdot \frac{5.279 \cdot L_{xy}^{proj}}{p_t^B (GeV)} \quad (3.4)$$

ove abbiamo usato il valore corrente (in GeV) della massa del B_d [56], dato che ci interessa la misura dell'oscillazione di questo mesone.

Quanto detto fin qui si basa sull'ipotesi che l'evento sia costituito da due B che decadono direttamente in μ . La selezione dei dati deve essere mirata a massimizzare questa tipologia d'evento rispetto a tutte le altre possibili, in particolare:

- decadimenti sequenziali:

$$\begin{aligned} b \rightarrow c \rightarrow \mu^+ & ; \quad (b \rightarrow \mu^-) \\ \bar{b} \rightarrow \bar{c} \rightarrow \mu^- & ; \quad (\bar{b} \rightarrow \mu^+) \end{aligned} \quad (3.5)$$

che hanno il segno del μ opposto rispetto ai decadimenti diretti (mostrati in parentesi) e quindi possono imitare il segnale dell'oscillazione.

- falsi μ : la traccia che è stata identificata come μ è in realtà un π , o un K , o un'altra particella, e il suo segno è scorrelato con quello dell'eventuale b quark presente nell'evento.
- $c\bar{c}$ i due μ hanno origine dal decadimento semileptonico di stati con *charm* non provenienti dal decadimento di b -adroni, ma direttamente dal processo $p\bar{p} \rightarrow c\bar{c}$.
- coppie μ^+, μ^- *prompt* da $J/\Psi, \Upsilon, Drell Yan$.

3.2 La selezione dei μ

CDF ha un *trigger* dedicato per gli eventi con due muoni, che è già stato descritto nel paragrafo 2.2.5.

Partendo dal campione di dati che supera questo *trigger*, richiediamo che nell'evento vi sia almeno una coppia di tracce soddisfacenti alle seguenti richieste:

1. $p_t > 2 GeV$

2. *massa invariante* delle due tracce $> 5 GeV$
3. almeno 3 *hit* nell'SVX
4. la loro estrapolazione nelle camere centrali per muoni, CMU e CMP, deve "incontrare" una *stub*, cioè un segmento di traccia, in almeno una di tali camere
5. superare il filtro SLT.

La prima richiesta è il compromesso tra le seguenti necessità: di scendere il più possibile in p_t per aumentare la statistica; di evitare la regione di *turn on* della camera CMU che è attorno a $1.6 GeV$; di tener conto che il processore CFT del secondo livello di *trigger* ha una soglia attorno a $2.2 GeV$ (valore rozzo *on line*, che non coincide in generale con quello più preciso *offline*).

La seconda richiesta è mirata ad eliminare gli eventi in cui i due μ provengono dalla J/Ψ , oppure da decadimenti semileptonici in cascata: $b \rightarrow \mu X_c$ seguito da $X_c \rightarrow \mu X$ (è invece trascurabilissimo il decadimento $B^0 \rightarrow \mu \mu X$).

La terza richiesta serve per migliorare la risoluzione sulla determinazione della distanza di volo del B , e quindi sul tempo ricostruito, sfruttando la grande precisione spaziale del rivelatore di vertice.

La quarta è ovvia; a questo livello i criteri di associazione tra l'extrapolazione di una traccia CTC e una *stub* di una camera per μ sono molto laschi. Si noti che in questa analisi non si è usato il rivelatore CMX.

Descriviamo ora la selezione dei muoni con il filtro SLT (*Soft Lepton Tagger*), utilizzato a CDF anche per la ricerca del *top*.

Innanzitutto si richiede alle tracce candidate come μ di avere almeno due *hit* nelle *superlayer* assiali e altrettanti in quelle stereo della CTC, e un parametro d'impatto minore di $3 mm$. Questo garantisce tracce ben ricostruite in tre dimensioni, e rigetta parte dei raggi cosmici e dei decadimenti in volo di π e K .

Le tracce candidate vengono estrapolate fino alle camere di rivelazione di muoni, dove viene localizzata l'intersezione. È calcolato anche lo scostamento medio previsto σ_{SM} , dovuto allo *scattering* multiplo, rispetto all'intersezione suddetta. Le tracce sono poi suddivise in tre classi:

- CMUP: $p_t > 3 GeV$; l'extrapolazione alla CMU deve essere distante più di $3\sigma_{SM}$ o $2cm$ dal bordo della CMU; l'extrapolazione alla CMP deve essere distante più di $3\sigma_{SM}$ o $5cm$ dal bordo della CMP. La richiesta sul momento assicura che il muone candidato è in grado di raggiungere la CMP, evitando la regione di *turn on* che inizia attorno a $2.7 GeV$.
- CMP: è una traccia non di tipo CMUP, con $p_t > 3 GeV$, e l'extrapolazione alla CMP deve essere distante più di $3\sigma_{SM}$ o $5cm$ dal bordo della CMP.

- CMU: è una traccia non di tipo CMUP, o CMP, e l'estrapolazione alla CMU deve essere distante più di $3\sigma_{SM}$ o $2cm$ dal bordo della CMU.

Per ciascuna classe si fanno le seguenti richieste:

CMUP CMU e CMP *stub*

$$\begin{aligned} \text{Numero di hit CMU TDC} &\geq 3 \\ \text{Numero di hit CMU ADC} &\geq 3 \\ |\Delta z|_{CMU} &< \max(3\sigma, 8 \text{ cm}) \\ |\Delta x|_{CMU} &< \max(3\sigma, 2 \text{ cm}) \\ (E_{had} - \Sigma_p^{0.2}) &< 6 \text{ GeV} \quad \text{se } p_t > 6 \text{ GeV} \end{aligned}$$

CMP CMP *stub*

$$\begin{aligned} |\Delta x|_{CMP} &< \max(3\sigma, 5 \text{ cm}) \quad \text{se } p_t \geq 10 \text{ GeV} \\ |\Delta\phi|_{CMP} &< 0.1 \quad \text{se } p_t \geq 10 \text{ GeV} \\ (E_{had} - \Sigma_p^{0.2}) &< 6 \text{ GeV} \quad \text{se } p_t > 6 \text{ GeV} \\ \chi_{\Delta\phi\Delta x}^2 &< 10 \quad \text{se } p_t < 10 \text{ GeV} \end{aligned}$$

CMU CMU *stub*

$$\begin{aligned} \text{Numero di hit CMU TDC} &\geq 3 \\ \text{Numero di hit CMU ADC} &\geq 3 \\ |\Delta z|_{CMU} &< \max(3\sigma, 8 \text{ cm}) \\ |\Delta x|_{CMU} &< \max(3\sigma, 2 \text{ cm}) \quad \text{se } p_t \geq 20 \text{ GeV} \\ (E_{had} - \Sigma_p^{0.2}) &< 6 \text{ GeV} \quad \text{se } p_t > 6 \text{ GeV} \\ \chi_{\Delta\phi\Delta x}^2 &< 10 \quad \text{se } p_t < 20 \text{ GeV} \end{aligned}$$

La richiesta sul numero di *hit* TDC e ADC assicura che la *stub* della CMU sia ben misurata in x e z . I tagli a 8 cm in z e 2 cm in x corrispondono a tagli a 3σ per tracce ad alto p_t dove la diffusione multipla è trascurabile.

Un taglio sul minimo di ionizzazione è applicato alle tracce candidate con $p_t > 6 \text{ GeV}$. Sotto questo valore, muoni e adroni depositano quantità di energia simili nel calorimetro. Poiché i muoni da b sono tipicamente dentro a *jet*, per avere il deposito energetico del solo μ occorre sottrarre all'energia calorimetrica il rilascio delle particelle vicine al μ . Questo è stimato considerando il momento totale di tutte le tracce in un cono di raggio $R=0.2$ ($\Sigma_p^{0.2}$) rispetto al μ candidato, escludendo quest'ultimo.

Il *fake rate* del filtro SLT, ovvero la probabilità di classificare una traccia adronica come μ , è di 0.98% per traccia (questa misura è stata fatta prendendo un campione di *jet* generici).

L'efficienza per i μ reali del filtro SLT è circa 90% (è stato misurato utilizzando μ da J/Ψ e Z).

3.3 La determinazione del vertice primario

Sperimentalmente, da un campione di J/Ψ (di cui circa l'80% ha origine *prompt*, mentre il resto viene da B), si è visto che il profilo del fascio nella zona di interazione ha la forma di una gaussiana in ciascuna delle due dimensioni trasverse, x e y , con una $\sigma \approx 35 \mu m$; longitudinalmente la gaussiana ha invece $\sigma \approx 30 cm$.

Ciò implica che il vertice primario di interazione deve essere stimato evento per evento. Ci sono due metodi utilizzati a CDF. Il primo consiste nel fare un *fit* di tutte le tracce dell'evento (ci sono solo richieste minimali come avere un certo numero di *hit* nell'SVX, ed avere parametro d'impatto, rispetto al centro geometrico di CDF, minore di un certo valore), e poi rifare questo *fit* escludendo le tracce che hanno *significanza* del parametro d'impatto (cioè $\frac{d}{\sigma_d}$), calcolato rispetto al vertice primario determinato nel passo precedente, superiore ad un certo valore. Questo algoritmo, chiamato VXPRI, viene applicato soprattutto ad eventi ad alto E_t , caratterizzati da un'alta molteplicità di tracce. Per la fisica del b , invece, tale molteplicità può essere molto bassa, e dell'ordine del numero di tracce provenienti dal vertice secondario (vertice di decadimento del B); pertanto, al fine di evitare distorsioni, ovvero uno spostamento sistematico del vertice primario stimato verso il vertice secondario, che avrebbe particolare effetto nelle misure di vita media, si preferisce utilizzare l'altro metodo, noto come metodo della *beam line*. L'idea è di sfruttare il fatto che per ogni iniezione di fascio, ovvero durante l'intero periodo di un *run*, la linea del fascio nell'intorno del punto di interazione rimane pressoché stabile nel tempo, ed ha forma approssimativamente rettilinea nel piano $x - z$ e $y - z$. Il vertice primario di interazione deve necessariamente stare su tale retta, pertanto si può scrivere la seguente relazione tra le sue coordinate (x_{VP}, y_{VP}, z_{VP}):

$$x_{VP} = x_0 + a_x \cdot z_{VP} ; \quad y_{VP} = y_0 + a_y \cdot z_{VP} \quad (3.6)$$

I parametri a_x, a_y , pendenze della retta in $x - z$ e $y - z$ rispettivamente, e x_0, y_0 intersezione nel piano $z = 0$ di tale retta, vengono determinati *run per run* nel seguente modo. Si seleziona, partendo da tutti gli eventi raccolti (in un *trigger* generico di *jet*) nel *run* considerato, tracce aventi $p_t > 1 GeV$ e quattro *hit* nel rivelatore di vertice. Si determinano a_x, a_y e x_0, y_0 minimizzando la quantità:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n_{tracce}} \left(\frac{d_i - d(\phi_i, z_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (3.7)$$

ove d_i, ϕ_i, z_i sono, rispettivamente, il parametro d'impatto, l'angolo azimutale, e la coordinata lungo l'asse z , rispetto al centro geometrico di CDF della traccia i -esima; $\sigma_i^2 = \sigma_{d_i}^2 + \sigma_{x_{fascio}}^2 + \sigma_{y_{fascio}}^2$, con $\sigma_{x_{fascio}} \approx \sigma_{y_{fascio}} \approx 35 \mu m$. Spieghiamo ora come ottenere la relazione $d(\phi, z)$ che esprime il parametro d'impatto di una traccia in

funzione del suo angolo azimutale ϕ . Dalla figura 3.2, ove N indica il punto in

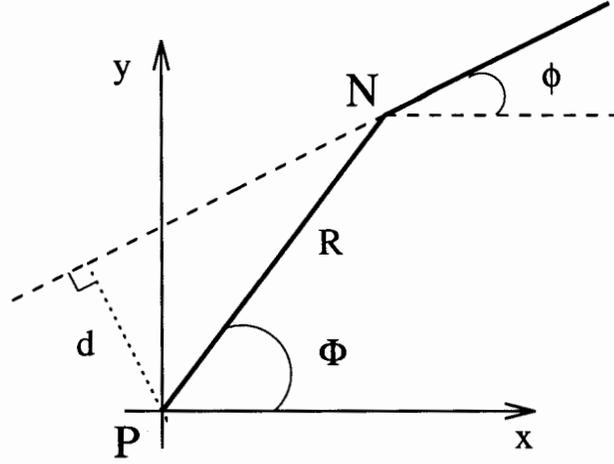


Figura 3.2: Correlazione fra il parametro d'impatto d e l'angolo azimutale ϕ .

cui la particella nasce, e P è l'origine del sistema di coordinate rispetto al quale si esprimono d e ϕ , si ricava immediatamente:

$$d = -R \cdot \sin(\phi - \Phi) \quad (3.8)$$

In questa espressione si è trascurata la curvatura della traccia: questa è una buona approssimazione se si tiene presente che tracce di 1 GeV hanno un raggio di curvatura maggiore di 2 metri. Ignoriamo anche il segno di d , che a CDF viene definito nel modo seguente:

$$d \equiv q \cdot (\sqrt{x_c^2 + y_c^2} - \rho)$$

ove q è la carica, (x_c, y_c) il centro di curvatura dell'elica, e ρ il raggio di curvatura. Esplicitando la 3.8 con la formula trigonometrica di addizione del seno, si ottiene:

$$d = -R \cdot \sin \phi \cdot \cos \Phi + R \cdot \cos \phi \cdot \sin \Phi \quad (3.9)$$

Se nella figura 3.2 identifichiamo $P \equiv (0, 0, 0)$, centro geometrico di CDF, e $N \equiv (x_{VP}, y_{VP}, z_{VP})$, ovvero supponiamo che la traccia venga dal vertice primario, si ha:

$$R \cdot \cos \Phi \equiv x_{VP} ; \quad R \cdot \sin \Phi \equiv y_{VP}$$

da cui, sostituendo in 3.9, ricaviamo:

$$d = -x_{VP} \cdot \sin \phi + y_{VP} \cdot \cos \phi$$

Infine, inserendo 3.6, si ottiene l'espressione utilizzata in 3.7:

$$d = -(x_0 + a_x \cdot z_{VP}) \cdot \sin \phi + (y_0 + a_y \cdot z_{VP}) \cdot \cos \phi$$

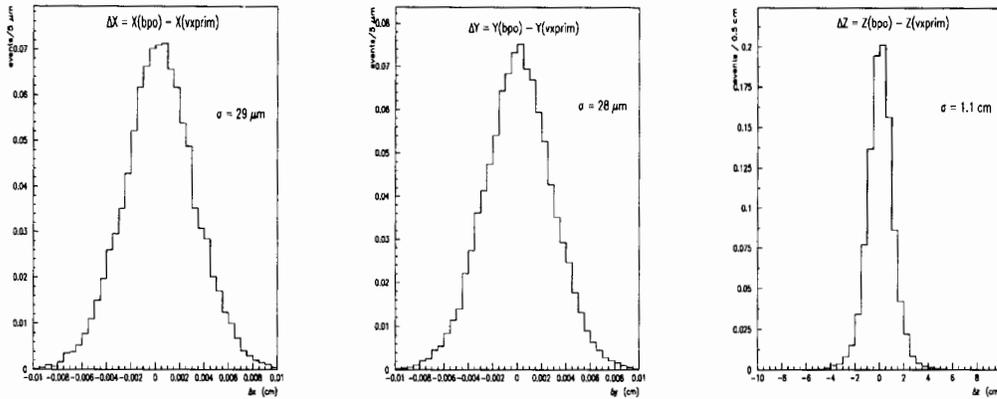


Figura 3.3: differenza tra il vertice primario determinato con VXPRIM e con la BEAM LINE .

Nella nostra analisi, per determinare la coordinata z_{VP} , da cui ottenere, via 3.6, le altre due coordinate del vertice primario, si utilizza il valor medio delle coordinate z dei due μ dell'evento (ovvero le due tracce che superano le richieste viste nel paragrafo precedente):

$$z_{VP} = \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Dai dati Monte Carlo si vede che la distribuzione delle z_{VP} determinate nel modo suddetto si distribuiscono gaussianamente attorno al valore vero $z_{VP}^{(mc)}$, con $\sigma \approx 0.7 \text{ cm}$. Da questo valore, e sfruttando le incertezze sulle quantità che definiscono la retta della *beam line*, si ottiene, applicando la propagazione degli errori a 3.6, che l'errore sulle coordinate trasverse del vertice primario, $\sigma_{x_{VP}}$, $\sigma_{y_{VP}}$, è trascurabile rispetto alla dimensione trasversa del fascio, $35 \mu\text{m}$. Ciò è dovuto al fatto che nella somma 3.7 contribuiscono moltissime tracce e quindi l'errore sui parametri del fascio che si ottengono dal *fit* sono piccoli, e domina quindi la dimensione trasversa del fascio.

Infine, per completezza, mostriamo nella figura 3.3 la differenza nelle tre coordinate del vertice primario determinate con il metodo della *beam line* e di VXPRIM. Si noti che la σ per le distribuzioni Δx e Δy sono leggermente inferiori a $35 \mu\text{m}$, in quanto se nell'evento non vi è un numero sufficiente di tracce VXPRIM utilizza il metodo dell *beam line* per determinare il vertice primario: pertanto, i due metodi sono in parte correlati.

3.4 La determinazione del vertice secondario

Dopo aver determinato il vertice primario, si ricalcolano per tutte le tracce dell'evento i 5 parametri che le descrivono (si veda 2.2.6), prendendo questa volta come origine il vertice primario.

Il passo successivo è di trovare almeno un insieme di tracce di buona qualità compatibili col provenire da uno stesso vertice, che chiameremo secondario, distinto da quello primario, escludendo i decadimenti $K_s \rightarrow \pi\pi$ e $\Lambda \rightarrow \pi p$.

L'idea principale è la seguente. Rappresentiamo le tracce come punti nel piano avente in ascissa l'angolo azimutale ϕ , e in ordinata il parametro d'impatto d (calcolati rispetto al vertice primario). Le tracce che originano nel vertice primario si distribuiscono attorno all'ascissa, ovvero $d = 0$, con una larghezza nell'asse delle ordinate determinata dalla convoluzione delle risoluzioni sul parametro d'impatto e sul vertice primario. Le tracce provenienti da uno stesso vertice secondario si dispongono invece lungo la parte a pendenza negativa della sinusoide descritta dall'equazione 3.8, con R e Φ fissato: infatti basta identificare nella figura 3.2 P con il vertice primario, e N con il vertice secondario. Se il *boost* della particella che ha originato tali tracce è sufficientemente alto da rendere piccola la dispersione di queste attorno alla direzione di volo, allora la differenza $(\phi - \Phi)$ è piccola e possiamo approssimare la parte a pendenza negativa della sinusoide con una retta:

$$d = -R \cdot \sin(\phi - \Phi) \approx -R \cdot (\phi - \Phi) \quad (3.10)$$

Si cercano pertanto delle correlazioni lineari a pendenza negativa nel piano $d - \phi$ come mostrato in figura 3.4. Si noti che nel decadimento del B viene prodotto,

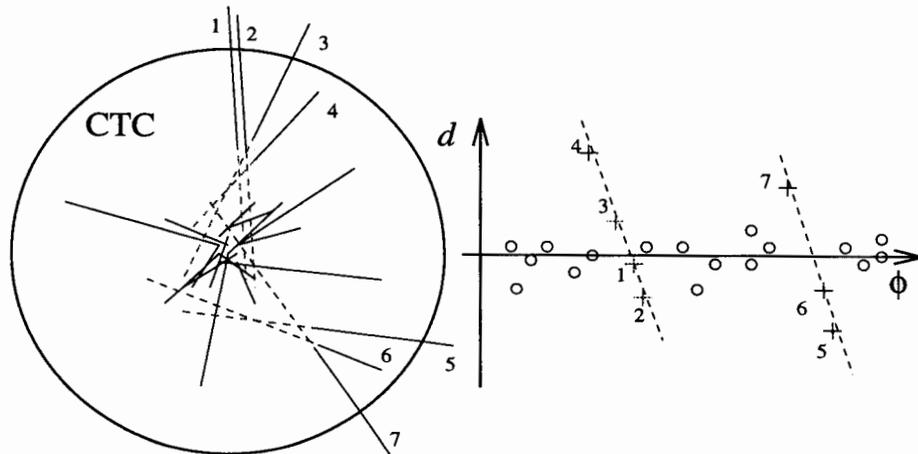


Figura 3.4: Display CTC e piano $d - \phi$.

quasi sempre, un adrone con *charm* i cui prodotti di decadimento provengono da un ulteriore vertice, N' . Questo è individuato rispetto al vertice primario P da

un'altra coppia di parametri (R', ϕ') ; di conseguenza i suoi prodotti di decadimento si dispongono su di un'altra retta. Se però l'adrone con *charm* ha momento ancora relativamente alto, la direzione di volo di quest'ultimo è vicina a quella del B , quindi

$$\Phi \approx \Phi' \quad (3.11)$$

Le tracce relative alle rette del vertice secondario e terziario si dispongono pertanto lungo una "strada" nel piano $d - \phi$ di una certa larghezza.

L'algoritmo consta di due passi.

Nel primo si seleziona un insieme di tracce candidate per la ricerca di vertici secondari; le richieste sono:

1. $p_t > 400 \text{ MeV}$
2. almeno 3 *hit* nell'SVX
3. $\left(\frac{\chi^2}{n_{hit \text{ svx}}}\right) < 6$
4. $|z_{VP} - z_{traccia}| < 10 \text{ cm}$
5. $|d| < 2 \text{ mm}$
6. $\frac{|d|}{\sigma_d} > 2$ se la traccia non è associata ad un μ

Le prime tre richieste assicurano che le tracce siano ben ricostruite. La quarta elimina eventuali raggi cosmici o tracce da un altro vertice primario nel caso di interazioni multiple. La quinta elimina parte dei decadimenti di K_s e Λ . L'ultima seleziona tracce che hanno bassa probabilità di provenire dal vertice primario. Dall'insieme di tracce selezionate, si scartano poi le coppie di carica opposta che hanno massa invariante entro un certo intervallo intorno alle masse della K_s e Λ .

Nel secondo passo, con le tracce selezionate si formano delle coppie, che nel piano $d - \phi$ sono rappresentate da segmenti (*link*), con pendenza negativa. Si prova poi ad associare diversi segmenti tra loro richiedendo che la differenza fra le loro pendenze $\Delta\theta$ e la loro intersezione con l'asse ϕ sia minore di valori fissati (si veda la figura 3.5). Individuato un insieme di segmenti se ne determina la direzione $\eta - \phi$, come somma vettoriale dei momenti di tutte le sue tracce. Si rigettano poi le tracce che sono fuori da un cono di apertura fissata, o che, equivalentemente, nel piano $\eta - \phi$ sono a una distanza maggiore di un certo valore R dal punto rappresentante il vettore somma. Questi tagli definiscono una "strada" nel piano $d - \phi$ alla quale devono appartenere le tracce consistenti con un vertice secondario. Abbiamo richiesto che nell'evento ci siano almeno tre tracce, tra cui un μ , nella "strada" determinata da:

$$- \Delta\phi < 0.15 ;$$

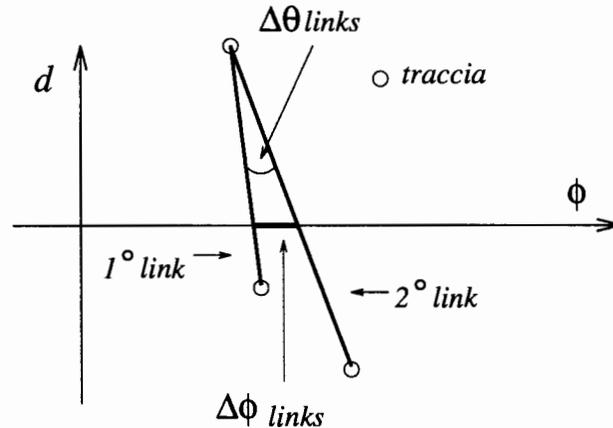


Figura 3.5: Schema dei tagli nel piano $d - \phi$.

- $\Delta\theta < 3.0$;
- $R < 1.5$;
- $\Delta\theta < 1.6$ fra due *link* con la stessa traccia.

Vengono poi ripescate le tracce che appartengono alla “strada” suddetta, soddisfacenti a tutte le richieste iniziali di selezione delle tracce, ad esclusione di quella sulla significanza del parametro d’impatto.

È naturale aspettarsi che le prestazioni dell’algoritmo dipendano dal p_t della particella che origina il *cluster* di tracce compatibili col provenire dal medesimo vertice secondario. In particolare, le approssimazioni 3.10 e 3.11 valgono tanto meglio quanto più alto è il p_t , perché minore è l’apertura angolare dei prodotti di decadimento. L’algoritmo è stato infatti progettato inizialmente per la ricerca del *top*, che decade in un *b* di alto p_t . Noi abbiamo calibrato i vari tagli descritti sopra in modo da ottimizzarlo nella regione a basso p_t , tipica degli eventi $b\bar{b}$ che ci interessano. Per esempio, il taglio in significanza sul parametro d’impatto deve essere diminuito al diminuire del p_t medio del *b*, in quanto, al primo ordine, il parametro d’impatto è indipendente dal p_t , poiché $R \propto p_t$ e $|\phi - \Phi| \propto 1/p_t$, mentre l’errore σ_d aumenta a causa della diffusione multipla.

Arrivati a questo punto, abbiamo almeno un *cluster* di tracce, tra cui un μ , che provengono dal medesimo decadimento; poiché la topologia degli eventi che ci interessano è quella mostrata in figura 3.1 facciamo l’ipotesi che il μ provenga direttamente dal *B*, mentre le altre tracce vengano dall’adrone contenente il *quark* *c*. Si procede quindi nel seguente modo:

- si fa un *fit* delle tracce del *cluster*, escludendo il μ , assumendo che siano dei π . Si richiede che $\left(\frac{\chi^2}{ndof}\right)_{fit} < 8$. Si ricalcolano i 5 parametri delle tracce costringendole a passare per il vertice (terziario) determinato. Si calcola il

momento e la massa di quello che chiameremo D a partire dal quadrimomento delle tracce utilizzate nel *fit*.

- il vertice secondario viene ottenuto dal *fit* della “traccia” del D con la direzione del μ .

Concludiamo osservando che la richiesta che vi sia almeno un vertice secondario nell’evento, necessaria per ricavare l’informazione temporale, dovrebbe ridurre la contaminazione di eventi *prompt*, arricchendo quindi il contenuto $b\bar{b}$ del campione.

3.5 Riassunto dei tagli dell’analisi

Elenchiamo brevemente l’insieme dei tagli utilizzato in questa analisi per selezionare il campione finale di dati:

- 2 SLT μ centrali (CMU o CMP)
- $p_{t\mu} > 2 \text{ GeV}$
- $m_{\mu\mu} > 5 \text{ GeV}$
- almeno 1 $d - \phi$ cluster contenente un μ
- $p_t^{rel} > 1.3 \text{ GeV}$.

L’ultimo taglio, che sarà discusso in dettaglio nel prossimo capitolo, serve per ridurre la frazione di decadimenti sequenziali $b \rightarrow c \rightarrow \mu$; la variabile cinematica p_t^{rel} è definita come il modulo della proiezione del momento del μ , che appartiene al *cluster*, nel piano ortogonale al momento del D .

Il campione di partenza è costituito di 1913378 eventi; dopo la selezione rimangono 13866 eventi, di cui 546 con doppio vertice ricostruito (cioè in cui per entrambi i B si è ricostruito il vertice di decadimento).

Nel seguito useremo il termine “*vertex side*” per indicare l’emisfero in cui è stato ricostruito il vertice secondario, e “*away side*” per l’altro emisfero, nel caso in cui l’evento non abbia due vertici.

Capitolo 4

Il Monte Carlo

L'uso di dati simulati è quasi sempre necessario per calibrare i tagli utilizzati per selezionare i dati, in modo da massimizzare la componente di segnale rispetto al fondo. In questo modo si sono ottimizzati i parametri dell'algoritmo $d-\phi$, utilizzato per individuare vertici secondari, come descritto nel capitolo precedente, e il taglio in p_t^{rel} , che descriveremo più avanti. In questa analisi però l'utilizzo del Monte Carlo è soprattutto necessario per determinare:

- fattore di correzione;
- composizione di b -adroni;
- risoluzioni;
- curva di efficienza;
- frazione di sequenziali.

Segue che la scelta del tipo di Monte Carlo da utilizzare deve essere fatta con molta cura, e poi, a posteriori, controllata con verifiche incrociate.

Osserviamo che, a differenza di quanto succede tipicamente negli esperimenti e^+e^- , come al LEP, in cui è disponibile un unico insieme di dati simulati di alta statistica che possono essere utilizzati in tutte le analisi, in esperimenti $p\bar{p}$ ad alta energia e luminosità, occorre che, per ciascuna analisi, ci si costruisca i propri campioni di Monte Carlo. La ragione è dovuta al fatto che il tempo di calcolo necessario per avere la stessa luminosità integrata dei dati reali, per generiche interazioni $p\bar{p}$ è ordini di grandezza maggiore del tempo impiegato per raccogliere i dati.

4.1 Scelta del Monte Carlo

In generale per ottenere dei dati simulati, ai quali applicare poi la stessa ricostruzione e selezione fatta per i dati sperimentali, occorrono i seguenti passi:

1. scelta dei partoni (*quark* o gluoni), \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 , appartenenti rispettivamente al protone e all'antiprotone, che danno luogo al processo *duro*;
2. calcolo del processo elementare (partonico):

$$\mathcal{P}_1 \mathcal{P}_2 \rightarrow \mathcal{P}'_1 \mathcal{P}'_2$$

3. eventuale emissione di radiazione nello stato iniziale o finale;
4. frammentazione dei partoni dello stato finale in adroni, cioè in stati neutri di colore;
5. decadimento delle particelle instabili;
6. propagazione delle particelle di vita media dell'ordine del picosecondo, o maggiore, come b -adroni, c -adroni, τ, \dots , dal punto di interazione verso l'esterno, cioè attraverso il rivelatore, simulando tutti i vari processi di interazione con la materia (*bremstrahlung*, ionizzazione, diffusione multipla, interazione nucleare, ecc.);
7. simulazione del *trigger*.

Nel primo punto entrano le funzioni di struttura del protone; nel secondo e terzo gli elementi di matrice calcolati perturbativamente con la QCD; nel quarto il modello fenomenologico scelto per la frammentazione (che essendo nella regione non perturbativa non ha una teoria completa che la descriva); nel quinto i *branching ratio* di decadimento, e gli spettri in momento dei prodotti di decadimento; nel sesto, tra le varie cose: le vite medie delle particelle, i valori Δm_{B_s} , Δm_{B_c} che determinano l'oscillazione dei mesoni B , la dimensione trasversa del fascio; nell'ultimo, infine, le curve di efficienza di tutti i *trigger* del primo e secondo livello; il terzo livello è invece simulato "a mano" nel senso che si applicano gli stessi algoritmi utilizzati *on line*.

I punti 1) ÷ 5) sono implementati nel cosiddetto *generatore*: per i processi $p - \bar{p}$ ci sono tre possibili scelte: *ISAJET*, *HERWIG*, *PYTHIA*¹.

Poiché per i nostri scopi il punto 5) è di fondamentale importanza, è conveniente usare, solo per questo passo, il generatore QQ , utilizzato dall'esperimento *CLEO*, che possiede le misure più precise dei decadimenti dei b -adroni.

Il sesto passo è realizzato dal cosiddetto *simulatore*. Per CDF vi sono due possibilità: *CDFSIM* e *QFL*. Quest'ultimo è più veloce, e offre una migliore simulazione

¹Si veda l'appendice per una breve descrizione delle differenze tra questi tre generatori.

dei calorimetri; noi abbiamo usato, invece, *CDFSIM* perché per i nostri scopi è più importante la simulazione dei rivelatori di tracciamento, in particolare l'SVX, che è fatta meglio con questo simulatore. Riportiamo alcuni dei parametri di *CDFSIM*:

$$\begin{aligned} \tau(B_d^0) = \tau(B_u^+) = \tau(B_s^0) &= 1.48 \text{ ps} & \tau(\Lambda_b) &= 1.40 \text{ ps} \\ \Delta m_{B_d} &= 0.453 \text{ ps}^{-1} & \Delta m_{B_s} &= 13.0 \text{ ps}^{-1} \\ \sigma_{PVX} = \sigma_{PVY} &= 35 \text{ } \mu\text{m} \\ \sigma_{PVZ} &= 30 \text{ cm} \\ & \text{beam line parallela all'asse } z \end{aligned}$$

La scelta più difficile da fare è quella del generatore: non solo quale utilizzare tra i tre disponibili, ma anche in quale intervallo cinematico, in p_t ed η , generare i b -quark del processo $p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}$. Quest'ultima scelta è rilevante da un punto di vista pratico: infatti la sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$ decresce rapidamente all'aumentare del $p_t(b)$, e al diminuire dell'intervallo in η considerato. Poiché l'intera catena:

generazione + simulazione + ricostruzione

richiede un tempo di calcolo dell'ordine di 10 s (per macchine *Silicon Graphics* e *Alpha Vax*), e tenendo conto che i tagli per selezionare il campione finale hanno un'efficienza molto bassa, segue che per avere un campione di dati MC di alta statistica dobbiamo necessariamente limitare l'intervallo cinematico dei b . D'altro canto questo non può essere ristretto troppo, altrimenti la simulazione non descriverebbe sufficientemente bene la realtà. In pratica, questo intervallo dipende fortemente dalle richieste sui due μ :

$$\begin{aligned} p_t(\mu) &> 2 \text{ GeV} \\ |\eta(\mu)| &< 0.6 \end{aligned}$$

Richiediamo quindi

$$\begin{aligned} p_t(b) &> 2 \text{ GeV} \\ |\eta(b)| &< 2.4 \end{aligned} \tag{4.1}$$

La prima richiesta è ovvia; la seconda è motivata dal fatto che un μ centrale può provenire anche da un B in avanti.

Per confrontare i diversi generatori, ed eventualmente alzare la soglia in p_t , abbiamo generato 10^5 eventi con *ISAJET*, *HERWIG*, *PYTHIA*. Nella figura 4.1 sono mostrati gli spettri in p_t del b quark e del B adrone. Mentre la regione con $p_t > 5 \text{ GeV}$ è simile per tutti i generatori, significative differenze risultano nella regione tra 2 e 5 GeV . Per capire se questa regione è rilevante per la nostra analisi, abbiamo studiato qual

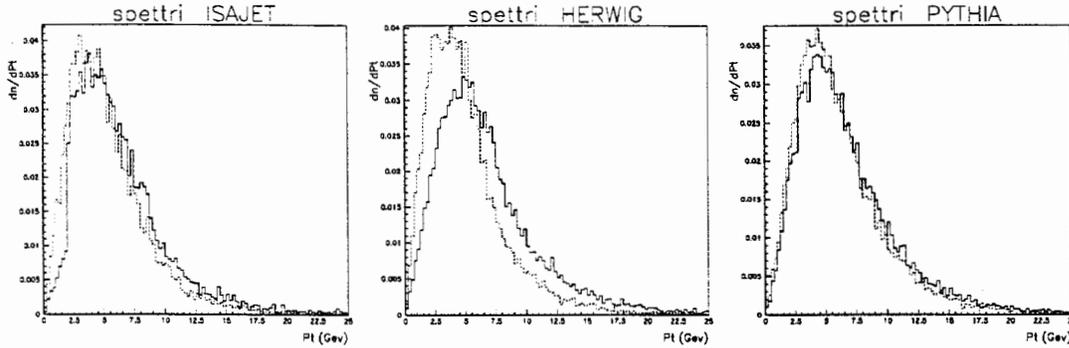


Figura 4.1: Spettro in p_t dei quark b , linea continua, e del loro adrone, linea tratteggiata, per il campione generato con ISAJET, a sinistra, HERWIG al centro, PYTHIA a destra.

è lo spettro in p_t del b quark per gli eventi che passano i diversi tagli dell'analisi. La figura 4.2 mostra l'effetto del *trigger*; la figura 4.3 l'effetto della richiesta di almeno un vertice secondario ricostruito; infine la figura 4.2 mostra l'efficienza totale dell'intera catena di selezione, in funzione di $p_t(b)$.

Si conclude che la differenza tra gli spettri in p_t dei tre generatori non è rilevante perché limitata nella regione in cui l'efficienza è molto bassa, e quindi pochi eventi appartenenti a questa regione superano la selezione, e il loro contributo all'andamento temporale della frazione di eventi con entrambi i μ dello stesso segno, da cui si estrae Δm_{B_d} , è trascurabile. Questo ci suggerisce anche di alzare la soglia in p_t del b quark a $5 GeV$. La figura 4.5 mostra come varia lo spettro del B , per il campione ISAJET, richiedendo $p_t(b)$ maggiore di 2,3,4,5 GeV . Le frazioni di eventi che si perdono alzando la soglia in $p_t(b)$ da 2 a 3, 4, 5 GeV sono, rispettivamente, $15.7 \pm 0.4\%$, $33.8 \pm 0.6\%$, $49.9 \pm 0.7\%$ prima dei tagli; $1.3 \pm 0.1\%$, $4.0 \pm 0.2\%$, $7.9 \pm 0.3\%$ dopo tutti i tagli.

Un altro confronto cinematico importante è quello della gestione della radiazione: la figura 4.6 mostra l'angolo azimutale di separazione dei due b quark, dei due B , e dei due μ provenienti direttamente dai B , per ISAJET e HERWIG. Dal confronto si vede che in ISAJET la distribuzione $\Delta\phi$ è più piccata attorno a π , che corrisponde alla topologia *back to back*. Questo è dovuto al fatto che il processo di *gluon splitting*, cioè il processo partonico in cui nello stato finale vi sono due gluoni di cui uno si trasforma in $b\bar{b}$, è presente in HERWIG, mentre in ISAJET è limitato solo agli ordini superiori:

$$q(g)\bar{q}(g) \rightarrow b\bar{b}g \rightarrow b\bar{b}b\bar{b}$$

Tuttavia l'effetto è meno marcato per i b -adroni che non per i b -quark, a causa della frammentazione, e ancora minore per i μ . Possiamo, quindi, con buona approssimazione, trascurare anche questa differenza tra i due generatori (PYTHIA è in una situazione intermedia).

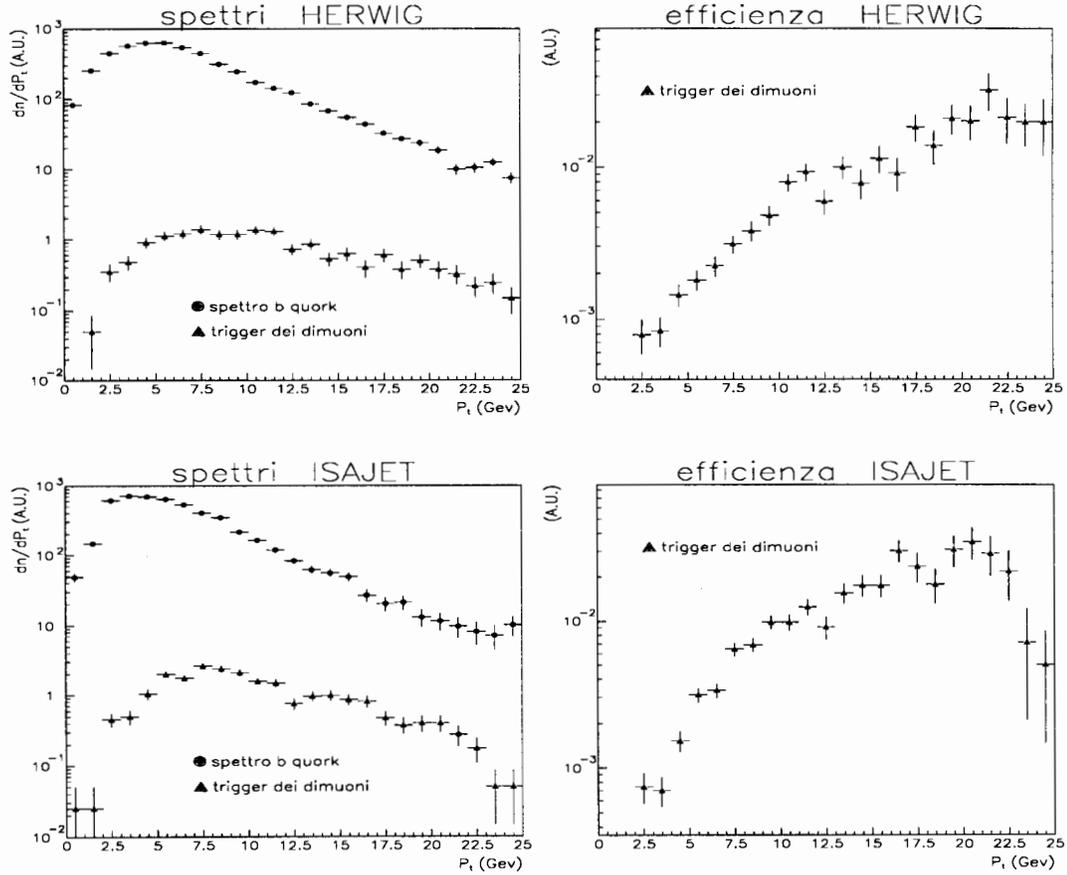


Figura 4.2: Andamento dell'efficienza di trigger in funzione del p_t del b quark .

Come ulteriore controllo mostriamo in figura 4.7 le distribuzioni delle variabili p_t^{rel} (definita in 4.23) e della massa invariante dei due μ , per il campione di *ISAJET* ed *HERWIG*. Si nota un ottimo accordo.

