# Modélisation des Réactions Nucléaires avec des Ions lourds

Bernard REMAUD

SUBATECH
UMR 6457 Université de Nantes/IN2P3/École des Mines de Nantes

Octobre 1995

Cours donné à l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire
Maubuisson 11-15 Septembre 1995

**Abstract**

Depuis une dizaine d'années, l'équation de Boltzmann (modifiée pour tenir compte de certains effets quantiques) a été la base de la modélisation des réactions entre ions lourds ; les modèles qui en résultent ont tous la propriété de ne pas résoudre explicitement l'équation à laquelle ils se réfèrent (sous des noms divers : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) mais de la simuler. On pourra se référer à d'autres cours de cette Ecole pour la présentation des bases théoriques formelles. Ce cours se propose d'exposer les principes numériques de base, de replacer ces modèles dans le cadre des différents modèles du Problème à N-Corps utilisés dans les autres domaines de Physique, d'en discuter la validité et de présenter quelques applications parmi les plus significatives.

For ten years, the Boltzmann equation (with some modifications to take into account some quantum effects) has been used as a basis of models for the description of heavy ion reactions ; these models have in common to simulate the equation they refer to (under various names as : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) rather than solving it explicitely. The formal theoretical bases of these studies will be discussed in other lectures of this School. This lecture will present the basic numerical principles of the models and the links with the various models of the N-Body Problem used in other fields of Physics, it will discuss the validity of these models and some applications arbitrarily choosen among the most relevant ones.

# Modélisation des Réactions Nucléaires avec des Ions lourds

Bernard REMAUD

SUBATECH
UMR 6457 Université de Nantes/IN2P3/École des Mines de Nantes

Octobre 1995

**Abstract**

Depuis une dizaine d'années, l'équation de Boltzmann (modifiée pour tenir compte de certains effets quantiques) a été la base de la modélisation des réactions entre ions lourds ; les modèles qui en résultent ont tous la propriété de ne pas résoudre explicitement l'équation à laquelle ils se réfèrent (sous des noms divers : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) mais de la simuler. On pourra se référer à d'autres cours de cette Ecole pour la présentation des bases théoriques formelles. Ce cours se propose d'exposer les principes numériques de base, de replacer ces modèles dans le cadre des différents modèles du Problème à N-Corps utilisés dans les autres domaines de Physique, d'en discuter la validité et de présenter quelques applications parmi les plus significatives.

For ten years, the Botzmann equation (with some modifications to take into account some quantum effects) has been used as a basis of models for the description of heavy ion reactions ; these models have in common to simulate the equation they refer to (under various names as : Landau-Vlasov, Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck, Boltzmann-Nordheim ...) rather than solving it explicitely. The formal theoretical bases of these studies will be discussed in other lectures of this School. This lecture will present the basic numerical principles of the models and the links with the various models of the N-Body Problem used in other fields of Physics. it will discuss the validity of these models and some applications arbitrarily choosen among the most relevant ones.

## 1 Introduction

On recouvre sous le vocable de problème à N-Corps, l'étude de la statique et de la dynamique de N objets sous l'influence de leurs interactions mutuelles et (parfois) de forces externes.

Les différents systèmes étudiés diffèrent donc par la valeur de N et la nature des forces en jeux : typiquement $10^{24}$ molécules dans un liquide ou un gaz soumises aux forces de Van der Waals, $10^{10}$ (environ) étoiles soumises à l'interaction gravitationnelle dans une galaxie et $10^2$ noyaux d'une réaction entre ions lourds (objet de notre étude) soumis aux interactions nucléaire et coulombienne.

Des siècles de recherche ont permis des avancées gigantesques dans la théorie de la dynamique des systèmes. Ces approches formelles aboutissent à des équations (Schrödinger, Liouville, Boltzmann, Navier-Stokes, Fokker-Planck etc ...) dont la résolution numérique est d'une très grande complexité. En général, les solutions analytiques sont connues dans certaines conditions aux limites : souvent systèmes infinis ($N \rightarrow \infty$), homogènes et proches de l'équilibre. Il y a cinquante ans, l'arrivée des ordinateurs a donné l'espoir d'étendre les études à des systèmes inaccessibles aux solutions analytiques.

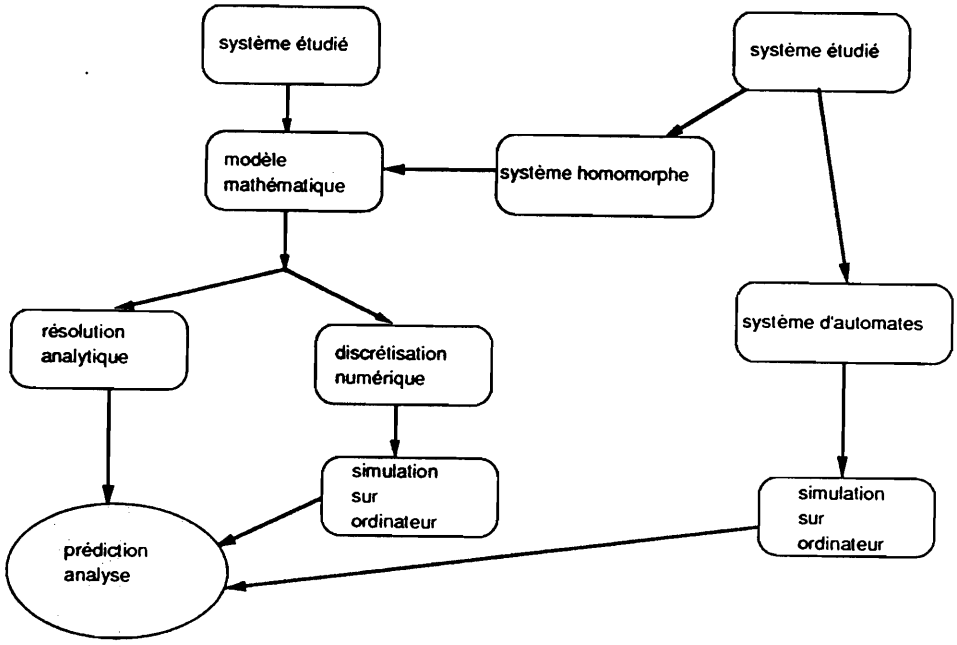


Figure 1: *Méthodes classiques de modélisation des systèmes à N-Corps*

L'ordinateur a été utilisé pour sa capacité à itérer les séquences de calcul qui seraient fastidieuses à la main. Le schéma classique de modélisation qui en résulte (voir fig.1) repose sur les méthodes numériques de discrétisation des équations différentielles (différences finies et éléments finis) mises au point par les mathématiciens du siècle dernier.