Un altro importante confronto da fare tra i tre generatori è sulle frazioni delle diverse specie di b -adroni, in particolare quella dei barioni, che è la più delicata per via dei pochi dati sperimentali disponibili, a parte il caso della Λ_b . La frazione complessiva di b -barioni risulta più o meno la stessa, mentre vi sono rimarchevoli differenze tra i vari tipi di barioni: Λ_b , Σ_b , Ξ_b , Ω_b . Ciò è dovuto ai diversi valori usati dai generatori per le loro masse: nel caso di *ISAJET* ed *HERWIG*, per esempio, non c'è spazio delle fasi sufficiente per permettere il decadimento $\Sigma_b \rightarrow \Lambda_b \pi$, che è invece permesso in *PYTHIA*. Queste discrepanze vengono sostanzialmente appianate, come si può vedere nella figura 4.8, interfacciando i tre generatori con *QQ*, perché sono le masse di quest'ultimo ad essere usate nei tre casi.

Infine, abbiamo verificato che le varie distribuzioni cinematiche non dipendono sensibilmente dalla scelta delle funzioni di struttura del protone: prove sono state fatte con MRSD, NDE MRSD0, NDE MRSD-, MNR MRSD0, e con le funzioni di

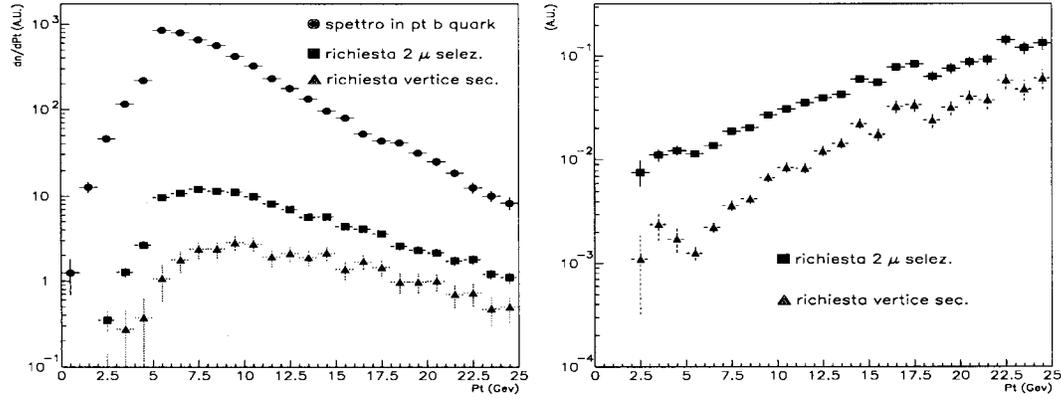


Figura 4.3: Andamento dell'efficienza di tagging in funzione del p_t per il campione di ISAJET.

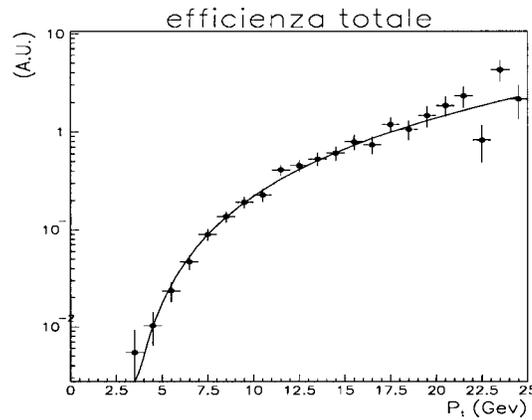


Figura 4.4: Andamento nel campione di ISAJET dell'efficienza totale dell'intera catena di selezione in funzione del $p_t(b)$.

Eichten.

Dopo aver fatto questi studi, che dimostrano sostanzialmente l'equivalenza dei tre generatori interfacciati a QQ , per quanto riguarda la simulazione dei processi che interessano la nostra analisi, abbiamo scelto *ISAJET* perché più veloce degli altri due di circa un fattore tre.

ISAJET utilizza le funzioni di struttura di Eichten; per la frammentazione, usa il modello di Feynman e Field calibrato sui risultati di UA1/UA2 e CDF [54], per i *quark* leggeri e i gluoni, mentre per i *quark* pesanti usa il modello di Peterson [55]. Con *ISAJET* si ottengono le seguenti abbondanze relative delle varie specie di *b*-adroni:

$$B_u : B_d : B_s : b - \text{baryon} = 0.375 : 0.375 : 0.15 : 0.10 \quad (4.2)$$

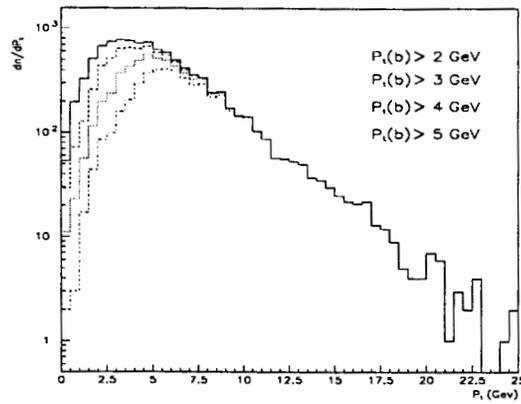


Figura 4.5: Spettro in p_t degli adroni B con la richiesta di p_t^b del quark $b > 2, 3, 4, 5$ GeV.

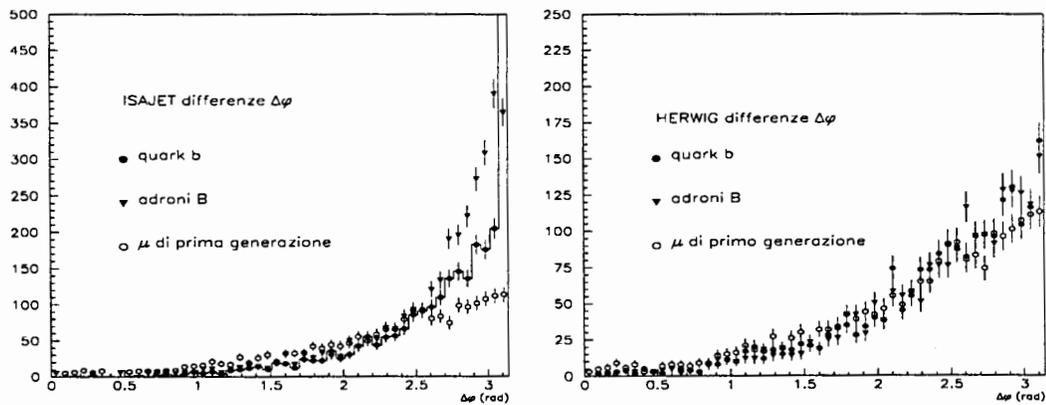


Figura 4.6: Distribuzione $\Delta\phi$ per le coppie di quark $b\bar{b}$, di adroni $B\bar{B}$ e μ . Per il campione di ISAJET, a sinistra, per il campione di HERWIG, a destra.

Per quanto riguarda l'intervallo cinematico di produzione dei b quark abbiamo fatto due generazioni:

1)

$$p_t(b) > 5 \text{ GeV}$$

$$|\eta(b)| < 1$$

la sezione d'urto corrispondente è:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}) = 1.3 \mu\text{b} \quad (4.3)$$

2)

$$p_t(b) > 4 \text{ GeV}$$

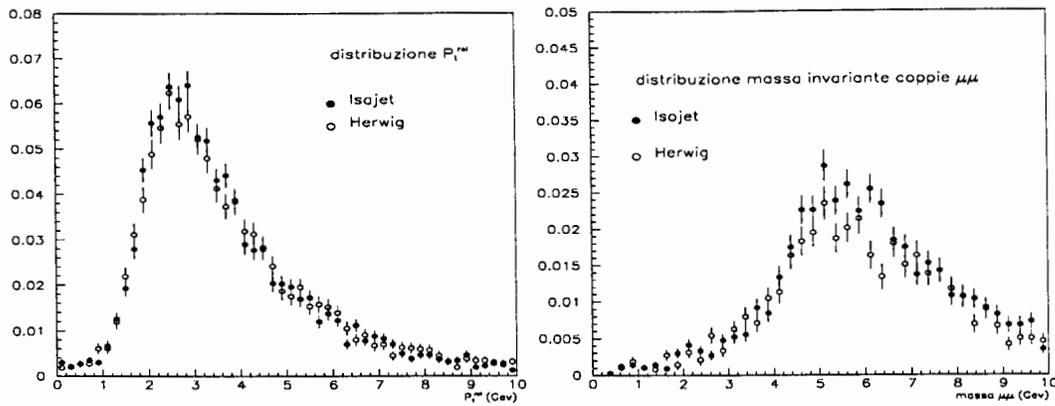


Figura 4.7: Distribuzione di p_t^{rel} , a sinistra, e della massa invariante fra i due μ , a destra, per il campione di ISAJET e quello di HERWIG.

$$|\eta(b)| < 2.4$$

la sezione d'urto corrispondente è:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow b\bar{b}) = 7.5 \mu b. \quad (4.4)$$

In entrambi i casi abbiamo generato circa 60 milioni di eventi, corrispondenti ad una luminosità di circa $46 pb^{-1}$ per la prima generazione, e di circa $8 pb^{-1}$ per la seconda. Di fatto, data la statistica circa sei volte più grande, si è usato solo la prima generazione; l'altra ci è servita per controllare che non ci fossero grossi effetti sistematici dovuti alle più severe restrizioni cinematiche della prima generazione.

Tenendo conto che il tempo di CPU necessario per processare completamente un evento di Monte Carlo è di circa 10 secondi, segue che per produrne 60 milioni occorrono circa 19 anni di CPU ! In pratica, quindi è necessario applicare un qualche filtro. Il modo più semplice ed efficace sarebbe quello di imporre ai B di decadere direttamente in μ , già a livello di generazione. Purtroppo, nel nostro caso, non si può seguire questa via perché altrimenti non potremmo determinare la frazione di sequenziali. Si può, tuttavia, spostare la richiesta di due μ subito dopo la generazione, prima della simulazione: il vantaggio è chiaro tenendo conto che il tempo di CPU per processare completamente un evento si ripartisce nel seguente modo:

<i>generazione</i>	0.6 %
<i>simulazione</i>	86 %
<i>ricostruzione</i>	13 %
<i>trigger sim. + analisi</i>	0.4 %

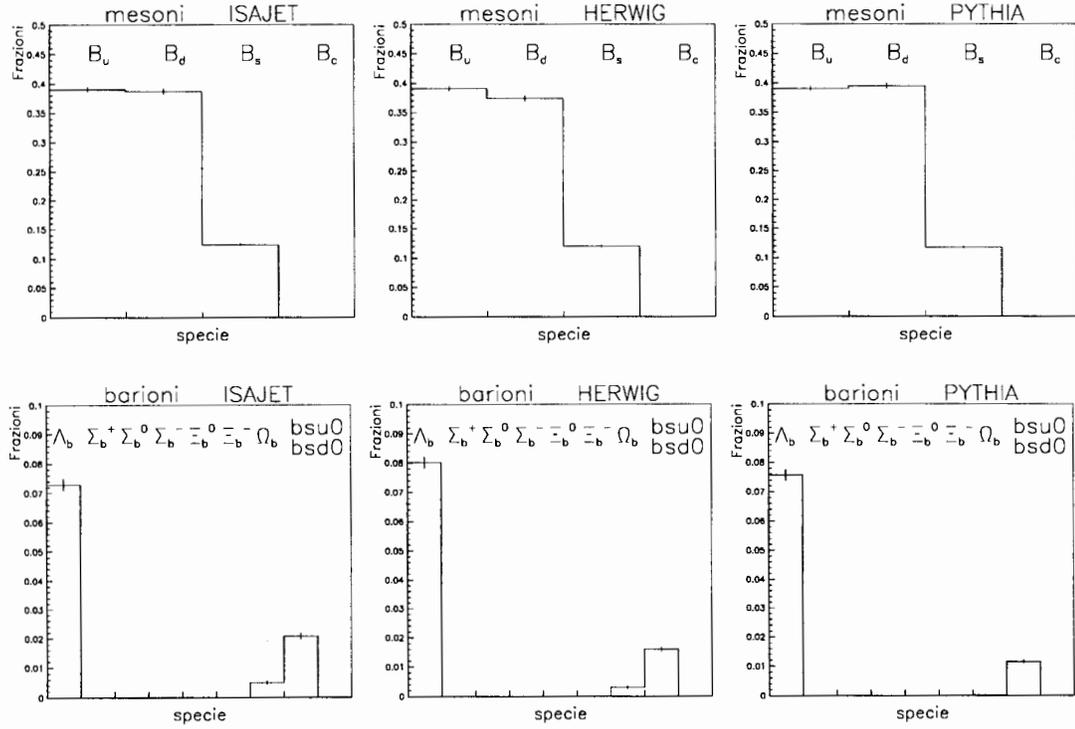


Figura 4.8: Frazioni delle varie specie di mesoni e barioni con beauty ottenute da ISAJET+QQ, a sinistra, HERWIG+QQ, al centro, PYTHIA+QQ, a destra.

Il filtro utilizzato, per entrambe le generazioni, è il seguente:

$$\begin{aligned}
 & 2\mu \\
 & p_t(\mu) > 1.5 \text{ GeV} \\
 & |\eta(\mu)| < 1
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Si noti che il valore minimo richiesto nel filtro non è stato posto a 2 GeV , ma ad un valore minore, per poter essere più sensibili all'effetto del *turn on* del *trigger*.

Con questo filtro, e lavorando simultaneamente su più CPU, si è riusciti ad ottenere i due campioni finali di dati Monte Carlo in circa 10 mesi di lavoro.

4.2 Fattore di correzione

La necessità del fattore di correzione, di cui si è già discusso nel paragrafo 3.1, è dovuta al fatto che il decadimento del B non è completamente ricostruito, e quindi il p_t che ricaviamo dalla somma dei momenti trasversi delle tracce appartenenti al $cluster\ d - \phi$ (incluso il μ) non coincide in generale con il vero p_t del B .

Poiché il nostro segnale puro è costituito da B che decadono direttamente in μ , è conveniente ottimizzare il fattore di correzione per questa classe.

Definiamo quindi il fattore di correzione nel seguente modo (consistente con la 3.4):

$$F_{corr}(p_{t\ cluster}, m_{cluster}) \equiv \left\langle \frac{p_{t\ cluster}}{p_t^{(MC)}(B)} \right\rangle_{diretti} \quad (4.6)$$

È abbastanza naturale parametrizzare il fattore di correzione in funzione del momento trasverso e della massa invariante del $cluster$ (incluso il μ): infatti maggiore è il momento del $cluster$ e quindi del B , maggiore è il momento medio delle tracce provenienti dal B , quindi minore è in media il numero di tracce che non vengono ricostruite, perché hanno un momento inferiore a $400\ MeV$, e minore è la frazione di momento persa; similmente, maggiore è la massa invariante del $cluster$, meno sono in media le particelle neutre che si perdono, e quindi minore il momento perso del B . Ci si aspetta, pertanto, un andamento crescente (cioè verso 1, e quindi correzione minore) del fattore di correzione al crescere di $p_{t\ cluster}$ e di $m_{cluster}$. In realtà la situazione è più complicata a causa delle tracce ricostruite male, e di quelle che appartengono al $cluster$ ma sono estranee al decadimento del B .

La figura 4.9 mostra l'andamento del fattore di correzione: come si vede l'intervallo

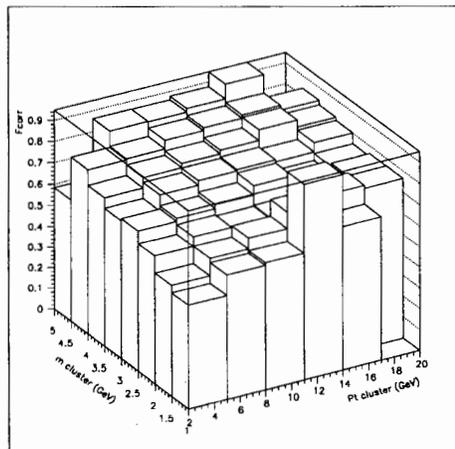


Figura 4.9: Fattore di correzione calcolato sui diretti, in funzione del momento trasverso e della massa invariante del $cluster$ (incluso il μ).

in $p_{t\ cluster}$ considerato è compreso tra 2 e $20\ GeV/c$, suddiviso in 6 bin ; l'intervallo in $m_{cluster}$ è invece compreso tra 1 e $5\ GeV/c^2$, suddiviso in 8 bin . Gli eventi che

cadono al di fuori di questi intervalli non vengono considerati nel *fit*: ciò non crea problemi perché il loro numero è trascurabile. Il numero di *bin* è scelto in base alla statistica disponibile, che, per la prima generazione, quella più efficiente, è dopo tutti i tagli (e la simulazione del *trigger*) di 4505 eventi, di cui 3980 hanno il μ del *vertex side* diretto, e quindi entrano nella 4.6.

Si potrebbe pensare di definire, alternativamente, il fattore di correzione nel seguente modo:

$$F_{corr}(p_{t\ cluster}, m_{cluster}) \equiv < \frac{t_{vero}^{(MC)}}{t_{non\ corr}} >_{diretti}$$

ove $t_{non\ corr} \equiv \frac{5.279 \cdot L_{xy}}{p_{t\ cluster}}$. Il vantaggio sarebbe di correggere, in media, anche eventuali effetti sistematici nella determinazione della lunghezza di decadimento. Così facendo, tuttavia, si introdurrebbe una forte correlazione tra le due variabili $p_{t\ cluster}$ e $m_{cluster}$ che complicherebbe alquanto il calcolo della funzione di risoluzione temporale, come vedremo in dettaglio nel paragrafo 4.4. Una via alternativa per aggirare questo problema è di definire un secondo fattore di correzione:

$$F_{corr}^{(L_{xy})}(L_{xy}) \equiv < \frac{L_{xy}^{(MC)\ vero}}{L_{xy}^{(misurato)}} >_{diretti}$$

Un'altra possibile miglioria è di parametrizzare il fattore di correzione in funzione di altre variabili, oltre al momento e alla massa del *cluster*, come ad esempio il numero di tracce del *cluster*, il numero (uno o due) di vertici ricostruiti nell'evento.

Noi abbiamo scelto, sia per semplicità, sia per la statistica limitata di dati Monte Carlo di cui disponiamo, di utilizzare la definizione 4.6. Quindi, eventuali effetti sistematici nella determinazione della lunghezza di decadimento non sono corretti: tuttavia, questi entreranno nella curva di risoluzione in L_{xy} , e quindi nel *fit*, come mostreremo in dettaglio più avanti.

Concludiamo con un'osservazione semplice ma importante: la correzione del momento trasverso ricostruito del B , essendo una correzione *statistica media*, è tanto migliore quanto più gli eventi sono cinematicamente simili tra loro. Ciò è quanto succede, per esempio, a LEP, in cui tutti i B provengono dalla Z e quindi il loro momento è molto concentrato attorno al valor medio (che è di $34\ GeV$). In una macchina adronica come il Tevatron, invece, lo spettro in momento dei B è molto diffuso, come si può vedere nella figura 4.10.

4.3 Composizione di b -adroni

Le frazioni di b -adroni prodotte da *ISAJET* sono riportate in 4.2. Queste frazioni possono essere alterate dai vari tagli dell'analisi, e quindi occorre calcolarle utilizzando il campione selezionato di dati Monte Carlo. Come al solito, conviene restringersi

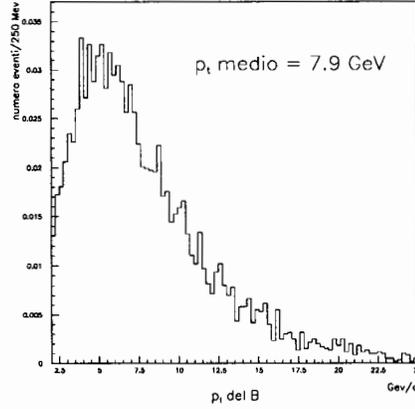


Figura 4.10: Spettro del momento dei b -adroni prodotti al Tevatron.

ai decadimenti diretti, in modo da ottimizzare la componente di segnale. I valori ottenuti, senza distinguere se il B è dalla parte del vertice ricostruito oppure dall'altra parte, sono riportati nella tabella 4.1. L'errore riportato è quello statistico:

specie	prima dei tagli	dopo i tagli
B_d^0	37.5 %	$(40.0 \pm 0.6)\%$
B_u^\pm	37.5 %	$(38.4 \pm 0.6)\%$
B_s^0	15.0 %	$(12.2 \pm 0.4)\%$
b - baryon	10.0 %	$(9.4 \pm 0.4)\%$

Tabella 4.1: Frazioni di b -adroni prima e dopo i tagli dell'analisi.

le frazioni prima dei tagli hanno errore trascurabile, disponendo di circa 60 milioni di eventi generati.

È certamente preferibile utilizzare come frazioni di produzione di b -adroni le più recenti misure fatte a LEP [56], facendo la ragionevole ipotesi che la frammentazione del b -quark sia sostanzialmente la stessa al Tevatron e a LEP. Si può quindi procedere nel seguente modo:

- si ricavano dalla tabella 4.1 le efficienze relative dei tagli dell'analisi sulle diverse specie di b -adroni:

$$\epsilon_i \equiv \frac{F_i^{(dopo)}}{F_i^{(prima)}}$$

ove $F_i^{(prima)/(dopo)}$, con $i = d, b, u, baryon$, sono le frazioni prima e dopo i tagli dell'analisi.

- si scalano le frazioni di produzione di LEP, $F_i^{(prod LEP)}$, secondo le efficienze relative in modo da tener conto dell'effetto dei tagli dell'analisi:

$$F_i'^{(dopo LEP)} \equiv \epsilon_i \cdot F_i^{(prod LEP)}$$

- si riscaldano le frazioni $F_i^{(dopo\ LEP)}$ richiedendo la normalizzazione a 1:

$$F_i^{(dopo\ LEP)} \equiv \frac{F_i^{(dopo\ LEP)}}{\sum_{j=d,u,s,baryon} F_j^{(dopo\ LEP)}}$$

Nella tabella 4.2 sono riportati i risultati ottenuti.

specie	LEP in produzione	LEP riscalate
B_d^0	$(37.8 \pm 2.2)\%$	$(40.7 \pm 2.4)\%$
B_u^\pm	$(37.8 \pm 2.2)\%$	$(39.0 \pm 2.3)\%$
B_s^0	$(11.2 \pm 1.9)\%$	$(9.1 \pm 1.5)\%$
$b - baryon$	$(13.2 \pm 4.1)\%$	$(11.2 \pm 3.5)\%$

Tabella 4.2: Frazioni di b -adroni a LEP in produzione e riscalate secondo le efficienze relative di selezione.

Useremo questi valori per costringere nel *fit* i parametri F_d , F_s , come si vedrà nel capitolo VI.

4.4 Risoluzioni

Per fare un qualsiasi tipo di *fit* rispetto ad una variabile occorre conoscere la curva di risoluzione di tale variabile, ovvero l'errore con cui si misura. Nel nostro caso la variabile è il tempo ricostruito t , che è legato alle variabili L_{xy} e $p_{t\ cluster}$ dalla relazione 3.4, che per comodità riscriviamo nel seguente modo:

$$t \equiv \lambda \cdot \eta \quad (4.7)$$

ove:

$$\lambda \equiv L_{xy} \quad \eta \equiv F_{corr} \cdot \frac{5.279}{p_{t\ cluster}} \quad (4.8)$$

Introduciamo le seguenti variabili:

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &\equiv \lambda - \lambda_{vero}^{(MC)} \\ \Delta\eta &\equiv \eta - \eta_{vero}^{(MC)} \quad \left(\eta_{vero}^{(MC)} \equiv \frac{5.279}{p_t^{(MC)}(B)} \right) \end{aligned}$$

$\Delta t \equiv t - t_{vero}^{(MC)} = \lambda \cdot \eta - \lambda_{vero}^{(MC)} \cdot \eta_{vero}^{(MC)}$ si può esprimere, trascurando i termini di ordine superiore al primo in $\Delta\lambda$ e $\Delta\eta$, nel seguente modo:

$$\begin{aligned} \Delta t &\approx \eta_{vero}^{(MC)} \cdot \Delta\lambda + \lambda_{vero}^{(MC)} \cdot \Delta\eta = \\ &= \eta_{vero}^{(MC)} \cdot \Delta\lambda + \lambda_{vero}^{(MC)} \cdot \eta_{vero}^{(MC)} \cdot \frac{\Delta\eta}{\eta_{vero}^{(MC)}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \eta_{\text{vero}}^{(MC)} \cdot \Delta\lambda + t_{\text{vero}}^{(MC)} \cdot \frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{vero}}^{(MC)}} \approx \\
&\approx \bar{\eta} \cdot \Delta\lambda + t_{\text{vero}}^{(MC)} \cdot \frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{vero}}^{(MC)}} \quad (4.9)
\end{aligned}$$

ove:

$$\bar{\eta} \equiv \left\langle \frac{5.279}{p_t^{(MC)}(B)} \right\rangle_{\text{diretti}} \quad (4.10)$$

Torneremo tra breve sui motivi che ci hanno spinto a queste manipolazioni.

Per definizione, la funzione di risoluzione su t , cioè la densità di probabilità della variabile casuale Δt , si ottiene nel seguente modo:

$$Res(\Delta t) \equiv \frac{dProb}{d(\Delta t)}(\Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} dy f_2(x, y) \cdot \delta(\bar{\eta} \cdot x + t_{\text{vero}}^{(MC)} \cdot y - \Delta t) \quad (4.11)$$

ove:

$x \equiv \Delta\lambda$, $y \equiv \frac{\Delta\eta}{\eta_{\text{vero}}^{(MC)}}$; δ è la funzione di Dirac; $f_2(x, y)$ è la densità di probabilità congiunta delle variabili x, y .

Se le variabili casuali x e y sono indipendenti fra loro, $f_2(x, y)$ è data dal prodotto delle densità di probabilità di x e y (che sono, per definizione, le risoluzioni *assoluta* per λ , e *relativa* per η , rispettivamente):

$$f_2(x, y) = f_\lambda(x) \cdot f_\eta(y)$$

Esplicitando la 4.11:

$$Res(\Delta t) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy f_\lambda \left(\frac{\Delta t - t_{\text{vero}}^{(MC)} \cdot y}{\bar{\eta}} \right) \cdot f_\eta(y) \quad (4.12)$$

Se le densità di probabilità $f_\lambda(x)$, $f_\eta(y)$ si possono esprimere come combinazioni lineari di gaussiane (questo non è equivalente ad affermare che x e y sono combinazioni lineari di variabili casuali gaussiane):

$$\begin{aligned}
f_\lambda(x) &= \sum_j \alpha_j \cdot G \left(\frac{x - \mu_{(\lambda)j}}{\sigma_{(\lambda)j}} \right) & \sum_j \alpha_j &= 1 \\
f_\eta(y) &= \sum_k \beta_k \cdot G \left(\frac{y - \mu_{(\eta)k}}{\sigma_{(\eta)k}} \right) & \sum_k \beta_k &= 1
\end{aligned} \quad (4.13)$$

(ove $G \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)$ indica una gaussiana normalizzata con media μ e larghezza σ) allora l'integrazione 4.12 è risolvibile analiticamente (la convoluzione di due gaussiane è ancora una gaussiana):

$$Res(\Delta t) = \sum_{j,k} \alpha_j \beta_k \cdot G \left(\frac{\Delta t - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) \quad (4.14)$$

ove:

$$\begin{aligned}\mu_{jk} &= \bar{\eta} \cdot \mu_{(\lambda)j} + t_{vero}^{(MC)} \cdot \mu_{(\eta)k} \\ \sigma_{jk}^2 &= \bar{\eta}^2 \cdot \sigma_{(\lambda)j}^2 + t_{vero}^{(MC)2} \cdot \sigma_{(\eta)k}^2\end{aligned}\quad (4.15)$$

Discutiamo ora le varie ipotesi.

Con la definizione 4.6 del fattore di correzione, le variabili x e y , cioè ΔL_{xy} , e $\frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t\ cluster}}\right)}{\left(\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}\right)}$ si possono considerare in prima approssimazione indipendenti. Tuttavia, ci si aspetta una qualche piccola correlazione, dovuta al fatto che quando il momento del B è alto è minore il numero di tracce cariche, provenienti dal decadimento del B , che sono perse perché non ricostruite a causa del loro momento troppo piccolo ($p_t < 400\ MeV$), e quindi la frazione di momento persa per questa causa è minore; anche ΔL_{xy} è inoltre più piccolo perché la ricostruzione del vertice secondario è migliore avendo perso meno tracce.

La ragione che ci ha spinti ad usare $\frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t\ cluster}}\right)}{\left(\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}\right)}$ anziché direttamente $\Delta\left(\frac{1}{p_{t\ cluster}}\right)$, e similmente ΔL_{xy} anziché $\frac{\Delta L_{xy}}{L_{xy}^{(MC)}}$, è legata all'ipotesi di poter esprimere le densità di probabilità in termini di una combinazione lineare di gaussiane. In generale, la risoluzione su una misura diretta di lunghezza è una gaussiana: nel caso di L_{xy} , poiché la sua determinazione non è immediata, ma si basa su un algoritmo piuttosto complesso, ci si aspetta che la risoluzione non sia esattamente una gaussiana, né, tuttavia, così diversa da non poter essere approssimata con una combinazione lineare di gaussiane.

Per quanto riguarda il momento di una singola traccia, essendo legato all'inverso del raggio di curvatura della traccia stessa, la cui misura, come si è detto sopra, ha una risoluzione gaussiana, ne segue che la variabile $\Delta\left(\frac{1}{p_t^{traccia}}\right)$ ha una densità di probabilità gaussiana. Nel caso però del momento ricostruito del B , la risoluzione sui raggi di curvatura delle singole tracce del *cluster* è completamente trascurabile rispetto alla risoluzione dovuta all'incompleta ricostruzione cinematica del decadimento, che viene corretta solo in media. Sebbene la quantità di momento *assoluta* persa, $\Delta p_{t\ cluster}$, a causa delle particelle neutre e di quelle cariche non ricostruite, aumenti al crescere del momento del B , ci si aspetta, in prima approssimazione, che la frazione *relativa* $\frac{\Delta p_{t\ cluster}}{p_t^{(MC)}(B)}$ ne sia invece indipendente, e che inoltre si distribuisca, se non come una gaussiana, almeno come una combinazione lineare di gaussiane.

Questo varrebbe allora anche per $\frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t\ cluster}}\right)}{\left(\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}\right)}$ essendo:

$$\frac{\Delta p_{t\ cluster}}{p_t^{(MC)}(B)} \approx \frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t\ cluster}}\right)}{\left(\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}\right)}$$

L'approssimazione fatta in 4.9, nell'ultimo passaggio, cioè di sostituire η con il suo valor medio 4.10, è necessaria per poter integrare analiticamente la 4.12, sotto l'ipotesi 4.13. Osserviamo, però, che tale approssimazione è piuttosto rozza, dato che lo spettro in momento dei B prodotti al Tevatron è molto ampio, come mostrato nella figura 4.10.

Si noti che, a causa delle limitate risoluzioni sperimentali, la lunghezza di decadimento trasversa, \vec{L}_{xy} , e il momento trasverso del *cluster*, $\vec{p}_{t\ cluster}$, non sono in generali paralleli. Vi sono pertanto tre possibili scelte alternative su come definire le variabili L_{xy} , $p_{t\ cluster}$ che entrano nella definizione 3.4 di t :

1. usare direttamente $L_{xy} \equiv |\vec{L}_{xy}|$ e $p_{t\ cluster} \equiv |\vec{p}_{t\ cluster}|$
2. proiettare \vec{L}_{xy} lungo la direzione di $\vec{p}_{t\ cluster}$:

$$L_{xy} \equiv L_{xy}^{proj} \equiv \vec{L}_{xy} \circ \frac{\vec{p}_{t\ cluster}}{|\vec{p}_{t\ cluster}|} \quad p_{t\ cluster} \equiv |\vec{p}_{t\ cluster}|$$
3. proiettare $\vec{p}_{t\ cluster}$ lungo la direzione di \vec{L}_{xy} :

$$L_{xy} \equiv |\vec{L}_{xy}| \quad p_{t\ cluster} \equiv \vec{p}_{t\ cluster} \circ \frac{\vec{L}_{xy}}{|\vec{L}_{xy}|}$$

Il criterio empirico seguito è stato di scegliere la definizione che fornisce la migliore risoluzione su t . Risulta che la scelta più conveniente è la 2). Consideriamo allora questo caso: tutte le relazioni viste in questo paragrafo vanno quindi rilette con L_{xy}^{proj} al posto di L_{xy} .

Le risoluzioni in $\Delta\lambda$ e $\frac{\Delta\eta}{\eta}$ sono state calcolate utilizzando gli eventi simulati diretti, cioè in cui il B dalla parte del vertice ricostruito decade direttamente in μ : in modo da ottimizzarle sulla componente di segnale. In pratica, si sono determinate le distribuzioni, su cui si è poi fatto un *fit* con la combinazione lineare di due gaussiane normalizzate (due sono sufficienti per ottenere un buon *fit*), degli eventi suddetti rispetto alle seguenti variabili:

- $\Delta L_{xy}^{proj} \equiv L_{xy} - L_{xy}^{(MC)}$

la distribuzione è mostrata nella figura 4.11; il risultato del *fit* sovrapposto è:

– PRIMA GAUSSIANA:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= 58.4\% \\ \mu_{(\lambda)_1} &= 28.4\ \mu m \\ \sigma_{(\lambda)_1} &= 97.4\ \mu m \end{aligned}$$

– SECONDA GAUSSIANA:

$$\alpha_2 = 41.6 \%$$

$$\mu_{(\lambda)_2} = 79.9 \mu\text{m}$$

$$\sigma_{(\lambda)_2} = 334.0 \mu\text{m}$$

$$\bullet \frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t \text{ cluster}}}\right)}{\left(\frac{1}{p_{t \text{ cluster}}}\right)} \equiv \frac{F_{\text{corr}} \cdot \frac{1}{p_{t \text{ cluster}}} - \frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}}{\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}}$$

la distribuzione è mostrata nella figura 4.11; il risultato del *fit* sovrapposto è:

– PRIMA GAUSSIANA:

$$\beta_1 = 60.4 \%$$

$$\mu_{(\eta)_1} = -0.083$$

$$\sigma_{(\eta)_1} = 14.2$$

– SECONDA GAUSSIANA:

$$\beta_2 = 39.6 \%$$

$$\mu_{(\eta)_2} = 0.190$$

$$\sigma_{(\eta)_2} = 25.1$$

Nel seguito, per comodità, useremo indifferentemente la notazione $\frac{\Delta(1/p_t)}{(1/p_t)}$ oppure più sinteticamente $\beta\gamma$ al posto di $\frac{\Delta\left(\frac{1}{p_{t \text{ cluster}}}\right)}{\left(\frac{1}{p_{t \text{ cluster}}}\right)}$.

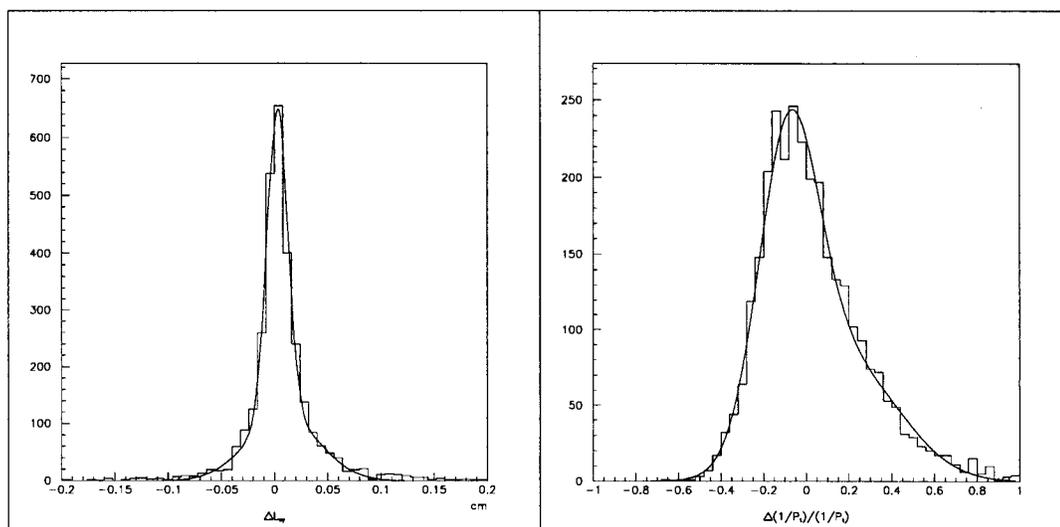


Figura 4.11: Risoluzioni assoluta di L_{xy} , a sinistra, e relativa di $1/p_{t \text{ cluster}}$, a destra.

4.5 Efficienza di *tag* in funzione di *t*

La probabilità di decadimento di un B è un esponenziale decrescente rispetto al tempo proprio. La probabilità che si osserva sperimentalmente, espressa in termini del tempo misurato, differisce dal puro comportamento esponenziale sia per l'effetto della risoluzione temporale, sia per la distorsione prodotta dai tagli, utilizzati per selezionare il campione di dati, se la loro efficienza non è uniforme rispetto al tempo ricostruito.

Per la nostra analisi, l'unica richiesta che ha efficienza non piatta in t è quella di *tag*, cioè di trovare almeno un *cluster* $d - \phi$ nell'evento. Infatti è necessario che vi siano almeno 2 tracce che hanno significanza del parametro d'impatto $|d|/\sigma_d > 2$, quindi maggiore è la vita media del B più grande è mediamente la probabilità di trovare tracce significativamente spostate dal vertice primario. Per questa ragione, e per il fatto che la probabilità di trovare un vertice secondario dipende anche dalla molteplicità media di particelle cariche prodotte dal decadimento del B , l'efficienza di *tag* è diversa per i diretti e i sequenziali, e per le varie specie di B . In particolare, ci si aspetta un'efficienza sensibilmente maggiore per i sequenziali, avendo vita media e molteplicità maggiore dei diretti.

Non disponiamo di un numero sufficiente di eventi Monte Carlo con decadimento sequenziale ($b \rightarrow c \rightarrow \mu$) tale da consentirci di determinare una credibile funzione di efficienza per questa classe di eventi. Ci si limiterà pertanto a ricavare la curva di efficienza per i soli eventi diretti ($b \rightarrow \mu$).

Per definizione, la funzione di efficienza di *tag* è:

$$\epsilon(t) \equiv \frac{N_{tagged}(t)}{N_{taggable}(t)} \quad (4.16)$$

dove N_{tagged} e $N_{taggable}$ sono il numero di *cluster* $d - \phi$ trovati e possibili rispettivamente in ogni *bin* della variabile t . Il problema è che possiamo misurare t solo per i vertici secondari realmente trovati. Per i B di cui non si è ricostruito il vertice secondario, si ricorre alla seguente approssimazione per valutare t :

$$t = \frac{5.279 \cdot L_{xy}}{p_t(B)} \quad (4.17)$$

con:

$$L_{xy} = L_{xy}^{(MC)} + \Delta L_{xy}$$

$$\frac{1}{p_t(B)} = \frac{1}{p_t^{(MC)}(B)} + \frac{1}{p_t^{MC}(B)} \cdot \left(\frac{\Delta \frac{1}{p_t(B)}}{\frac{1}{p_t^{(MC)}(B)}} \right) \quad (4.18)$$

ove $L_{xy}^{(MC)}$, $p_t^{MC}(B)$ sono rispettivamente la lunghezza di decadimento e il momento,

nel piano trasverso, *veri* del *B*; ΔL_{xy} e $\left(\frac{\Delta \frac{1}{P_t(B)}}{\frac{1}{P_t^{(MC)}(B)}} \right)$ sono dei numeri casuali estratti secondo le densità di probabilità date dalle rispettive funzioni di risoluzione determinate nel paragrafo 4.4.

L'andamento dell'efficienza in funzione del tempo ricostruito, ottenuto in questo modo, è mostrato in figura 4.12. La curva di efficienza è stata parametrizzata nel

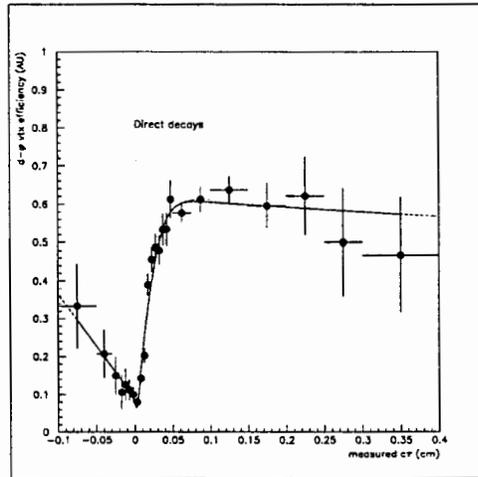


Figura 4.12: Andamento temporale dell'efficienza di determinare un vertice secondario, per i decadimenti diretti.

seguinte modo:

$$\epsilon(t) = \begin{cases} \text{erf}(P1 \cdot t + P2) \cdot (P3 + t \cdot P4) & \text{se } t > 0 \\ \text{erf}(P5 \cdot t + P6) \cdot (P7 - t \cdot P8) & \text{se } t < 0 \end{cases} \quad (4.19)$$

ove *erf* è la funzione *errore* della libreria del CERN.

Il *fit* fornisce i seguenti valori:

$$\begin{aligned} P1 &= 28.2 \pm 2.3 \\ P2 &= 0.023 \pm 0.017 \\ P3 &= 0.154 \pm 0.069 \\ P4 &= -0.031 \pm 0.063 \\ P5 &= -0.965 \pm 0.887 \\ P6 &= 0.082 \pm 0.077 \\ P7 &= 0.248 \pm 0.228 \\ P8 &= 2.93 \pm 1.84 \end{aligned}$$

Concludiamo anticipando quanto apparirà evidente nel capitolo 6, cioè che nel *fit* di ΔM_{B_d} la normalizzazione della curva di efficienza non ha importanza: solo la sua forma funzionale è rilevante.

4.6 Sequenziali

Se un B decade direttamente in μ allora il segno del leptone coincide con il segno del b *quark* costituente:

$$b \rightarrow \mu^- \qquad \bar{b} \rightarrow \mu^+ \qquad (4.21)$$

Questo è il metodo che abbiamo usato per determinare il sapore del B all'istante di decadimento. Tuttavia, nel caso in cui il μ non provenga direttamente dal B , ma da uno stato con *charm* proveniente dal B , l'applicazione del metodo suddetto fornisce il sapore sbagliato (opposto): infatti

$$b \rightarrow c \rightarrow \mu^+ \qquad \bar{b} \rightarrow \bar{c} \rightarrow \mu^- \qquad (4.22)$$

Chiameremo *diretti* i decadimenti di tipo 4.21, e *sequenziali* quelli di tipo 4.22. Poiché sperimentalmente non possiamo distinguere, evento per evento, tra questi due tipi di decadimento, occorre innanzitutto ridurre il più possibile i sequenziali, e successivamente determinarne la frazione residua, in modo da correggere *statisticamente* l'errata classificazione del sapore del B a cui è soggetta questa classe di decadimenti. Per entrambi questi passi ci si serve dei dati Monte Carlo.

È abbastanza intuitivo pensare che un μ diretto abbia mediamente un momento ed un angolo, rispetto alla direzione dello stato con *charm* presente in quasi tutti i decadimenti di un b -adrone, più grande rispetto a quelli di un μ sequenziale. Questo suggerisce di usare la variabile cinematica p_t^{rel} , definita come la proiezione del momento del μ sul piano normale alla direzione di volo del D (stato con *charm*):

$$p_t^{rel} \equiv \left| \vec{p}_\mu \wedge \frac{\vec{p}_D}{|\vec{p}_D|} \right| \qquad (4.23)$$

per distinguere le popolazioni dei diretti e dei sequenziali. Osserviamo che il p_{trel} non dipende sensibilmente dal momento del μ , giacché all'aumentare di questo diminuisce l'angolo tra il B e il D . Sperimentalmente, possiamo determinare il p_t^{rel} per il μ dalla parte del vertice ricostruito, utilizzando come \vec{p}_D la somma dei momenti delle tracce del *cluster*, escludendo il μ . La figura 4.13 mostra la distribuzione della variabile p_t^{rel} per i μ del *vertex side* ottenuta con i dati Monte Carlo, distinguendo tra i diretti e i sequenziali. Come si vede, i sequenziali hanno uno spettro più concentrato a bassi

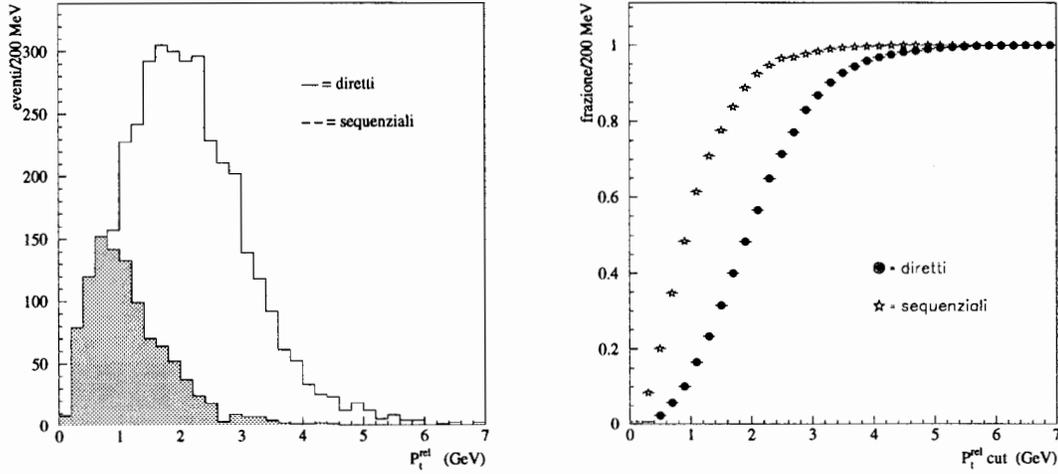


Figura 4.13: A sinistra, distribuzione in p_t^{rel} per μ diretti e μ sequenziali; a destra, frazione di μ diretti e sequenziali rigettati in funzione del taglio in p_t^{rel} .

valori; richiediamo quindi:

$$p_t^{rel} > 1.3 \text{ GeV} \quad (4.24)$$

Si è provato a definire la variabile p_t^{rel} anche per l'*away side*, utilizzando come \vec{p}_D la somma dei momenti delle tracce che stanno dentro un cono di semiapertura $R \equiv \sqrt{\Delta\phi + \Delta\eta} = 1.0$ rispetto al μ , escludendo quest'ultimo: le distribuzioni per i diretti e i sequenziali non sono però molto diverse, e quindi non si è tagliato su questa variabile.

La tabella 4.3 riporta le frazioni globali (integrate) di sequenziali nel *vertex* e *away side*, prima e dopo il taglio 4.24.

Osserviamo che prima del taglio in p_t^{rel} vi sono più sequenziali dalla parte del ver-

fraz. seq.	prima	dopo
vertex f_s	$(20.6 \pm 0.6)\%$	$(10.1 \pm 0.5)\%$
away g_s	$(13.5 \pm 0.5)\%$	$(12.9 \pm 0.5)\%$

Tabella 4.3: Frazione di sequenziali nel *vertex* e *away side* prima e dopo il taglio in p_t^{rel} .

tice, che non nell'*away side*. La ragione è la seguente. Il momento del B è in media più grande quando il μ , selezionato con $p_t > 2 \text{ GeV}$, è sequenziale che non quando è diretto. Detto in altri termini, la probabilità che un B dia un μ sequenziale con $p_t > 2 \text{ GeV}$ cresce all'aumentare del momento del B . D'altro canto, i B del *vertex side* hanno in media momento più alto rispetto ai B dell'*away side*. Ciò perché l'efficienza dell'algoritmo $d - \phi$, con cui determiniamo il vertice secondario, cresce col momento del B , in quanto è minore il numero di particelle cariche che non vengono ricostruite perché con momento troppo basso. In conclusione, la distribuzione in

momento dei B è spostata più ad alti valori nella parte del vertice, e quindi maggiore è la frazione di sequenziali da questa parte.

Consideriamo ora la dipendenza temporale della frazione di sequenziali, ovviamente dalla parte del vertice. Si consideri la figura 3.1. Ricordiamo che il metodo usato per determinare il vertice secondario consta di due passi: prima si trova il vertice terziario, facendo un *fit* delle tracce del *cluster* escludendo il μ ; poi, si fa un secondo *fit* tra l'extrapolazione della "traccia del D ", vincolata a passare per il vertice terziario, e il μ . È facile convincersi che questo metodo fornisce un vertice secondario mediamente più distante dal vertice primario nel caso di μ sequenziale, rispetto al caso di μ diretto. Questo implica che la vita media *effettiva* dei B che decadono diretti in μ , $\tau_{b\ dir}$, è più piccola di quella dei B che danno μ sequenziali, $\tau_{b\ seq}$:

$$\tau_{b\ dir} < \tau_{b\ seq}$$

Segue quindi che la frazione di sequenziali dalla parte del vertice, f_s , è una funzione crescente del tempo, con andamento del tipo:

$$\begin{aligned} f_s(t) &= \frac{N_{seq} e^{-\frac{t}{\tau_{b\ seq}}}}{N_{seq} e^{-\frac{t}{\tau_{b\ seq}}} + N_{dir} e^{-\frac{t}{\tau_{b\ dir}}}} = \\ &= \frac{1}{1 + \frac{N_{dir}}{N_{seq}} e^{-t(\frac{1}{\tau_{b\ dir}} - \frac{1}{\tau_{b\ seq}})}} = \\ &\equiv \frac{1}{1 + R \frac{e^{-\frac{t}{\tau_b}}}{e^{-\frac{t}{S \cdot \tau_b}}} } \end{aligned} \quad (4.25)$$

ove si è posto $R \equiv \frac{N_{dir}}{N_{seq}}$; $\tau_b \equiv \tau_{b\ dir}$; e $\tau_{b\ seq} \equiv S \cdot \tau_b$.

In realtà la situazione è più complicata, perché il puro andamento esponenziale, tipico del decadimento, viene distorto dall'effetto della risoluzione temporale e della curva di efficienza: occorre pertanto sostituire in 4.25 $e^{-\frac{t}{\tau_{b\ dir}}}$ e $e^{-\frac{t}{\tau_{b\ seq}}}$ con rispettivamente:

$$\frac{(\frac{1}{\tau_b} e^{-\frac{t_{(vero)}}{\tau_b}} \otimes Res(t - t_{(vero)})) \cdot \epsilon(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{1}{\tau_b} e^{-\frac{t_{(vero)}}{\tau_b}} \otimes Res(y - t_{(vero)})) \cdot \epsilon(y) \cdot dy} \quad (4.26)$$

$$\frac{(\frac{1}{S \cdot \tau_b} e^{-\frac{t_{(vero)}}{S \cdot \tau_b}} \otimes Res(t - t_{(vero)})) \cdot \epsilon(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{1}{S \cdot \tau_b} e^{-\frac{t_{(vero)}}{S \cdot \tau_b}} \otimes Res(y - t_{(vero)})) \cdot \epsilon(y) \cdot dy} \quad (4.27)$$

ove Res è la funzione di risoluzione definita nel paragrafo 4.4, \otimes indica l'operazione di convoluzione $f_1(x) \otimes f_2(y-x) \equiv \int_0^{+\infty} f_1(x) f_2(y-x) dx$, e $\epsilon(t)$ è la curva di efficienza

determinata nel paragrafo precedente.

Queste relazioni appariranno più chiare nel capitolo 6.

Con le 4.26 e 4.27 inserite in 4.25 al posto delle semplici funzioni esponenziali, si ottiene una funzione con cui fare un *fit* dell'andamento temporale dei sequenziali nel *vertex side*, mostrato in figura 4.14, rispetto ai parametri R , S . Fissiamo τ_b al valore fornito dal PDG [56] per la vita media del B_d : $\tau_b = 1.56 ps$. Il risultato del *fit* è:

$$R = 8.61 \pm 0.38 \qquad S = (1.13 \pm 0.06) cm$$

Si noti che il valore R è in accordo, entro gli errori, con quanto ci si aspetta in base

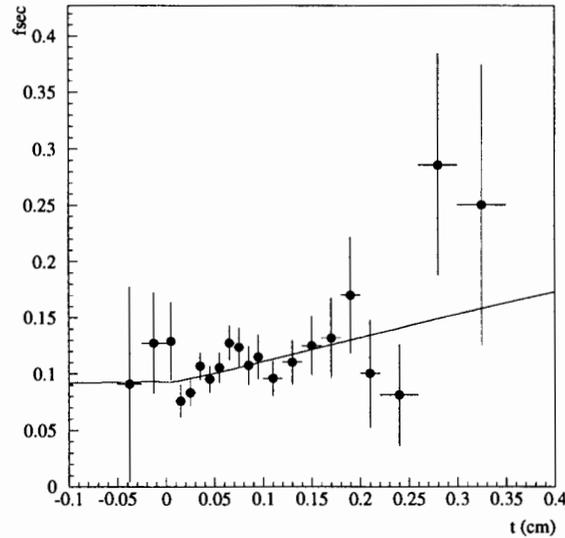


Figura 4.14: Andamento temporale della frazione di sequenziali nel *vertex side*.

alla frazione totale di sequenziali nel *vertex side*, $f_s^{tot} = (10.1 \pm 0.5)\%$:

$$R \equiv \frac{N_{dir}}{N_{seq}} = \frac{1 - f_s^{tot}}{f_s^{tot}} = (8.98 \pm 0.49)\% \quad (4.28)$$

Concludiamo con un'osservazione riguardo alla definizione di μ diretto e sequenziale. Si consideri un μ che proviene o dal decadimento di un B , oppure da quello di uno dei prodotti diretti o indiretti del B . Fin qui si è assunto, in base alle relazioni 4.21 e 4.22, che le seguenti definizioni siano equivalenti:

1. il μ è *diretto (sequenziale)* se il suo segno è uguale (opposto) a quello del b quark costituente il B ;
2. il μ è *diretto (sequenziale)* se è figlio diretto del B (dello stato con *charm* prodotto dal B).

Tale assunzione è corretta per quasi la totalità dei casi, salvo le seguenti eccezioni:

- a) il B decade in due adroni con *charm*, aventi sapore opposto:

$$B \rightarrow D\bar{D}X ;$$

nel nostro campione selezionato la frazione di eventi di questo tipo è $\approx 3\%$;

- b) il B decade in una J/Ψ che decade a sua volta in due μ :

$B \rightarrow J/\Psi X \rightarrow \mu^+\mu^-X$ la frazione di eventi di questo tipo è $\approx 1\%$ (si noti che, in questi casi, solo uno dei due μ della J/Ψ è il μ osservato nel *vertex* o nell'*away side*, a causa della richiesta $m_{\mu\mu} > 5 GeV$);

- c) il μ proviene dal decadimento del τ , figlio del D o del B :

$$b \rightarrow \tau^- \rightarrow \mu^- \qquad b \rightarrow c \rightarrow \tau^+ \rightarrow \mu^+ \qquad (4.29)$$

la frazione di eventi di questo tipo è $\approx 0.5\%$.

In circa la metà degli eventi di tipo a) e b) le definizioni 1) e 2) non sono equivalenti; per gli eventi di tipo c) la definizione 2) non è applicabile. Poiché nella nostra analisi sfruttiamo il segno del μ per ricavare il sapore del b *quark*, useremo sempre la definizione 1). Si noti che per quanto riguarda la descrizione temporale, occorrerebbe distinguere i decadimenti in cui il μ viene direttamente da B , da quelli in cui viene da D proveniente da B . Infatti nel primo caso la vita media è quella del B , nel secondo invece è maggiore a causa della distanza di volo del D . Quindi se la definizione scelta fosse la 2) allora sarebbe corretto descrivere l'andamento temporale di tutti i sequenziali (vedi 4.25) allo stesso modo. Noi utilizziamo la definizione 1), trascurando questo problema, dato che la frazione complessiva dei casi a), b), c) è piccola.

4.7 Confronto dati-Monte Carlo

Vista l'importanza del Monte Carlo in questa analisi, è necessario verificare che esso simuli bene i dati sperimentali. A tal fine si sono confrontate diverse distribuzioni cinematiche ottenute, con la stessa procedura, dal campione selezionato di dati reali e da quello Monte Carlo. Poiché questi campioni hanno un diverso numero di eventi, è necessario normalizzare le distribuzioni per poterle confrontare. Le variabili cinematiche prese in considerazione sono:

- p_t del μ del *vertex side*;
- p_t del μ dell'*away side*;
- parametro d'impatto del μ del *vertex side*;
- parametro d'impatto del μ dell'*away side*;
- momento trasverso del *cluster* senza il μ (del *vertex side*), cioè dello stato con *charm*: “*D*”;
- momento trasverso del *cluster* incluso il μ (del *vertex side*), cioè del “*B*”;
- massa invariante del *cluster* senza il μ (del *vertex side*);
- massa invariante del *cluster* incluso il μ (del *vertex side*);
- $L_{xy}^{(proj)}$;
- p_t^{rel} prima del taglio a $1.3 GeV$;
- numero di tracce del *cluster* incluso il μ .

Le distribuzioni mostrate nelle figure 4.15, 4.16, 4.17 sono state ottenute dopo l'applicazione di tutti i tagli, compreso quello sul p_t^{rel} .

Dal confronto si deduce un discreto accordo tra dati e Monte Carlo; tuttavia ci sono differenze non trascurabili in alcune distribuzioni come quelle sui parametri d'impatto e sui momenti dei due μ , o sulla massa e il momento del *cluster* con o senza il μ . Poiché sia il generatore usato, *ISAJET+QQ*, sia il simulatore *CDFSIM* sono stati usati in molte altre analisi, con ottimo accordo dati-Monte Carlo, crediamo che l'origine delle suddette discrepanze sia dovuta alla contaminazione di fondo nel campione sperimentale, ovviamente non presente nel campione Monte Carlo, che è puro $b\bar{b}$ e non ha falsi muoni.

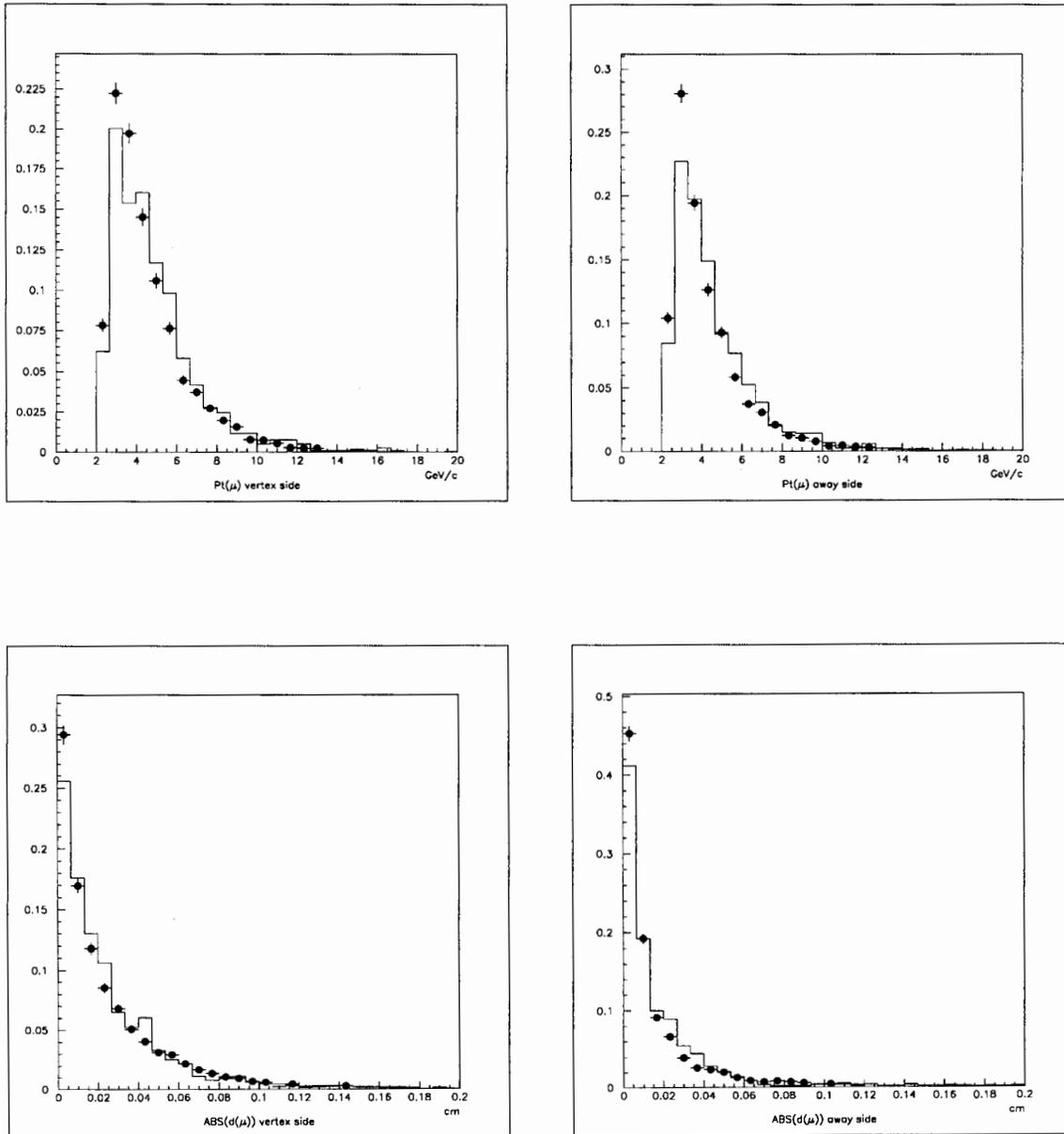


Figura 4.15: Confronto dati (pallini) - Monte Carlo (linea continua) per il momento trasverso e il parametro d'impatto dei μ .

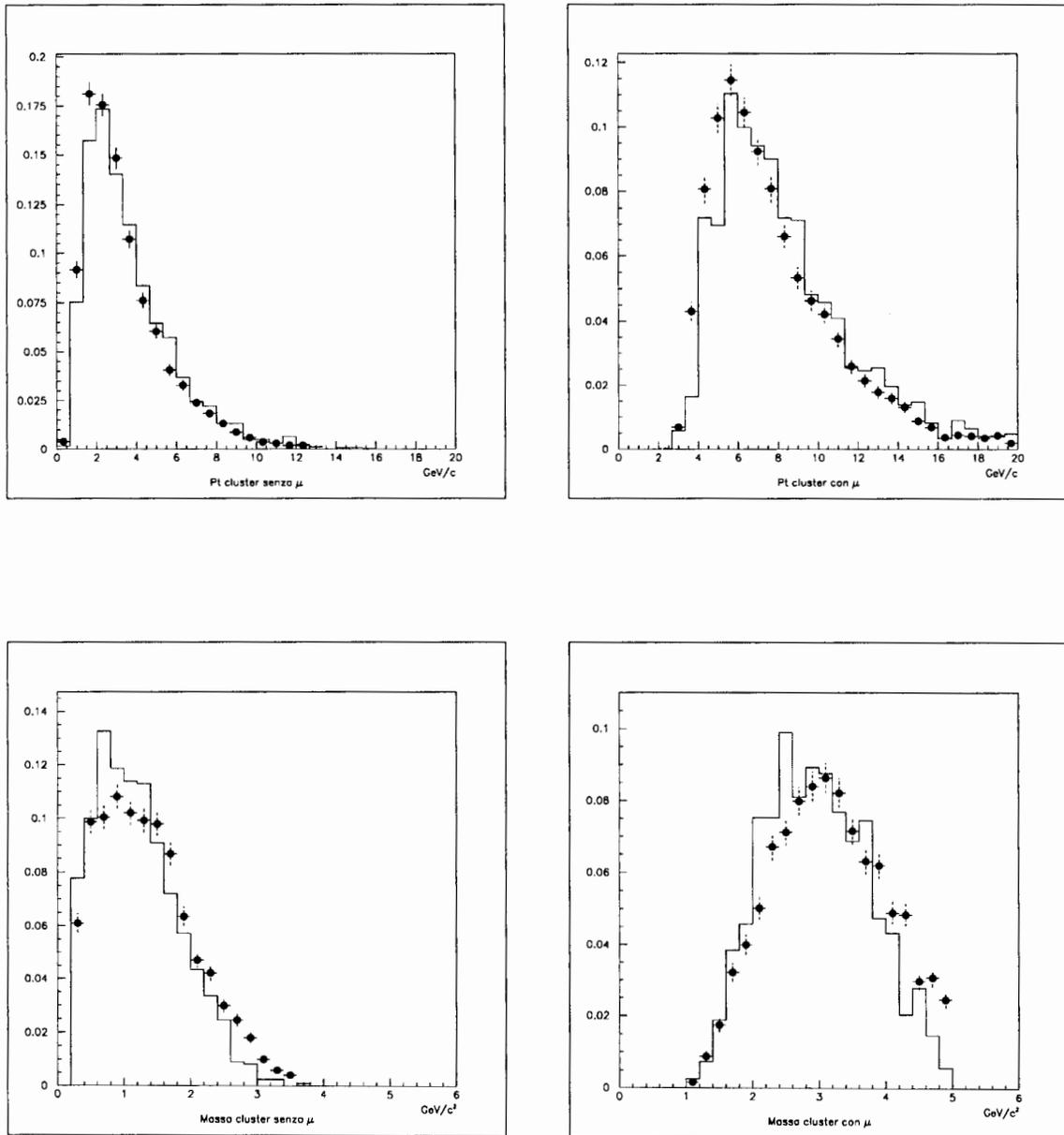


Figura 4.16: Confronto dati (pallini) - Monte Carlo (linea continua) per il momento trasverso e la massa invariante del cluster con e senza il μ .

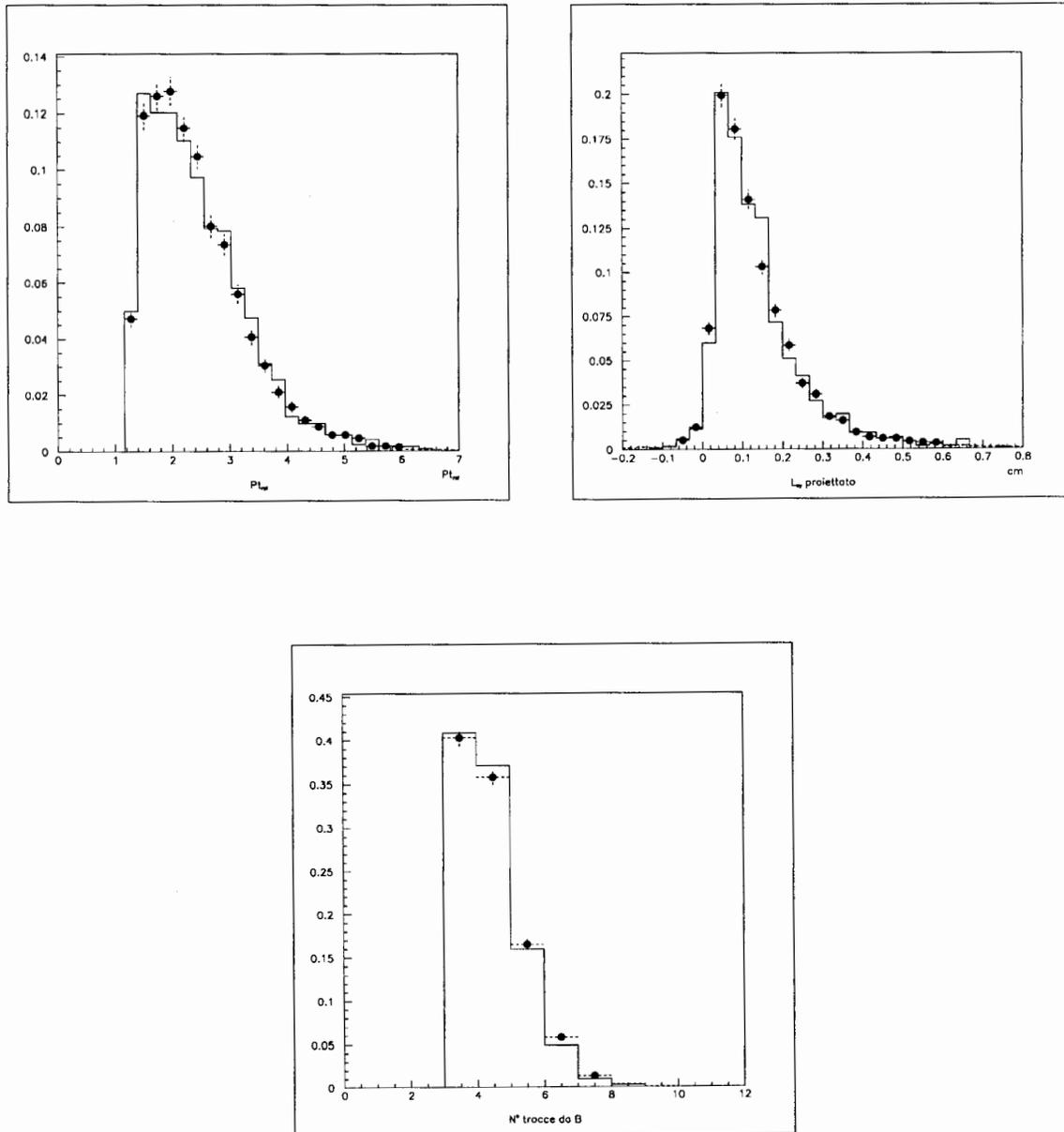


Figura 4.17: Confronto dati (pallini) - Monte Carlo (linea continua) per p_t^{rel} , $L_{xy}^{(proj)}$, e il numero di tracce del cluster incluso il μ .

Capitolo 5

Il fondo

In questo capitolo stimeremo i vari fondi presenti nel campione selezionato di dati sperimentali. I risultati sono soltanto preliminari, e ancora incerti soprattutto per quanto riguarda il fondo dominante, costituito dai falsi μ . Sono tuttora in corso studi più accurati e ulteriori controlli incrociati.

5.1 Il fondo correlato

Per fondo *correlato* si intende un tipo di fondo che produce eventi sempre dello stesso tipo, cioè o tutti LS (i due μ hanno stesso segno), oppure tutti OS (μ di segno opposto). Fisicamente non esistono processi elementari che diano sempre LS, mentre per gli OS si hanno le seguenti sorgenti:

1. $c\bar{c} \rightarrow \mu^+ \mu^- X$;
2. $J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$;
3. $\Upsilon \rightarrow \mu^+ \mu^-$;
4. *Drell-Yan* $p\bar{p} \rightarrow \mu^+ \mu^-$;
5. $Z \rightarrow \mu^+ \mu^-$.

Il primo caso sarà discusso a parte.

Il secondo caso è eliminato dalla richiesta $m_{\mu\mu} > 5 GeV$; ciò non va confuso con quanto detto nel paragrafo 4.6, cioè che circa l'1% degli eventi hanno uno soltanto dei due μ , o quello del *vertex side* oppure quello dell'*away side*, che proviene da: $B \rightarrow J/\Psi X$, $J/\Psi \rightarrow \mu^+ \mu^-$.

Per quanto riguarda la Υ , abbiamo utilizzato il metodo delle *side band*, visualizzato nella figura 5.1, per valutarne l'evidenza o meno. L'idea è la seguente. Si consideri la distribuzione di massa invariante dei μ di segno opposto nel campione selezionato di dati. Definiamo tre intervalli, o bande, in questo modo:

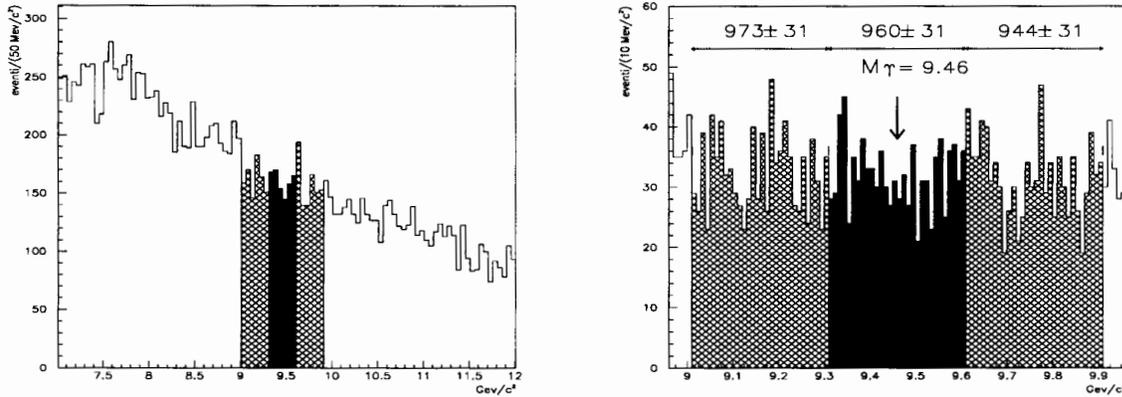


Figura 5.1: Massa invariante di μ di segno opposto in tre finestre intorno al valore di M_Υ

- *banda laterale sinistra:* $M_\Upsilon - 9\sigma_{M_\Upsilon} < m_{\mu\mu} < M_\Upsilon - 3\sigma_{M_\Upsilon}$ corrispondente a $[9.00, 9.31] \text{ GeV}$.
Il numero di eventi OS in questa regione è $N_{sx} = 973 \pm 31$;
- *banda centrale:* $M_\Upsilon - 3\sigma_{M_\Upsilon} < m_{\mu\mu} < M_\Upsilon + 3\sigma_{M_\Upsilon}$ corrispondente a $[9.31, 9.61] \text{ GeV}$.
Il numero di eventi OS in questa regione è $N_{centro} = 960 \pm 31$;
- *banda laterale destra:* $M_\Upsilon + 3\sigma_{M_\Upsilon} < m_{\mu\mu} < M_\Upsilon + 9\sigma_{M_\Upsilon}$ corrispondente a $[9.61, 9.92] \text{ GeV}$.
Il numero di eventi OS in questa regione è $N_{dx} = 944 \pm 31$;

ove per la massa usiamo $M_\Upsilon = 9.46 \text{ GeV}$ (dal PDG [56] $M_\Upsilon = (9460.37 \pm 0.21) \text{ MeV}$), e come larghezza quella sperimentale osservata a CDF, $\sigma_{M_\Upsilon} = 51.2 \text{ MeV}$, che è dominata completamente dalla risoluzione essendo la larghezza naturale circa mille volte più piccola (dal PDG $\Gamma_\Upsilon = (52.5 \pm 1.8) \text{ KeV}$).

Poiché il numero di eventi nella banda centrale, $N_{centro} = 960 \pm 31$, è statisticamente compatibile con la media del numero di eventi nelle due regioni laterali, $\frac{N_{sx} + N_{dx}}{2} = 958.5$, si conclude che il nostro campione non ha fondo da Υ .

Ci si aspetta che anche il fondo *Drell-Yan* sia irrilevante. Infatti, al Tevatron ($\sqrt{s} = 1.8 \text{ TeV}$):

$$\begin{aligned} \sigma(p\bar{p} \rightarrow \Upsilon + X, |\eta| < 1) \cdot BR(\Upsilon \rightarrow \mu^+ \mu^-) &\approx 3 \text{ nb} \\ \sigma_{DY}(p\bar{p} \rightarrow \mu^+ \mu^-, |\eta| < 1, M_{\mu\mu} > 5 \text{ GeV}) &\approx 1 \text{ nb} \end{aligned} \quad (5.1)$$

da confrontare con la produzione $\mu\mu$ da eventi $b\bar{b}$:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \dots \rightarrow \mu\mu + X, |\eta| < 1.) \approx 800 \text{ nb} \quad (5.2)$$

A questi valori occorre moltiplicare le efficienze di selezione dei corrispondenti processi. È chiaro però che l'efficienza per le Υ e *Drell-Yan* sono minori rispetto a quelle del segnale. Infatti richiediamo che vi sia un *cluster* di tracce incompatibili col provenire dal vertice primario, con un μ associato. Vengono penalizzati quindi i processi *prompt* (che comunque non sono eliminati del tutto sia a causa della risoluzione limitata dell'algoritmo sia per gli errori sulla determinazione del vertice primario), e in particolar modo quelli che hanno uno stato finale puramente leptonic, e quindi senza particelle di frammentazione: perciò l'eventuale *cluster* $d - \phi$ può essere formato solo da tracce dell'*underlying event*, oppure da processi di ordine superiore, in cui si ha la presenza di uno, o più, *jet*. In quest'ultimo caso, tuttavia, oltre ad avere una sezione d'urto più bassa si ha anche una topologia sfavorevole, in quanto, tipicamente, la coppia di leptoni rincula contro il *jet* e quindi l'eventuale *cluster* $d - \phi$ costituito con le tracce del *jet* non ha un leptone vicino.

Un simile ragionamento si applica alla Z : in questo caso però la sezione d'urto è già più bassa:

$$\sigma(p\bar{p} \rightarrow Z) \cdot BR(Z \rightarrow \mu^+ \mu^-) \approx 0.23 \text{ nb} \quad (5.3)$$

ed è ancor più piccola per gli eventi del tipo:

$$\sigma(Z \rightarrow b\bar{b} \rightarrow \dots \rightarrow \mu\mu + X) \approx 0.04 \text{ nb}$$

5.2 Il fondo $c\bar{c}$

Si sono generati circa 0.6 milioni di eventi Monte Carlo $c\bar{c}$, forzando il decadimento in μ degli stati con *charm*. La generazione è stata fatta usando, come per il Monte Carlo $b\bar{b}$, *ISAJET + QQ + CDFSIM*, con le seguenti richieste cinematiche:

$$\begin{aligned} p_t(c) &> 10 \text{ GeV} \\ |\eta(c)| &< 1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

e con lo stesso filtro, usato dopo la generazione ma prima della simulazione:

$$\begin{aligned} 2 \mu \\ p_t(\mu) &> 1.5 \text{ GeV} \\ |\eta(\mu)| &< 1 \end{aligned}$$

Il metodo più semplice per determinare la frazione f_{cc} di eventi $c\bar{c}$ nel campione di dati selezionati è di sfruttare il rapporto degli eventi $c\bar{c}$, $b\bar{b}$, dopo tutti i tagli,

normalizzandosi alla stessa luminosità:

$$f_{cc} \leq \frac{f_{cc}}{f_{bb}} = \frac{N'_{cc}}{N'_{bb}} \cdot \frac{N_{bb}}{N_{cc}} \cdot \frac{\sigma_{cc}}{\sigma_{bb}} \cdot BR(c \rightarrow \mu)^2$$

ove N_{cc} , N_{bb} sono, rispettivamente, il numero di eventi $c\bar{c}$ e $b\bar{b}$ generati con sezione d'urto σ_{cc} e σ_{bb} ; N'_{cc} e N'_{bb} sono gli eventi rimasti dopo tutta la selezione. Si noti che il fattore $BR(c \rightarrow \mu)^2$ è necessario per tener conto che nella generazione $c\bar{c}$ gli stati con *charm* sono stati forzati a decadere in μ , mentre nella generazione $b\bar{b}$ il decadimento è lasciato libero per poter estrarre la frazione di sequenziali.

Con i valori:

$$\begin{aligned} N_{bb} &= 60 \cdot 10^6 & N_{cc} &= 0.6 \cdot 10^6 \\ N'_{bb} &= 3379 & N'_{cc} &= 140 \\ \sigma_{bb} &= 1.3 \mu b & \sigma_{cc} &= 0.5 \mu b \\ & & BR(c \rightarrow \mu) &\approx 10\% \end{aligned}$$

si ottiene $f_{cc} \approx 1.6\%$. Questo valore però dipende fortemente dal rapporto delle sezioni d'urto di produzione $b\bar{b}$, $c\bar{c}$, che è affetto da un grande errore. Vedremo nei prossimi paragrafi dei modi alternativi per determinare questo fondo.

5.3 Il campione di falsi μ

Definiamo *fondo scorrelato* nel nostro campione l'insieme degli eventi appartenenti ad almeno una delle seguenti tre classi:

- falsi μ (*punch-through*): il " μ " del *vertex side* o quello dell'*away side* è in realtà un adrone, essenzialmente π^\pm o K^\pm , erroneamente identificato come μ ;
- decadimenti in volo: il μ del *vertex side* o quello dell'*away side* è un vero μ ma proviene dal decadimento in volo (cioè prima delle camere per muoni, ma "lontano" dal punto di interazione) di un K^\pm , o un π^\pm .
- errate associazioni: il segmento di traccia nelle camere di muoni (CMU o CMP), corrispondente al μ del *vertex side* o quello dell'*away side*, è un vero μ proveniente dal decadimento di un adrone pesante (costituito cioè da *quark* b o c) che è stato però erroneamente associato ad un'altra traccia nella CTC.

Eventi di questo tipo sono, in media, in egual misura LS e OS, in quanto non c'è correlazione tra il segno dei due μ .

Naturalmente gran parte del *punch-through*, dei decadimenti in volo, e delle errate associazioni viene eliminato dai vari tagli dell'analisi. In particolare, il filtro di muoni SLT fa delle richieste severe sulla distanza tra l'estrapolazione della traccia della CTC nelle camere centrali di muoni e la posizione dello *stub* su queste camere.

Inoltre, la richiesta che il parametro d'impatto delle tracce sia minore di 2 mm , e il fatto che il programma di ricostruzione rigetti le tracce che hanno un *kink* apprezzabile, implicano, come dimostrano degli studi fatti a CDF, che i decadimenti in volo prima del calorimetro siano inferiori all' 1% per tracce SVX (cioè in cui si richiedono almeno 3 *hit* sul rivelatore di vertice).

Non esistono invece stime attendibili né per i decadimenti in volo né per il *punch-through*, nella regione che va dal calorimetro alle camere a μ . Ciò è dovuto alla difficoltà di simulare correttamente l'interazione dei π^\pm , e K^\pm con la materia (p , n), specialmente a bassi impulsi, dove maggiore è il numero di π e K .

Non essendo possibile distinguere, evento per evento, gli eventi di fondo da quelli di segnale, occorre stimare statisticamente la frazione di fondo e la sua dipendenza temporale (per quanto riguarda la componente nel *vertex side*) in modo da tenerne conto nel *fit*. A tale scopo occorre avere un campione di fondo, cioè molto ricco di eventi appartenenti alle tre classi suddette di fondo scorrelato. Questo campione dovrebbe avere le seguenti proprietà:

- essere contaminato il meno possibile da eventi di segnale, cioè con veri μ che provengono dal decadimento di adroni pesanti;
- essere selezionato nella stessa regione cinematica del campione di dati (in particolare avere un *cluster* $d - \phi$ altrimenti non si può ricavare l'andamento temporale del fondo).