Cependant, de manière progressive, on a pris conscience des possibilités ouvertes par les ordinateurs de plus en plus puissants, pour aboutir à ce que l'on appelle désormais *expérimentation numérique, physique sur ordinateur, ou "computational physics" en anglais*, champ disciplinaire dont certains revendiquent l'existence entre la physique théorique et la physique expérimentale.

On peut, un peu arbitrairement, attribuer cette (r?)évolution à 3 raisons principales :

- bien sûr, explosion de la puissance de calcul des machines qui permet la résolution simultanée d'un très grand nombre d'équations couplées;

- développement des méthodes stochastiques (dites de *Monte-Carlo*) ; particulièrement bien adaptées au traitement informatique, elles permettent l'analyse d'échantillons limités de systèmes inaccessibles dans leur totalité à l'analyse microscopique;

- développement des méthodes à automates discrets pour la modélisation des systèmes complexes; la modélisation passe par la recherche d'un automate (mieux adapté au traitement par ordinateur) dont le comportement est homomorphe du système à étudier (voir par exemple, [1] pour la résolution de l'équation de Navier-Stokes) .

Le cours présenté ici se propose de faire une analyse des méthodes de modélisation des réactions entre ions lourds, largement utilisées depuis une décade sous des noms divers : Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck (B.U.U) [2], Vlasov-Uehling-Uhlenbeck [3] (V.U.U), Landau-Vlasov (L.V.)[4] etc... Elles dérivent toutes de l'équation de Boltzmann, modifiée pour tenir compte de certaines contraintes quantiques. Je ne m'attacherai pas à la dérivation de cette équation, discutée par ailleurs dans ce séminaire (exposé de M.Balian) ; on pourra lire aussi l'article de revue [5].

Le plan du cours est le suivant :

- section 2 : présentation générale des modèles pseudo-particulaires pour le problème à N-corps et application aux systèmes de fermions dans l'approximation semi-classique :

- section 3 : étude de la statique et dynamique nucléaires en champ moyen avec les modèles pseudo-particulaires ;

- section 4 : étude de la dynamique nucléaire avec des collisions entre nucléons ;

- section 5 : applications à l'étude de variables collectives significatives dans les réactions entre ions lourds ;

- section 6 : conclusions

Les exemples montrés seront pour la plupart extraits d'articles utilisant le modèle de Landau-Vlasov pour des raisons de commodité, mais les conclusions sont aisément généralisables.

# 2 Modèle Particulaire de l'espace des phases nucléaire

Nous nous placerons dans la limite à un-corps pour la description de l'espace des phases nucléaire ; nous supposerons donc que toute l'information sur le système est donnée par la densité $f(\vec{r},\vec{k},t)$ ($\vec{k} = \vec{p}/\hbar^3$, on supposera $\hbar = 1$ par la suite). Dans l'approximation semi-classique, cette fonction est définie positive et donc considérée comme une densité de probabilité $f(\vec{r},\vec{k},t) >= 0$ ; les valeurs moyennes des opérateurs se calculant comme une espérance au sens des probabilités :

$$< A >= \int d\tau A(\vec{r},\vec{k}) f(\vec{r},\vec{k},t) \; avec \; d\tau = (d\vec{r} \otimes d\vec{k}) \tag{1}$$

L'évolution au cours du temps de cette densité est déterminée par l'équation de Boltzmann (=Vlasov+terme de collisions), qui s'écrit dans le cas des interactions indépendantes des vitesses :

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{k},t)}{\partial t} + \frac{\vec{k}}{m}.\vec{\nabla}_{\vec{r}} f(\vec{r},\vec{k},t) - \vec{\nabla}_{\vec{r}} U(\vec{r},t).\vec{\nabla}_{\vec{k}} f(\vec{r},\vec{k},t) = I_{coll}(f); \tag{2}$$

où le terme $I_{coll}(f)$ est le terme de collision. Dans une première partie du cours nous le supposerons nul (approximation du champ moyen), il sera étudié dans une autre section. L'équation (2) est dans la limite non-collisionnelle identique à l'équation de Liouville :

$$\frac{\partial f(\vec{r},\vec{k},t)}{\partial t} + \{f(\vec{r},\vec{k},t), H(\vec{r},\vec{k},t)\} = 0. \tag{3}$$

On aboutit donc à une situation paradoxale : les systèmes quantiques et classiques seraient gouvernés par les mêmes équations! La différence ne résiderait-elle que dans les conditions initiales? Dans le cas semi-classique, on pourrait introduire les contraintes imposées par le Principe de Pauli au taux d'occupation ; en principe, ces contraintes sont alors satisfaites tout le temps, car l'équation de Liouville conserve les densités dans l'espace des phases. Telles sont les justifications formelles généralement avancées et qui restent à être validées formellement et dans les applications numériques. Des travaux récents ont permis de mieux comprendre le caractère "quantique" des solutions de l'équation de Vlasov (voir thèse de P. L'Eplattenier [6]).

## 2.1 Les 2 approches numériques de base

Il existe deux méthodes de base pour la résolution numérique de l'équation de Vlasov (Liouville) :

- les solutions sur réseaux (dites eulériennes) : la distribution à un corps est projetée sur un maillage régulier fixe (donc à six dimensions, en absence de symétrie particulière) et les opérateurs différentiels sont approximés par des opérateurs aux différences finies (ou éléments finis) ; l'évolution de la distribution est déterminée par la variation au cours du temps des valeurs qu'elle prend aux noeuds du maillage.

- les solutions pseudo-particulaires (dites lagrangiennes) : la distribution à un corps est projetée sur une base mobile, l'évolution de cette base détermine la dynamique du système.