È estremamente difficile trovare un campione di fondo che soddisfi entrambe le proprietà: infatti, più ci avviciniamo cinematicamente ai dati, maggiore è la contaminazione di segnale; viceversa, se rinunciassimo ad alcune richieste, come la presenza di un *tag*, allora avremmo un campione più ricco di fondo. Il miglior compromesso che abbiamo trovato finora, ma stiamo continuando ad esaminare altre possibilità, è il seguente. Partendo dallo stesso insieme di dati da cui si è selezionato il campione sperimentale, richiediamo:

- 2 μ centrali (tracce che hanno *stub* nelle camere CMU o CMP), ma di cui almeno uno *non* superi il filtro SLT;
- $p_{t\mu} > 2\text{ GeV}$;
- $m_{\mu\mu} > 5\text{ GeV}$;
- almeno 1 $d - \phi$ *cluster* contenente uno dei due μ .

La selezione è la stessa del campione di dati, salvo per la richiesta sul filtro SLT.

A questo punto ci costruiamo due campioni distinti di fondo, uno per il *vertex side* e l'altro per l'*away side*, con l'ulteriore richiesta:

- *VX*: il “ μ ” del *vertex side* è *CMP-fiduciale* ma non ha *CMP-stub*;
- *AW*: il “ μ ” dell’*away side* è *CMP-fiduciale* ma non ha *CMP-stub*.

Essere *CMP-fiduciale* ma non avere *CMP-stub* significa che l’extrapolazione della traccia nella camera CMP cade in una zona attiva di questo rivelatore, ma non ci sono *hit* entro una certa zona, la cui larghezza è determinata in base allo *scattering* multiplo previsto.

Facciamo alcune osservazioni su questo campione di fondo.

- Avere *CMP-stub* per una traccia che è *CMP-fiduciale* è una delle richieste del filtro SLT, ed è applicata solo per $p_t > 3 \text{ GeV}$. Si noti che per il campione di dati si richiede $p_t > 2 \text{ GeV}$ per entrambi i μ : quindi la selezione dei due campioni (fondo e dati) non è esattamente la stessa dal punto di vista cinematico. Ciò potrebbe creare degli effetti sistematici nella valutazione del fondo se si utilizzano, come vedremo nel prossimo paragrafo, delle variabili cinematiche per separare le due popolazioni. Studi sono in corso per controllare questi eventuali effetti.
- La richiesta che una traccia *CMU* sia *CMP-fiduciale* ma non abbia *CMP-stub* è estremamente efficiente per selezionare adroni (*punch-through* o decadimenti in volo), mentre per contro è molto inefficiente per i veri μ (da *b* o da *c*). La ragione è che tra la *CMU* e la *CMP* c’è uno strato di 60 cm di acciaio, corrispondenti a circa 3 lunghezze di interazione. Un modo per verificare se il campione di fondo è ricco di *punch-through* è di guardare l’asimmetria di carica del muone (sia per il μ del *vertex side* che dell’*away side*), così definita:

$$A(\mu) \equiv \frac{N(\mu^+) - N(\mu^-)}{N(\mu^+) + N(\mu^-)} \quad (5.5)$$

Poiché i K^- contengono l’*anti-quark* \bar{u} , e questo può annichilare con il *quark* u presente nella materia ordinaria (protoni e neutroni), mentre i K^+ contengono il *quark* u , segue che la sezione d’urto di interazione dei K^+ con la materia è minore rispetto ai K^- , e quindi è maggiore la probabilità che sia un K^+ ad arrivare fino alla camera *CMU*. Pertanto l’asimmetria 5.5 è positiva. Per i pioni positivi e negativi non c’è differenza, e quindi il loro effetto è di diluire l’asimmetria. Il processo elettromagnetico di cattura di μ^- , π^- , e K^- da parte dei nuclei è trascurabile; così pure l’asimmetria dovuta alla violazione di CP. Nella tabella 5.1 è riportata l’asimmetria nel *vertex* e *away side* per entrambi i campioni di fondo. Si noti l’alto valore dell’asimmetria per il “ μ ” che è *CMP-fiduciale* ma che non ha *CMP-stub*. Il fatto che l’asimmetria per l’altro μ , a cui non richiediamo nulla, sia consistente con zero è dovuta alla richiesta del *trigger* che vi sia almeno una traccia *CMU-CMP* nell’evento, come si è visto nel

	$A(\mu_{VX})$	$A(\mu_{VX})$
<i>fondo VX</i>	$(13.3 \pm 2.4)\%$	$(2.0 \pm 2.5)\%$
<i>fondo AW</i>	$(-0.7 \pm 2.2)\%$	$(14.6 \pm 2.2)\%$

Tabella 5.1: *Asimmetria di carica per il muone nel vertex side (VX) e away side (AW), nei due campioni di fondo.*

paragrafo 2.2.5. In altri termini, la frazione di eventi comuni ai due campioni di fondo, quello del *vertex* e quello dell'*away*, è molto piccola. Questo però non implica, necessariamente, che sia piccola la frazione di eventi con entrambi i muoni falsi anche nel campione di dati. La ragione è la diversa selezione cinematica nel campione di fondo ($p_t > 3 \text{ GeV}$) rispetto al campione di dati ($p_t > 2 \text{ GeV}$). Torneremo su questo punto più avanti.

- Dalle due osservazioni precedenti segue che se cambiassimo la selezione del campione di dati, richiedendo che entrambi i μ abbiano $p_t > 3 \text{ GeV}$ e siano CMU e CMP, allora avremmo un campione di dati molto più pulito e inoltre il campione del fondo avrebbe esattamente le stesse richieste cinematiche, rendendo più affidabile la stima del fondo, e quindi minore sarebbe l'errore sistematico su tale stima. Il prezzo da pagare è la statistica: infatti rimarrebbe meno di un quarto degli eventi che abbiamo con la selezione più morbida. Torneremo su questa delicata e importante questione nell'ultimo capitolo.
- Si è richiesto che solo uno dei due " μ " sia *CMP-fiduciale* ma non abbia *CMP-stub*, mentre l'altro può superare oppure no il filtro SLT, in modo da includere nel fondo anche gli eventi $b\bar{b}$ in cui uno dei due muoni è un vero μ proveniente dal decadimento $b \rightarrow \mu$ o $b \rightarrow c \rightarrow \mu$, mentre l'altro è un falso muone proveniente dal decadimento adronico del secondo b , o dalla frammentazione di quest'ultimo, oppure è un vero μ da decadimento in volo di un π o K proveniente dal decadimento o dalla frammentazione del secondo b . Naturalmente, sono inclusi anche gli eventi con entrambi falsi muoni, che possono originare da processi *jet-jet*, con o senza *heavy-flavor*, in cui entrambi i muoni sono o da decadimento in volo o adroni di frammentazione oppure adroni di decadimento degli adroni pesanti.

Il numero di eventi nel campione di fondo prima / dopo il taglio in p_t^{rel} è il seguente:

$$\begin{array}{rcl}
 VX & 1660 & / \quad 982 \\
 AW & 1982 & / \quad 1295
 \end{array} \tag{5.6}$$

5.4 Fit a tre componenti

La strategia seguita per determinare la frazione di eventi $c\bar{c}$, f_{cc} , e di falsi muoni, f_{bkg} , è la seguente. Si supponga di trovare una variabile cinematica, ξ , la cui distribuzione sia molto diversa per le tre popolazioni:

1. $c\bar{c}$;
2. falsi muoni;
3. $b\bar{b}$.

Si cerca allora qual è la combinazione di queste tre componenti che riproduce meglio la distribuzione osservata per il campione di dati. Più precisamente, dette $H_{cc}(\xi)$, $H_{bkg}(\xi)$, $H_{bb}(\xi)$, $H_{data}(\xi)$ le distribuzioni normalizzate della variabile ξ , per le tre popolazioni suddette e per il campione di dati, rispettivamente, si minimizza rispetto a f_{cc} , f_{bkg} la seguente funzione:

$$\chi^2 \equiv \sum_{i=1}^{n_{bin}} \left(\frac{H_{data}(\xi_i) - H_{fit}(\xi_i)}{\sigma_i} \right)^2 \quad (5.7)$$

ove:

$$H_{fit}(\xi_i) = f_{cc} \cdot H_{cc}(\xi) + f_{bkg} \cdot H_{bkg}(\xi) + (1 - f_{cc} - f_{bkg}) \cdot H_{bb}(\xi) \quad (5.8)$$

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_{data})^2 + (f_{cc}\sigma_{cc})^2 + (f_{bkg}\sigma_{bkg})^2 + ((1 - f_{cc} - f_{bkg})\sigma_{bb})^2} \quad (5.9)$$

Le variabili cinematiche che prenderemo in considerazione sono:

- $|d(\mu)|$: modulo del parametro d'impatto del μ ;
- $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$: proiezione del momento del μ nel piano ortogonale alla direzione del *jet*:

$$p_t^{rel(jet\ no\ mu)} = \left| \vec{p}(\mu) \wedge \frac{\vec{p}_{jet\ no\ mu}}{|\vec{p}_{jet\ no\ mu}|} \right| \quad (5.10)$$

- $m_B^{(jet)}$: massa invariante di tutte le tracce del *jet* incluso il μ .

Qui per *jet* si intende non un *cluster* calorimetrico, bensì un *cluster* di tracce, determinato utilizzando un algoritmo (TRKSJT, impiegato in diverse analisi a CDF), che funziona nel seguente modo: si inizia con una traccia, detta *seme*, che deve avere $p_t > 1\ GeV$, e si associano ad essa le tracce con $p_t > 400\ MeV$ che sono dentro un cono di semiapertura $\Delta R = 0.7$ nel piano $\eta - \phi$, rispetto alla direzione del *jet*, che viene rideterminata ad ogni nuova traccia aggiunta.

I μ sono valide tracce *seme*. Un *jet* deve avere almeno una traccia. Quindi per i nostri eventi ci sono sempre almeno due *jet*. Associamo a ciascun μ il *jet* più vicino (ΔR minore), escludendo i casi in cui vi sia solo una traccia (che è il muone).

Quando si calcola il $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$, si sottrae il momento del μ a quello del jet .

La ragione che ci induce a usare le variabili cinematiche p_t^{rel} e m_B riferite al jet di tracce anziché al più “familiare” $cluster\ d - \phi$ è duplice:

- si può applicare sia nel *vertex side* che nell’*away side*, mentre il $cluster\ d - \phi$ è definito solo dalla parte del vertice;
- si può applicare ad un campione prima di richiedere il *tag* (cioè presenza di almeno un $cluster\ d - \phi$): questo può essere utile per controllare i risultati dei *fit* a tre componenti utilizzando come *template* per il fondo un campione alternativo *pre-tag*, che dovrebbe essere meno contaminato dal segnale. Naturalmente un siffatto campione può servire solo come controllo, perché non possiamo da questo estrarre l’andamento temporale del fondo, che è essenziale per il *fit* di Δm_{B_d} .

In generale è difficile fare un *fit* a 3 componenti a meno che i *template* siano diversissimi tra loro. In pratica conviene aiutare il *fit* aggiungendo “a mano” delle informazioni sulla fisica dei processi coinvolti:

1. gli eventi $c\bar{c}$ contribuiscono solo come OS (eventi in cui i due muoni hanno segno opposto);
2. gli eventi con falsi μ hanno uguale probabilità ($\frac{1}{2}$) di essere OS o LS (eventi in cui in muoni hanno stesso segno).

L’idea è quindi di fare un *fit* simultaneo della variabile cinematica considerata per gli OS e per i LS, con i vincoli suddetti. Il contributo $b\bar{b}$ ai LS (OS) è fissato alla frazione $\left(\frac{LS}{OS+LS}\right)_{MC}$ ($\left(\frac{OS}{OS+LS}\right)_{MC}$) determinata nel campione di MC $b\bar{b}$. Ciò significa, in pratica, fissare la frazione di sequenziali e il parametro di *mixing* così come sono stati usati nella generazione+simulazione. A questo punto occorrerebbe rifare il *fit* cambiando la frazione $\left(\frac{LS}{OS+LS}\right)_{MC}$ ($\left(\frac{OS}{OS+LS}\right)_{MC}$) in modo da stimare la sistematica dovuta all’incertezza sulla frazione di sequenziali; così pure determinare la sistematica dovuta sulla scelta del *binning*, e per il *fit* sul parametro d’impatto la sistematica dovuta al valore della vita media usata nel Monte Carlo. Noi abbiamo seguito, per semplicità, un approccio diverso: utilizzeremo la differenza tra i valori di fondo ottenuti con diversi metodi come stima dell’errore sistematico. Questo del resto risulta maggiore delle differenze ottenute per ciascun metodo variando il *binning* e i parametri usati nel Monte Carlo. Nel seguito, pertanto, daremo solo l’errore statistico (legato al numero di eventi nei vari campioni) dei vari *fit*; tutti i risultati si riferiscono all’applicazione di tutti i tagli dell’analisi, escluso soltanto quello in $p_t^{rel} > 1.3\ GeV$ (qui il p_t^{rel} è rispetto al $cluster\ d - \phi$). Le frazioni di fondo dopo tutti i tagli è infine determinata tenendo conto delle efficienze nei diversi campioni ($c\bar{c}$, falsi muoni, $b\bar{b}$) del taglio in p_t^{rel} .

5.5 Il fit su $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$

Nella figura 5.3 mostriamo le distribuzioni normalizzate del $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$, nel *vertex side*, per i dati e i vari *template*, e il risultato del fit per *LS (Like Sign)* e *OS (Opposite Sign)*.

Le analoghe distribuzioni per l'*away side* si trovano in figura 5.5.

Riportiamo nella tabella 5.2 il risultato del fit.

	f_{cc}	f_{bkg}
VX	$(4 \pm 1)\%$	$(27 \pm 4)\%$
AW	$(0 \pm 1)\%$	$(34 \pm 4)\%$

Tabella 5.2: Risultato del fit in $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$ nel *vertex* e *away side*.

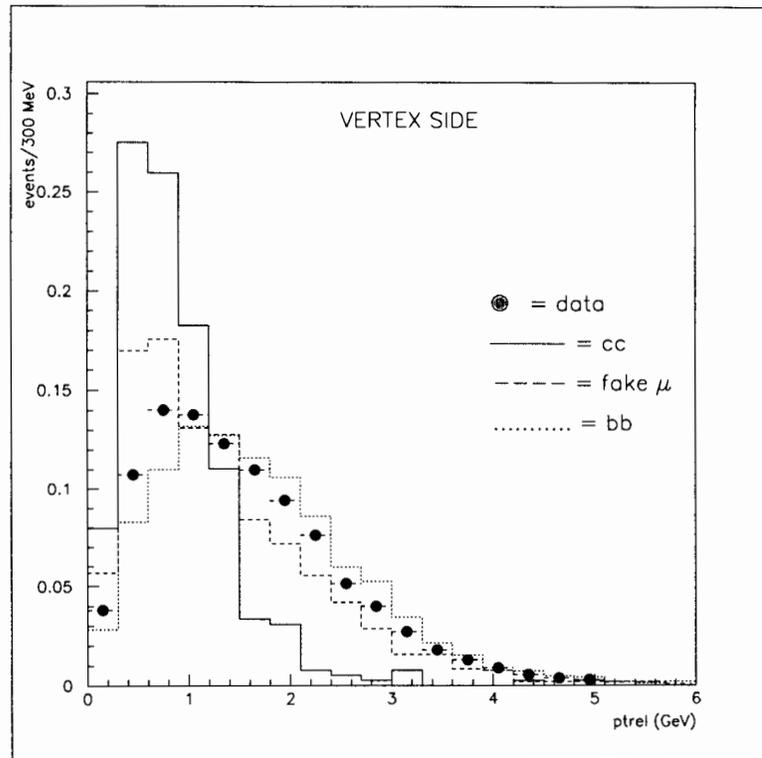


Figura 5.2: Distribuzioni normalizzate della variabile $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$ nel vertex side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ , $b\bar{b}$.

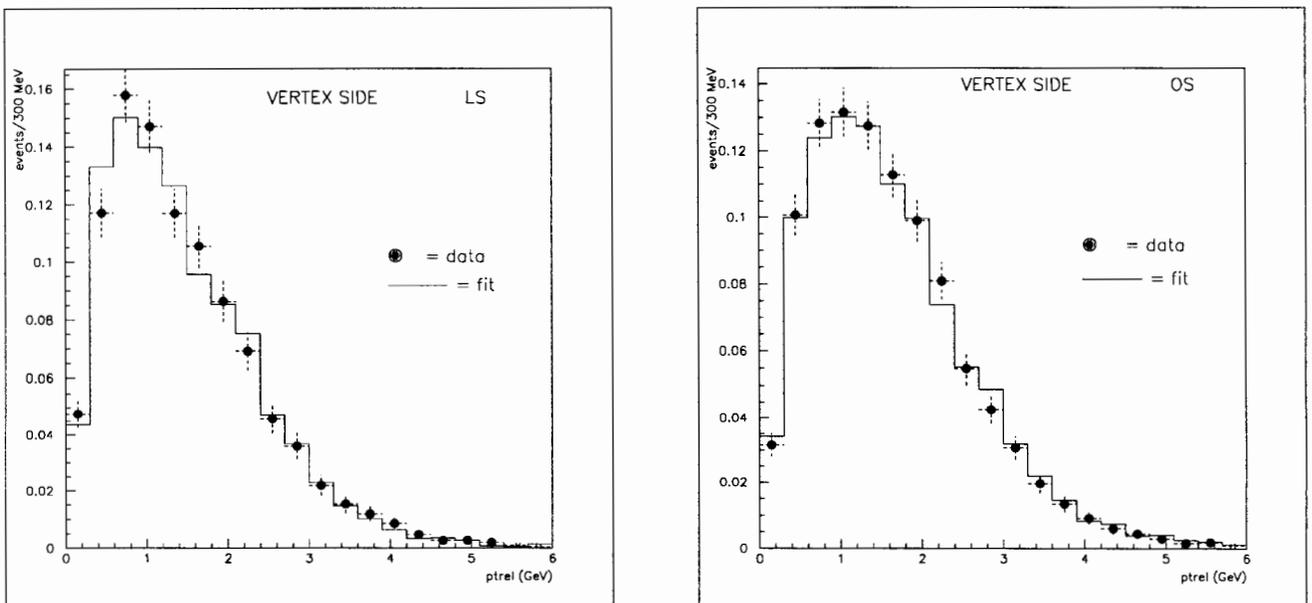


Figura 5.3: Risultato del fit in $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS (sinistra) e OS (destra), nel vertex side.

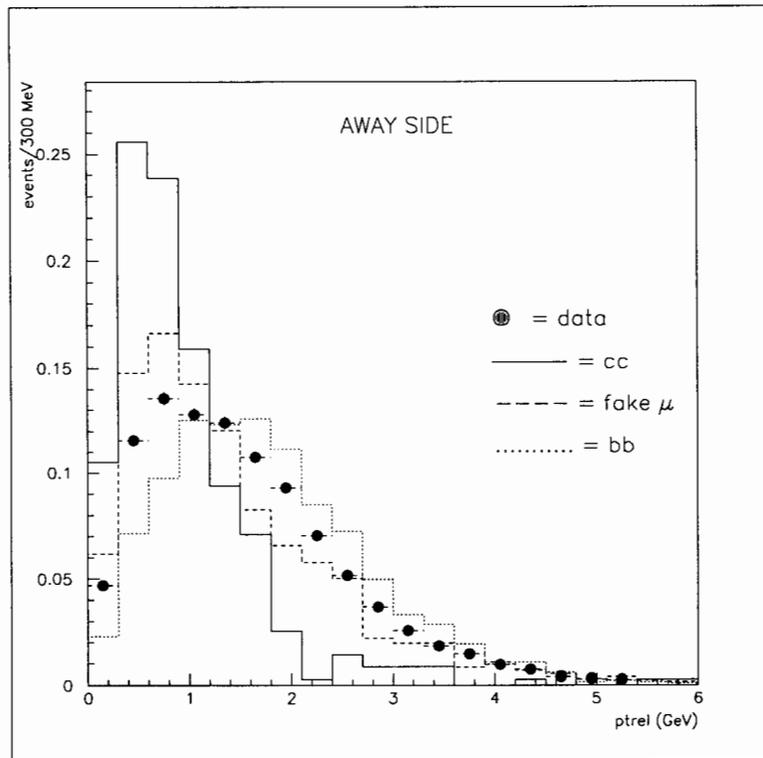


Figura 5.4: Distribuzioni normalizzate della variabile $p_t^{rel(jet nomu)}$ nell'away side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ , $b\bar{b}$.

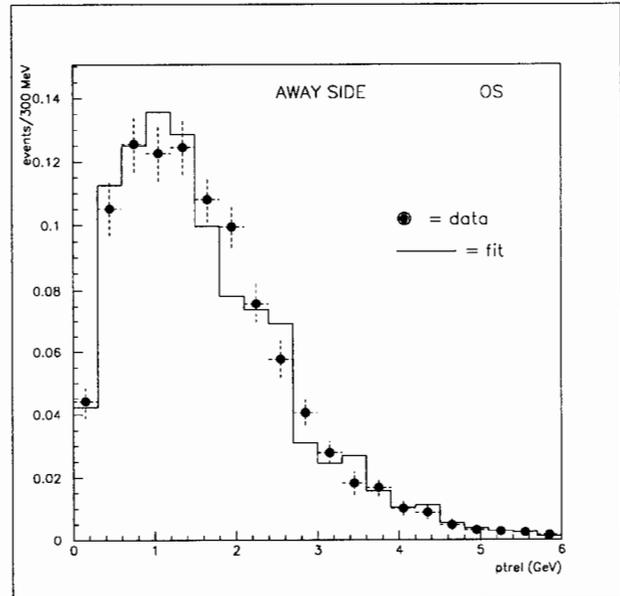
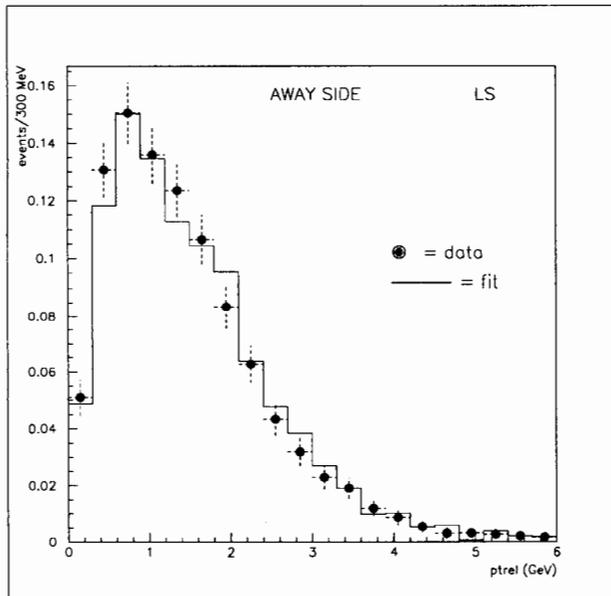


Figura 5.5: Risultato del fit in $p_t^{rel(jet nomu)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS (sinistra) e OS (destra), nell'away side.

5.6 Il fit su $m_B^{(jet)}$

Nella figura 5.7 mostriamo le distribuzioni normalizzate di $m_B^{(jet)}$, nel *vertex side*, per i dati e i vari *template*, e il risultato del fit per LS e OS.

Le analoghe distribuzioni per l'*away side* si trovano in figura 5.9.

Riportiamo nella tabella 5.3 il risultato del fit.

	f_{cc}	f_{bkg}
VX	$(6 \pm 3)\%$	$(24 \pm 4)\%$
AW	$(0 \pm 2)\%$	$(28 \pm 5)\%$

Tabella 5.3: Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ nel *vertex* e *away side*.

5.7 Il fit sul parametro d'impatto del μ

Dai risultati precedenti segue che la frazione di $c\bar{c}$ è piccola. Per rendere più sensibile il fit del parametro d'impatto del μ alla frazione di falsi μ è conveniente fissare f_{cc} e fare un fit a due componenti. Infatti i *template* per il campione di fondo e per i $b\bar{b}$ sono ben separati, mentre quello dei $c\bar{c}$ è intermedio ai due. Fissiamo quindi, per essere conservativi sulla stima del fondo di falsi μ , $f_{cc} = 0$, poiché se lo fissassimo, per esempio, a 2%, il fit fornirebbe un valore di f_{bkg} più piccolo.

Facendo un fit a due componenti non è più necessario separare LS e OS.

Nella figura 5.11 mostriamo le distribuzioni normalizzate di $|d(\mu)|$ per i dati, $b\bar{b}$, e falsi μ nel *vertex side*, e il risultato del fit.

Le analoghe distribuzioni per l'*away side* si trovano in figura 5.13.

Si noti l'eccesso di μ a basso parametro d'impatto per i dati rispetto al Monte Carlo $b\bar{b}$, sia nel *vertex side* che nell'*away*. Riportiamo nella tabella 5.4 il risultato del fit.

Il parametro d'impatto è la variabile più "sicura" per estrarre la frazione di fondo di

	f_{bkg}
VX	$(28 \pm 2)\%$
AW	$(24 \pm 2)\%$

Tabella 5.4: Risultato del fit per il parametro d'impatto del μ nel *vertex* e *away side*.

falsi μ , perché è l'unica variabile che non dipende, in prima approssimazione, dal p_t del μ . Questo è importante in quanto, come si è accennato in precedenza, la selezione del campione di fondo richiede di fatto $p_t(\mu) > 3 GeV$, mentre per il campione di dati si ha $p_t(\mu) > 2 GeV$, e quindi non è detto che le distribuzioni cinematiche, come $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$ e $m_B^{(jet)}$, ottenute dal campione di fondo riproducano correttamente le rispettive distribuzioni per il sotto-campione di falsi muoni nel campione di dati.

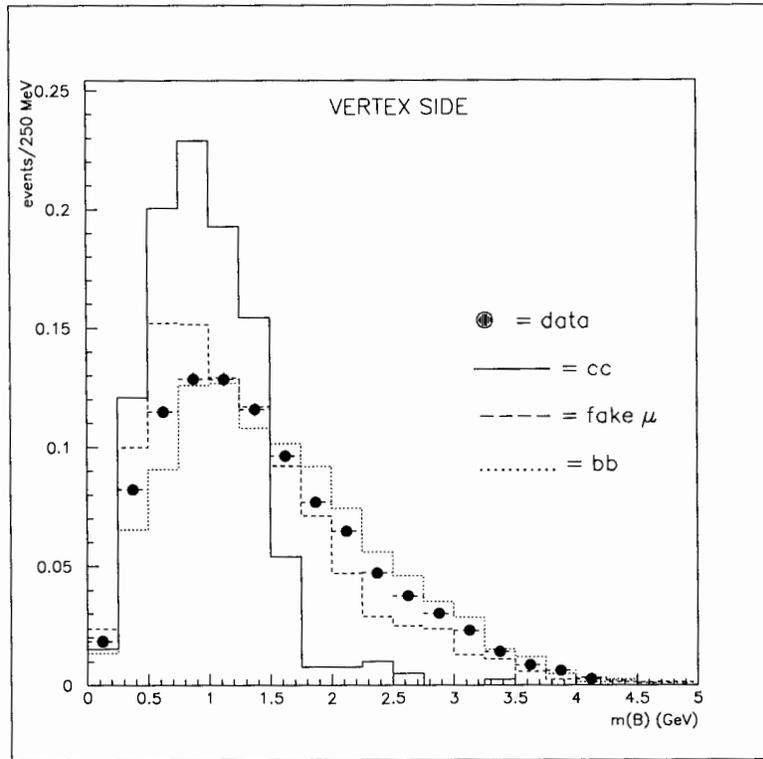


Figura 5.6: Distribuzioni normalizzate della variabile $m_B^{(jet)}$ nel vertex side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ , $b\bar{b}$.

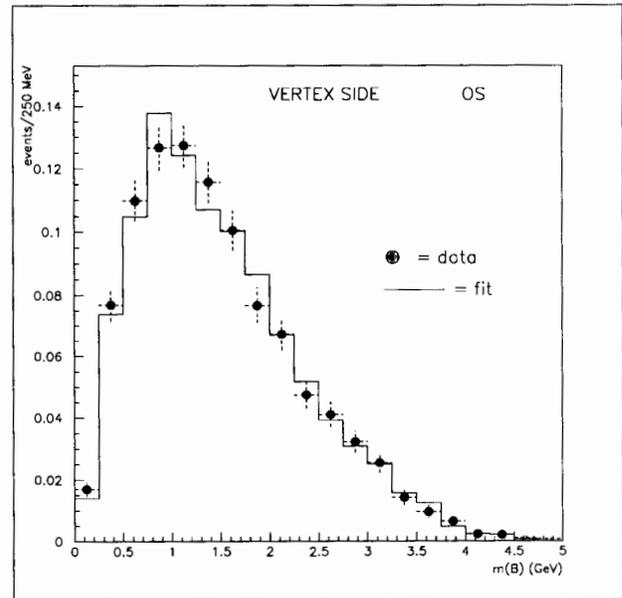
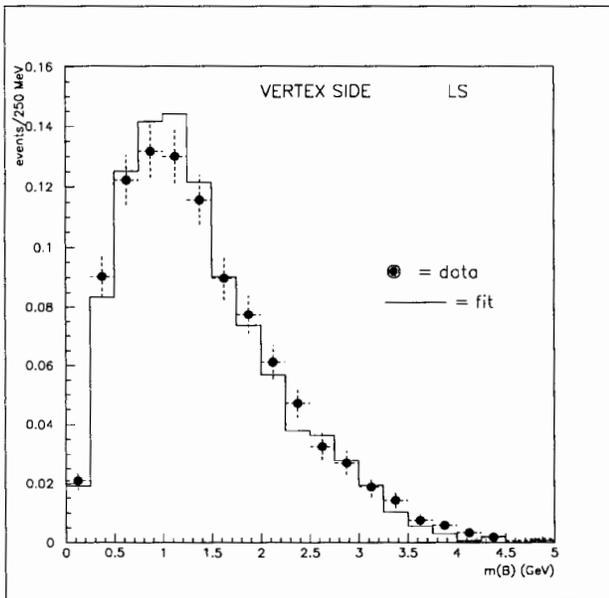


Figura 5.7: Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS (sinistra) e OS (destra), nel vertex side.

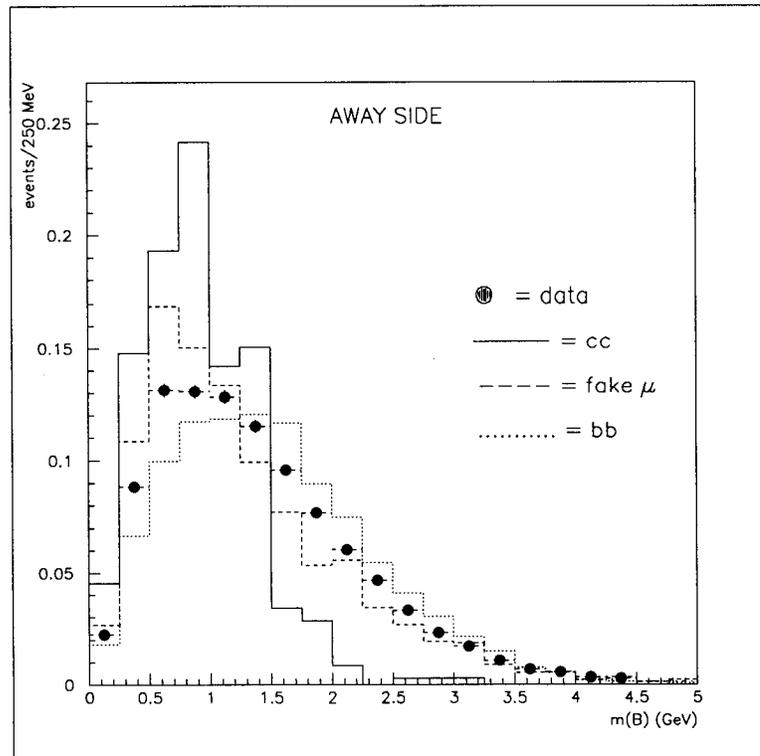


Figura 5.8: Distribuzioni normalizzate della variabile $m_B^{(jet)}$ nell'away side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ , $b\bar{b}$.

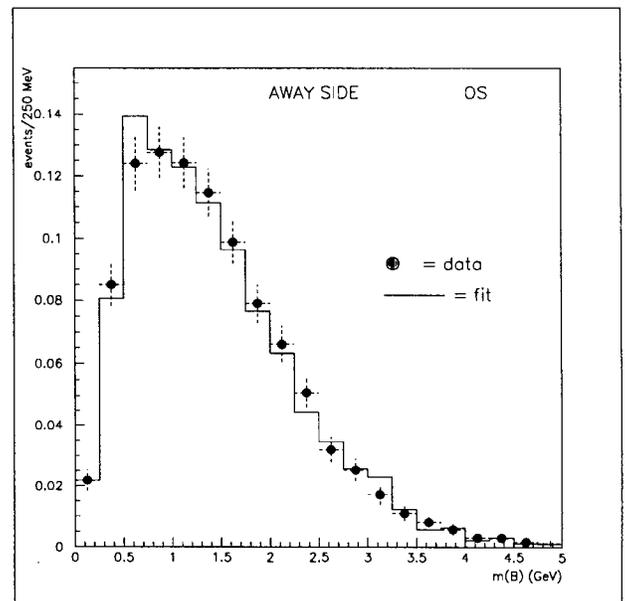
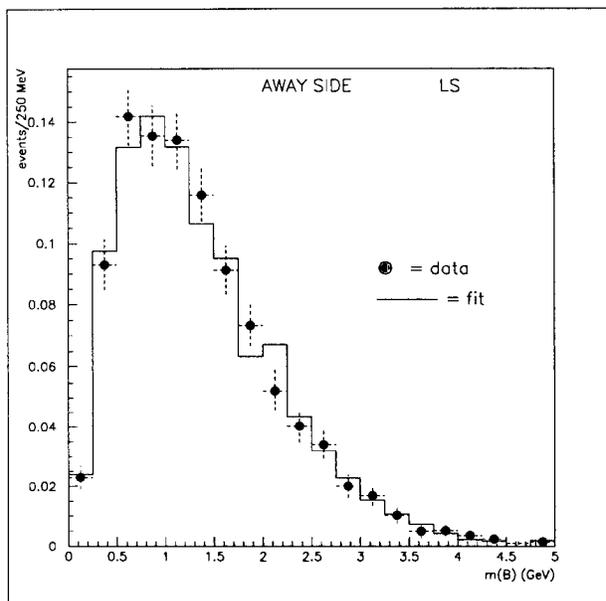


Figura 5.9: Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS (sinistra) e OS (destra), nell'away side.

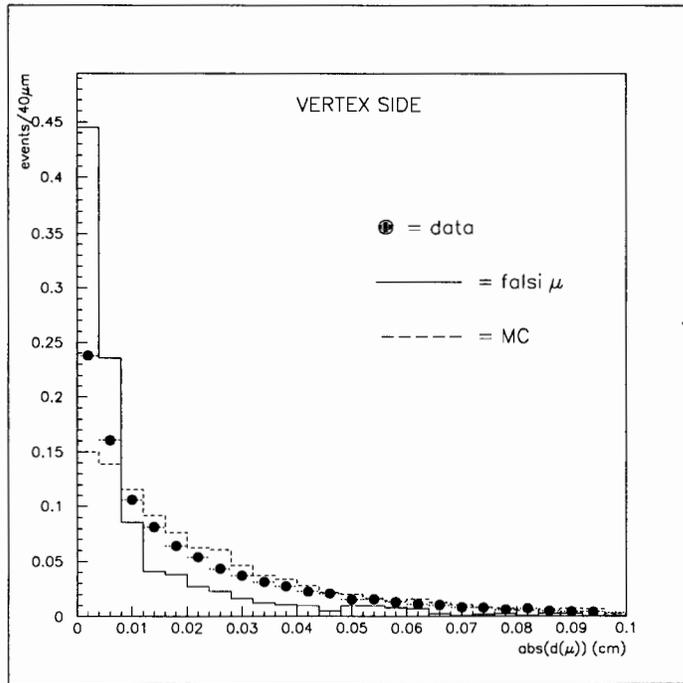


Figura 5.10: Distribuzioni normalizzate della variabile $|d(\mu)|$ nel vertex side per i dati, falsi μ , $b\bar{b}$.

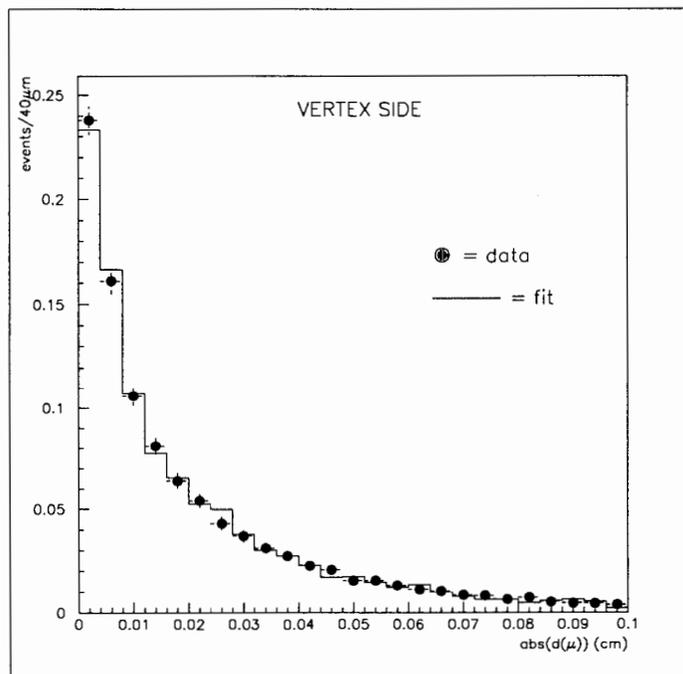


Figura 5.11: Risultato del fit in $|d(\mu)|$ sovrapposto alla distribuzione dei dati nel vertex side.

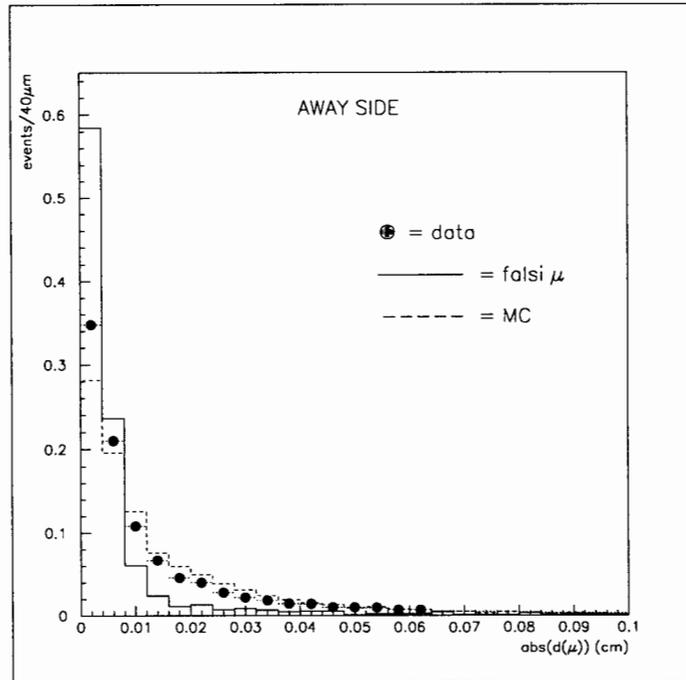


Figura 5.12: Distribuzioni normalizzate della variabile $|d(\mu)|$ nell'away side per i dati, falsi μ , $b\bar{b}$.

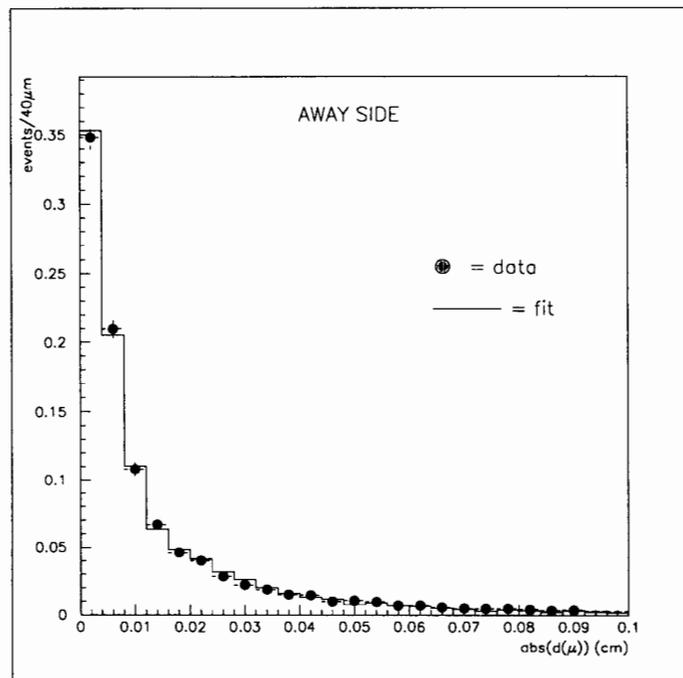


Figura 5.13: Risultato del fit in $|d(\mu)|$ sovrapposto alla distribuzione dei dati nell'away side.