On retrouve là, une distinction fondamentale qui rappelle celle entre les schémas de Schrodinger et d'Heisenberg de la Mécanique Quantique. Les méthodes lagrangiennes ont été largement utilisées en Physique Nucléaire à partir des années 85, pour 3 raisons principales :

- les réactions entre Ions Lourds constituent des systèmes sans symétries particulières (paramètre d'impact non nul, projectile et cible différents); les 6 dimensions de l'espace de phase doivent être considérées séparément;

- le mouvement intrinsèque des systèmes de fermions implique une grande extension et une grande finesse de description du sous-espace des vitesses (pas d'approximation de type hydrodynamique pour le sous-espace des vitesses) ;

- une collision d'ions lourds constitue un système initialement très loin de l'équilibre (2 noyaux froids, localisés dans l'espace, à grande vitesse relative) qui évolue ensuite vers un système très excité (chaud?) et dont les fragments occupent un très grand volume.

Utiliser des méthodes eulériennes pour ce type de problème impose des tailles très grandes de réseaux (minimum $10^{6-8}$ noeuds) qui les rendent particulièrement lourdes voire même impraticables.

## 2.2 Les bases de la méthode pseudo-particulaire

Dans les méthodes lagrangiennes, on se place dans un repère mobile ; pour cela on postule que la densité à un corps pour A particules peut s'exprimer sous forme d'un produit de convolution :

$$f(\vec{r},\vec{k},t) = w(\vec{r},\vec{k})\star g(\vec{r},\vec{k},t) = \int d\tau' w(\vec{r}',\vec{k}')g((\vec{r}-\vec{r}'),(\vec{k}-\vec{k}'),t); \tag{4}$$

où $w$ est une fonction poids non négative, constante en temps et $g$ la base normalisée à l'unité qui elle dépend explicitement du temps. Mis à part cette dépendance en temps, ceci revient à la projection de la densité à un corps sur une base (sur)complète ; les conditions de normalisation imposent :

$$A = \int d\tau f(\vec{r},\vec{k},t) = \int d\tau w(\vec{r},\vec{k}) \tag{5}$$

Si la dynamique du système étudié est déterminée par un opérateur différentiel quelconque $L$ agissant sur les variables $\vec{r},\vec{k},t$, les propriétés élémentaires des produits de convolution impliquent que :

$$L\{f(\vec{r},\vec{k},t)\} = w(\vec{r},\vec{k})\star L\{g(\vec{r},\vec{k},t)\}. \tag{6}$$

La dynamique du système se réduit donc à la dynamique (exacte ou approchée) des fonctions de base.

La méthode est évidente dans le cas simple de A particules ponctuelles classiques dans un champ gravitationnel ou coulombien ; leur densité à un corps est complètement déterminée par leur position et vitesse instantanées :

$$f(\vec{r},\vec{k};t) = \sum_{i=1}^{A} \delta(\vec{r}-\vec{r}_i(t))\delta(\vec{k}-\vec{k}_i(t)) \; ; \tag{7}$$

l'opérateur d'évolution $L$ évoqué dans l'équation (6) est celui de Liouville, son application à la densité de l'équation (7) donnent les équations du mouvement bien connues de Hamilton :

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{\hbar^3\vec{k}_i}{m_i}; \frac{d\vec{k}_i}{dt} = -\vec{\nabla}_{\vec{r}_i}\{\sum_j U(\vec{r}_i-\vec{r}_j)\} \; . \tag{8}$$

Dans ce cas-ci on a un modèle particulaire, déterministe, au sens strict, les particules dont on calcule le mouvement sont les particules réelles.

Les *pseudo-particules*apparaissent dans le cas classique lorsque le nombre A de particules réelles est trop grand pour que les équations (8) soient effectivement solubles. On *échantillonne* de manière aléatoire les particules réelles et l'on donne à ces particules sélectionnées un poids statistique $\gg 1$ ; la norme de la fonction de poids $w$ est $n$ où $n \gg 1$ est le nombre de particules réelles représentées par chaque pseudo-particule. Le principe n'est pas différent que celui des sondages qui permettent de suivre(?) la dynamique de l'opinion des 50 millions de Français en ne connaissant l'opinion que d'un millier d'entr'eux. Par exemple en cosmologie, une pseudo-étoile peut représenter jusqu'à $10^2$ à $10^4$ étoiles réelles [7, 8].

Des pseudo-particules -d'une autre nature- peuvent être introduites lorsque la fonction à un corps à traiter, est une fonction continue ; les fonctions $\delta$ (voir equation 7) forment une base trop incomplète pour résoudre le problème, une meilleure approche consiste donc à prendre une base à support non nul [9, 10]. Quelles sont les conditions que doivent satisfaire les fonctions de base :

- a) les fonctions $g$ doivent former une base complète (ou surcomplète) ;
- b) elles doivent être une solution exacte de l'opérateur de Liouville du problème $\{g, H\} = 0$ (toute fonctionnelle de $H$ à support borné a-priori satisfait cette condition).

La condition b) ci-dessus est difficile à satisfaire en toute généralité si l'on veut prendre une base identique pour tout l'espace (hormis le cas du potentiel harmonique trivial) ; pratiquement on se restreint à des solutions approchées : des fonctions d'abord séparables en $\vec{r}$ et $\vec{k}$, et avec une dépendance simple des coordonnées. Les états cohérents (produit de gaussiennes en $\vec{r}$ et $\vec{k}$, de largeur fixe $\sigma$) sont les plus utilisés :

$$g(\vec{x}) = (2\pi\sigma^2)^{-3/2} \exp(-\vec{x}^2/(2\sigma^2)); \tag{9}$$

avec $(\vec{x}, \sigma^2) \equiv (\vec{r}, \chi)$ et $(\vec{k}, \phi)$ respectivement. Les gaussiennes de largeurs fixes ne satisfont pas la condition b) en général ; elles la satisfont au sens du principe variationnel lorsque leurs centres satisfont les équations de type "Ehrenfest" :

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = -\{\vec{r}, g(\vec{r}) \star g(\vec{k}) \star H(\vec{r}, \vec{k})\} \ ; \ \frac{d\vec{k}}{dt} = -\{\vec{k}, g(\vec{r}) \star g(\vec{k}) \star H(\vec{r}, \vec{k})\}. \tag{10}$$

Ces équations sont les limites d'équations plus générales lorsque les largeurs des gaussiennes ne sont pas gardées constantes au cours du temps (voir les références [11, 12]). On trouvera dans [10] des calculs complets avec ces bases cohérentes, dans le cas où les symétries du problème permettent de pousser suffisamment loin les intégrations analytiques.

Dans le cas le plus général, on doit introduire une approximation supplémentaire, en échantillonnant de manière discrète l'espace des phases; cela revient à évaluer les intégrales de convolution (équation 4) par une méthode de Monte-Carlo et la distribution à un corps s'écrit :

$$f(\vec{r}, \vec{k}, t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{nA} g(\vec{r} - \vec{r}_i) g(\vec{k} - \vec{k}_i); \tag{11}$$

où les centres des gaussiennes sont tirées aléatoirement dans l'espace des phases en fonction de la fonction de poids w. Dans cette approximation, les pseudo-particules (états cohérents) se comportent comme des particules classiques se mouvant dans un champ hamiltonien *habillé*:

convolué par le facteur de forme gaussien. *Mais les pseudo particules n'ont pas plus de réalité physique que les mailles d'un modèle eulérien.*

Les phases de la modélisation lagrangienne des systèmes de fermions sont donc les suivantes :

- choix du nombre $n$ (a priori aussi grand que possible) de pseudo-particules par fermions : ce choix est souvent lié à la capacité de calcul de l'ordinateur utilisé
- choix des largeurs en position et en moment $\chi$ et $\phi$ des gaussiennes : pour les systèmes infinis, ce choix conditionne le taux de fluctuations de la distribution à 1-corps : dans les systèmes finis, il est déterminé par les propriétés de surface.
- construction de l'état initial : choix de la fonction de poids w et échantillonnage de l'espace de phase, par les gaussiennes selon la fonction de poids choisie.
- solution de la dynamique par la résolution numérique des équations du mouvement (équation 10).

Cette démarche de principe est suivie dans les modélisations dites de Landau-Vlasov et de Vlasov-Uehling-Uhlenbeck (VUU) : les deux diffèrent cependant dans le détail des protocoles (choix des paramètres, types d'interaction utilisés, construction des états initiaux etc...), elles diffèrent totalement dans le traitement des collisions binaires. Le modèle QMD ([13]) très utilisé aussi, est basé sur d'autres principes ; en terme de modélisation, il se ramène à un ensemble statistique de simulations pseudo-particulaires où une seule pseudo-particule (très large donc) est associée à chaque nucléon.

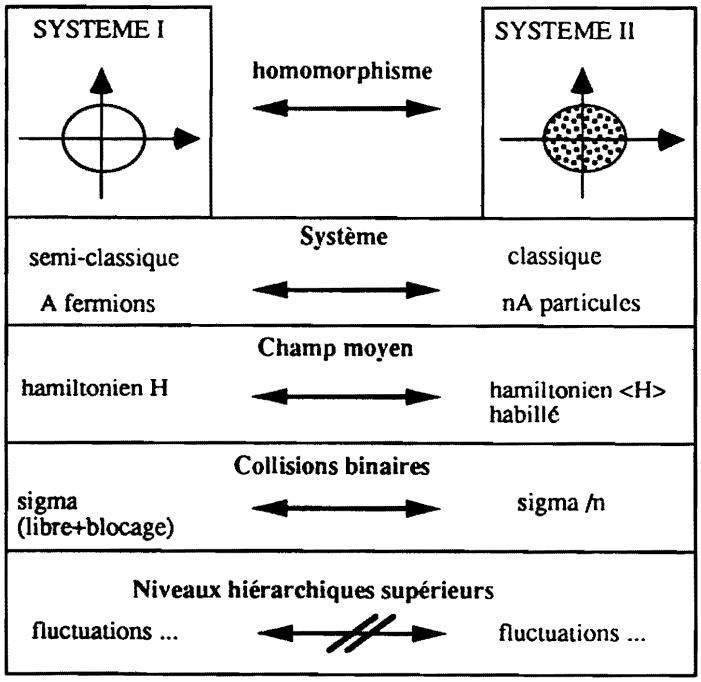


Figure 2: *Schéma de principe de la modélisation d'un système de fermions par des particules-test classiques*

Dans la démarche exposée ci-dessus, si l'on considère les équations initiales (équation de Vlasov pour la densité à un corps de A nucléons) et celles effectivement résolues (10, 11), le modèle se ramène à un homorphisme (voir figure 2) entre :

- un système I, semi-classique de A fermions dont on désire calculer la distribution à 1-corps continue
- et un système II, classique de nA particules classiques ponctuelles, dont on calcule de fait la distribution à N-corps

Quelle est la qualité de cet homorphisme, quelles sont les propriétés du système I reproduites par le système II : ces questions sont abordées dans les sections suivantes dans le cas de la matière nucléaire infinie et puis des noyaux finis.

# 3 Statique et Dynamique nucléaire en champ moyen

Les systèmes nucléaires sont déterminés par l'interaction effective nucléon-nucléon de courte portée et l'interaction coulombienne de longue portée. Ce mélange d'interactions de différentes portées est originale parmi les différents problèmes à N-corps et nécessite un traitement numérique spécifique (voir [14]). Les possibilités des ordinateurs actuels permettent de suivre la dynamique de quelques milliers à quelques dizaines de milliers de "pseudo particules nucléaires" ; le paramètre $n$ est en général pris autour de 100 : de 30 pour les gros systèmes dont on veut faire une analyse grossière à plusieurs centaines (note: le pavage complet de l'espace nécessite $n$ de l'ordre de 1000 [15]).

Le choix des paramètres $\chi$ et $\phi$ des gaussiennes en position et en moment est conditionné par la diffusivité de la surface nucléaire (voir infra) ; les valeurs communément choisies dans le modèle de Landau-Vlasov sont $\chi = 0,65 fm^2$ et $\phi = 0,2 fm^{-2}$.