5.8 Controllo dei *fit* su campioni di fondo *pre-tag*

Per controllare le stime del fondo ottenute con i metodi precedenti, si sono ripetuti gli stessi *fit* cambiando però i *template* del fondo. In questo caso il campione di fondo è stato ottenuto senza applicare la richiesta di un *cluster* $d - \phi$, nel modo seguente: si parte dallo stesso *trigger* da cui si è estratto il campione di dati, richiedendo:

$$\begin{aligned} & 2 \text{ CMU o CMP} \\ & p_t > 2 \text{ GeV} \\ & m_{\mu\mu} > 5 \text{ GeV} \end{aligned}$$

per ciascun evento si sceglie casualmente (cioè senza guardare il p_t , per non avere *bias*) uno dei due μ , e si considera il p_t^{rel} e m_B riferite al *jet* di tracce associato al μ che è scelto solo se è *CMP-fiduciale* ma non ha *CMP-stub*.

I risultati ottenuti sono riportati nella tabella 5.5.

I risultati sono compatibili con quanto ottenuto in precedenza.

	<i>VERTEX SIDE</i>	<i>AWAY SIDE</i>
$p_t^{rel(jet\ no\ \mu)}$	$f_{cc} = (3 \pm 1)\%$ $f_{bkg} = (28 \pm 3)\%$	$f_{cc} = (1 \pm 2)\%$ $f_{bkg} = (32 \pm 3)\%$
$m_B^{(jet\ no\ \mu)}$	$f_{cc} = (0 \pm 1)\%$ $f_{bkg} = (33 \pm 3)\%$	$f_{cc} = (0 \pm 1)\%$ $f_{bkg} = (35 \pm 4)\%$
$ d(\mu) $	$f_{bkg} = (22 \pm 2)\%$	$f_{bkg} = (26 \pm 3)\%$

Tabella 5.5: *Stime dei fondi ottenute estraendo il template del fondo prima del tag.*

5.9 Riassunto del fondo dopo tutti i tagli

Dalle stime dei fondi, prima del taglio in p_t^{rel} , discusse nei paragrafi precedenti, assumiamo i seguenti valori:

$$\begin{aligned} f_{cc} &\approx (2 \pm 2)\% \\ f_{bkg}^{VX} &\approx f_{bkg}^{AW} \approx (27 \pm 6)\% \end{aligned} \quad (5.11)$$

Per determinare da questi valori le frazioni di fondo dopo il taglio in p_t^{rel} , occorre conoscere le efficienze di questo taglio nei campioni $c\bar{c}$, falsi muoni, $b\bar{b}$. La tabella 5.6 riporta i numeri di eventi prima e dopo il taglio in p_t^{rel} e l'efficienza ottenuta dal rapporto di questi numeri per i diversi campioni. Le frazioni di fondo dopo il taglio in p_t^{rel} si ottengono nel seguente modo:

$$f_i^{(dopo)} = \frac{f_i^{(prima)} \cdot \epsilon_i^{(taglio)}}{\sum_{j=c\bar{c}, bkg, VX, bkg, AW, b\bar{b}} f_j^{(prima)} \cdot \epsilon_j^{(taglio)}} \quad (5.12)$$

	N no p_t^{rel} cut	N dopo p_t^{rel} cut	efficienza
$c\bar{c}$	366	111	$(30.3 \pm 2.4)\%$
falsi μ VX	1660	982	$(59.2 \pm 1.2)\%$
falsi μ AW	1982	1295	$(65.3 \pm 1.1)\%$
$b\bar{b}$	4608	3236	$(70.2 \pm 0.7)\%$

Tabella 5.6: Numeri di eventi prima e dopo il taglio in p_t^{rel} ed efficienza del taglio per i diversi campioni.

ove $f_{b\bar{b}} = (1 - f_{c\bar{c}} - f_{bkg}^{VX} - f_{bkg}^{AW})$.

Il risultato è:

$$f_{cc} \approx (1 \pm 1)\% \\ f_{bkg}^{VX} = (25 \pm 5)\% \quad ; \quad f_{bkg}^{AW} = (27 \pm 6)\% \quad (5.13)$$

5.10 Andamento in $c\tau$ del fondo

Nella funzione di *fit* per estrarre Δm_{B_d} , come vedremo nel prossimo capitolo, entra la densità di probabilità, in funzione del tempo proprio ricostruito t , di avere un evento con almeno uno dei due μ falsi:

$$f_{bkg} \cdot P_{bkg}(t) \quad ; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} P_{bkg}(t) dt = 1 \quad (5.14)$$

con:

$$t = F_{corr}(m_{cluster}, p_{t\ cluster}) \cdot \frac{5.279 \cdot L_{xy}^{proj}}{p_{t\ cluster}} \quad (5.15)$$

Determiniamo $P_{bkg}(t)$ normalizzando l'istogramma della variabile t ottenuto dal campione di fondo "inclusivo", in cui cioè si richiede che almeno uno dei due muoni, o quello del *vertex side* o quello dell'*away*, oppure entrambi, siano *CMP-fiduciali* ma senza *CMP-stub*. La funzione $P_{bkg}(t)$ così ottenuta è mostrata in figura 5.14. Nella relazione 5.15, utilizzata per calcolare t , compaiono le variabili cinematiche $p_{t\ cluster}$ e $m_{cluster}$ (riferite al *cluster d - ϕ*). Vi può essere, pertanto, l'eventualità che la differente selezione cinematica del campione di fondo ($p_t > 3 GeV$), rispetto ai dati ($p_t > 2 GeV$), comporti una distorsione non trascurabile nell'andamento temporale nel campione di fondo rispetto all'effettivo comportamento della frazione di fondo presente nei dati. Studi sono in corso per valutare questo effetto.

La frazione totale integrata di *fondo*, f_{bkg} , che compare in 5.14, è data da:

$$f_{bkg} = f_{bkg}^{VX} + f_{bkg}^{AW} - f_{bkg}^{VX,AW} \quad (5.16)$$

ove f_{bkg}^{VX} e f_{bkg}^{AW} sono le frazioni di fondo rispettivamente nel *vertex side* e nell'*away*, discusse nei paragrafi precedenti; $f_{bkg}^{VX,AW}$ è la frazione di eventi con due falsi muoni

(che è inclusa sia in f_{bkg}^{VX} che in f_{bkg}^{AW}). È in fase di studio un metodo — basato ancora sul *fit* a tre componenti ma in questo caso *bidimensionale*, in cui cioè si considera come variabile indipendente la coppia di valori (ξ_1, ξ_2) , ove ξ_1 e ξ_2 indicano rispettivamente i valori della variabile cinematica presa in considerazione nel *vertex* e *away side* — per stimare $f_{bkg}^{VX,AW}$. Per il momento, useremo l'approssimazione di considerare scorrelate le probabilità di fondo di falsi muoni nei due *side*. Pertanto:

$$f_{bkg}^{VX,AW} \approx f_{bkg}^{VX} \cdot f_{bkg}^{AW} \quad (5.17)$$

Con i valori 5.13 si ricava:

$$f_{bkg}^{VX,AW} \approx (7 \pm 2)\% \quad (5.18)$$

e quindi dalla 5.16 si ottiene:

$$f_{bkg} \approx (45 \pm 8)\% \quad (5.19)$$

Infine, riportiamo nella figura 5.15, per il campione di fondo, l'andamento temporale del rapporto LS/TOT . Per un buon campione di fondo ci si aspetta un andamento costante attorno a 0.5: nel nostro caso il campione di fondo ha un numero di eventi piuttosto esiguo in ciascun *bin* (complessivamente ci sono 1056 eventi LS e 1186 OS suddivisi in 30 *bin*), e quindi si hanno grosse fluttuazioni statistiche, ma la media è attorno a 0.5. Il fatto che sia leggermente più basso può essere dovuto ad una piccola contaminazione di segnale (veri μ) nel campione di fondo.

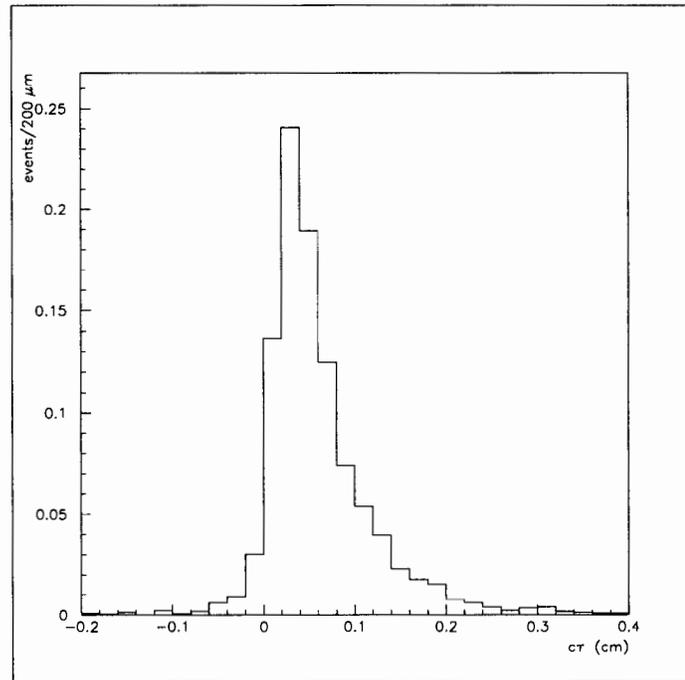


Figura 5.14: *Distribuzione normalizzata del tempo proprio ricostruito per il campione di falsi μ nel vertex side .*

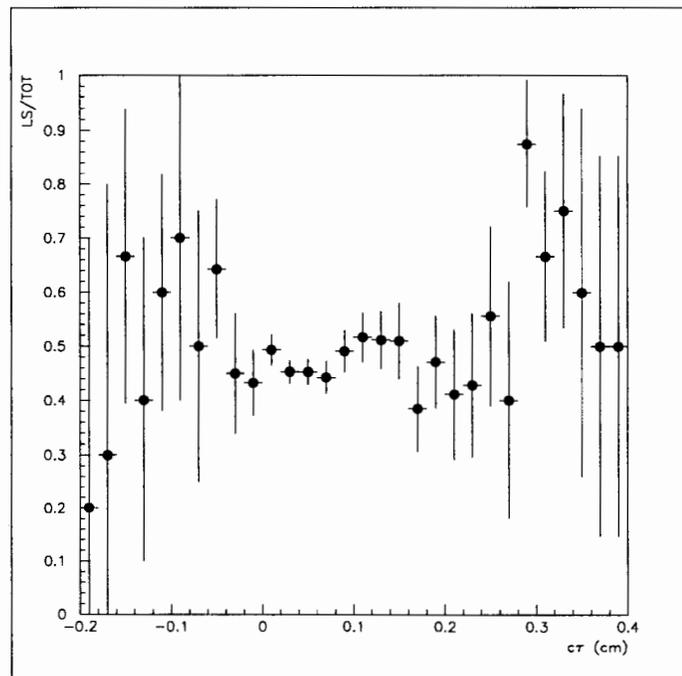


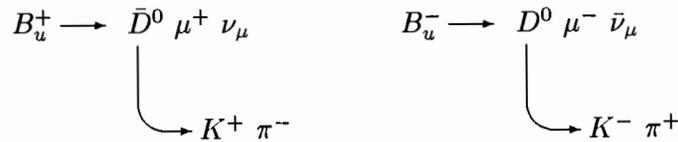
Figura 5.15: *Andamento temporale del rapporto LS/TOT per il campione di falsi μ nel vertex side .*

5.11 L'evidenza del D e D^*

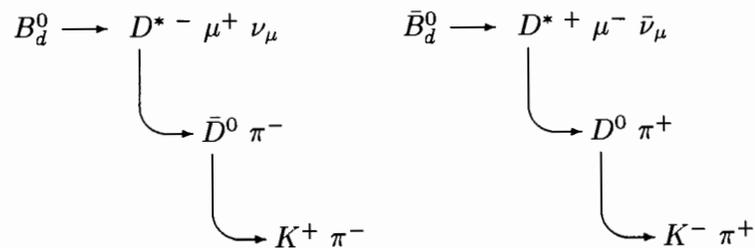
Concludiamo questo capitolo mostrando che nel campione sperimentale c'è la presenza sia di D^0 , che di $D^{*\pm}$, in una misura compatibile con quanto ci si aspetta dal Monte Carlo $b\bar{b}$. A partire da questo risultato, e sfruttando anche il diverso livello di fondo combinatoriale per il D^0 nei tre campioni (dati, Monte Carlo $b\bar{b}$, fondo di falsi muoni), illustreremo un semplice metodo qualitativo per controllare la contaminazione di fondo di falsi muoni nel *vertex side*, nel campione di dati sperimentali.

Tra i possibili decadimenti semileptonici diretti del B , ve ne sono alcuni in cui lo stato con *charm* può essere completamente ricostruito, in quanto tra i suoi prodotti non vi sono particelle neutre. Tra questi, i più convenienti, sia per i BR che per la possibilità di distinguerli dal fondo combinatoriale, sono i seguenti:

- per i B_u^\pm :



- per i B_d^0 :



Si noti che la carica del K^\pm coincide sempre con la carica del μ (per i μ sequenziali vale l'opposto).

Cerchiamo allora il segnale del D^0 nel canale $K^\pm \pi^\mp$. Si consideri il *cluster* di tracce individuato con l'algoritmo $d - \phi$: escludendo il μ , se le due tracce di più alto p_t hanno carica uguale, allora si scarta l'evento; altrimenti si associa la massa del K^\pm alla traccia che ha stesso segno del μ , mentre all'altra si associa la massa del π^\pm , e si calcola la massa invariante delle due tracce. Si noti che con questa scelta per ogni *tag* si ha al più una sola entrata nell'istogramma della massa invariante. La figura 5.16 mostra le distribuzioni della massa invariante delle suddette coppie di tracce,

per il Monte Carlo $b\bar{b}$, per i dati sperimentali, e per il campione di fondo nel *vertex side*. Si è sovrapposto, in linea tratteggiata, la distribuzione *wrong sign* cioè quella

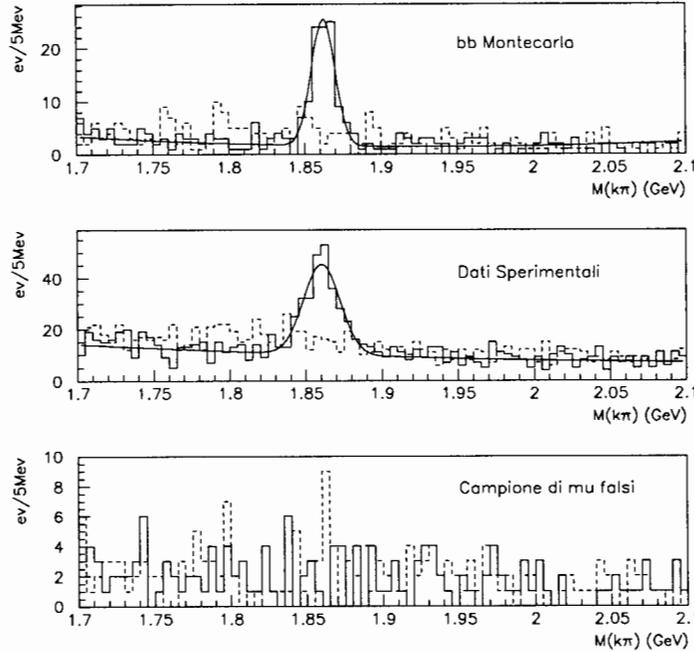


Figura 5.16: Distribuzione della massa invariante $M(K\pi)$ per i right sign (linea continua) e per i wrong sign (linea tratteggiata). In alto per il campione di Monte Carlo, al centro per il campione di dati sperimentali, e in basso per il campione di fondo.

che risulta invertendo l'assegnazione della massa K e π . Per i campione di dati e di Monte Carlo $b\bar{b}$ si nota chiaramente il segnale del D^0 solo quando si fa la corretta assegnazione di carica: ciò dimostra che la componente di *charm* che osserviamo è prodotta nel decadimento semileptonico di B . Da un *fit* della distribuzione con una gaussiana più un termine quadratico per il fondo combinatoriale, si ottiene:

- per il campione Monte Carlo:

$$m_D = (1862 \pm 1) \text{ MeV} \quad \sigma_{m_D} = (7 \pm 1) \text{ MeV}$$

$$\text{numero eventi nel picco} = 85 \pm 10$$

- per il campione di dati sperimentali:

$$m_D = (1861 \pm 1) \text{ MeV} \quad \sigma_{m_D} = (11 \pm 1) \text{ MeV}$$

$$\text{numero eventi nel picco} = 212 \pm 20$$

I numeri di eventi di segnale per i campioni di Monte Carlo e di dati sperimentali sono compatibili tra loro, tenuto conto che la luminosità dei dati è di circa 90 pb^{-1} , mentre quella equivalente per il Monte Carlo è di circa 46 pb^{-1} .

Per il campione di fondo non c'è evidenza di segnale del D .

Osserviamo che l'accordo dati - Monte Carlo $b\bar{b}$, per quanto riguarda il segnale di D^0 , e l'assenza di questo segnale nel campione di fondo non implicano affatto che i dati sperimentali siano privi di fondo. È invece il livello del fondo combinatoriale per il D^0 che è sensibile alla contaminazione di fondo di falsi muoni nel campione di dati. Vediamo allora come stimare qualitativamente tale contaminazione, ovvero la frazione di eventi, α , del campione di dati che non si comporta, dal punto di vista del segnale D , allo stesso modo degli eventi Monte Carlo $b\bar{b}$ (che, ricordiamo, non hanno falsi muoni). Per quanto visto in questo capitolo, e tenuto conto che il segnale del D riguarda solo il *vertex side*, risulta $\alpha \approx f_{bkg}^{VX}$.

Per il campione di dati possiamo scrivere le seguenti due relazioni:

$$\begin{cases} N_{data}^D &= \epsilon_{sig}^D \cdot (1 - \alpha) \cdot N_{data} \\ N_{data}^{sottoD} &= \epsilon_{sig}^{sottoD} \cdot (1 - \alpha) \cdot N_{data} + \epsilon_{bkg}^{sottoD} \cdot \alpha \cdot N_{data} \end{cases} \quad (5.20)$$

ove:

- N_{data}^D è il numero di eventi di segnale di D , cioè il numero di eventi nel picco della distribuzione di massa invariante $M(K\pi)$;
- N_{data}^{sottoD} è il numero di eventi sotto il picco della distribuzione di massa invariante $M(K\pi)$;
- ϵ_{sig}^D è la frazione di eventi di segnale del D per la componente "pura" del campione di dati, cioè $b\bar{b}$ con vero μ dalla parte del vertice secondario;
- ϵ_{sig}^{sottoD} è la frazione di eventi sotto il picco del D per la componente pura del campione di dati;
- ϵ_{bkg}^{sottoD} è la frazione di eventi sotto il picco del D per la componente di fondo del campione di dati, cioè di eventi in cui il muone del *vertex side* è falso oppure proviene da un decadimento in volo;
- N_{data} è il numero di eventi del campione di dati da cui si parte per cercare il segnale del D , secondo il metodo descritto sopra.

Abbiamo due equazioni e quattro incognite: α , ϵ_{sig}^D , ϵ_{sig}^{sottoD} , ϵ_{bkg}^{sottoD} . Utilizziamo pertanto il campione di Monte Carlo $b\bar{b}$ e di fondo. Da quest'ultimo si ricava ϵ_{bkg}^{sottoD} :

$$\epsilon_{bkg}^{sottoD} \equiv \frac{N_{bkg}^{sottoD}}{N_{bkg}} \quad (5.21)$$

ove $N_{bkg}^{sotto D}$ è il numero di eventi osservati nella regione di segnale del D , nella distribuzione di massa invariante $M(K\pi)$, nel campione di fondo; N_{bkg} è in numero di eventi di partenza del campione di fondo.

Similmente, dal campione Monte Carlo $b\bar{b}$ si ricava:

$$\begin{aligned}\epsilon_{MC}^D &\equiv \frac{N_{MC}^D}{N_{MC}} \\ \epsilon_{MC}^{sotto D} &\equiv \frac{N_{MC}^{sotto D}}{N_{MC}}\end{aligned}\quad (5.22)$$

ove N_{MC}^D , $N_{MC}^{sotto D}$ sono, rispettivamente, il numero di eventi osservati nel picco e sotto il picco del D nel campione di Monte Carlo, costituito da N_{MC} eventi.

Anche se le efficienze sperimentali per la componente di segnale possono non coincidere con quelle Monte Carlo, è ragionevole comunque assumere che ϵ_{sig}^D e $\epsilon_{sig}^{sotto D}$ scalino nella stessa maniera, cioè:

$$\begin{aligned}\epsilon_{sig}^D &= k \cdot \epsilon_{MC}^D \\ \epsilon_{sig}^{sotto D} &= k \cdot \epsilon_{MC}^{sotto D}\end{aligned}\quad (5.23)$$

dove k è un fattore di proporzionalità.

Dalla 5.20 segue allora:

$$\alpha = \frac{\epsilon_{MC}^D \cdot N_{data}^{sotto D} - \epsilon_{MC}^{sotto D} \cdot N_{data}^D}{\epsilon_{MC}^D \cdot \epsilon_{bkg}^{sotto D} \cdot N_{data}}\quad (5.24)$$

da cui, utilizzando 5.21, 5.22, si ha:

$$\alpha = N_{bkg} \cdot \frac{N_{MC}^D \cdot N_{data}^{sotto D} - N_{MC}^{sotto D} \cdot N_{data}^D}{N_{MC}^D \cdot N_{bkg}^{sotto D} \cdot N_{data}}\quad (5.25)$$

Si noti che α rimane immutato se scaliamo $N_{data}^{sotto D}$, $N_{MC}^{sotto D}$, e $N_{bkg}^{sotto D}$ per un fattore comune: possiamo perciò utilizzare, più comodamente, per tali grandezze, i valori dei polinomi, con cui si descrive il fondo combinatoriale nella distribuzione $M(K\pi)$, calcolati alla massa del D^0 .

Con i valori:

$$\begin{array}{lll} N_{data} = 15307 & N_{data}^D = 212 \pm 20 & N_{data}^{sotto D} \propto 10.17 \\ N_{MC} = 4776 & N_{MC}^D = 85 \pm 10 & N_{MC}^{sotto D} \propto 1.78 \\ N_{bkg} = 2002 & & N_{bkg}^{sotto D} \propto 1.73 \end{array}$$

risulta:

$$\alpha = (43.3 \pm 12.1)\% \quad (5.26)$$

Il valore ottenuto è compatibile, entro il largo errore statistico, con il valore del fondo nel *vertex side* determinato in 5.11, $f_{bkg}^{VX} \approx (27 \pm 6)\%$ (prendiamo il valore prima del taglio in p_t^{rel} , perché non lo abbiamo applicato per determinare il segnale del D^0). Si osservi che l'assenza di segnale di D nel campione di fondo non implica che il fondo di falsi muoni non possa originare da eventi $b\bar{b}$. Infatti, sia che il falso muone origini dal decadimento in volo di un adrone di frammentazione del b *quark*, o di un adrone proveniente dal decadimento adronico del b o c *quark*, sia che il muone stesso sia un adrone di frammentazione o di decadimento adronico di un *quark* pesante, il segnale D , così come viene determinato con il metodo sopra descritto, risulta molto depresso, sebbene fisicamente il D sia presente in percentuale ancora maggiore rispetto ad un un decadimento semileptonico del b . Questo per due ragioni: primo, perché perdiamo la correlazione di carica tra il muone e il K proveniente dal D ; secondo, perché o il π o il K selezionati potrebbero essere prodotti dal decadimento adronico del b -adrone.

Concludiamo, mostrando il segnale del $D^{*\pm}$ nel canale $D^0(\pi^\pm) \rightarrow K^\mp \pi^\pm(\pi^\pm)$. A causa della particolare cinematica del decadimento, che ha un Q valore estremamente basso (2.6 Mev), è conveniente cercare il segnale del $D^{*\pm}$ non direttamente dalla massa invariante a tre corpi, ma dalla differenza $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$. Si considerano solo gli eventi che, in accordo con quanto fatto sopra per il D^0 , abbiano la coppia di particelle appartenenti al *cluster* $d - \phi$, μ escluso, di più alto p_t con segno opposto. Si associa la massa del K alla traccia che ha stesso segno del μ , e massa del π all'altra. Se la loro massa invariante $M(K\pi)$ è compresa tra $[1.8, 1.9] GeV$ si considerano tutte altre eventuali tracce (sempre escludendo il μ) del *cluster* $d - \phi$, associando ad esse la massa del π . Per distinguerle dalle prime due le indicheremo con π_s . Per ciascuna di queste tracce si calcola la massa invariante con le prime due, $M(K\pi\pi_s)$, e poi si sottrae il valore della massa invariante $M(K\pi)$. Questa differenza entra nell'istogramma *right sign* se il segno del π_s è opposto al segno del μ , altrimenti entra nell'istogramma *wrong sign*. Si noti che, a differenza di quanto fatto per il D^0 , possono esserci più ingressi per lo stesso *tag* e anche numeri differenti di ingressi negli istogrammi *right sign* e *wrong sign*.

Queste distribuzioni sono mostrate in figura 5.17 per il Monte Carlo e in figura 5.18 per i dati sperimentali. Per i *wrong sign* non c'è alcuna evidenza di segnale; per i *right sign*, al contrario, c'è un chiaro segnale di D^* . Il numero di eventi di segnale per il Monte Carlo è approssimativamente $\approx 25 - 5 = 20 \pm 5$ eventi che è compatibile con i $\approx 73 - 16 = 57 \pm 9$ eventi osservati nei dati, tenuto conto che la luminosità equivalente del campione di Monte Carlo è circa metà rispetto ai dati sperimentali. Questi confronti, naturalmente, hanno un carattere puramente qualitativo, poiché la sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$, utilizzata nella generazione Monte Carlo, è molto

incerta; inoltre le efficienze di ricostruzione, diverse in generale tra dati e Monte Carlo, non sono state tenute in conto nei suddetti confronti.

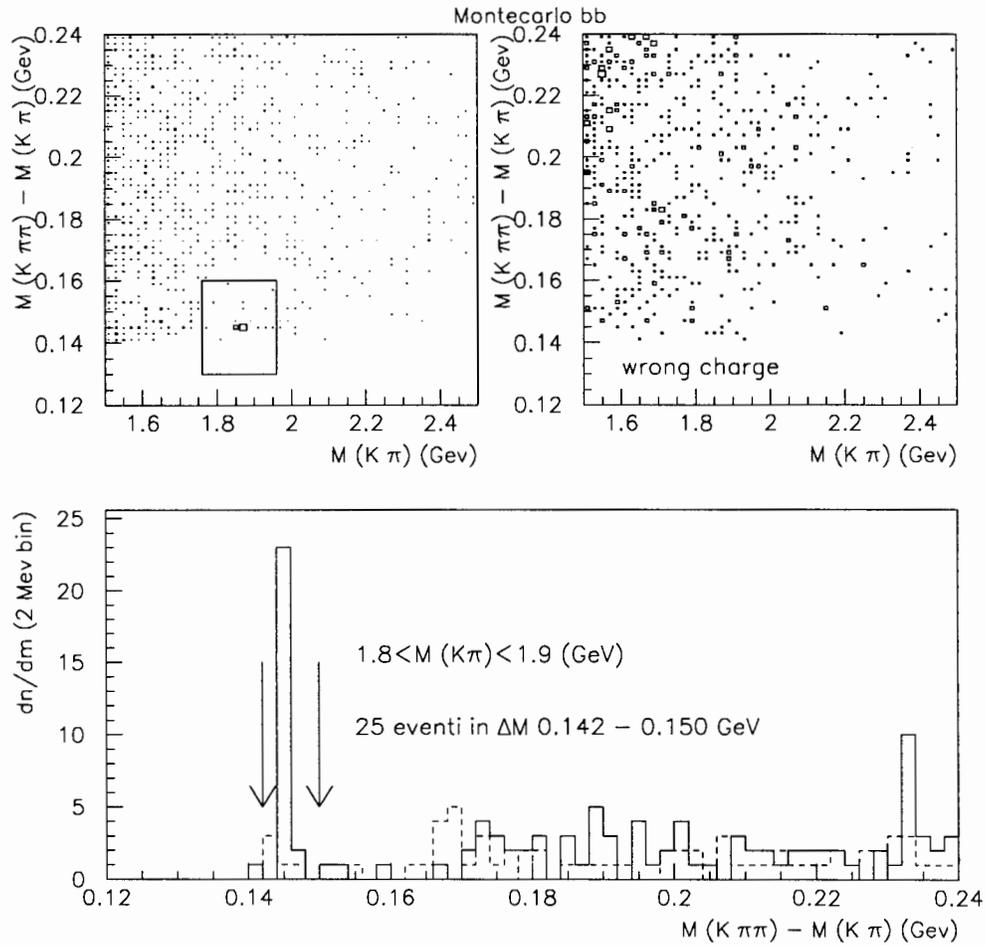


Figura 5.17: Distribuzione della differenza $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$ nel caso di corretta assegnazione della massa (linea continua), e nel caso opposto (linea tratteggiata), per il campione di Monte Carlo.

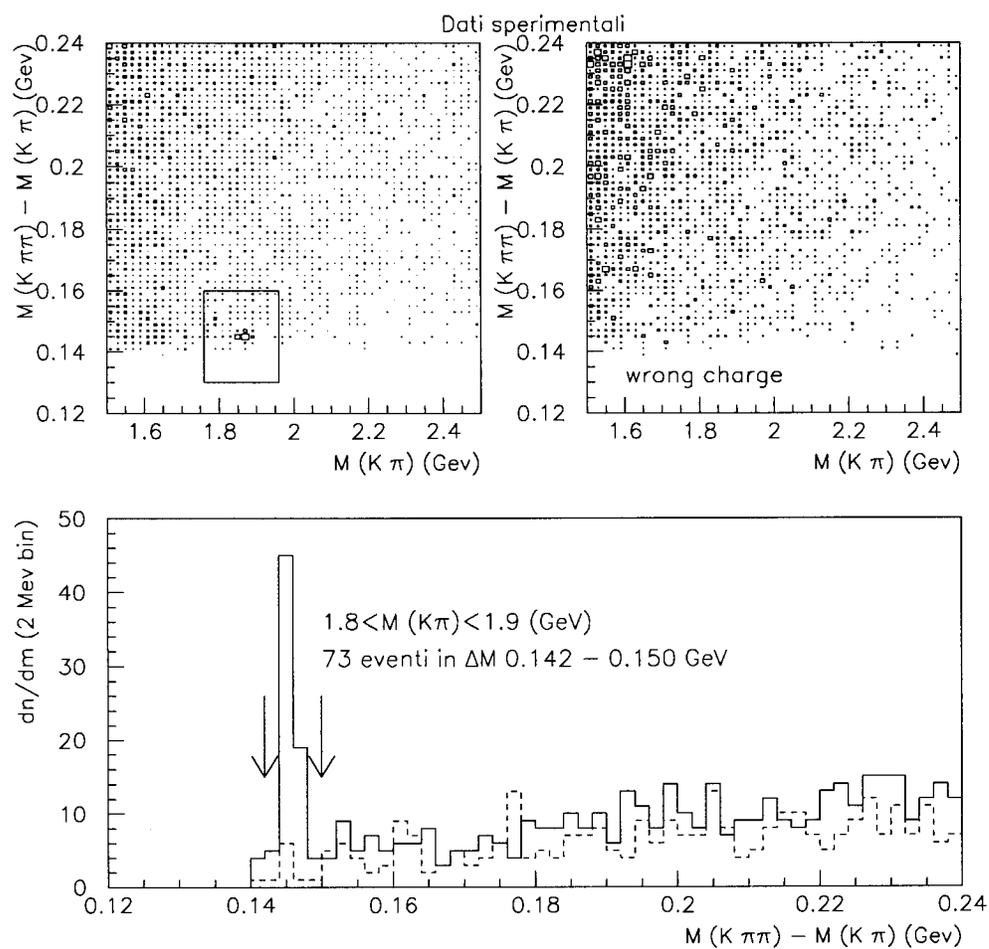


Figura 5.18: Distribuzione della differenza $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$ nel caso di corretta assegnazione della massa (linea continua), e nel caso opposto (linea tratteggiata), per il campione di dati.

Capitolo 6

Il *fit* per estrarre Δm_{B_d}

In questo capitolo verranno descritti due possibili metodi di *fit*, χ^2 e *unbinned likelihood*, che possiamo usare per ottenere dai dati Δm_{B_d} . Al momento si sta ancora lavorando su queste procedure di *fit*, in particolare sulla *likelihood*; i risultati che presenteremo nel capitolo successivo hanno quindi ancora un carattere preliminare e sono stati ottenuti utilizzando il solo *fit* χ^2 .

L'obiettivo è di esprimere le densità di probabilità temporali per gli eventi con entrambi i μ della stessa carica, e per quelli di carica opposta, in funzione di Δm_{B_d} , che sarà poi determinato in modo da avere il miglior accordo con le distribuzioni osservate nel campione di dati. Costruiremo tali funzioni di densità pezzo per pezzo, iniziando dal caso ideale puro e aggiungendo poi:

- l'effetto della risoluzione temporale;
- l'effetto della curva di efficienza;
- la presenza di due tipi di decadimento in μ , diretto e sequenziale;
- la presenza di diverse specie di B ;
- la correlazione tra i due B dell'evento;
- la contaminazione del fondo.

Concluderemo il capitolo verificando la procedura di *fit* per mezzo di un *toy* Monte Carlo.

6.1 Notazioni e definizioni

Definiamo:

- $P_b^{(i)}(t)$ densità di probabilità al tempo t , per i B_i che hanno decadimento diretto in μ , $b \rightarrow \mu$;
- $P_{b,mix}^{(\alpha)}(t)$ densità di probabilità di oscillazione al tempo t , per i B_α che hanno decadimento diretto in μ , $b \rightarrow \mu$;
- $P_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t)$ densità di probabilità di non oscillazione al tempo t , per i B_α che hanno decadimento diretto in μ , $b \rightarrow \mu$;
- $P_{bc}^{(i)}(t)$ densità di probabilità al tempo t , per i B_i che hanno decadimento sequenziale in μ , $b \rightarrow c \rightarrow \mu$;
- $P_{bc,mix}^{(\alpha)}(t)$ densità di probabilità di oscillazione al tempo t , per i B_α che hanno decadimento sequenziale in μ , $b \rightarrow c \rightarrow \mu$;
- $P_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t)$ densità di probabilità di non oscillazione al tempo t , per i B_α che hanno decadimento sequenziale in μ , $b \rightarrow c \rightarrow \mu$.

L'indice $i = d, s, u, \Lambda$ indica, rispettivamente, B_d, B_s, B_u, b -barioni (o le rispettive antiparticelle); $\alpha = d, s$ indica le due specie di B che possono oscillare. Quando in seguito si vorrà indicare le sole specie che non oscillano useremo l'indice $\bar{\alpha} = u, \Lambda$.

Per definizione:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} P_b^{(i)}(t) dt &= 1 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} P_{bc}^{(i)}(t) dt &= 1 \end{aligned} \quad (6.1)$$

inoltre:

$$\begin{aligned} P_{b,mix}^{(\alpha)}(t) + P_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) &= P_b^{(\alpha)}(t) \\ P_{bc,mix}^{(\alpha)}(t) + P_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t) &= P_{bc}^{(\alpha)}(t) \end{aligned} \quad (6.2)$$

Per ricavare la densità di probabilità suddette, occorre tener conto di due effetti:

- *risoluzione*: il tempo proprio, t , ricostruito sperimentalmente usando la 3.4, è distorto rispetto al tempo proprio "vero", t_{vero} , per l'effetto della risoluzione sperimentale;
- *efficienza di tag*: la richiesta di un vertice secondario, ovvero di un *cluster* $d-\phi$, ha un'efficienza che dipende dal tempo di decadimento del B . Per descrivere quindi l'effettivo andamento temporale nel campione selezionato è necessario includere la curva di efficienza.

In assenza di questi effetti, le densità di probabilità rispetto al tempo vero, che indicheremo con \mathcal{P} , sono (sfruttiamo la relazione 1.22):

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_b^{(i)}(t_{vero}) &= \frac{1}{\tau_b^{(i)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b^{(i)}}} \\ \mathcal{P}_{b,mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) &= \frac{1}{\tau_b^{(\alpha)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b^{(\alpha)}}} \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta m_{B\alpha} \cdot t_{vero})) \\ \mathcal{P}_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{1}{\tau_b^{(\alpha)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b^{(\alpha)}}} \cdot \frac{1}{2} (1 + \cos(\Delta m_{B\alpha} \cdot t_{vero})) \\ \mathcal{P}_{bc}^{(i)}(t_{vero}) &= \frac{1}{\tau_{bc}^{(i)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_{bc}^{(i)}}} \\ \mathcal{P}_{bc,mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) &= \frac{1}{\tau_{bc}^{(\alpha)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_{bc}^{(\alpha)}}} \cdot \frac{1}{2} (1 - \cos(\Delta m_{B\alpha} \cdot t_{vero})) \\ \mathcal{P}_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{1}{\tau_{bc}^{(\alpha)}} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_{bc}^{(\alpha)}}} \cdot \frac{1}{2} (1 + \cos(\Delta m_{B\alpha} \cdot t_{vero}))\end{aligned}$$

ove $\tau_b^{(i)}$ è la vita media per la specie i di b -adroni, nel caso di decadimento diretto; $\tau_{bc}^{(i)}$ è la vita media per la specie i di b -adroni, nel caso di decadimento sequenziale. Naturalmente, la vita media reale dei B è indipendente dal tipo di decadimento, diretto o sequenziale, quindi $\tau_{bc}^{(i)} = \tau_b^{(i)}$. Tuttavia, il metodo sperimentale utilizzato per determinare il tempo proprio del B che decade può creare una effettiva differenza per le due classi di decadimento. Ciò è quanto succede nella nostra analisi, come si è visto nel paragrafo 4.6, dove si ha:

$$\tau_{bc}^{(i)} > \tau_b^{(i)} \quad (6.3)$$

Si noti che la proprietà di normalizzazione per le densità di probabilità $\mathcal{P}(t_{vero})$:

$$\begin{aligned}\int_0^{+\infty} \mathcal{P}_b^{(i)}(t_{vero}) dt_{vero} &= 1 \\ \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{bc}^{(i)}(t_{vero}) dt_{vero} &= 1\end{aligned} \quad (6.4)$$

è ottenuta integrando sul tempo vero, che non può essere negativo, mentre l'integrazione in 6.1 è fatta rispetto al tempo ricostruito, che può essere negativo a causa della limitata risoluzione sperimentale.

6.2 L'effetto della risoluzione

Sia $Res_b^{(i)}(\Delta t)$ la risoluzione temporale per i B_i diretti, cioè la densità di probabilità della variabile $\Delta t \equiv t - t_{vero}$. Sia invece $Res_{bc}^{(i)}(\Delta t)$ la risoluzione temporale per i B_i sequenziali.

Le risoluzioni consentono di trasformare le densità di probabilità $\mathcal{P}(t_{vero})$, definite nel paragrafo precedente, da funzioni del tempo vero t_{vero} a funzioni, $\tilde{\mathcal{P}}(t)$, del tempo misurato t :

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{P}}_b^{(i)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_b^{(i)}(t_{vero}) \cdot Res_b^{(i)}(t - t_{vero}) dt_{vero} \\
\tilde{\mathcal{P}}_{b,mix}^{(\alpha)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{b,mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) \cdot Res_b^{(\alpha)}(t - t_{vero}) dt_{vero} \\
\tilde{\mathcal{P}}_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) \cdot Res_b^{(\alpha)}(t - t_{vero}) dt_{vero} \\
\tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(i)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{bc}^{(i)}(t_{vero}) \cdot Res_{bc}^{(i)}(t - t_{vero}) dt_{vero} \\
\tilde{\mathcal{P}}_{bc,mix}^{(\alpha)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{bc,mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) \cdot Res_{bc}^{(\alpha)}(t - t_{vero}) dt_{vero} \\
\tilde{\mathcal{P}}_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t) &\equiv \int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t_{vero}) \cdot Res_{bc}^{(\alpha)}(t - t_{vero}) dt_{vero}
\end{aligned} \tag{6.5}$$

ove, ricordiamo, l'indice $i = d, s, u, \Lambda$ indica le quattro classi di b -adroni (B_d, B_s, B_u b -*baryon*), mentre l'indice $\alpha = d, s$ indica le due sole classi che possono oscillare (B_d, B_s). Non usiamo qui la convenzione di sommare sugli indici ripetuti.

L'operazione:

$$\int_0^{+\infty} \mathcal{P}(t_{vero}) \cdot Res(t - t_{vero}) dt_{vero} \equiv \mathcal{P}(t_{vero}) \otimes Res(t - t_{vero}) \tag{6.6}$$

è denominata *convoluzione*.

La risoluzione Res è definita in modo da preservare la normalizzazione della funzione da convolvere, \mathcal{P} :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{P}(t_{vero}) \otimes Res(t - t_{vero}) dt = \int_0^{+\infty} \mathcal{P}(t_{vero}) dt_{vero} \tag{6.7}$$

Pertanto, dalla 6.4 segue:

$$\begin{aligned}
\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_b^{(i)}(t) dt &= 1 \\
\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(i)}(t) dt &= 1
\end{aligned} \tag{6.8}$$

La risoluzione temporale (unica per tutte le specie di b -adroni, e senza distinzio-

ne tra decadimenti diretti e sequenziali: torneremo su questa approssimazione più avanti), determinata in 4.14, risulta essere la combinazione lineare di gaussiane:

$$Res(\Delta t) = \sum_{j,k} \alpha_j \beta_k G \left(\frac{\Delta t - \mu_{jk}}{\sigma_{jk}} \right) \quad (6.9)$$

ove l'indice $j = 1, 2$ corre sulle (due) gaussiane che descrivono la risoluzione nella lunghezza di decadimento, mentre l'indice $k = 1, 2$ corre sulle (due) gaussiane che descrivono la risoluzione relativa nel momento trasverso ricostruito. I coefficienti α_j, β_k sono i pesi di queste gaussiane ($\sum_j \alpha_j = 1, \sum_k \beta_k = 1$).