Pour le choix de l'interaction effective nucléaire, de très nombreuses interactions étudiées pour la description auto-cohérentes des noyaux proches du fondamental ont été utilisées (interactions de type de Skyrme, de Tondeur, de Gogny etc...). De loin (hélas) la plus utilisée est l'interaction de Zamick, la masse effective est égale à l'unité et le potentiel s'écrit:

$$V(\rho) = a\frac{\rho}{\rho_0} + b(\frac{\rho}{\rho_0})^{\sigma+1}; \tag{12}$$

elle dépend de 3 coefficients $a, b, \sigma$ que l'on peut ajuster à 3 données expérimentales, respectivement : l'énergie de liaison, la densité à l'équilibre et le coefficient de compressibilité nucléaire. L'interaction de Zamick a l'avantage de la simplicité mais elle décrit très mal le potentiel nuléon-noyau et son seul paramètre réel est le coefficient de compressibilité : beaucoup de conclusions erronnées ont été tirées en ajustant ce seul paramètre disponible pour retrouver les données expérimentales (voir section sur le flot nucléaire). En revanche, les interactions nucléaires de portée non-nulles (en particulier interaction de Gogny) peuvent reproduire la partie réelle du potentiel optique nucléon-noyau jusqu'à des énergies de plusieurs centaines de MeV).

Une phase essentielle de la modélisation consiste à générer les conditions initiales de l'équation de Vlasov pour un noyau ou de la matière nucléaire infinie, dans un état donné (état fondamental ou état excité), au repos ou en translation ou en rotation...

L'état fondamental correspond :

- 1) à l'état d'énergie minimum,
- 2) qui sature au maximum (compatible avec le principe de Pauli) l'occupation de l'espace des phases ;

la 2ème condition implique que les fonctions de poids $w$ s'écrivent :

$$w(\vec{r},\vec{k}) = \Theta(\epsilon_f - < H >_g (\vec{r},\vec{k})); \tag{13}$$

où $\epsilon_f$ est le niveau d'énergie de Fermi, $< H >_g$ est la valeur moyenne de l'énergie d'une pseudo-particule centrée en $(\vec{r},\vec{k})$ et $\Theta$ est la fonction d'Heaviside usuelle. La première condition implique que la densité de pseudo-particules soit $gn/(2\pi^3)$ où $g$ est la dégénérescence en spin/isospin des fermions étudiés. La méthode pseudo-particulaire consiste donc à déterminer de manière auto-cohérente à $n$ et A fixés la surface $\epsilon(\vec{r},\vec{k})$ d'énergie minimale. On trouvera dans [15] la méthode pour générer les états fondamentaux de la matière infinie et de la matière à bord diffus.

Les noyaux chauds sont générés en remplaçant dans le formalisme ci-dessus la fonction $\Theta$ par une fonction de Fermi-Dirac :

$$w(\vec{r},\vec{k}) = \frac{1}{1+\exp((< H >_g (\vec{r},\vec{k}) - \epsilon_f)/kT)}. \tag{14}$$

Il faut noter que le moment de Fermi et le paramètre de température ne sont pas immédiatement comparables aux moment et température du système de nucléons, car le hamiltonien $< H >_g$ dans les expressions ci-dessus contient un terme de self-énergie supplémentaire propre aux pseudo-particules.

## 3.1 Statique nucléaire

Puisqu'un des objectifs fondamentaux de la physique avec des ions lourds est la détermination de variables liées à l'équation d'état de la matière nucléaire : module d'incompressibilité, température (?) critique ...., comparons d'abord quelques propriétés statiques de notre système de pseudo-particules à celles de la matière nucléaire. Pour cela, on fait un modèle de matière nucléaire infinie en faisant le calcul dans un cube de matière avec des conditions périodiques aux limites. On trouvera dans les références [15, 16] un inventaire très détaillé des calculs en matière infinie.

Dans la figure (3 gauche) est représentée l'énergie par nucléon de la matière nucléaire à différentes densités et températures pour l'interaction de Skyrme Skm*, dans les cas de la matière symétrique infinie ($\rho_n = \rho_p$). Les propriétés pour la matière asymétrique $I = (\rho_n - \rho_p)/(\rho_n + \rho_p) \neq 0$ sont également bien reproduites. On peut noter que la relation (Energie d'excitation <=> Température) est bien décrite à toutes les densités, ce qui implique que la capacité calorifique du système est correcte. Les calculs en matière semi-infinie démontrent la très grande sensibilité de l'énergie de surface au choix de la largeur des gaussiennes, mais il est possible de la reproduire de manière très satisfaisante ; voir figure (3 droite).

Sans modifier aucun paramètre, le modèle pseudo-particulaire peut donc décrire correctement la statique de la matière nucléaire ; on peut seulement regretter que beaucoup

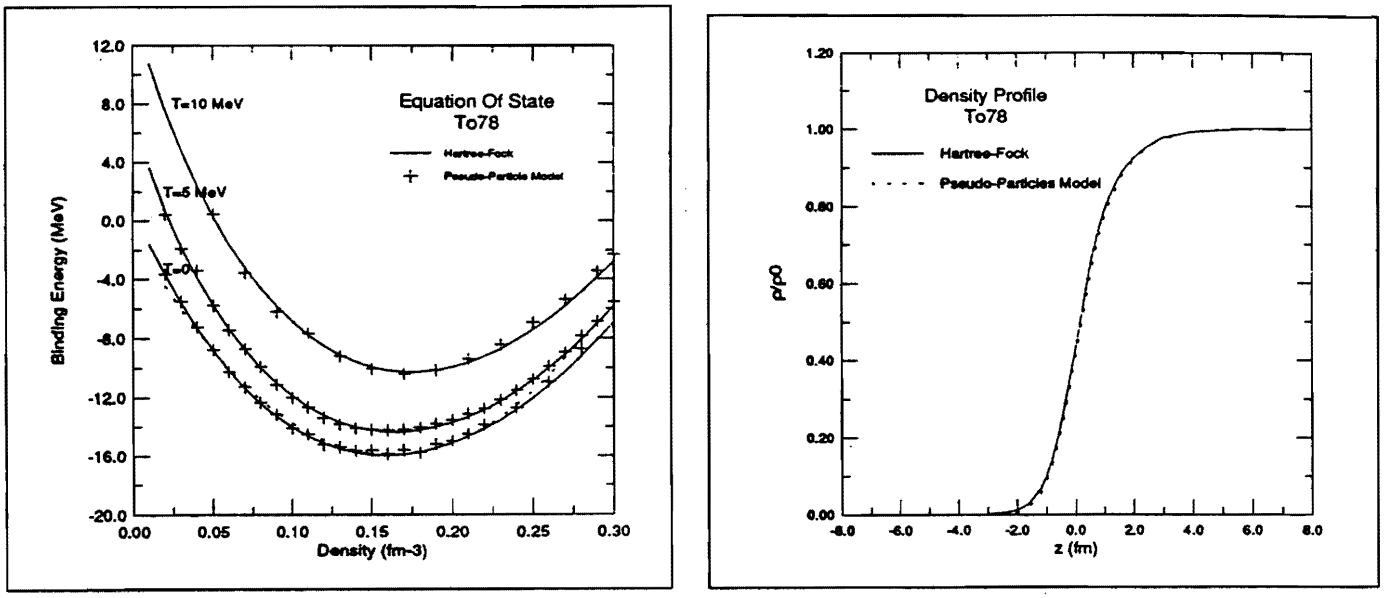


Figure 3: *A gauche, comparaisons entre l'équation d'état de la matière nucléaire symétrique à différentes températures, calculée théoriquement et calculée à l'aide du modèle pseudo-particulaire. A droite, comparaisons entre les profils de surface pour la matière semi-infinie.*

d'auteurs de calculs dynamiques n'affichent pas (ou ne calculent pas) l'énergie de surface nucléaire sous-jacente de leur modèle, quand on sait l'importance de cette grandeur pour la dynamique nucléaire.

## 3.2 Dynamique nucléaire

Une fois déterminées les propriétés statiques des systèmes nucléaires, il est possible de simuler leur évolution en champ moyen ; par exemple pour simuler des collisions d'ions lourds, il suffit de générer deux états fondamentaux (celui du projectile et de la cible) et de les déplacer dans l'espace des phases pour générer des noyaux avec une vitesse initiale et un paramètre d'impact non nul ; soit :

$$f(\vec{r},\vec{k}) => f(\vec{r}-\vec{R}_0.\vec{k}-\vec{K}_0): \tag{15}$$

donne un noyau centré en $\vec{R}_0$ et ayant une énergie cinétique de $(\hbar K_0)^2/2m$ MeV par nucléon.

La dynamique est donnée par la solution itérative des équations (10). La résolution numérique suppose donc le suivi dynamique de milliers (ou dizaine de milliers) de pseudo-particules dont les trajectoires peuvent être plus ou moins cahotiques. Ces particules ont une très grande dynamique en vitesse (de 0 à la vitesse de Fermi, soit 1/3 de la vitesse de la lumière), de plus leur réflexion sur les parois du potentiel moyen doit être traitée de manière précise : les pas de temps de calcul doivent rester inférieurs à 1fm/c. Les calculs nécessitent des méthodes aux différences finie précises (souvent méthode du "leap frog", voir [14]) et une gestion optimisée des accès-mémoire.

Dans le cadre actuel, les simulations sont limitées à des durées de l'ordre de la centaine de fm/c pour 3 raisons principales :

- les erreurs d'intégration numérique qui provoquent une dégradation des lois de conservation du système ; la plus visible étant l'énergie, typiquement de l'ordre du % par centaine de fm/c ;
- des couplages de modes collectifs et intrinsèques (les états fondamentaux ne sont qu'approchés) qui provoquent l'évaporation indésirable de gaussiennes (nucléons) même pour les noyaux froids : typiquement des évaporations de l'ordre de 1 nucléon par 100 fm/c sont observées ;
- enfin les inhomogénéités de l'échantillonnage créent des fluctuations du champ moyen, ces fluctuations induisent des corrélations qui conduisent irréversiblement le système vers un état d'équilibre classique (décrit par une distribution de Maxwell) [6]; là aussi des temps de relaxation de l'ordre de quelques centaines de fm/c sont observés.

Heureusement, la phase dynamique des réactions nucléaires étudiées (de quelques dizaines à quelques centaines de MeV par nucléon incident) a une durée qui se situe dans cette limite de temps. Bien entendu, les méthodes pseudo-particulaires ne peuvent décrire les dernières phases de la réaction : évaporation, refroidissement des fragments.

La stabilité des noyaux chauds permet d'illustrer l'intérêt de la méthode, elle est au coeur de la problématique posée par les ions lourds. L'étude permet de mettre en parallèle les approches statiques: d'une part, calculs en champ moyen de l'équilibre entre un noyau (phase "liquide") et une "vapeur" de nucléons [17] et d'autre part, études dynamiques avec l'approche Hartree-Fock et le modèle de Landau-Vlasov [18]. L'étude statique démontre l'affaiblissement progressif de la tension superficielle jusqu'à la limite (point critique) où il n'existe plus de noyau proprement dit et une seule phase nucléaire. L'inclusion du champ coulombien conduit à une courbe donnant la limite de stabilité statique des noyaux [17].

En revanche, si l'on suit la dynamique d'un noyau chaud préparé avec les conditions initiales de l'équation (14), celui-ci évolue par des phases d'expansion/compression ponctuées d'émissions (évaporation?) importantes de nucléons (figure 4). Ces émissions provoquent un refroidissement rapide du noyau. Si l'on définit la limite de stabilité d'un noyau, comme la limite en température à partir de laquelle il n'y a plus formation de noyau résiduel : les études dynamiques indiquent que cette limite est beaucoup plus haute 14-16 MeV au lieu de 8-10 prévus par la statique. Nous retrouverons plus loin l'importance des couplages très importants entre les degrés de liberté intrinsèques et les modes collectifs (en particulier de surface) qui rend délicate l'extrapolation aux noyaux réels des résultats obtenus dans les calculs statiques.