Se le medie μ_{jk} e le larghezze σ_{jk} che compaiono in 6.9 fossero costanti, allora le convoluzioni 6.5 avrebbero soluzione analitica. Ma da 4.15 risulta invece:

$$\begin{aligned} \mu &\equiv \mu(t_{vero}) = a + b \cdot t_{vero} \\ \sigma^2 &\equiv \sigma^2(t_{vero}) = c + d \cdot t_{vero}^2 \end{aligned} \quad (6.10)$$

ove a, b, c, d sono delle costanti.

È pertanto necessario, purtroppo, ripiegare verso l'integrazione numerica: questo comporta un aumento gigantesco nel tempo di calcolo necessario per eseguire il *fit*.

6.3 L'effetto della curva di efficienza

Dopo aver tenuto conto dell'effetto della risoluzione temporale, il passo successivo (e l'ultimo) per ottenere finalmente le densità di probabilità reali $P(t)$ per il campione di dati selezionati è di tener conto della dipendenza temporale dei tagli utilizzati per selezionare tale campione. In particolare, come si è visto nel paragrafo 4.5, la richiesta di un vertice secondario ha un'efficienza che dipende fortemente dal tempo t .

Dette rispettivamente $\epsilon_b^{(i)}(t)$ e $\epsilon_{bc}^{(i)}(t)$ le funzioni di efficienza per i B_i diretti e sequenziali, rispettivamente, le densità di probabilità $P(t)$ si ottengono da quelle determinate nel paragrafo precedente, $\tilde{P}(t)$, nel modo seguente:

$$\begin{aligned} P_b^{(i)}(t) &= \frac{\tilde{P}_b^{(i)}(t) \cdot \epsilon_b^{(i)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}_b^{(i)}(t') \cdot \epsilon_b^{(i)}(t') dt'} \\ P_{b,mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{\tilde{P}_{b,mix}^{(\alpha)}(t) \cdot \epsilon_b^{(\alpha)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}_b^{(\alpha)}(t') \cdot \epsilon_b^{(\alpha)}(t') dt'} \\ P_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{\tilde{P}_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) \cdot \epsilon_b^{(\alpha)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}_b^{(\alpha)}(t') \cdot \epsilon_b^{(\alpha)}(t') dt'} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P_{bc}^{(i)}(t) &= \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(i)}(t) \cdot \epsilon_{bc}^{(i)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(i)}(t') \cdot \epsilon_{bc}^{(i)}(t') dt'} \\
P_{bc, mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{bc, mix}^{(\alpha)}(t) \cdot \epsilon_{bc}^{(\alpha)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(\alpha)}(t') \cdot \epsilon_{bc}^{(\alpha)}(t') dt'} \\
P_{bc, no-mix}^{(\alpha)}(t) &= \frac{\tilde{\mathcal{P}}_{bc, no-mix}^{(\alpha)}(t) \cdot \epsilon_{bc}^{(\alpha)}(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_{bc}^{(\alpha)}(t') \cdot \epsilon_{bc}^{(\alpha)}(t') dt'}
\end{aligned} \tag{6.11}$$

Si noti che a denominatore di P_{mix} , P_{no-mix} compare $\tilde{\mathcal{P}}$ e non invece, rispettivamente, $\tilde{\mathcal{P}}_{mix}$, $\tilde{\mathcal{P}}_{no-mix}$: ciò assicura la relazione 6.2. È immediato verificare che anche la normalizzazione 6.1 è soddisfatta.

Mostriamo nelle figure 6.1 come l'andamento esponenziale puro, $\mathcal{P}_b(t_{vero})$, e quello proprio dell'oscillazione $\mathcal{P}_{b, mix}^{(d)}(t_{vero})$ vengono deformati dalla risoluzione temporale e dalla curva di efficienza (determinate per i diretti, senza distinguere la specie di b -adrone).

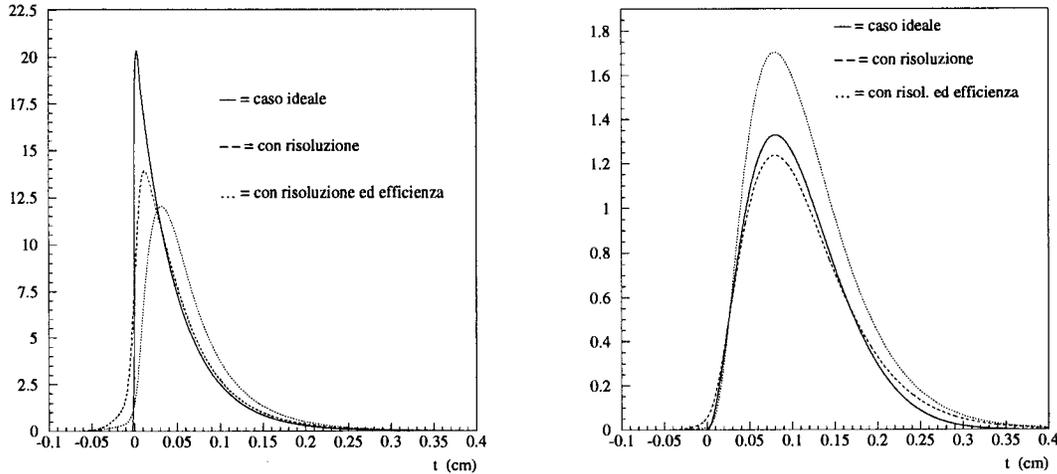


Figura 6.1: Distorsioni rispetto al caso ideale dovute alla risoluzione temporale, e alla curva di efficienza.

A sinistra: $\mathcal{P}_b(t_{vero})$, $\tilde{\mathcal{P}}_b(t)$, $P_b(t)$. A destra: $\mathcal{P}_{b, mix}^{(d)}(t_{vero})$, $\tilde{\mathcal{P}}_{b, mix}^{(d)}(t)$, $P_{b, mix}^{(d)}(t)$.

Concludiamo questo paragrafo con due osservazioni.

Senza l'effetto della curva di efficienza, la probabilità integrata di oscillazione per i mesoni B_α , con $\alpha = d, s$, risulta (per semplicità ci limiteremo al caso dei diretti: per i sequenziali vale un discorso analogo):

$$\chi_\alpha \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\mathcal{P}}_{b, mix}^{(\alpha)}(t) dt = \frac{x_\alpha^2}{2(1 + x_\alpha^2)} \tag{6.12}$$

ove, ricordiamo, $x_\alpha \equiv \Delta m_{B_\alpha} \cdot \tau_b^{(\alpha)}$.

Lo stesso valore si otterrebbe anche nel caso di risoluzione temporale perfetta, giacché:

$$\int_0^{+\infty} \mathcal{P}_{b,mix}^{(\alpha)}(t) dt = \frac{x_\alpha^2}{2(1+x_\alpha^2)} \quad (6.13)$$

Esso viene in realtà alterato dall'effetto della dipendenza temporale dell'efficienza di *tag*. Infatti, come si vede nella figura 4.12, si perdono più eventi con t vicino a zero, dove la probabilità di oscillazione è più bassa: ne segue che la selezione favorisce i B_α che oscillano rispetto a quelli che non oscillano, e quindi:

$$\chi_\alpha^{effettivo} \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} P_{b,mix}(t) dt > \chi_\alpha \quad (6.14)$$

Di fatto, essendo l'oscillazione dei B_s molto più rapida della variazione temporale dell'efficienza, quanto detto si applica solo per i B_d (come si vede chiaramente in 6.1 nella figura a destra), mentre per i B_s si ha: $\chi_s \approx \chi_s^{effettivo} \approx \frac{1}{2}$.

È essenziale inserire la curva di efficienza *dopo* la convoluzione con la risoluzione temporale: cioè parametrizzare l'efficienza in funzione del tempo misurato t e non rispetto al tempo vero t_{vero} (si potrebbe infatti calcolare $\epsilon = \epsilon(t_{vero})$ in modo del tutto analogo a quanto fatto in 4.5 rispetto a t). La ragione si comprende facilmente pensando al caso estremo di una curva di efficienza, in funzione del tempo misurato, che abbia la forma a gradino: cioè nulla per $t < t_0$ ed uguale ad uno per $t \geq t_0$. Introducendo prima l'effetto dell'efficienza in funzione di t_{vero} , e dopo la convoluzione con la risoluzione, non sarebbe possibile riprodurre una funzione nulla per $t < t_0$, qualunque fosse la forma dell'efficienza in funzione di t_{vero} .

6.4 I sequenziali

Definiamo le seguenti quantità:

- $f_b^{(i)}$: frazione globale (integrata) di decadimenti diretti ($b \rightarrow \mu$), per la classe B_i ;
- $f_{bc}^{(i)}$: frazione globale (integrata) di decadimenti sequenziali ($b \rightarrow \dots \rightarrow \mu$), per la classe B_i ;
- $h_{bc}^{(i) \text{right}}$: frazione globale (integrata) di decadimenti sequenziali con segno “corretto”, cioè opposto al segno del b quark al momento del decadimento, per la classe dei B_i sequenziali;
- $h_{bc}^{(i) \text{wrong}}$: frazione globale (integrata) di decadimenti sequenziali con segno “sbagliato”, cioè uguale al segno del b quark al momento del decadimento, per la classe dei B_i sequenziali;

con:

$$\begin{aligned} f_b^{(i)} + f_{bc}^{(i)} &= 1 \\ h_{bc}^{(i) \text{right}} + h_{bc}^{(i) \text{wrong}} &= 1 \end{aligned} \quad (6.15)$$

I decadimenti sequenziali con segno “sbagliato” possono originare da due processi:

1. $b \rightarrow \bar{c} \rightarrow \mu^-$, cioè il b -adrone decade in due c -adroni con numero quantico di *charm* opposto, e il μ proviene da quello che ha il segno del quark c uguale al segno del quark b ;
2. $b \rightarrow \tau \rightarrow \mu^-$.

Introduciamo le seguenti funzioni:

- $P_S^{(i)}(t)$ densità di probabilità al tempo t di avere il segno del μ uguale al segno del quark b al momento della produzione, per la classe dei B_i ;
- $P_O^{(i)}(t)$ densità di probabilità al tempo t di avere il segno del μ opposto al segno del quark b al momento della produzione, per la classe dei B_i ;

ove, per definizione:

$$P_S^{(i)}(t) + P_O^{(i)}(t) = f_b^{(i)} \cdot P_b^{(i)}(t) + f_{bc}^{(i)} \cdot P_{bc}^{(i)}(t) \quad (6.16)$$

e quindi:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (P_S^{(i)}(t) + P_O^{(i)}(t)) dt = 1 \quad (6.17)$$

Separiamo per comodità i b -adroni che oscillano, B_d, B_s , per i quali useremo l'indice $\alpha = d, s$, da quelli che non oscillano, B_u e b -barioni, per i quali useremo invece l'indice $\bar{\alpha} = u, \Lambda$.

a) B_u e b -barioni:

– $P_S^{(\bar{\alpha})}(t)$ ha due contributi:

1) decadimento diretto:

$$f_b^{(\bar{\alpha})}(t) \cdot P_b^{(\bar{\alpha})}(t)$$

2) decadimento sequenziale con segno sbagliato:

$$f_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t) \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}), wrong} \cdot P_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t)$$

– $P_O^{(\bar{\alpha})}(t)$ ha un solo contributo:

1) decadimento sequenziale con segno corretto:

$$f_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t) \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}), right} \cdot P_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t)$$

b) B_d e B_s :

– $P_S^{(\alpha)}(t)$ ha tre contributi:

1) decadimento diretto, senza oscillazione:

$$f_b^{(\alpha)}(t) \cdot P_{b, no-mix}^{(\alpha)}(t)$$

2) decadimento sequenziale con segno corretto, con oscillazione:

$$f_{bc}^{(\alpha)}(t) \cdot h_{bc}^{(\alpha), right} \cdot P_{bc, mix}^{(\alpha)}(t)$$

3) decadimento sequenziale con segno sbagliato, senza oscillazione:

$$f_{bc}^{(\alpha)}(t) \cdot h_{bc}^{(\alpha), wrong} \cdot P_{bc, no-mix}^{(\alpha)}(t)$$

– $P_O^{(\alpha)}(t)$ ha tre contributi:

1) decadimento diretto, con oscillazione:

$$f_b^{(\alpha)}(t) \cdot P_{b, mix}^{(\alpha)}(t)$$

2) decadimento sequenziale con segno corretto, senza oscillazione:

$$f_{bc}^{(\alpha)}(t) \cdot h_{bc}^{(\alpha), right} \cdot P_{bc, no-mix}^{(\alpha)}(t)$$

3) decadimento sequenziale con segno sbagliato, con oscillazione:

$$f_{bc}^{(\alpha)}(t) \cdot h_{bc}^{(\alpha), wrong} \cdot P_{bc, mix}^{(\alpha)}(t)$$

È immediato verificare che le relazioni 6.16, e 6.17, sono soddisfatte.

6.5 La composizione del campione di B

Indichiamo con F_i la frazione globale (integrata) di B_i ; per definizione si ha:

$$\sum_{i=d,s,u,\Lambda} F_i = 1 \quad (6.18)$$

Definiamo $P_S(t)$, $P_O(t)$ le densità di probabilità di avere il μ , rispettivamente, dello stesso segno e di segno opposto rispetto al segno del *quark* b all'istante di produzione, per tutti i tipi di B . Da quanto discusso nel paragrafo precedente segue:

$$\begin{aligned} P_S(t) &= \sum_{i=d,s,u,\Lambda} F_i \cdot P_S^{(i)}(t) \\ P_O(t) &= \sum_{i=d,s,u,\Lambda} F_i \cdot P_O^{(i)}(t) \end{aligned} \quad (6.19)$$

Esplicitamente risulta:

$$\begin{aligned} P_S(t) &= \sum_{\bar{\alpha}=u,\Lambda} F_{\bar{\alpha}} \cdot (f_b^{(\bar{\alpha})} \cdot P_b^{(\bar{\alpha})}(t) + f_{bc}^{(\bar{\alpha})} \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}),wrong} \cdot P_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t)) + \\ &+ \sum_{\alpha=d,s} F_{\alpha} \cdot (f_b^{(\alpha)} \cdot P_{b,no-mix}^{(\alpha)}(t) + f_{bc}^{(\alpha)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),right} \cdot P_{bc,mix}^{(\alpha)}(t) + \\ &\quad + f_{bc}^{(\alpha)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),wrong} \cdot P_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t)) \\ P_O(t) &= \sum_{\bar{\alpha}=u,\Lambda} F_{\bar{\alpha}} \cdot (f_{bc}^{(\bar{\alpha})} \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}),right} \cdot P_{bc}^{(\bar{\alpha})}(t)) + \\ &+ \sum_{\alpha=d,s} F_{\alpha} \cdot (f_b^{(\alpha)} \cdot P_{b,mix}^{(\alpha)}(t) + f_{bc}^{(\alpha)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),right} \cdot P_{bc,no-mix}^{(\alpha)}(t) + \\ &\quad + f_{bc}^{(\alpha)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),wrong} \cdot P_{bc,mix}^{(\alpha)}(t)) \end{aligned} \quad (6.20)$$

È immediato verificare la normalizzazione:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (P_S(t) + P_O(t)) dt = 1 \quad (6.21)$$

6.6 L'away side

Finora abbiamo trattato solo il caso in cui il B_i è nel *vertex side*. Consideriamo ora il caso in cui il B_i si trovi nell'*away side* (d'ora in avanti useremo la notazione "AW"), e quindi manchi l'informazione sul tempo proprio ricostruito t del decadimento, Definiamo le seguenti probabilità (non densità di probabilità!):

- $P_S^{(AW)}$: probabilità che il μ abbia stesso segno del *quark* b al momento della produzione, per qualsiasi specie di B nell'*away side*;

- $P_O^{(AW)}$: probabilità che il μ abbia segno opposto del *quark* b al momento della produzione, per qualsiasi specie di B nell'*away side*;

•

con $P_S^{(AW)} + P_O^{(AW)} = 1$.

Si noti che l'integrale di $P_S(t)$ non coincide con $P_S^{(AW)}$; similmente, l'integrale di $P_O(t)$ non coincide con $P_S^{(AW)}$. La ragione è che la richiesta di un vertice secondario distorce le seguenti quantità:

- le frazioni F_i delle varie specie di B_i ;
- le frazioni di sequenziali $f_{bc}^{(i)}$, e dei diretti $f_b^{(i)}$;
- le frazioni, per i sequenziali, con segno corretto $h_{bc}^{(i)right}$ e sbagliato $h_{bc}^{(i)wrong}$;
- la probabilità integrata di oscillazione $\chi_\alpha^{effettivo}$.

Indicheremo le analoghe quantità prima della richiesta di un vertice secondario, nell'ipotesi che coincidano con quelle dopo la richiesta nell'*away side*, con $F_i^{(AW)}$, $f_{bc}^{(i),(AW)}$, $f_b^{(i),(AW)}$, $h_{bc}^{(i)right(AW)}$, $h_{bc}^{(i)wrong(AW)}$, χ_α (quest'ultima è stata definita in 6.12), mentre continueremo ad usare la notazione senza l'apice "(AW)" per le quantità nel *vertex side*.

Le probabilità $P_S^{(AW)}$, $P_O^{(AW)}$ si possono allora immediatamente ottenere da $P_S(t)$, $P_O(t)$, integrando queste e sostituendo poi:

$$\begin{array}{ll}
 F_i \rightarrow F_i^{(AW)} & \\
 f_{bc}^{(i)} \rightarrow f_{bc}^{(i)(AW)} & f_b^{(i)} \rightarrow f_b^{(i)(AW)} \\
 h_{bc}^{(i)right} \rightarrow h_{bc}^{(i)right(AW)} & h_{bc}^{(i)wrong} \rightarrow h_{bc}^{(i)wrong(AW)} \\
 \chi_\alpha^{effettivo} \rightarrow \chi_\alpha &
 \end{array}$$

Applicando quindi questa "ricetta" a 6.22 risulta:

$$\begin{aligned}
 P_S^{(AW)} &= \sum_{\bar{\alpha}=u,\Lambda} F_{\bar{\alpha}}^{(AW)} \cdot (f_b^{(\bar{\alpha})(AW)} + f_{bc}^{(\bar{\alpha})(AW)} \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}),wrong(AW)}) + \\
 &+ \sum_{\alpha=d,s} F_\alpha \cdot (f_b^{(\alpha)(AW)} \cdot (1 - \chi_\alpha) + f_{bc}^{(\alpha)(AW)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),right(AW)} \cdot \chi_\alpha + \\
 &\quad + f_{bc}^{(\alpha)(AW)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),wrong(AW)} \cdot (1 - \chi_\alpha)) \\
 P_O^{(AW)} &= \sum_{\bar{\alpha}=u,\Lambda} F_{\bar{\alpha}}^{(AW)} \cdot (f_{bc}^{(\bar{\alpha})(AW)} \cdot h_{bc}^{(\bar{\alpha}),right(AW)}) + \\
 &+ \sum_{\alpha=d,s} F_\alpha^{(AW)} \cdot (f_b^{(\alpha)(AW)} \cdot \chi_\alpha + f_{bc}^{(\alpha)(AW)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),right(AW)} \cdot (1 - \chi_\alpha) + \\
 &\quad + f_{bc}^{(\alpha)(AW)} \cdot h_{bc}^{(\alpha),wrong(AW)} \cdot \chi_\alpha)
 \end{aligned} \tag{6.22}$$

6.7 Eventi LS e OS

Classifichiamo gli eventi in due categorie:

- LS (*Like Sign*): se i due μ hanno la stessa carica;
- OS (*Opposite Sign*) se i due μ hanno carica opposta.

Le densità di probabilità al tempo t , $P_{LS}(t)$, $P_{OS}(t)$, per gli eventi LS e OS nel caso di un singolo vertice ricostruito, si ottengono immediatamente da $P_S(t)$, $P_O(t)$, e $P_S^{(AW)}$, $P_O^{(AW)}$, tenendo conto che al momento della produzione i due b quark hanno carica opposta:

$$\begin{aligned} P_{LS}(t) &= P_S(t) \cdot P_O^{(AW)} + P_O(t) \cdot P_S^{(AW)} \\ P_{OS}(t) &= P_S(t) \cdot P_S^{(AW)} + P_O(t) \cdot P_O^{(AW)} \end{aligned} \quad (6.23)$$

Si verifica facilmente che:

$$P_{LS}(t) + P_{OS}(t) = P_S(t) + P_O(t) \quad (6.24)$$

da cui, dalla 6.21, segue:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (P_{LS}(t) + P_{OS}(t)) dt = 1 \quad (6.25)$$

Per gli eventi in cui il vertice secondario è stato ricostruito per entrambi i b -adroni, e quindi si hanno due informazioni temporali, le densità di probabilità ai tempi (t_1, t_2) , per i LS e OS sono rispettivamente:

$$\begin{aligned} \tilde{P}_{LS}(t_1, t_2) &= P_S(t_1) \cdot P_O(t_2) + P_O(t_1) \cdot P_S(t_2) \\ \tilde{P}_{OS}(t_1, t_2) &= P_S(t_1) \cdot P_S(t_2) + P_O(t_1) \cdot P_O(t_2) \end{aligned} \quad (6.26)$$

quindi:

$$\tilde{P}_{LS}(t_1, t_2) + \tilde{P}_{OS}(t_1, t_2) = (P_S(t_1) + P_O(t_1)) \cdot (P_S(t_2) + P_O(t_2)) \quad (6.27)$$

da cui, dalla 6.21, segue:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{P}_{LS}(t_1, t_2) + \tilde{P}_{OS}(t_1, t_2)) dt_1 dt_2 = 1 \quad (6.28)$$

6.8 I fondi

Sia f_{cc} la frazione integrata di eventi, nel campione finale dopo tutti i tagli e con un solo vertice ricostruito, in cui entrambi i μ dell'evento sono veri ma provengono da stati con *charm*, i quali non originano da b -adroni, bensì da $p\bar{p} \rightarrow c\bar{c}$. Sia invece \tilde{f}_{cc} l'analoga quantità per gli eventi con due vertici secondari ricostruiti.

La densità di probabilità al tempo t di avere un c -adrone, $P_c(t)$, si ottiene dalla convoluzione del termine esponenziale della vita-media con la funzione di risoluzione temporale, applicando poi la curva di efficienza:

$$P_c(t) = \frac{\left(\int_0^{+\infty} \frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_c}} \cdot Res_c(t - t_{vero}) dt_{vero} \right) \cdot \epsilon_c(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \frac{1}{\tau_c} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_c}} \cdot Res_c(t' - t_{vero}) dt_{vero} \right) \cdot \epsilon_c(t') dt'} \quad (6.29)$$

ove:

- τ_c è la media pesata (dall'abbondanza relativa) della vita media di tutti gli adroni con *charm*;
- $Res_c(\Delta t)$ è la risoluzione temporale per gli eventi $c\bar{c}$;
- $\epsilon_c(t)$ è l'andamento temporale dell'efficienza di determinare un vertice secondario per gli eventi $c\bar{c}$.

Si verifica che $P_c(t)$ è correttamente normalizzata:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_c(t) dt = 1 \quad (6.30)$$

Nell'ipotesi, ragionevolissima sia da un punto di vista teorico che sperimentale, di trascurare l'oscillazione $D^0 - \bar{D}^0$, gli eventi $c\bar{c}$ sono solo di tipo OS.

Supponendo di poter trascurare la contaminazione da Υ e processi *Drell-Yan*, che assieme ai $c\bar{c}$ costituiscono il fondo *correlato*, che contribuisce solo agli OS, rimane da descrivere il fondo *scorrelato*, che contribuisce, in media, in egual misura agli OS e LS. Definiamo:

- f_{bkg} la frazione (integrata) totale di eventi, con un solo vertice secondario ricostruito, in cui almeno uno dei due muoni o è falso, oppure proviene dal decadimento in volo di un un adrone "leggero" (π, K, \dots);
- \tilde{f}_{bkg} è definita come f_{bkg} ma per gli eventi con doppio vertice ricostruito;
- $P_{bkg}(t)$ la densità di probabilità al tempo t , per gli eventi con un solo vertice secondario ricostruito, in cui almeno uno dei due muoni o è falso, oppure

proviene dal decadimento in volo di un un adrone “leggero”, normalizzata ad uno:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} P_{bkg}(t) dt = 1 \quad (6.31)$$

- $\tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2)$ la densità di probabilità, per gli eventi con due vertici secondari ricostruiti, in cui almeno uno dei due muoni o è falso, oppure proviene dal decadimento in volo di un un adrone “leggero”, per la coppia di tempi (t_1, t_2) , normalizzata ad uno:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2) dt_1 dt_2 = 1 \quad (6.32)$$

Si noti che le funzioni $P_{bkg}(t)$, $\tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2)$ — a differenza di tutte le altre densità di probabilità incontrate finora, per le quali si conosce la loro forma funzionale a meno di alcuni parametri — sono ricavate sperimentalmente dall’andamento temporale osservato in un campione di fondo con, rispettivamente, uno e due vertici ricostruiti. Pertanto, in queste funzioni sono già “inclide” automaticamente sia la convoluzione con la risoluzione sia la curva di efficienza di *tag*.

Possiamo ora scrivere le estensioni delle funzioni di densità di probabilità per i LS e OS, determinate in 6.23 e 6.26 nel caso di eventi $b\bar{b}$ con μ veri, includendo i fondi:

$$\begin{aligned} P'_{LS}(t) &= (1 - f_{cc} - f_{bkg}) \cdot P_{LS}(t) + \frac{f_{bkg}}{2} \cdot P_{bkg}(t) \\ P'_{OS}(t) &= (1 - f_{cc} - f_{bkg}) \cdot P_{OS}(t) + \frac{f_{bkg}}{2} \cdot P_{bkg}(t) + \\ &\quad f_{cc} \cdot P_c(t) \end{aligned} \quad (6.33)$$

nel caso di un singolo vertice secondario; nel caso invece di due:

$$\begin{aligned} \tilde{P}'_{LS}(t_1, t_2) &= (1 - \tilde{f}_{cc} - \tilde{f}_{bkg}) \cdot \tilde{P}_{LS}(t_1, t_2) + \frac{\tilde{f}_{bkg}}{2} \cdot \tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2) \\ \tilde{P}'_{OS}(t_1, t_2) &= (1 - \tilde{f}_{cc} - \tilde{f}_{bkg}) \cdot \tilde{P}_{OS}(t_1, t_2) + \frac{\tilde{f}_{bkg}}{2} \cdot \tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2) + \\ &\quad \tilde{f}_{cc} \cdot P_c(t_1) \cdot P_c(t_2) \end{aligned} \quad (6.34)$$

È immediato verificare le normalizzazioni:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} (P'_{LS}(t) + P'_{OS}(t)) dt = 1 \quad (6.35)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (\tilde{P}'_{LS}(t_1, t_2) + \tilde{P}'_{OS}(t_1, t_2)) dt_1 dt_2 = 1 \quad (6.36)$$

6.9 I fit χ^2 e likelihood

Le densità di probabilità $P'_{LS}(t)$, $P'_{OS}(t)$, $\tilde{P}'_{LS}(t_1, t_2)$, e $\tilde{P}'_{OS}(t_1, t_2)$ sono i “mattoni” con cui costruire la funzione di *fit*, minimizzando la quale, rispetto ad un certo numero di parametri liberi, si ottiene Δm_{B_d} , che è l’obiettivo finale della nostra analisi.

Tre sono, essenzialmente, le possibili funzioni di *fit*:

- a) χ^2 ;
- b) *binned likelihood*;
- c) *unbinned likelihood*.

Il primo metodo è il più semplice e quello che richiede meno tempo di calcolo; tuttavia ha i seguenti limiti:

- è dipendente dall’arbitrarietà della scelta del *binning*, cioè da come si divide l’asse dei tempi ricostruiti t ;
- la sensibilità del *fit* al valore t di ciascun evento è limitata dalle dimensioni finite dei *bin*, che non possono essere ridotte oltre un certo limite per problemi di statistica;
- è basato sull’ipotesi che la distribuzione statistica degli eventi in ciascun *bin* sia gaussiana, mentre in realtà è il rapporto di due distribuzioni poissoniane (quella di LS, e OS);
- non si possono usare entrambe le informazioni temporali degli eventi con doppio vertice secondario: questi, pertanto, debbono essere trattati come se ne avessero uno solo (va detto che la percentuale di eventi di questo tipo, nel campione selezionato, in cui per entrambi i vertici si superano i vari tagli, in particolare quello in p_t^{rel} , è solo del 3.9 %).

Tutti questi problemi sono superati utilizzando l’*unbinned likelihood fit*, che però è estremamente dispendioso dal punto di vista computazionale. Non descriveremo il secondo metodo, che differisce dal primo soltanto per non essere legato all’ipotesi, scorretta, di distribuzione gaussiana degli eventi in ciascun *bin*.

χ^2 fit

L'idea è di determinare le distribuzioni temporali degli eventi di tipo LS, $H_{LS}(t_{bin j})$, e OS, $H_{OS}(t_{bin j})$, ove $t_{bin j}$ è il valore centrale del j -esimo bin, con $j = 1, n_{bin}$. Si ricava poi la distribuzione temporale della frazione di eventi LS, $H_{\frac{LS}{LS+OS}}(t_{bin j})$, facendo il rapporto, bin a bin, delle distribuzioni $H_{LS}(t_{bin j})$, e $(H_{LS}(t_{bin j}) + H_{OS}(t_{bin j}))$. La quantità da minimizzare è la seguente:

$$\chi^2 \equiv \left(\frac{\frac{P'_{LS}}{P'_{LS} + P'_{OS}}(t_{bin j}) - H_{\frac{LS}{LS+OS}}(t_{bin j})}{\sigma_{(\frac{LS}{LS+OS})bin j}} \right)^2 \quad (6.37)$$

ove, ponendo $n_j \equiv H_{LS}(t_{bin j})$, e $N_j \equiv (H_{LS}(t_{bin j}) + H_{OS}(t_{bin j}))$:

$$\sigma_{(\frac{LS}{LS+OS})bin j} = \frac{\sqrt{n_j}}{N_j} \cdot \sqrt{\frac{N_j - n_j}{N_j}}$$

Unbinned likelihood fit

Indichiamo con N_{LS} , N_{OS} , \tilde{N}_{LS} , e \tilde{N}_{OS} il numero di eventi, dopo tutti i tagli dell'analisi, che sono, rispettivamente, LS, OS con un solo vertice secondario, e LS, OS con due vertici secondari. La loro somma, ovviamente, è uguale al numero totale di eventi del campione selezionato.

La funzione da minimizzare è:

$$-\ln \mathcal{L}$$

ove:

$$\mathcal{L} \equiv \prod_{j=1}^{N_{LS}} P'_{LS}(t_j) \cdot \prod_{k=1}^{N_{OS}} P'_{OS}(t_k) \cdot \prod_{r=1}^{\tilde{N}_{LS}} \tilde{P}'_{LS}(t_r^{(1)}, t_r^{(2)}) \cdot \prod_{s=1}^{\tilde{N}_{OS}} \tilde{P}'_{OS}(t_s^{(1)}, t_s^{(2)}) \quad (6.38)$$

Useremo il programma MINUIT per minimizzare le suddette funzioni.

6.10 Approssimazioni e semplificazioni

Finora la trattazione della funzione di *fit* è stata piuttosto generale, e le uniche approssimazioni fatte sono state:

- trascurare le violazioni di CP nelle formule che esprimono la densità di probabilità di oscillazione e non oscillazione, in 6.3;
- descrivere, dal punto di vista della vita media, della risoluzione temporale, e della curva di efficienza, la classe degli eventi del tipo $b \rightarrow \tau \rightarrow \mu$ come la classe $b \rightarrow c \rightarrow \mu$;
- trascurare l'oscillazione $D^0 - \bar{D}^0$;
- trascurare la contaminazione da Υ , *Drell-Yan*.

La prima e la terza sono delle ottime approssimazioni; le altre due sono delle buone approssimazioni, dato che la frazione di eventi interessati, nel campione selezionato, è inferiore al percento.

La difficoltà di ottenere campioni di Monte Carlo $b\bar{b}$ di alta statistica, e la necessità di non avere troppi parametri indeterminati del *fit* ci forza a dover fare, in pratica, molte altre approssimazioni:

1. Le efficienze di *tag* sono supposte essere le stesse per i diretti, i sequenziali, tutte le specie di b -adroni, e gli eventi $c\bar{c}$:

$$\epsilon_b^{(i)}(t) = \epsilon_{bc}^{(i)}(t) = \epsilon_c(t) \equiv \epsilon(t) \quad \forall i = d, s, u, \Lambda \quad (6.39)$$

In pratica come $\epsilon(t)$ usiamo la curva di efficienza determinata in 4.5 per i decadimenti diretti, senza badare alla specie di b -adrone.

2. Le risoluzioni temporali sono supposte essere le stesse per i diretti, i sequenziali, tutte le specie di b -adroni, e gli eventi $c\bar{c}$:

$$Res_b^{(i)}(\Delta t) = Res_{bc}^{(i)}(\Delta t) = Res_c(\Delta t) \equiv Res(\Delta t) \quad \forall i = d, s, u, \Lambda \quad (6.40)$$

In pratica come $Res(\Delta t)$ usiamo la funzione determinata in 4.4 per i decadimenti diretti, senza badare alla specie di b -adrone.

3. Le vite medie per tutte le specie di b -adroni, sia per i decadimenti diretti che per i sequenziali, sono supposte essere le stesse:

$$\tau_b^{(i)} = \tau_{bc}^{(i)} \equiv \tau_b \quad \forall i = d, s, u, \Lambda \quad (6.41)$$

Nel *fit* τ_b è un parametro libero.

4. Le frazioni globali (integrate) di diretti e sequenziali nel *vertex side* sono supposte essere le stesse per tutte le specie di b -adroni:

$$\begin{aligned} f_b^{(i)} &\equiv 1 - f_s & \forall i = d, s, u, \Lambda \\ f_{bc}^{(i)} &\equiv f_s & \forall i = d, s, u, \Lambda \end{aligned} \quad (6.42)$$

In base alle tre assunzioni precedenti, segue che la densità di probabilità al tempo t per i diretti e per i sequenziali coincidono esattamente:

$$P_{bc}(t) = P_b(t) \quad (6.43)$$

“Scarichiamo” quindi sulla frazione di sequenziali f_s la reale diversità nell’andamento temporale tra i diretti e i sequenziali (dovuta alla diversa vita media, risoluzione temporale, ed efficienza di *tag*): f_s diventa quindi una funzione di t , che nel seguito indicheremo con lo stesso simbolo ma esplicitando la dipendenza da t , $f_s(t)$. Questa funzione è proprio l’omonima che è stata determinata in 4.6.

Quindi, nelle formule che compaiono nei paragrafi precedenti si sostituisce $P_{bc}(t)$ con $P_b(t)$, e f_{bc} con $f_s(t)$ (e ovviamente f_b con $(1 - f_s(t))$).

5. Le frazioni globali di diretti e sequenziali nell’*away side* sono supposte essere le stesse per tutte le specie di b -adroni:

$$\begin{aligned} f_b^{(i)(AW)} &\equiv 1 - g_s & \forall i = d, s, u, \Lambda \\ f_{bc}^{(i)(AW)} &\equiv g_s & \forall i = d, s, u, \Lambda \end{aligned} \quad (6.44)$$

La costante g_s è stata determinata in 4.6.

6. Le frazioni, per i decadimenti sequenziali, che hanno segno “sbagliato”, ovvero in cui il μ ha stesso segno del *quark* b al momento del decadimento, sono supposte essere nulle per tutte le specie di b -adroni, sia nel *vertex side* che nell’*away side*:

$$\begin{aligned} h_{bc}^{(i)wrong} &= h_{bc}^{(i)wrong(AW)} = 0 & \forall i = d, s, u, \Lambda \\ h_{bc}^{(i)right} &= h_{bc}^{(i)right(AW)} = 1 & \forall i = d, s, u, \Lambda \end{aligned} \quad (6.45)$$

In realtà, come è stato discusso alla fine del paragrafo 4.6, le frazioni $f_s(t)$, g_s tengono conto, almeno in parte, della (piccola, di circa qualche percento) frazione di sequenziali con segno “sbagliato”.

7. Le frazioni delle diverse specie di B si suppongono uguali nel *vertex side* e nell'*away side*:

$$F_i = F_i^{(AW)} \quad (6.46)$$

Tenuto conto che $\sum_{i=d,s,u,\Lambda} F_i = 1$, e che, in base alle assunzioni precedenti, i b -adroni che non oscillano, B_u e b -barioni, sono descritti esattamente nello stesso modo (cioè hanno stessa densità di probabilità $P_b(t)$ e stesse frazioni di sequenziali $f_s(t), g_s$), segue che il *fit* dipende dalle sole frazioni F_d e F_s .

8. L'oscillazione del B_s è "saturata", cioè è supposta essere troppo rapida perché sia osservabile. In pratica, ciò equivale alle seguenti assunzioni:

$$\begin{aligned} P_{b,mix}^{(s)} &= \frac{1}{2} P_b(t) & P_{b,no-mix}^{(s)} &= \frac{1}{2} P_b(t) \\ \chi_s &\rightarrow +\infty \end{aligned} \quad (6.47)$$

Inoltre, per i soli eventi con doppio vertice secondario ricostruito, e quindi solo per il *likelihood fit* (per il χ^2 tali eventi sono trattati come se avessero un solo vertice secondario, scelto a caso tra i due, e ignorando l'altro), facciamo due ulteriori approssimazioni:

9. La frazione di eventi $c\bar{c}$ con doppio *tag* è trascurabile:

$$\tilde{f}_c = 0 \quad (6.48)$$

L'approssimazione è ragionevolissima, data la piccola frazione di $c\bar{c}$ già negli eventi con un solo vertice secondario: la richiesta di un ulteriore vertice secondario abbassa ulteriormente la frazione di tali eventi. Infatti l'efficienza di *tag* per gli eventi $c\bar{c}$ è minore rispetto a quella per gli eventi $b\bar{b}$, poiché il *quark c* ha vita media e numero medio di particelle provenienti dal suo decadimento più piccoli rispetto al *quark b*.

10. La densità di probabilità $\tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2)$ per gli eventi con doppio *tag* e in cui almeno uno dei due muoni è falso (o è proveniente dal decadimento in volo di un adrone "leggero") è data dal prodotto delle densità di probabilità degli eventi di fondo con un singolo vertice secondario ricostruito:

$$\tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2) = P_{bkg}(t_1) \cdot P_{bkg}(t_2) \quad (6.49)$$

Questa approssimazione, tutt'altro che scontata, è resa necessaria dall'impossibilità pratica di avere un campione di fondo con due vertici secondari ricostruiti con un numero di eventi sufficiente per poter ricavare $\tilde{P}_{bkg}(t_1, t_2)$.

6.11 Vincoli sui parametri del fit

Dopo le semplificazioni discusse nel paragrafo precedente, i parametri indeterminati presenti nelle funzioni χ^2 e \mathcal{L} sono:

1. Δm_{B_d}
2. τ_b
3. F_d
4. F_s
5. f_{cc}
6. τ_c
7. f_{bkg}

Per \mathcal{L} , dove si considerano propriamente gli eventi con doppio vertice ricostruito, c'è un ulteriore parametro:

8. \tilde{f}_{bkg}

Se lasciassimo tutti questi parametri completamente liberi nel fit, si potrebbe accidentalmente avere un minimo in una regione dello spazio dei parametri distante dalla regione "fisica", individuata dalle misure di altri esperimenti. Inoltre, più sono i parametri liberi, meno sensibile risulta il fit al valore Δm_{B_d} , che è l'unico parametro che vogliamo misurare.

L'approccio diametralmente opposto è quello di fissare tutti i parametri, escluso Δm_{B_d} , ai valori determinati da misure "esterne", e da Monte Carlo, e di considerare poi nell'errore sistematico le variazioni di Δm_{B_d} dovute alle variazioni dei suddetti parametri relativamente all'errore con cui sono noti.

Noi seguiremo un'approccio che per così dire sta a metà strada tra i due estremi precedenti. Supposto che per un parametro λ_j si conosca in maniera sufficientemente precisa il suo valore da misure "esterne", $\lambda_j^{(ext)}$, e che l'errore di questa misura, $\sigma_{\lambda_j}^{(ext)}$ si possa considerare gaussiano, allora lasceremo libero tale parametro nel fit aggiungendo però nella funzione da minimizzare il vincolo gaussiano:

$$\chi_{tot}^2 \equiv \chi^2 + \sum_{j=1}^{n(\text{vincoli})} \left(\frac{\lambda_j - \lambda_j^{(ext)}}{\sigma_{\lambda_j}^{(ext)}} \right)^2 \quad (6.50)$$

per il χ^2 fit, mentre per il *likelihood fit*:

$$\mathcal{L}_{tot} \equiv \mathcal{L} \cdot \prod_{j=1}^{n(\text{vincoli})} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{\lambda_j}^{(ext)}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\lambda_j - \lambda_j^{(ext)}}{\sigma_{\lambda_j}^{(ext)}} \right)^2}$$

Anche in questo caso si valuterà come errore sistematico la variazione di Δm_{B_d} ottenuta spostando il parametro λ_j di una $\sigma_{\lambda_j}^{(ext)}$ sopra e sotto rispetto al valore ottenuto nel *fit* per tale parametro, $(\lambda_j)_{fit}$.