## 3.3 Dynamique des instabilités

Dans certaines conditions de densité et de température, la compressibilité de la matière nucléaire infinie s'annulle et devient négative : ce comportement commun à beaucoup de fluides est lié au caractère attractif à moyenne portée et répulsif à courte portée des forces effectives nucléon-nucléon. Dans ces zones, le système devient instable aux fluctuations de densité et se sépare en 2 phases : fragments nucléaires (liquide) et des nucléons libres

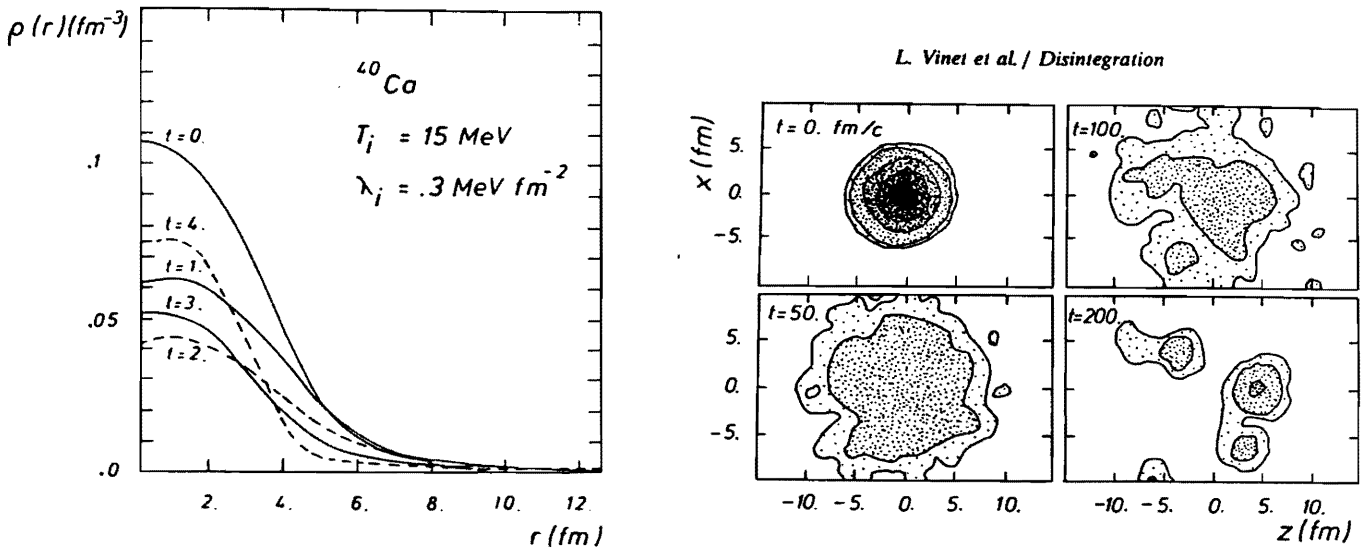


Figure 4: *A gauche. Evolution d'un noyau chaud chauffé adiabatiquement à une température de 15 MeV ; un résidu se forme après que le système ait évaporé des nucléons pendant des phases d'expansion/compression. A droite. cartes de densité pour l'évolution d'un noyau ayant atteint ses limites de stabilité.*

(vapeur). La théorie de Landau des liquides de Fermi permet de décrire seulement la phase initiale de la croissance des instabilités car elle est limitée aux systèmes peu perturbés (régime linéaire). Pethick et Ravenhall [19] ont appliqué le formalisme de Landau à la matière nucléaire.

Dans ce formalisme on calcule la réponse linéaire en densité : c'est-à-dire la valeur de la fluctuation de densité $\delta\rho(\vec{p})$ en réponse à une excitation périodique externe $\delta U$. La fonction de réponse dépend (en première approximation) de 2 paramètres (les paramètres $F_0$ et $F_1$ de Landau) caractéristiques de l'interaction effective nucléaire :

$$K = \frac{3\hbar^2 k_F{}^2}{m^*}(1 + F_0) \; et \; \frac{m^*}{m} = 1 + F_1/3 \tag{16}$$

à travers le module d'incompressibilité $K$, le moment de Fermi $k_F$ et la masse effective $m^*$. Les instabilités du système aux fluctuations de densité apparaissent lorsque la fonction de réponse présente des pôles ; dans le cas le plus simple (gas de Fermi sans interaction), ces fluctuations croissent exponentiellement avec un temps caractéristique $\tau$ :

$$\frac{1}{\tau} \approx -\frac{2}{\pi}(1 + F_0)v_F k, \tag{17}$$

ce taux de croissance augmente linéairement avec le nombre d'onde $k$ (inverse de la fréquence spatiale) du champ perturbateur ; ceci implique que les fluctuations de petite longueur d'onde sont privilégiées, toutefois l'introduction de la portée finie des forces écrête la fonction de réponse (voir infra).

Etudier la croissance des fluctuations dans la matière nucléaire présente le double intérêt d'une part de permettre la validation des modèles nucléaires de champ moyen (par comparaison directe avec la théorie de Landau pour la matière proche de l'équilibre), d'autre part d'étendre le calcul en dehors du régime linéaire et pour les systèmes finis que sont les noyaux.

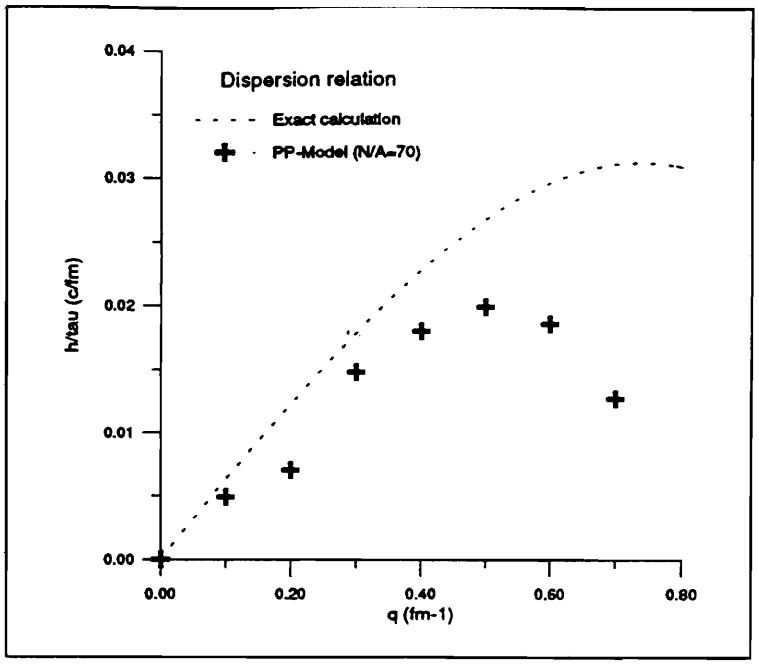


Figure 5: *Courbe de réponse de la matière nucléaire à des perturbations périodiques ; l'ordonnée est l'inverse du temps caractéristique de croissance et l'abscisse le nombre d'onde de la perturbation périodique.*