Questo metodo non è rigoroso dal punto di vista matematico, perché, anche nell'ipotesi che il parametro costretto abbia un errore esattamente gaussiano, si somma in 6.50 una variabile casuale χ^2 con n gradi di libertà con una di un solo grado di libertà: così facendo l'interpretazione dell'errore statistico fornito dal *fit* non è più chiara. Tuttavia, questo approccio permette di rendersi conto se il *fit* tende a distorcere fortemente un certo parametro, spostandolo rispetto al valore "esterno", a cui lo abbiamo vincolato, di più scarti quadratici medi. Se ciò succede occorre investigare sulle ragioni che possono condurre ad un tale effetto, come per esempio un'errata trattazione nel *fit*, oppure una forte distorsione, dovuta alla selezione del campione, che non è stata correttamente considerata. In altre parole, il metodo permette di avere una maggiore "sensibilità fisica" sul *fit*, a scapito però del rigore matematico.

In pratica, tratteremo i suddetti parametri nel modo seguente:

- Δm_{B_d} : libero;
- τ_b : costretto in modo gaussiano attorno al valore, riportato dal PDG [56]:

$$\tau_{B_d} = (1.56 \pm 0.06)ps \quad (6.51)$$

- F_d : costretto in modo gaussiano attorno al valore ricavato nel paragrafo 4.3 (si veda in particolare la tabella 4.2), in modo tale da tener conto dell'effetto della selezione sul valore misurato a LEP:

$$F_d = (40.7 \pm 2.4)\% \quad (6.52)$$

- F_s : costretto in modo gaussiano attorno al valore ricavato nel paragrafo 4.3 (si veda ancora la tabella 4.2):

$$F_s = (9.1 \pm 1.5)\% \quad (6.53)$$

- f_{cc} : libero;
- τ_c : libero;
- f_{bkg} : libero.

Inoltre, per il *likelihood fit*, vi è un ulteriore parametro:

- \tilde{f}_{bkg} : libero.

Abbiamo preferito lasciare liberi i parametri f_c , f_{bkg} , anziché vincolarli ai valori 5.13, perché questi sono piuttosto incerti, e non è detto che il loro errore sia, almeno approssimativamente, gaussiano. Torneremo comunque su tali stime quando si discuterà dell'errore sistematico su Δm_{B_d} dovuto all'incertezza sul fondo.

6.12 Controllo del *fit* con il *Toy MC*

È utile controllare se il *fit* si comporta effettivamente nel modo atteso costruendo un *toy MC* che genera campioni di dati partendo dalla descrizione utilizzata nel *fit* stesso. I vari campioni generati differiscono l'uno dall'altro solo per fluttuazioni statistiche, non per effetti sistematici. Si possono anche confrontare tra loro i due metodi di *fit*: χ^2 e *unbinned likelihood*. Non è invece possibile ricavare alcuna informazione riguardo alle assunzioni discusse nel paragrafo 6.10, in quanto sono implicite nella costruzione del *toy MC* stesso.

L'idea alla base di un qualsiasi *toy MC* è, sinteticamente, quella di riprodurre i valori di un insieme di variabili casuali di cui si conosce o si ipotizza le densità di probabilità. Dal punto di vista del *fit*, un evento è caratterizzato solo da:

- essere LS oppure OS;
- avere un solo tempo ricostruito, t_j , oppure due, $t_j^{(1)}$, $t_j^{(2)}$.

Consideriamo, per semplicità, il caso di soli eventi $b\bar{b}$ con μ veri (l'estensione per includere i fondi $c\bar{c}$ e falsi muoni è immediata).

Vi sono due tipi di *Toy MC*:

- Tipo 1 : corrisponde esattamente all'inverso del *fit*; questo consente di controllare che non ci siano errori nel programma che implementa il *fit*;
- Tipo 2 : è più vicino alla realtà fisica; questo serve per controllare gli eventuali effetti sistematici introdotti dalla procedura di *fit*.

Il Tipo 1 è costruito nel seguente modo:

1. Il tempo proprio vero t_{vero} di decadimento del B è estratto casualmente secondo la densità di probabilità:

$$\frac{1}{\tau_b} e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b}}$$

ove $\tau_b = 1.56 ps$ è il valore centrale usato nel *fit* come vincolo gaussiano sulla vita media del B_d .

2. Il valore “misurato” t è ottenuto nel seguente modo:

$$t = t_{vero} + \Delta t$$

ove Δt è estratto casualmente secondo la densità di probabilità data dalla risoluzione temporale:

$$\frac{dProb}{\Delta t}(\Delta t) \equiv Res(\Delta t) = \sum_{j,k} \alpha_j \cdot \beta_k \cdot G\left(\frac{\Delta t - \mu_{jk}(t_{vero})}{\sigma_{jk}(t_{vero})}\right)$$

con:

$$\begin{aligned} \mu_{jk} &= \bar{\eta} \mu_j^{(L)} + t_{vero} \cdot \mu_k^{(\beta\gamma)} \\ \sigma_{jk}^2 &= \bar{\eta}^2 \sigma_j^{2(L)} + t_{vero}^2 \cdot \sigma_k^{2(\beta\gamma)} \end{aligned}$$

ove α_j , $\mu_j^{(L)}$, $\sigma_j^{(L)}$ sono, rispettivamente, i pesi, le medie e le sigma delle gaussiane con cui è parametrizzata la curva di risoluzione della distanza di decadimento, mentre β_j , $\mu_j^{(\beta\gamma)}$, $\sigma_j^{(\beta\gamma)}$ sono i corrispondenti parametri per la risoluzione $\frac{\Delta(1/p_t)}{1/p_t}$.

Tutti questi valori, compreso $\bar{\eta} \equiv \langle F_{corr} \frac{5.279 L_{xy}}{p_t} \rangle = 0.51$, sono inclusi nella funzione di fit.

Si noti che Δt non è la combinazione lineare di variabili casuali gaussiane: è la sua distribuzione di probabilità che è la combinazione lineare di gaussiane; in pratica quindi Δt viene estratto, di volta in volta, da una sola delle gaussiane G_{jk} , scelta estraendo un numero casuale uniforme tra 0 e 1 in modo da rispettare le frazioni $\alpha_j \cdot \beta_k$.

3. Il tipo di b -adrone è scelto secondo le seguenti frazioni (le stesse che si usano nel fit come valori centrali dei vincoli gaussiani su F_d e F_s):

$B_d^0(\bar{B}_d)$	40.7%
$B_s^0(\bar{B}_s)$	9.1%
altri (b - adroni che non oscillano)	50.2%

4. Se il b -adrone è un $B_d(\bar{B}_d)$ si decide se ha oscillato prima di decadere in base alla densità di probabilità di oscillazione $P_{b,mix}^{(d)}(t)$, che per comodità riscriviamo:

$$P_{b,mix}^{(d)}(t) = \frac{\left(\int_0^{+\infty} \frac{1}{\tau_b} (e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b}})^{\frac{1}{2}} (1 - \cos(\Delta m_{B_d} t_{vero})) Res(t - t_{vero}) dt_{vero} \right) \epsilon(t)}{\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\int_0^{+\infty} \frac{1}{\tau_b} (e^{-\frac{t_{vero}}{\tau_b}})^{\frac{1}{2}} (1 - \cos(\Delta m_{B_d} t_{vero})) Res(t' - t_{vero}) dt_{vero} \right) \epsilon(t') dt'}$$

Il valore usato per Δm_{B_d} è il valore del PDG [56];

$$\Delta m_{B_d} = 0.470 \text{ ps}^{-1}$$

5. Se il b -adrone è un B_s (\bar{B}_s) si decide se ha oscillato in base alla probabilità costante pari a:

$$\chi_s = \frac{1}{2}$$

6. I passi 1), 2), 3), 4), 5) sono ripetuti un'altra volta, in corrispondenza del secondo B .

7. Si richiede che almeno uno dei due B "superi" la curva di efficienza di tag calcolata al tempo t (ciò significa che si estrae un numero casuale in modo uniforme tra 0 e 1, e se questo è minore di $\epsilon(t)$ allora il B supera la richiesta di tag). Se questo non succede, allora si rigetta l'evento e si ricomincia da capo dal punto 1.

8. Si decide se l'evento è con doppio vertice con probabilità pari a 3.9%, che è il valore della frazione di eventi con doppio vertice osservata nel campione di dati. Se l'evento è da considerare con un solo vertice, ignoriamo l'informazione temporale del secondo B .

9. Per decidere se un B decade in μ in modo diretto oppure sequenziale occorre distinguere tra i due casi:

- il B è nell'*away side* (eventi con un solo vertice ricostruito): la probabilità di decadere in modo sequenziale è pari alla frazione di sequenziali nell'*away side* ottenuta via Monte Carlo: $g_s = 12.9\%$;
- il B è nel *vertex side*: come densità di probabilità di avere decadimento sequenziale prendiamo la distribuzione, ottenuta via Monte Carlo come descritto in 4.6, dei sequenziali nel *vertex side* in funzione di t , $f_s(t)$.

10. Tenendo conto che alla produzione i sapori dei due B sono opposti, e sapendo se nessuno, o uno, oppure entrambi i B hanno oscillato, e/o se hanno avuto decadimento sequenziale, si classifica l'evento come LS oppure OS.

Il *Toy MC* Tipo 2 differisce dal precedente solo nel secondo e quarto punto:

- 2'. Il valore "misurato" t è ottenuto nel seguente modo:

$$t = 5.279 \cdot L_{xy} \cdot \frac{1}{p_t(B)} \quad (6.54)$$

ove 5.279 è la massa del B_d in GeV , e L_{xy} e $\left(\frac{1}{p_t(B)}\right)$ sono i valori “misurati” della lunghezza percorsa dal B , nel piano trasverso, prima di decadere, e dell’inverso del momento trasverso “misurato” del B . Per determinare questi due valori occorre innanzitutto scegliere il momento trasverso *vero* del B , $p_t^{vero}(B)$: ciò è fatto in modo da riprodurre la distribuzione ottenuta con il Monte Carlo discusso nel capitolo 4.

Noti allora t_{vero} e p_t^{vero} si ricava immediatamente il valore vero della lunghezza trasversa di decadimento:

$$L_{xy}^{vero} = \frac{t_{vero} \cdot p_t^{vero}(B)}{5.279}$$

da cui:

$$L_{xy} = L_{xy}^{vero} + \Delta L_{xy}$$

ove ΔL_{xy} è estratto casualmente secondo la densità di probabilità data dalla risoluzione in L_{xy} :

$$\sum_j \alpha_j \cdot G\left(\frac{\Delta L_{xy} - \mu_j^{(L)}}{\sigma_j^{(L)}}\right)$$

Similmente:

$$\frac{1}{p_t(B)} = \frac{1}{p_t^{vero}(B)} + \frac{\Delta(1/p_t)}{(1/p_t)} \cdot \frac{1}{p_t^{vero}(B)}$$

ove $\frac{\Delta(1/p_t)}{(1/p_t)}$ è estratto casualmente secondo la densità di probabilità data dalla risoluzione in $\beta\gamma$:

$$\sum_k \beta_k \cdot G\left(\frac{\frac{\Delta(1/p_t)}{(1/p_t)} - \mu_k^{(\beta\gamma)}}{\sigma_k^{(\beta\gamma)}}\right)$$

Si noti che è corretto non mettere il fattore di correzione F_{corr} in 6.54, perché è già incluso nella definizione di risoluzione $\beta\gamma$, come si è visto in 4.4.

4'. Se il b -adrone è un B_d (\bar{B}_d) si decide se ha oscillato prima di decadere in base alla densità di probabilità di oscillazione:

$$\mathcal{P}_{b,mix}^{(d)}(t_{vero}) = \frac{1}{2}(1 - \cos(\Delta m \cdot t_{vero}))$$

Il valore usato per Δm_{B_d} è il valore del PDG [56];

$$\Delta m_{B_d} = 0.470 ps^{-1}$$

Si noti che i passi 2. e 4. corrispondono esattamente all’inverso di quello che si fa nel *fit*, mentre 2'. e 4'. descrivono ciò che avviene realmente. Infatti, i mesoni B_d oscillano secondo una legge che è regolata solo dal tempo (proprio) vero di vita, e non da quello ricostruito sperimentalmente. Quest’ultimo, inoltre, è ricavato dalle

misure della lunghezza di decadimento e dal momento trasverso del B , come descritto in 2'.

Si è generato un milione di eventi con ciascuno dei due *Toy MC*, e si è eseguito il fit χ^2 , lasciando libero solo Δm_{B_d} , e fissando gli altri parametri al valore usato nella generazione: $\tau_b = 1.56 ps$, $F_d = 40.7\%$, $F_s = 9.1\%$, $f_c = f_{bkg} = 0$.

Il risultato è:

- Tipo 1 :

$$\Delta m_{B_d} = (0.466 \pm 0.002) ps^{-1} \quad \frac{\chi^2}{ndf} = \frac{110}{99}$$

- Tipo 2 :

$$\Delta m_{B_d} = (0.447 \pm 0.002) ps^{-1} \quad \frac{\chi^2}{ndf} = \frac{262}{99}$$

I risultati sono mostrati rispettivamente nelle figure 6.2 e 6.3. In questi fit abbiamo suddiviso l'asse t in 100 intervalli uguali tra $[-0.1, 0.4]$. Il risultato però, visto il numero enorme di eventi, è sostanzialmente indipendente da tale scelta.

Il risultato per il Tipo 1 è in ottimo accordo con il valore usato nella generazione, $\Delta m_{B_d} = 0.470 ps^{-1}$, ed il χ^2 è buono. Per il Tipo 2 invece si nota un effetto sistematico di sottostima dell'ordine del 5%. L'origine di questo effetto è dovuto alle due seguenti approssimazioni (si veda anche 4.4), contenute nella funzione di fit, per passare dalle risoluzioni ΔL_{xy} e $\frac{\Delta(1/pt)}{(1/pt)}$ a quella in t :

$$\Delta t = \left(F_{corr} \frac{5.279}{p_t} \right) \cdot \Delta L_{xy} + t \cdot \frac{\Delta(1/pt)}{(1/pt)} + \mathcal{O}(2) \quad (6.55)$$

La prima approssimazione sta nel trascurare i termini superiori al primo ordine in ΔL_{xy} , $\frac{\Delta(1/pt)}{(1/pt)}$; la seconda nel sostituire $\left(F_{corr} \frac{5.279}{p_t} \right)$ con il suo valor medio.

Stiamo cercando di correggere l'effetto sistematico su Δm_{B_d} causato da queste approssimazioni, modificando in qualche modo la dipendenza da t_{vero} delle medie $\mu_{i,j}(t_{vero})$ e delle larghezze $\sigma_{i,j}(t_{vero})$ delle gaussiane con cui si descrive la risoluzione temporale. Per il momento, tuttavia, useremo il fit così com'è, consapevoli dell'errore sistematico in difetto che esso produce.

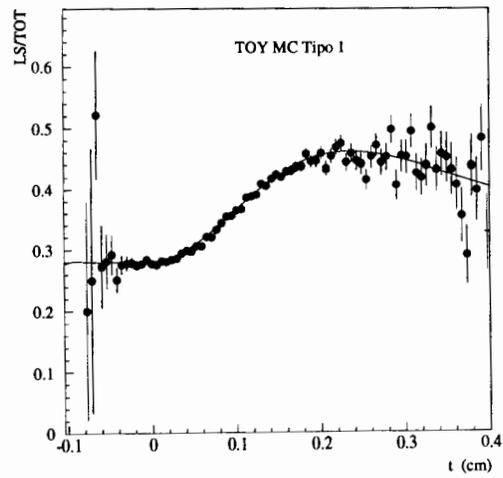


Figura 6.2: Risultato del fit χ^2 per un campione di un milione di eventi generato con il Toy MC di Tipo 1.

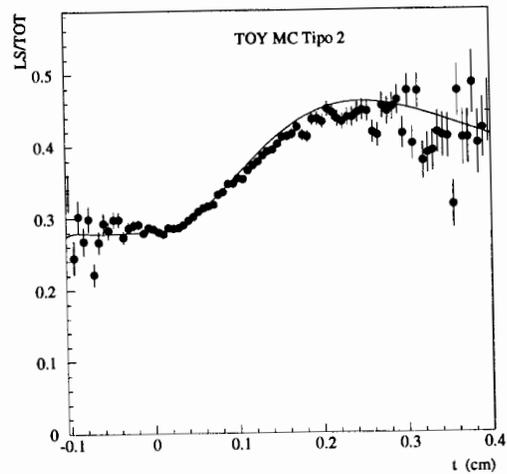


Figura 6.3: Risultato del fit χ^2 per un campione di un milione di eventi generato con il Toy MC di Tipo 2.

Capitolo 7

Risultati e sistematiche

In questo capitolo determineremo il valore di Δm_{B_d} dal *fit* χ^2 sul campione di dati sperimentali. Il *fit* sarà eseguito preliminarmente, per controllo, sul campione Monte Carlo $b\bar{b}$. Seguirà uno studio di alcune sistematiche su tale misura.

I valori qui riportati sono ancora preliminari.

7.1 Δm_{B_d} nel campione Monte Carlo

È utile, per prima cosa, controllare qual è il valore di Δm_{B_d} che si ottiene dal *fit* per il campione di Monte Carlo $b\bar{b}$. Il valore vero, utilizzato nella simulazione, è:

$$(\Delta m_{B_d})_{MC} = 0.453 \text{ ps}^{-1} \quad (7.1)$$

Nel *fit* lasciamo libero solo Δm_{B_d} , e fissiamo gli altri parametri ai loro valori veri, cioè:

$$\begin{aligned} \tau_b &= 1.48 \text{ ps}^{-1} \\ F_d &= 40.0 \% \\ F_s &= 12.2 \% \end{aligned} \quad (7.2)$$

(e, ovviamente, $f_c = f_{bkg} = 0$).

Si noti che i valori F_d , F_s non sono quelli di generazione, bensì dopo tutti i tagli di selezione (si veda la tabella 4.1). τ_b è il valore della vita media comune per B_d , B_s , B_u utilizzato nella simulazione: per la Λ_b invece $\tau_{\Lambda_b} = 1.40 \text{ ps}^{-1}$, mentre nel *fit* si usa un'unica vita media per tutte le specie di b -adroni. Per quanto riguarda l'oscillazione del B_s , la simulazione utilizza $\Delta m_{B_s} = 13 \text{ ps}^{-1}$, mentre nel *fit* si suppone $\Delta m_{B_s} \rightarrow \infty$.

Il risultato del *fit*, mostrato in figura 7.1, è:

$$\Delta m_{B_d} = (0.460 \pm 0.032) ps^{-1} \quad \frac{\chi^2}{ndf} = \frac{24.6}{24} \quad (7.3)$$

che è in accordo, entro l'errore statistico, con il valore vero 7.1.

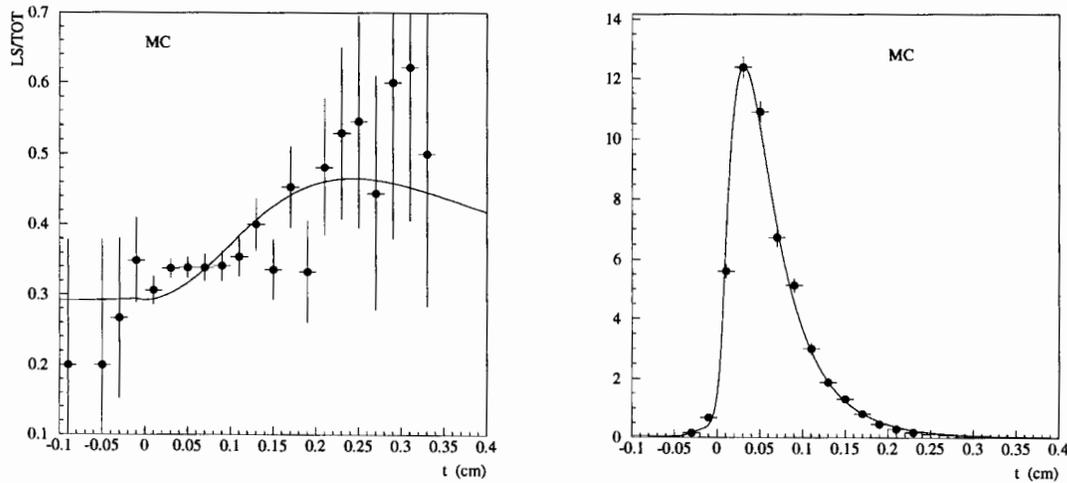


Figura 7.1: A sinistra: *fit* di Δm_{B_d} nel campione MC $b\bar{b}$;
A destra: *fit* di τ_b nel campione MC $b\bar{b}$.

Un altro controllo eseguito sul campione Monte Carlo è la misura della vita media. Normalizzando ad uno l'integrale della distribuzione temporale degli eventi, e facendo un *fit* con la funzione $P_b(t)$, descritta in 6.11, ove τ_b è l'unico parametro libero, si ottiene:

$$\Delta\tau_b = (1.478 \pm 0.021) ps \quad \frac{\chi^2}{ndf} = \frac{35.8}{24} \quad (7.4)$$

anch'essa in ottimo accordo con il valore vero 7.2. Il risultato del *fit* è mostrato in figura 7.1.

7.2 Δm_{B_d} nel campione di dati

Il *fit* sul campione di dati sperimentali, eseguito lasciando completamente liberi i parametri Δm_{B_d} , τ_b , f_c , f_{bkg} , e costringendo in modo gaussiano, come spiegato in dettaglio nel paragrafo 6.11), τ_b , F_d , F_s , fornisce il risultato riportato nella tabella:

parametro	valore dal fit
Δm_{B_d}	$(0.425 \pm 0.047) ps^{-1}$
τ_b	$(1.56 \pm 0.05) ps$
F_d	$(39.9 \pm 2.4)\%$
F_s	$(9.1 \pm 1.5)\%$
f_c	$(0.5 \pm 1.6)\%$
τ_c	$(0.81 \pm 0.15) ps$
f_{bkg}	$(31.3 \pm 4.2)\%$

Il *fit* è mostrato nella figura 7.2 ($\frac{\chi^2}{ndf} = \frac{22.6}{16}$). Si noti che τ_b , F_d , e F_s si spostano meno di uno scarto quadratico medio dai rispettivi vincoli: questo ci rassicura contro possibili distorsioni anomale di qualche parametro, dovute alle approssimazioni discusse in 6.10.

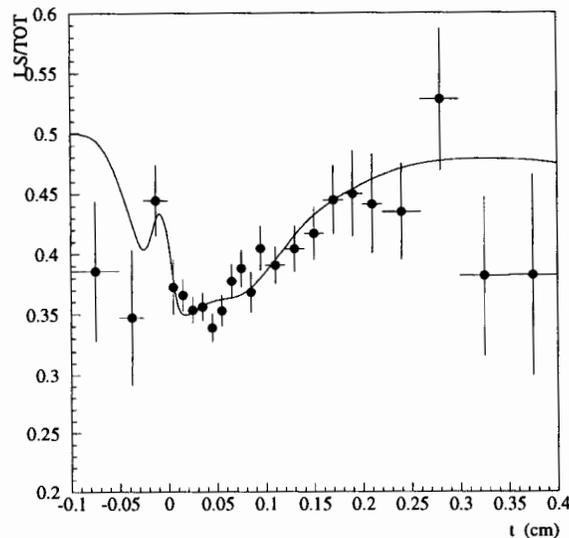


Figura 7.2: Andamento temporale di LS/TOT per il campione di dati (pallini), con sovrapposto il risultato del fit (linea continua).

7.3 Considerazioni preliminari sull'errore sistematico

L'approccio che seguiremo per determinare i vari contributi sistematici alla misura di Δm_{B_d} è il seguente. Un parametro alla volta, indipendentemente, viene fissato ad un valore spostato di una certa quantità (sia da una parte che dall'altra) rispetto al valore "centrale", mentre tutti gli altri parametri, escluso Δm_{B_d} , sono fissati al valore "centrale". La differenza tra il nuovo valore di Δm_{B_d} e il valore "centrale" è assunto come stima dell'errore sistematico. Come valori "centrali" assumeremo i valori ottenuti dal *fit* che sono riportati nella tabella del paragrafo 7.2. Come spostamento del parametro assumeremo uno scarto quadratico medio.

Per evitare sovrapposizioni con l'errore sistematico, determinato nel modo suddetto, definiamo come errore statistico quello ottenuto dal *fit* fissando tutti gli altri parametri ai rispettivi valori centrali. L'errore statistico ottenuto in questo modo è 0.023 ps^{-1} , anziché il valore 0.047 ps^{-1} , riportato nella tabella del paragrafo 7.2.

Si noti che, come capita molto spesso, non esiste un metodo univoco ed esente da critiche per valutare gli errori sistematici: per esempio, il metodo, spiegato sopra, da noi seguito assume che le diverse sorgenti dell'errore sistematico siano tra loro indipendenti, cosa che non è affatto scontata. Anche la scelta di quanto spostare un parametro dal valore centrale non è sempre ben chiara, essendo indefinito in taluni casi (si pensi alle risoluzioni in L_{xy} , e $\frac{\Delta(1/p_t)}{(1/p_t)}$) cosa significhi "uno scarto quadratico medio". In altri casi, come ad esempio per le frazioni di fondo, in cui il parametro è lasciato libero nel *fit*, ma si ha una stima "esterna" di quel parametro, si può scegliere di spostare il valore centrale del parametro dell'errore sulla stima esterna, sebbene tale errore possa non essere gaussiano; oppure, alternativamente, si può decidere di spostare il parametro non di una sigma, bensì al valore "esterno". Infine, per i parametri che sono vincolati, si può decidere anziché di fissarlo al valore spostato di una sigma, di lasciarlo libero ma di spostare di una sigma il valore centrale del vincolo.

Procediamo quindi nella determinazione dei vari contributi sistematici a Δm_{B_d} con il metodo descritto sopra, consapevoli della sua arbitrarietà, ma anche del suo largo impiego.

7.4 La sistematica dovuta al binning

Poiché il *fit* χ^2 ha tra i suoi limiti (si veda il paragrafo 6.9) la dipendenza del risultato dalla scelta arbitraria della suddivisione e dell'intervallo dell'asse dei tempi, è necessario controllare quant'è rilevante questo effetto. Riportiamo nella seguente tabella i risultati dei *fit* di Δm_{B_d} eseguiti con differenti scelte di *binning*:

<i>binning</i>	Δm_{B_d}
25 <i>bin</i> [-0.1,0.4] <i>cm</i>	$(0.422 \pm 0.047) ps^{-1}$
20 <i>bin</i> [-0.1,0.4] <i>cm</i>	$(0.427 \pm 0.048) ps^{-1}$
30 <i>bin</i> [-0.2,0.5] <i>cm</i>	$(0.424 \pm 0.047) ps^{-1}$
20 <i>bin</i> [0.0,0.4] <i>cm</i>	$(0.419 \pm 0.046) ps^{-1}$
10 <i>bin</i> [0.0,0.3] <i>cm</i>	$(0.412 \pm 0.045) ps^{-1}$

Il primo caso è mostrato in figura 7.3, dove i pallini sono i dati, e la linea continua è il risultato del *fit*: le altre linee non continue si riferiscono ai risultati degli altri *fit* discussi in tabella. Si conclude che la dipendenza del valore stimato di Δm_{B_d} dalla

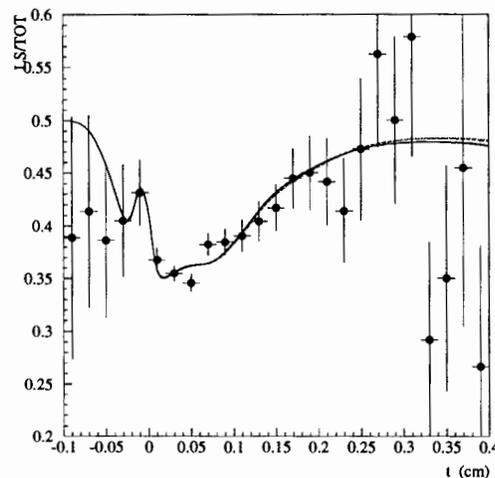


Figura 7.3: Andamento temporale di LS/TOT per il campione di dati, (pallini), con sovrapposto i risultati dei *fit* per differenti scelte del binning.

scelta della suddivisione dell'asse dei tempi non è molto rilevante (e comunque sarà eliminata implementando il *fit likelihood*).

7.5 La sistematica dovuta alla vita media τ_b

Riportiamo in tabella i valori ottenuti per Δm_{B_d} variando di $\pm 0.06 ps$ (errore fornito dal PDG [56] sulla misura della vita media del B^0) il valore di τ_b :

τ_b	Δm_{B_d}
$(1.56 + 0.06) ps$	$0.420 ps^{-1}$
$(1.56 - 0.06) ps$	$0.431 ps^{-1}$

Nella figura 7.4 mostriamo i risultati dei *fit*. Si noti che l'errore sistematico dovuto a τ_b è piccolo essendo questa una grandezza misurata con precisione in vari esperimenti.

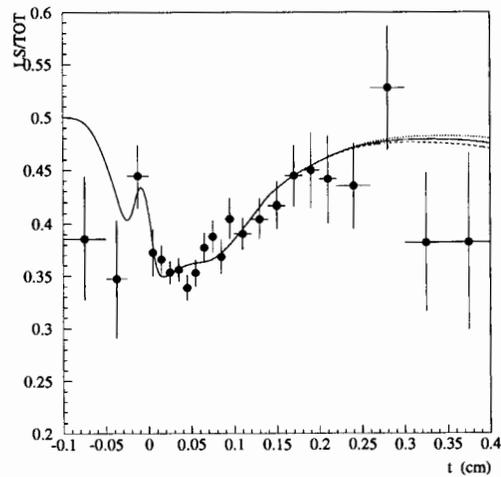


Figura 7.4: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni del parametro τ_b di $\pm 0.005 ps$.*

7.6 La sistematica dovuta alle frazioni di B_d , e B_s

Riportiamo nella seguente tabella i valori ottenuti per Δm_{B_d} spostando i valori delle frazioni B_d , B_s secondo i rispettivi errori (si veda la tabella 4.2), che tengono conto dell'incertezza nelle misure fatte a LEP, come riportato nel PDG [56]:

F_i	Δm_{B_d}
$F_d = (39.9 + 2.4)\%$	0.408 ps^{-1}
$F_d = (39.9 - 2.4)\%$	0.444 ps^{-1}
$F_s = (9.1 + 1.5)\%$	0.398 ps^{-1}
$F_s = (9.1 - 1.5)\%$	0.452 ps^{-1}

Nella figura 7.5 mostriamo i risultati dei *fit*.

Si noti che i contributi sistematici dovuti alle incertezze sulle frazioni di B_d e B_s non sono trascurabili. Tuttavia, prossime misure più accurate di queste frazioni potranno ridurre i suddetti errori sistematici.

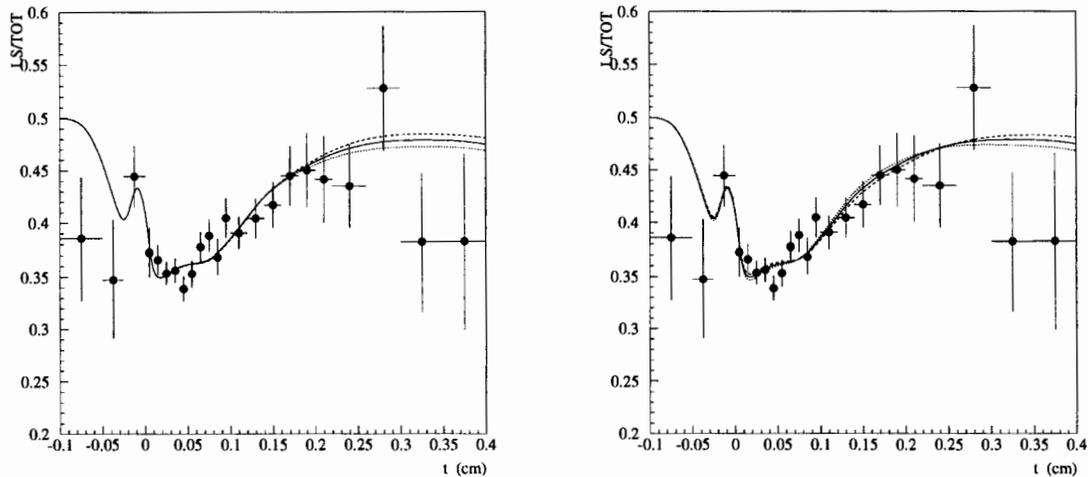


Figura 7.5: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni dei parametri: F_d di $\pm 2.4\%$ (a sinistra), e F_s di $\pm 1.5\%$ (a destra).*

7.7 La sistematica dovuta ai sequenziali

La frazione di sequenziali nel *fit* è fissata al valore determinato nel campione Monte Carlo. Questa frazione dipende dai valori dei BR di decadimento degli adroni contenenti *quark* pesanti (*b* e *c*), utilizzati dal generatore (QQ). Tali BR sono stati fissati ai valori misurati nell'esperimento CLEO. Propagando gli errori di queste misure, si è stimato una variazione della frazione di sequenziali del 15% relativo. Variamo quindi nel *fit*, simultaneamente, le frazioni di sequenziali nel *vertex side*, $f_s(t)$, e nell'*away side*, g_s , nel modo seguente:

$$\bullet \quad \begin{cases} f_s(t) \rightarrow 1.15 \cdot f_s(t) \\ g_s \rightarrow 1.15 \cdot g_s \end{cases} \quad \Delta m_{B_d} = 0.371 \text{ ps}^{-1} \quad (7.5)$$

$$\bullet \quad \begin{cases} f_s(t) \rightarrow 0.85 \cdot f_s(t) \\ g_s \rightarrow 0.85 \cdot g_s \end{cases} \quad \Delta m_{B_d} = 0.481 \text{ ps}^{-1} \quad (7.6)$$

I risultati sono mostrati in figura 7.6.

Si noti il grosso errore sistematico dovuto all'incertezza sulla frazione di sequenziali: questa è infatti la sorgente dominante dell'errore sistematico per molte misure di Δm_{B_d} .

Due sono i modi per ridurre tale errore sistematico: il primo, è ovviamente quello di avere misure "esterne" più precise sui BR di decadimento semileptonici per gli adroni "pesanti"; il secondo, è quello di ridurre la frazione di decadimenti sequenziali, tagliando più alto in p_t^{rel} , oppure direttamente nel momento trasverso del μ . Vedremo che c'è una ragione ancora più solida per spingerci ad alzare, nella selezione del campione, la richiesta sul p_t del μ .

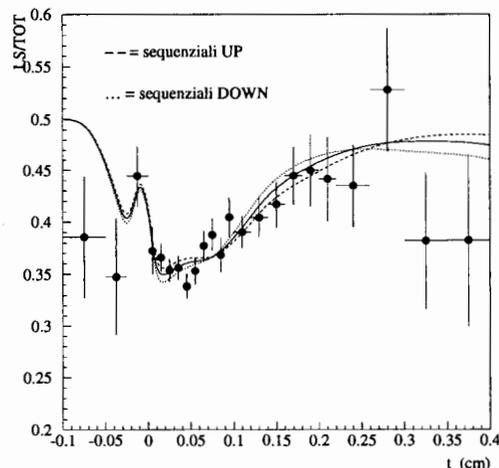


Figura 7.6: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni relative del 15% delle frazioni di sequenziali.*

7.8 La sistematica dovuta alle risoluzioni

Stimiamo la sistematica nella misura di Δm_{B_d} dovuta alle risoluzioni in L_{xy} e in $\frac{\Delta(1/pt)}{(1/pt)}$ (per brevità ci riferiremo a quest'ultima con il simbolo " $\beta\gamma$ ") variando del 20%, indipendentemente per le due risoluzioni, le larghezze delle gaussiane con cui parametrizziamo tali risoluzioni. Il valore scelto è arbitrario, ma pensiamo sia una stima conservativa dell'effettiva incertezza sulle risoluzioni determinate via Monte Carlo.

Riportiamo in tabella i risultati ottenuti:

σ	Δm_{B_d}
$\sigma_j^{(L)} \rightarrow 1.20 \cdot \sigma_j^{(L)}$	0.430 ps^{-1}
$\sigma_j^{(L)} \rightarrow 0.80 \cdot \sigma_j^{(L)}$	0.421 ps^{-1}
$\sigma_j^{(\beta\gamma)} \rightarrow 1.20 \cdot \sigma_j^{(\beta\gamma)}$	0.425 ps^{-1}
$\sigma_j^{(\beta\gamma)} \rightarrow 0.80 \cdot \sigma_j^{(\beta\gamma)}$	0.424 ps^{-1}

In figura 7.7 sono mostrati i risultati dei *fit*.

Si noti che il contributo sistematico a Δm_{B_d} è trascurabilissimo.

Abbiamo provato a valutare tale errore sistematico anche con un altro metodo, consistente nell'introdurre, come due nuovi parametri nel *fit*, un fattore di scala comune per le sigma delle (due) gaussiane con cui si parametrizza la risoluzione L_{xy} , e un altro analogo per la risoluzione $\beta\gamma$. Poi si sono fissati, come al solito, tutti i parametri del *fit* ai rispettivi valori centrali, lasciando liberi solo Δm_{B_d} e uno dei due nuovi parametri descritti sopra. Il valore ottenuto per quest'ultimo è stato 1, con un grosso errore che indica l'insensibilità del *fit* a tale parametro, e quindi nessun spostamento per Δm_{B_d} .

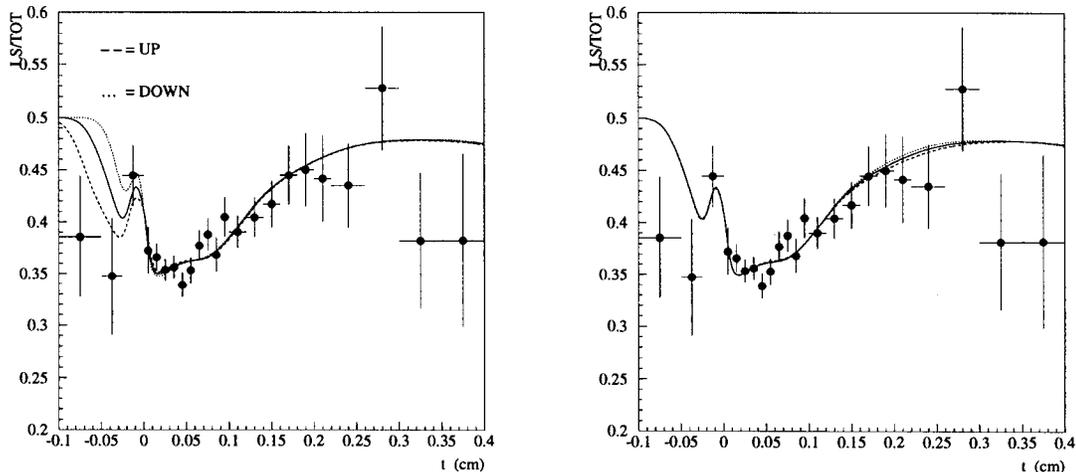


Figura 7.7: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni di $\pm 20\%$ delle σ delle risoluzioni in L_{xy} (a sinistra) e $\beta\gamma$ (a destra).*

7.9 La sistematica dovuta al fondo $c\bar{c}$

Nel capitolo 5 (si veda in particolare 5.13) abbiamo stimato la frazione di fondo $c\bar{c}$ presente nel campione selezionato:

$$f_c = (1 \pm 1)\%$$

Il risultato del *fit* (si veda il paragrafo 7.2) ha fornito un valore in accordo con tale stima:

$$(f_c) \text{ valore centrale} = (0.5 \pm 1.6)\%$$

Per valutare la sistematica su Δm_{B_d} dovuta alla frazione di $c\bar{c}$ fissiamo f_c a 0 e a 2%:

f_c	Δm_{B_d}
0	0.420 ps^{-1}
2%	0.441 ps^{-1}

Nella figura 7.8 (a sinistra) sono mostrati i risultati.

Per quanto riguarda la vita media τ_c , il valore (centrale) indicato dal *fit* in Δm_{B_d} (si veda il paragrafo 7.2) è:

$$(\tau_c) \text{ valore centrale} = (0.81 \pm 0.15) \text{ ps}$$

Tale valore è in accordo con quanto si ottiene facendo un *fit* di vita media sul campione di Monte Carlo $c\bar{c}$:

$$(\tau_c) \text{ fit vita media} = (0.89 \pm 0.06) \text{ ps} \quad \frac{\chi^2}{ndf} = \frac{11.2}{19}$$

ove l'errore riportato è puramente statistico. Il risultato è mostrato in figura 7.8 (a destra).

Si noti che la distribuzione temporale è stata ottenuta utilizzando il fattore di correzione determinato per gli eventi $b\bar{b}$; analogamente, la risoluzione temporale e la curva di efficienza utilizzati nel *fit* sono ancora quelli determinati dal Monte Carlo $b\bar{b}$. Così facendo trattiamo gli eventi $c\bar{c}$ esattamente come la frazione di questo tipo di eventi che contamina il campione sperimentale di dati.

Infine, fissiamo (arbitrariamente) τ_c a 0.60 ps e a 1.00 ps , per stimare il contributo sistematico di questo parametro su Δm_{B_d} :

τ_c	Δm_{B_d}
0.60 ps	0.424 ps^{-1}
1.00 ps	0.427 ps^{-1}

Si conclude quindi che l'errore sistematico nella misura di Δm_{B_d} , dovuto all'incertezza sulla frazione e sulla vita media degli eventi $c\bar{c}$ presenti nel campione di dati sperimentali, è piccolo.

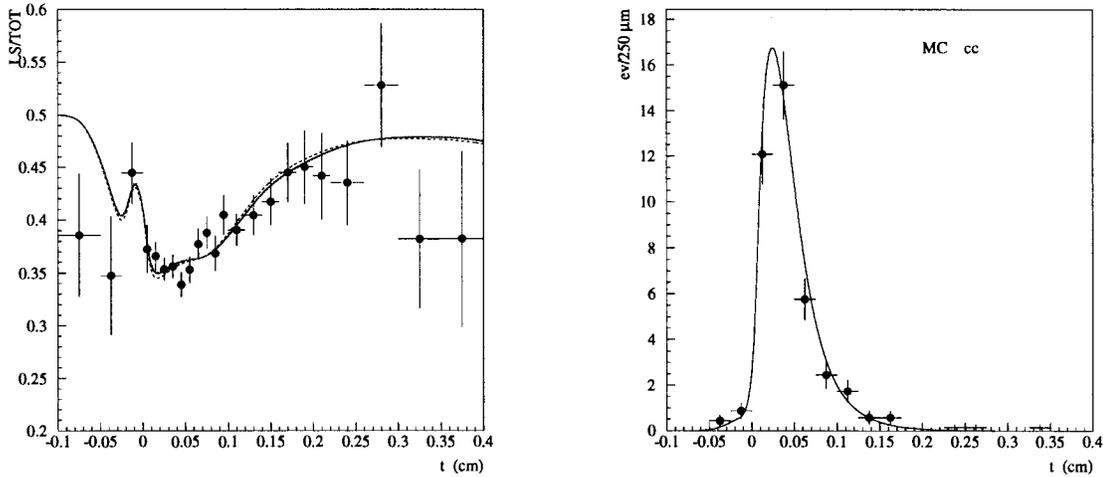


Figura 7.8: A sinistra: spostamento sistematico del fit per variazioni della frazione di charm.

A destra: fit della vita media nel campione MC $c\bar{c}$.

7.10 La sistematica dovuta al fondo di falsi muoni

La stima, fatta nel capitolo 5 (si veda 5.19), del fondo di falsi muoni che contamina il campione selezionato è:

$$f_{bkg} = (45 \pm 8)\%$$

Il risultato del fit (si veda il paragrafo 7.2) ha fornito un valore non incompatibile con tale stima:

$$(f_{bkg}) \text{ valore centrale} = (31.3 \pm 4.2)\%$$

Si tenga presente che la possibile (e probabile) contaminazione di veri μ nel campione di fondo porta a sovrastimare la frazione di fondo nei dati sperimentali, determinata con i vari fit a due o tre componenti descritti nel capitolo 5. Inoltre, in questa stima si è trascurata la possibile correlazione tra il fondo nel *vertex* e *away side*, e ciò va pure, verosimilmente, nella direzione di sovrastimare il fondo.

Vediamo come varia Δm_{B_d} per diversi valori (fissi) di f_{bkg} :

f_{bkg}	Δm_{B_d}
20 %	0.524 ps^{-1}
25 %	0.481 ps^{-1}
35 %	0.392 ps^{-1}
40 %	0.343 ps^{-1}
45 %	0.301 ps^{-1}

Mostriamo i due casi estremi ($f_{bkg} = 20\%$, 45%) in figura 7.9.

Da questi valori segue che la dipendenza di Δm_{B_d} da f_{bkg} è così forte da rendere praticamente inattendibile la misura di Δm_{B_d} , a meno di possedere una stima precisa della frazione di fondo.

Per controllare se la sensibilità del *fit* al valore del parametro f_{bkg} dipenda da una

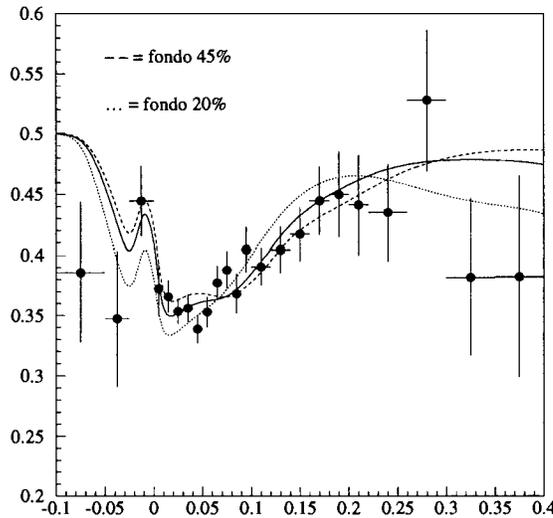


Figura 7.9: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni della frazione di fondo di falsi muoni.*

distorta distribuzione temporale del fondo — ciò potrebbe succedere, come abbiamo fatto notare più volte nel capitolo 5, a causa della diversa selezione cinematica del campione di fondo rispetto al campione di dati — si è proceduto nel modo seguente. Parametrizziamo l'andamento temporale del fondo come la somma di due termini:

$$P_{bkg}(t) = f_{prompt} \cdot P_{prompt}(t) + (1 - f_{prompt}) \cdot P_{long}(t, \tau_{long}) \quad (7.7)$$

ove $P_{prompt}(t)$ descrive la frazione f_{prompt} di fondo che proviene dal vertice primario, e $P_{long}(t, \tau_{long})$ la rimanente parte di fondo che “vola”, con vita media τ_{long} . Fisicamente, la prima componente descrive gli eventi originati da processi *jet-jet*, provenienti da *quark* leggeri o gluoni, oppure dalla frammentazione del *quark* b ; la seconda invece

descrive gli eventi di fondo provenienti dai decadimenti adronici del B .

Analicamente, descriviamo $P_{long}(t)$ in modo analogo a quanto fatto nel capitolo precedente per $P_{b,dir}(t)$, cioè convolvendo prima l'esponenziale decedente con la funzione di risoluzione temporale, e applicando poi la curva di efficienza; per $P_{prompt}(t)$ procediamo nello stesso modo ma usiamo la funzione delta di Dirac, centrata a zero, al posto dell'esponenziale. Si noti che la risoluzione temporale e la curva di efficienza utilizzati sono quelli determinati dal Monte Carlo $b\bar{b}$.

Il risultato del *fit* della distribuzione temporale del fondo con 7.7, con i due parametri liberi f_{prompt} , τ_{long} fornisce il seguente risultato:

$$\begin{aligned} f_{prompt} &= (16.4 \pm 2.0)\% & \frac{\chi^2}{ndf} &= \frac{41.2}{23} \\ \tau_{long} &= (1.66 \pm 0.8)ps \end{aligned} \quad (7.8)$$

Mostriamo in figura 7.10 il risultato del *fit*, e anche quello ottenuto fissando τ_{long} al valore del PDG [56] per la vita media del B^0 :

$$\begin{aligned} f_{prompt} &= (14.9 \pm 1.7)\% & \frac{\chi^2}{ndf} &= \frac{43.1}{24} \\ \tau_{long} &= 1.56 ps \text{ fissato} \end{aligned} \quad (7.9)$$

L'idea è di usare nel *fit* di Δm_{B_d} la parametrizzazione 7.7 di $P_{bkg}(t)$, con $\tau_{long} = \tau_b$ e

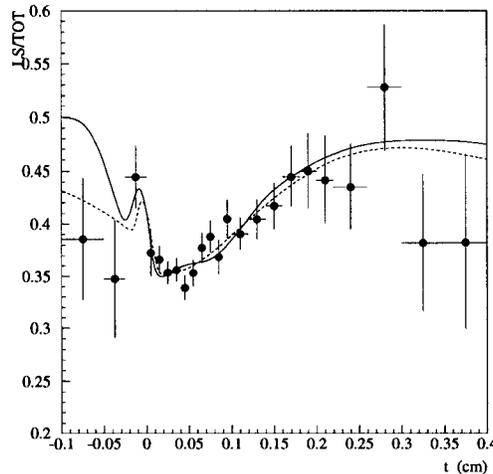


Figura 7.10: *Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale (linea continua), per variazioni della frazione di fondo di falsi muoni.*

f_{prompt} come ulteriore parametro libero. In questo modo, se la distribuzione temporale osservata nel campione di fondo fosse diversa da quella effettiva della componente di fondo presente nel campione sperimentale allora il *fit* potrebbe “aggiustarla” cambiando f_{prompt} . Il risultato del *fit*, mostrato in figura 7.11 (a sinistra; si è sovrapp-

posto sulla stessa figura, in linea continua, il risultato del *fit* discusso nel paragrafo 7.2, in cui come $P_{bkg}(t)$ si considera direttamente la distribuzione temporale osservata nel campione di fondo), è:

<i>parametro</i>	<i>valore dal fit</i>
Δm_{B_d}	$(0.390 \pm 0.053) ps^{-1}$
τ_b	$(1.51 \pm 0.05) ps$
F_d	$(40.0 \pm 2.4)\%$
F_s	$(9.0 \pm 1.5)\%$
f_c	$(0.6 \pm 3.0)\%$
τ_c	$(0.87 \pm 0.15) ps$
f_{bkg}	$(35.6 \pm 4.3)\%$
f_{prompt}	$(12.1 \pm 6.5)\%$

Si verifica che il risultato, sia in termini di Δm_{B_d} che di f_{prompt} , non varia apprezzabilmente se fissiamo $\tau_b = 1.56 ps$. Vediamo in questo caso come varia Δm_{B_d} al variare di f_{bkg} (tutti gli altri parametri, escluso ovviamente Δm_{B_d} , sono fissati ai valori ottenuti dal *fit* e riportati sopra in tabella):

f_{bkg}	Δm_{B_d}
20 %	$0.539 ps^{-1}$
25 %	$0.492 ps^{-1}$
30 %	$0.446 ps^{-1}$
40 %	$0.345 ps^{-1}$
45 %	$0.294 ps^{-1}$

I risultati dei *fit*, per i due valori estremi di f_{bkg} , sono riportati nella figura 7.11 (a destra).

Si conclude che la forte dipendenza di Δm_{B_d} dalla frazione assoluta di fondo, f_{bkg} , permane anche con questa diversa descrizione temporale del fondo. Poiché la stima di f_{bkg} non è molto precisa, segue che la misura di Δm_{B_d} in questo campione è affetta da un importante errore sistematico: è necessario quindi applicare dei tagli più severi nella selezione del campione sperimentale, in modo da ridurre la contaminazione di fondo, e quindi il contributo sistematico dovuto a tale sorgente. Questo, naturalmente, al prezzo di un errore statistico più alto.

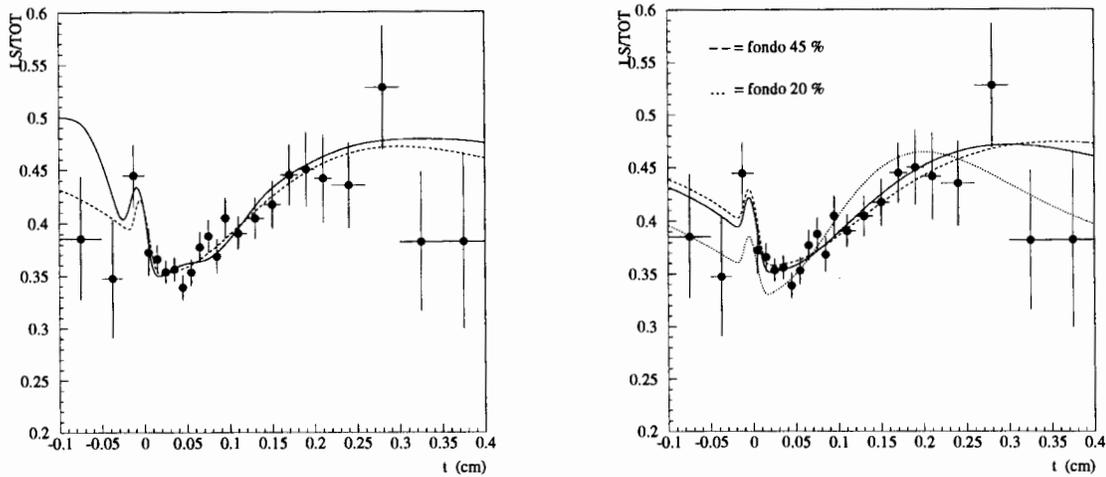


Figura 7.11: A sinistra: *fit di Δm_{B_d} con il fondo descritto con due componenti (prompt, e a vita "lunga") libere (linea tratteggiata), confrontato con il fit usuale (linea continua).* A destra: *spostamento dal valore centrale (linea continua) per variazioni della frazione assoluta di fondo.*

7.11 Prospettive con la nuova selezione

La grande sensibilità del *fit di Δm_{B_d}* alla frazione di fondo di falsi muoni ci induce a modificare i criteri di selezione del campione. Il taglio che per primo deve essere cambiato è quello sul momento trasverso dei μ : anziché $p_t(\mu) > 2 \text{ GeV}$, richiederemo:

$$p_t(\mu) > 3 \text{ GeV} \quad \text{per entrambi i } \mu \quad (7.10)$$

Così facendo il campione di fondo, ottenuto richiedendo che almeno uno dei due muoni sia *CMP-fiduciale* ma non abbia *CMP-stub*, diventa omogeneo, dal punto di vista cinematico, al campione di dati. Questo fornisce una giustificazione più solida ai *fit* a due o tre componenti per le variabili cinematiche $p_t^{\text{rel}(jet\ no\ mu)}$ e $m_B^{(jet)}$ utilizzati per determinare la contaminazione di fondo nei dati. Analogamente, l'andamento temporale osservato nel campione di fondo riproduce più correttamente l'effettivo comportamento del fondo presente nel campione di dati. Inoltre, è ragionevole attendersi una diminuzione della frazione di fondo al crescere del taglio in p_t .

Richiedendo 7.10 il campione di dati si riduce da 13866 a 6193 eventi.

Se richiediamo, in aggiunta a 7.10, l'ulteriore taglio:

$$\mu \text{ CMU e CMP} \quad \text{per entrambi i } \mu \quad (7.11)$$

il numero di eventi si riduce ulteriormente a 3238. Questo taglio diminuirebbe certamente la contaminazione di fondo: stiamo ancora studiando se convenga applicare solo il taglio 7.10, oppure oltre a questo anche 7.11.

Per quanto riguarda il campione di Monte Carlo, che è costituito solo da 4505 eventi, l'applicazione del solo taglio 7.10 riduce il numero di eventi a 2604; richiedendo anche 7.11 rimangono 1071 eventi. L'esiguità di questi numeri rende necessaria una nuova generazione di Monte Carlo $b\bar{b}$: il taglio più alto nel $p_t(\mu)$ consente di alzare sia la soglia di generazione del momento trasverso del *quark* b , sia quella nel momento trasverso del μ utilizzata nel filtro a livello di generazione. Ciò è di grande aiuto per diminuire il tempo necessario per compiere tale generazione: stimiamo di riuscirci in due-tre mesi.

Concludiamo quindi che con la nuova selezione ci si aspetta una sensibile diminuzione del fondo di falsi muoni, e una più precisa valutazione sia della sua entità assoluta, sia della sua distribuzione temporale, grazie all'omogeneità cinematica del campione di fondo e di segnale. Questo dovrebbe tradursi in una netta diminuzione dell'errore sistematico sulla misura di Δm_{B_d} . Anche il contributo sistematico dovuto alla frazione di sequenziali diminuirà, avendo i sequenziali una distribuzione in p_t più bassa rispetto ai diretti, e quindi il taglio a 3 GeV favorisce più questi ultimi.

Conclusioni

In questa tesi si è affrontato il problema della misura in funzione del tempo dell'oscillazione $B_d^0 - \bar{B}_d^0$, usando il canale inclusivo $\mu\mu$, nell'ambito dell'esperimento CDF al Tevatron.

Le peculiarità di un *collider* adronico:

- basso rapporto segnale/rumore (la sezione d'urto di produzione $b\bar{b}$ è circa un millesimo di quella totale);
- distribuzione in p_t dei B molto estesa e a media bassa ($\langle p_t(B) \rangle \approx 6 \text{ GeV}$);
- maggior parte dei prodotti di decadimento diretti e indiretti del B con p_t minore di 1 GeV , e quindi comparabile con quello sia delle particelle del processo spettatore, sia delle particelle che originano dalla frammentazione del *quark* b ;

rendono lo studio delle oscillazioni $B_d^0 - \bar{B}_d^0$ complesso e difficile, ma al tempo stesso, per l'alta statistica disponibile, molto promettente, in prospettiva, come primo passo verso la misura del B_s nelle macchine TeV II, e LHC.

Nel canale considerato a due muoni, con la richiesta minima, compatibilmente con il *trigger*, nel momento trasverso ($p_t > 2 \text{ GeV}$), si incontrano due principali problemi:

- la generazione di campioni Monte Carlo $b\bar{b}$ è limitata in statistica, a causa dell'enorme tempo di calcolo necessario per riprodurre processi a basso momento trasverso, caratterizzati da un'alta sezione d'urto ($\approx 20 \mu\text{b}$), ma anche da una bassissima efficienza di selezione ($\approx 10^{-5}$);
- la stima del fondo di falsi μ (*punch-through* e decadimenti in volo) non può avvalersi dell'aiuto delle simulazioni, essendo estremamente difficile riprodurre l'interazione forte di π e K , ad impulsi di qualche GeV , con la materia (protoni e neutroni nel calorimetro); d'altra parte, l'individuazione di campioni sperimentali arricchiti di fondo è complicato dalle esigenze, contrastanti, di ridurre il più possibile la contaminazione di segnale e di avere le stesse proprietà cinematiche del campione di dati.

Nonostante le suddette difficoltà, in questa tesi si è mostrato che la misura di Δm_{B_d} è possibile, ed in effetti ne viene ricavato un valore compatibile con quelli misurati

alle macchine e^+e^- , ma con un errore sistematico, legato all'incertezza nella stima del fondo di falsi muoni, ancora molto grande. Il modo più indicato per ridurlo consiste nel restringere i criteri di selezione del campione, in particolare alzare la richiesta in p_t dei μ da 2 a 3 GeV , cioè in una regione di impulsi in cui il rivelatore di muoni consente una minore contaminazione da adroni.

Partendo da questa nuova selezione, le tecniche e i metodi discussi in questa tesi dovrebbero permettere entro pochi mesi una misura precisa di Δm_{B_d} .

Appendice

Isajet, Herwig, Pythia

La principale giustificazione teorica alla base dei generatori Monte Carlo è il teorema di fattorizzazione per i processi “duri”, secondo cui un qualsiasi processo ad alto momento trasferito Q può essere fattorizzato nei seguenti quattro sottoprocessi:

1. emissione di radiazione nello stato iniziale;
2. sottoprocesso elementare “duro”;
3. emissione di radiazione nello stato finale (frammentazione);
4. adronizzazione.

Il primo sottoprocesso è trattato similmente al terzo.

Il secondo sottoprocesso è costituito dall’interazione elementare partone-partone: qui entrano gli elementi di matrice $2+2$ calcolati perturbativamente con la QCD, di solito all’ordine principale (LO).

I sottoprocessi terzo e quarto, cioè la cascata partonica (processi virtuali $q \rightarrow qg$; $g \rightarrow q\bar{q}$) seguita dalla formazione di stati neutri di colore (adroni), sono trattati in modo diverso nei tre generatori.

Herwig [58]: è il più fondato dal punto di vista teorico, giacché la frammentazione è implementata nel modo seguente, basato sui risultati della QCD:

- le frazioni di energia dei prodotti dello sciame partonico sono distribuite in accordo alle funzioni di *splitting* di Altarelli-Parisi;
- lo spazio delle fasi è limitato in modo da assicurare l’ordinamento angolare (cioè ad ogni diramazione, l’angolo tra i due partoni emessi è più piccolo di quello della diramazione precedente);
- gli angoli di emissione sono in accordo ai fattori di forma di Sudakov.

Per quanto riguarda l’adronizzazione, non vi è modo al momento di ricavarla dalla QCD, essendo un processo non perturbativo, e quindi si deve ricorrere ad un modello fenomenologico. Quello seguito da Herwig è detto modello

di adronizzazione a *cluster*: quando la virtualità dei partoni prodotti nella frammentazione è minore di una certa soglia, tutti i gluoni sono scissi (non perturbativamente) in *quark-antiquark* leggeri (u o d), e vengono formati poi (seguendo la linea di colore in una approssimazione planare) dei *cluster* che siano neutri di colore. A questo punto, i vari *cluster* vengono scissi in sottinsiemi di massa invariante sempre più piccoli, fino ad arrivare agli adroni “ordinari”.

Pythia (Lund) [57]: il sottoprocesso di frammentazione, propriamente perturbativo, e quello di adronizzazione, non perturbativo, vengono trattati insieme, secondo il modello a stringa. Questo è basato sull’assunzione che il flusso di colore tra la coppia *quark-antiquark* sia compresso in una regione a forma di tubo, e che questa contenga una quantità di energia costante per unità di lunghezza, ovvero che il potenziale tra q e \bar{q} cresca in modo lineare con la distanza. In base a questo modello, i due partoni dello stato finale del processo “duro” si trovano agli estremi di una stringa, la cui energia cresce linearmente a mano a mano che i due partoni si allontanano l’uno dall’altro; ad un certo punto la stringa si spezza e si formano così due stringhe di energia più bassa, ciascuna delle quali ha agli estremi una coppia $q\bar{q}$. Il processo di scissione della stringa procede iterativamente, fino a raggiungere un valore minimo di energia, arrivati al quale si hanno gli adroni osservabili.

Il modello a stringa, pur essendo fenomenologico, è motivato dai risultati della QCD sul reticolo, dai calcoli del *bag model*, dalla fenomenologia di Regge, e infine dalla spettroscopia del *charmonium* e *bottonium*.

Isajet [54]: come Pythia, anche Isajet tratta la frammentazione insieme all’adronizzazione; tuttavia l’approccio seguito da Isajet è basato su un semplice modello fenomenologico, proposto da Field e Feynman, privo di motivazioni teoriche, ma che riesce a descrivere molto bene, dopo essere stato calibrato su alcune distribuzioni sperimentali, molte altre distribuzioni. In pratica il metodo si basa sul seguente algoritmo ricorsivo: un quark di tipo “ a ”, con energia E_a , crea un campo di colore in cui nuove coppie *quark-antiquark* sono prodotte. Il *quark* “ a ” si ricombina allora con l’*antiquark* “ \bar{b} ”, formando il mesone “ $a\bar{b}$ ”, mentre il *quark* rimanente “ b ”, che trasporta una frazione η dell’energia iniziale E_a , si ricombina con altri *antiquark*, e così via ripetutamente fino a che l’energia trasportata raggiunge una soglia minima E_{min} .

Si noti che per quanto riguarda la frammentazione di *quark* pesanti (c o b), tutti e tre i generatori usano la frammentazione di Peterson [55].

In conclusione, il più corretto, da un punto di vista teorico, tra i tre generatori è Herwig, che però paga la sua maggiore complessità in termini di tempo di calcolo. All'estremo opposto si trova Isajet che, essendo basato su un modello parametrizzato di frammentazione-adronizzazione, è il più veloce nella generazione.

Ringraziamenti

Desidero ringraziare innanzitutto Dario e Giovanni per avermi dato la possibilità di lavorare in un ambiente ricco e stimolante quale CDF.

Un grazie di cuore va a Giovanni, Giuliano, Matteo con cui ho condiviso molte delle fatiche, dei momenti di difficoltà, ma anche di entusiasmo e passione che ci hanno accompagnato in questi anni.

Ringrazio vivamente Donatella e Franco per la preziosa e fruttuosa collaborazione.

Un sincero ringraziamento a Colin, per gli innumerevoli consigli, suggerimenti, e discussioni.

Infine, un coro di ringraziamenti agli altri membri del gruppo CDF-CMS, con i quali ho trascorso, spesso gomito a gomito, intere giornate di lavoro, ricevendo consigli, sostegno morale, aiuto in mille piccole cose, ma soprattutto, ciò che più conta e mi rimarrà, una sincera amicizia: Gino, Tommaso, Patrizia, Nicola, Jeff, (i vari) Andrea, Martina, Giacomo, Devis, Francesca, Luciano, Luca, Luisa, Maurizio.

Elenco delle figure

1.1	<i>Grafici di Feynman all'ordine più basso per la produzione di heavy quark</i>	8
1.2	<i>Diagrammi a box per i mesoni $B_{d,s}^0, \bar{B}_{d,s}^0$</i>	17
1.3	<i>Diagrammi tree e penguin per il decadimento $B^\pm \rightarrow K^\pm \rho^0$</i>	22
1.4	<i>triangolo unitario</i>	23
1.5	<i>Frazione di eventi con lo stesso segno con i risultato del fit sovrapposto (linea continua); per $x_d = 0$ il fit è mostrato in linea tratteggiata; per $x_d, x_s = 0$ in linea puntiforme.</i>	33
2.1	<i>Schema dell'accelerazione di particelle al Tevatron.</i>	36
2.2	<i>Sezione del rivelatore CDF</i>	40
2.3	<i>Prospettiva del rivelatore CDF.</i>	41
2.4	<i>Struttura di uno dei due moduli del rivelatore di vertice.</i>	43
2.5	<i>Struttura di una singola ladder del rivelatore di vertice.</i>	44
2.6	<i>Andamento del livello di radiazione in funzione della distanza dalla linea dei fasci e della crescita del rumore nel chip in funzione della dose di radiazioni ricevuta.</i>	45
2.7	<i>Display di un evento per la VTX.</i>	46
2.8	<i>Vista in sezione della CTC.</i>	47
2.9	<i>Distribuzione radiale delle conversioni $\gamma \rightarrow e^+e^-$</i>	49
2.10	<i>Vista di uno dei 24 settori (wedge) di cui è composto il calorimetro centrale.</i>	50
2.11	<i>Geometria delle camere centrali dei muoni.</i>	54
2.12	<i>Sezione di una singola cella delle camere a fili per μ.</i>	54
2.13	<i>Sezione di un gruppo di celle delle camere per muoni.</i>	55
2.14	<i>Copertura delle camere centrali per muoni.</i>	56
2.15	<i>Risoluzione del parametro d'impatto, ottenuto con il rivelatore di vertice SVX, in funzione del momento trasverso della traccia.</i>	59
3.1	<i>Schema del decadimento del mesone B.</i>	62
3.2	<i>Correlazione fra il parametro d'impatto d e l'angolo azimutale ϕ.</i>	67
3.3	<i>differenza tra il vertice primario determinato con VXPRIM e con la BEAM LINE.</i>	68
3.4	<i>Display CTC e piano $d - \phi$</i>	69

3.5	<i>Schema dei tagli nel piano $d - \phi$</i>	71
4.1	<i>Spettro in p_t dei quark b e del loro adrone per il campione generato con ISAJET, HERWIG, PYTHIA</i>	76
4.2	<i>Andamento dell'efficienza di trigger in funzione del p_t del quark b</i>	77
4.3	<i>Andamento dell'efficienza di tagging in funzione del p_t per il campione di ISAJET</i>	78
4.4	<i>Andamento nel campione di ISAJET dell'efficienza totale dell'intera catena di selezione funzione di $p_t(b)$</i>	78
4.5	<i>Spettro in p_t degli adroni B con la richiesta di p_t del quark $b > 2, 3, 4, 5$ GeV</i>	79
4.6	<i>Distribuzione $\Delta\phi$ per le coppie di quark $b\bar{b}$, di adroni $B\bar{B}$ e μ. Per il campione di ISAJET e per quello di HERWIG</i>	79
4.7	<i>Distribuzione p_t^{rel} e della massa invariante fra i due μ per il campione di ISAJET e quello di HERWIG</i>	80
4.8	<i>Frazioni delle varie specie di mesoni e barioni con beauty ottenute dai generatori ISAJET+QQ, HERWIG+QQ, PYTHIA+QQ</i>	81
4.9	<i>Fattore di correzione calcolato sui diretti, in funzione del momento trasverso e della massa invariante del cluster (incluso il μ)</i>	82
4.10	<i>Spettro del momento dei b-adroni prodotti al Tevatron</i>	84
4.11	<i>Risoluzioni assoluta di L_{xy}, a sinistra, e relativa di $1/p_{t\text{cluster}}$, a destra</i>	89
4.12	<i>Andamento temporale dell'efficienza di determinare un vertice secondario, per i decadimenti diretti</i>	91
4.13	<i>Distribuzione in p_t^{rel} per μ diretti e μ sequenziali e frazione di μ diretti e sequenziali rigettati in funzione del taglio in p_t^{rel}</i>	93
4.14	<i>Andamento temporale della frazione di sequenziali nel vertex side</i>	95
4.15	<i>Confronto dati - Monte Carlo per il momento trasverso e il parametro d'impatto dei μ</i>	98
4.16	<i>Confronto dati - Monte Carlo per il momento trasverso e la massa invariante del cluster con e senza il μ</i>	99
4.17	<i>Confronto dati - Monte Carlo per p_t^{rel}, $L_{xy}^{(proj)}$, e il numero di tracce del cluster incluso il μ</i>	100
5.1	<i>Massa invariante di μ di segno opposto in tre finestre intorno al valore di M_T</i>	102
5.2	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $p_t^{rel(jet\ no\ \mu)}$ nel vertex side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ, $b\bar{b}$</i>	111
5.3	<i>Risultato del fit in $p_t^{rel(jet\ no\ \mu)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS e OS, nel vertex side</i>	111
5.4	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $p_t^{rel(jet\ no\ \mu)}$ nell'away side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ, $b\bar{b}$</i>	112

5.5	<i>Risultato del fit in $p_t^{rel(jet nomu)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS e OS, nell'away side.</i>	112
5.6	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $m_B^{(jet)}$ nel vertex side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ, $b\bar{b}$.</i>	114
5.7	<i>Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS e OS, nel vertex side.</i>	114
5.8	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $m_B^{(jet)}$ nell'away side per i dati, $c\bar{c}$, falsi μ, $b\bar{b}$.</i>	115
5.9	<i>Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ sovrapposto alla distribuzione dei dati per LS e OS, nell'away side.</i>	115
5.10	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $d(\mu)$ nel vertex side per i dati, falsi μ, $b\bar{b}$.</i>	116
5.11	<i>Risultato del fit in $d(\mu)$ sovrapposto alla distribuzione dei dati nel vertex side.</i>	116
5.12	<i>Distribuzioni normalizzate della variabile $d(\mu)$ nell'away side per i dati, falsi μ, $b\bar{b}$.</i>	117
5.13	<i>Risultato del fit in $d(\mu)$ sovrapposto alla distribuzione dei dati nell'away side.</i>	117
5.14	<i>Distribuzione normalizzata del tempo proprio ricostruito per il campione di falsi μ nel vertex side.</i>	120
5.15	<i>Andamento temporale del rapporto LS/TOT per il campione di falsi μ nel vertex side.</i>	121
5.16	<i>Distribuzioni della massa invariante $M(K\pi)$ nel campione di dati sperimentali, nel campione di Monte Carlo $b\bar{b}$, e nel campione di fondo.</i>	123
5.17	<i>Distribuzione della differenza $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$ nel caso di corretta assegnazione della massa e nel caso opposto, per il campione di Monte Carlo.</i>	127
5.18	<i>Distribuzione della differenza $M(K\pi\pi) - M(K\pi)$ nel caso di corretta assegnazione della massa e nel caso opposto, per il campione di dati.</i>	128
6.1	<i>Distorsioni rispetto al caso ideale dovute alla risoluzione temporale, e alla curva di efficienza per $P_b(t)$, $P_{b, mix}^{(d)}(t)$.</i>	134
6.2	<i>Risultato del fit χ^2 per un campione di un milione di eventi generato con il Toy MC di Tipo 1.</i>	155
6.3	<i>Risultato del fit χ^2 per un campione di un milione di eventi generato con il Toy MC di Tipo 2.</i>	155
7.1	<i>Fit di Δm_{B_d} e di τ_{b_c} nel campione Monte Carlo $b\bar{b}$.</i>	158
7.2	<i>Andamento temporale di LS/TOT per il campione di dati, con sovrapposto il risultato del fit.</i>	159

7.3	<i>Andamento temporale di LS/TOT per il campione di dati, con sovrapposto i risultati dei fit per differenti scelte del binning.</i>	161
7.4	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale, per variazioni del parametro τ_b di ± 0.005 ps.</i>	162
7.5	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale per variazioni dei parametri: F_d di $\pm 2.4\%$ e F_s di $\pm 1.5\%$.</i>	163
7.6	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale, per variazioni relative del 15% delle frazioni di sequenziali.</i>	164
7.7	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale per variazioni di $\pm 20\%$ delle σ delle risoluzioni in L_{xy} e $\beta\gamma$.</i>	165
7.8	<i>spostamento sistematico del fit per variazioni della frazione di charm, e fit della vita media nel campione MC $c\bar{c}$.</i>	167
7.9	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale, per variazioni della frazione di fondo di falsi muoni.</i>	168
7.10	<i>Spostamento sistematico del fit, rispetto al valore centrale, per variazioni della frazione di fondo di falsi muoni.</i>	169
7.11	<i>fit di Δm_{B_d} con il fondo descritto con due componenti (prompt, e a vita "lunga") libere; e spostamento dal valore centrale per variazioni della frazione assoluta di fondo.</i>	171

Elenco delle tabelle

1.1	Misure dei parametri di oscillazione ai collider $p\bar{p}$	31
1.2	Misure dei parametri di oscillazione ai collider e^+e^-	32
2.1	Parametri di funzionamento del Tevatron.	38
2.2	Caratteristiche del Tevatron dopo l'upgrade.	39
2.3	Parametri degli strati di silicio di SVX.	45
2.4	Caratteristiche della VTX.	46
2.5	Caratteristiche della CTC.	48
2.6	Caratteristiche dei calorimetri elettromagnetici e adronici di CDF.	52
2.7	Riassunto delle caratteristiche dei rivelatori per μ	55
4.1	Frazioni di b -adroni prima e dopo i tagli dell'analisi.	84
4.2	Frazioni di b -adroni a LEP in produzione e riscalate secondo le efficienze relative di selezione.	85
4.3	Frazione di sequenziali nel vertex e away side prima e dopo il taglio in p_t^{rel}	93
5.1	Asimmetria di carica per il muone nel vertex side e away side, nei due campioni di fondo.	107
5.2	Risultato del fit in $p_t^{rel(jet\ no\ mu)}$ nel vertex e away side.	110
5.3	Risultato del fit in $m_B^{(jet)}$ nel vertex e away side.	113
5.4	Risultato del fit per il parametro d'impatto del μ nel vertex e away side.	113
5.5	Stime dei fondi ottenute estraendo il template del fondo prima del tag.	118
5.6	Numeri di eventi prima e dopo il taglio in p_t^{rel} ed efficienza del taglio per i diversi campioni.	119

Bibliografia

- [1] J.J. Aubert *et al*, *Physical Review Letters* 33 (1974) 1404
- [2] J.E. Augustin *et al*, *Physical Review Letters* 33 (1974) 1406
- [3] G. Goldhaber *et al*, *Physical Review Letters* 37 (1976) 255
- [4] I. Peruzzi *et al*, *Physical Review Letters* 37 (1976) 569
- [5] S.W. Herb, J.K. Yoh *et al*, *Physical Review Letters* 39 (1977) 252
- [6] D. Andrews *et al* (CLEO coll.), *Physical Review Letters* 45 (1980) 219
- [7] G. Finocchiaro *et al* (CUSB coll.), *Physical Review Letters* 45 (1980) 222
- [8] J.L. Franzini *et al* (CUSB coll.), *Physical Review Letters* 65 (1990) 2947
- [9] D. Decamp *et al* (ALEPH coll.), *Physics Letters B* 278 (1992) 209
- [10] P. Abreu *et al* (DELPHI coll.), *Physics Letters B* 289 (1992) 199
- [11] D. Buskulic *et al* (ALEPH coll.), *Physics Letters B* 294 (1992) 145
- [12] P.D. Acton *et al* (OPAL coll.), *Physics Letters B* 295 (1992) 357
- [13] F. Abe *et al* (CDF coll.), *Physical Review Letters* 71 (1993) 1685
- [14] P. Abreu *et al* (DELPHI coll.), *Z. Phys. C* 68 (1996) 541
- [15] T.P. Cheng, L.I. Li: *Gauge theory of elementary particle physics*, Oxford (1984)
- [16] J.F. Donoghue, E. Golowich, B.R. Holstein: *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge (1992)
- [17] A. Ali, D. London, *DESY 96-140* (1996)
- [18] E.A. Paschos, U. Türke, *Phys. Reports.* 178 (1989) 145
- [19] M.K. Gaillard, B.W. Lee, *Phys. Rev. D* 10 (1974) 897
J. Ellis, M.K. Gaillard, D.V. Nanopoulos, *Nucl. Phys. B* 109 (1976) 213
A. Ali, Z.Z. Aydin, *Nucl. Phys. B* 148 (1979) 165
J.S. Hagelin, M.B. Wise, *Nucl. Phys. B* 189 (1981) 87
J.S. Hagelin, *Nucl. Phys. B* 193 (1981) 123
H.Y. Cheng, *Phys. Rev. D* 26 (1982) 143
A.J. Buras, W. Slominski, H. Steger, *Nucl. Phys. B* 245 (1984) 369

- [20] A.Pais, O.Piccioni, *Phys. Rev.* 100 (1955) 1487
W.F. Fry, R.G. Sachs, *Phys. Rev.* 109 (1958) 2212
- [21] A.B. Carter, A.I. Sanda, *Phys. Rev. Letters* 45 (1980) 952
A.B. Carter, A.I. Sanda, *Phys. Rev. D* 23 (1981) 1567
I.I. Bigi, A.I. Sanda, *Nucl. Phys. B*193 (1981) 85
L. Wolfenstein, *Nucl. Phys. B*246 (1984) 45
I.I. Bigi, A.I. Sanda, *Nucl. Phys. B*281 (1987) 41
M. Gronau, *Phys. Letters B*233 (1989) 479
R. Aleksan, I.Dunietz, B. Kayser, F. Le Diberder, *Nucl. Phys. B*361 (1991) 141
- [22] J.H.Christenson *et al*, *Phys. Rev. Letters* 13 (1964) 138
- [23] C.Albajar *et al* (*UA1 coll.*), *Phys. Letters B*186 (1987) 247
- [24] H. Albrecht *et al* (*ARGUS coll.*), *Phys. Letters B*192 (1987) 245
- [25] M. Artuso: "B Decays", *World Scientific* (1993)
- [26] M. Gronau, J. Rosner, *Phys. Rev. D* 49 (1994) 254
- [27] R. Akers *et al* (*OPAL colabration*), *CERN-PPE-95/12*
D. Buskulic *et al* (*ALEPH colabration*), *CERN-PPE-95/84*
S.L. Wu, *WISC-EX-96/343*
- [28] C.Albajar *et al* (*UA1 coll.*), *Phys. Letters B*262 (1991) 171
- [29] F.Bedeschi *et al* (*CDF coll.*), *p \bar{p} workshop Fermilab, 9 maggio 1995*
- [30] D. Decamp *et al* (*ALEPH coll.*), *Phys. Letters B*258 (1991) 236
- [31] D. Decamp *et al* (*ALEPH coll.*), *Phys. Letters B*284 (1992) 177
- [32] P. Abreu *et al* (*DELPHI coll.*), *Phys. Letters B*332 (1994) 488
- [33] P. Abreu *et al* (*DELPHI coll.*), *Phys. Letters B*322 (1994) 459
- [34] R. Akers *et al* (*OPAL coll.*), *Z. Phys. C*60 (1993) 1993
- [35] M. Acciarri *et al* (*L3 coll.*), *Phys. Letters B*335 (1994) 542
- [36] J. Bartelet *et al* (*CLEO coll.*), *Phys. Rev. Letters* 71 (1993) 1680
- [37] H. Albrecht *et al* (*ARGUS coll.*), *Z. Phys. C*55 (1992) 357
- [38] H. Albrecht *et al* (*ARGUS coll.*), *Phys. Letters B*324 (1994) 249
- [39] Y. Pan *per ALEPH coll.*, *contributo alla conferenza di Glasgöw (1994)*
- [40] P. Billoir *per DELPHI coll.*, *contributo alla conferenza di Glasgöw (1994)*
- [41] S. Komamiya *per OPAL coll.*, *contributo alla conferenza di Glasgöw (1994)*
- [42] F. Abe *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A*271 (1988)

- [43] L. Balka *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A267* (1988)
- [44] S. Bertolucci *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A267* (1988)
- [45] G. Ascoli *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A268* (1988)
- [46] Y. Fukui *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A267* (1988)
- [47] F. Abe *et al* (*CDF coll.*), *Nota interna 1172* (1990)
- [48] F. Bedeschi *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A268* (1988)
- [49] *Nota interna 1248* (1990)
- [50] S. Belforte *et al* (*CDF coll.*), *Nota interna 2361* (1994)
- [51] K. Byrum *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A268* (1988)
- [52] D. Amidei *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A269* (1988)
- [53] G. Foster *et al* (*CDF coll.*), *Nuclear Instruments A269* (1988)
- [54] R.D. Field, R.P. Feynman, *Nucl. Phys. B* 136 (1978) 1
- [55] C. Peterson *et al.*, *Phys. Rev. D* 27 (1983) 105
- [56] Review of Particle Properties: *Particle Data Group*, *Phys. Rev. D* (1996)
- [57] T. Sjöstrand, *Comp. Phys. Comm.* 27 (1982) 243
- [58] G. Marchesini *et al*, *Comp. Phys. Comm.* 67 (1992) 465