La matière nucléaire infinie est modélisée par un cube avec des conditions périodiques sur les faces ; la longueur de l'arête du cube (ici 16 fm) doit être grande devant la portée des forces et les longueurs d'onde étudiées. Initialement pour une densité $\rho$ et une température $T$ données, une perturbation périodique est créée, son évolution au cours du temps est suivie, sa transformée de Fourier spatiale permet de calculer numériquement la relation dispersion ([16]) et de la comparer avec sa valeur théorique (voir figure 5). Dans un large domaine la relation de dispersion est reproduite sauf aux petites longueurs d'onde en raison de l'extension spatiale des particules-test.

La croissance des fluctuations se traduit par formation de fragments entourés de nucléons peu liés ; pour caractériser le système, il est instructif d'introduire les moments d'ordre 2 de la densité spatiale en définissant un facteur d'inhomogénéité $\eta$ ; A nucléons dans un volume V ont une densité moyenne $< \rho >_0 = A/V$, le facteur d'inhomogénéité s'écrit :

$$\eta = \frac{(< \rho > - < \rho >_0)}{< \rho >_0} = \{\frac{V}{A^2} \int d\vec{r} < \rho >^2 (\vec{r})\} - 1; \tag{18}$$

tel que $\eta = 0$ pour le système homogène et $\eta \gg 0$ pour le système très inhomogène. Les résultats des simulations apparaissent dans la figure 6 : respectivement matière à une température T= 3 MeV et à différentes densités, matière à densité moitié de la densité de saturation et à différentes températures.

Les courbes en S traduisent l'évolution du système en 3 phases :

- construction des fluctuations initiales, cette phase a une durée variable dépendant du bruit numérique initial (nombre et largeur des particules test);
- croissance exponentielle, cette phase a une durée quasi indépendante de la première, elle caractérise réellement le système et doit être comparée aux résultats du modèle de Landau ;

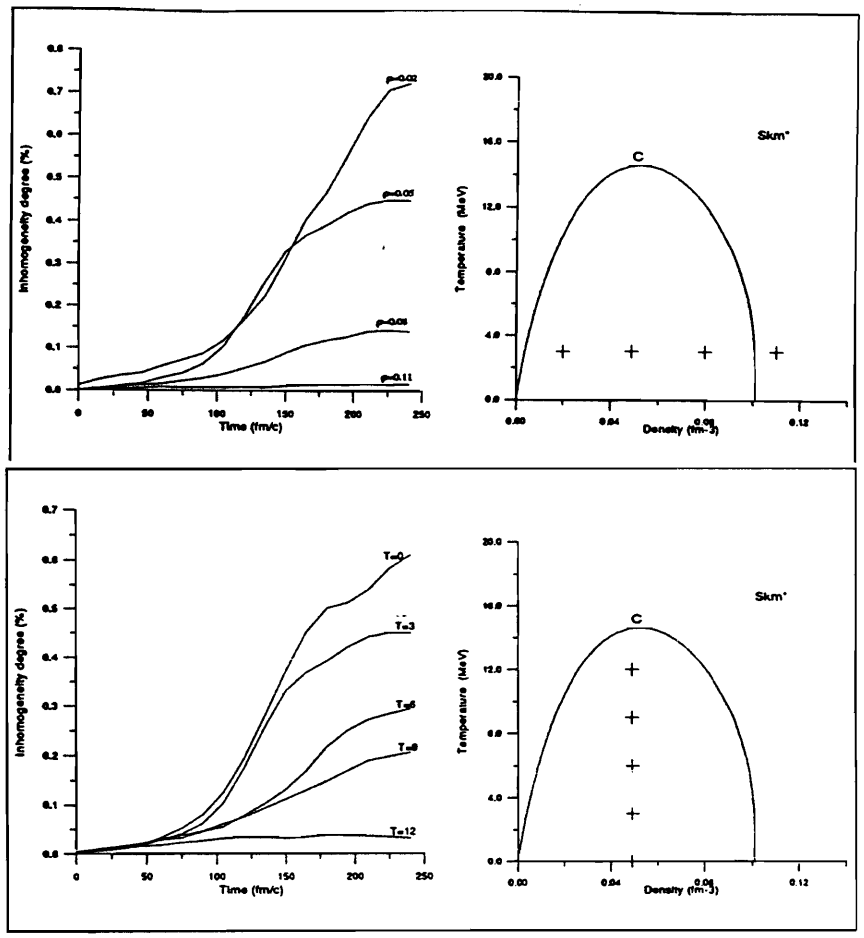


Figure 6: *Evolution au cours du temps de l'inhomogénéité de la matière nucléaire : en haut, pour une température de 3 MeV à différentes densités ; en bas, pour une densité égale à 30% de la densité normale et différentes températures. A droite, la courbe donne la ligne spinodale pour l'interaction Skm*, les croix indiquent les conditions initiales du calcul dans le plan $(\rho, T)$.*

- saturation , les "gouttes" nucléaires sont formées, les évolutions sont très lentes (coalescence des petites en grosses gouttes)

Un lissage exponentiel sur les courbes de la figure 6 permet d'extraire les temps caractéristiques.

On observe d'une part que les temps caractéristiques croissent très rapidement à haute température, lorsque l'on approche de la limite de la zone spinodale; d'autre part, le modèle prédit pour des températures moyennes des temps caractéristiques parfaitement compatible avec la durée des réactions nucléaires (en particulier pendant les collisions centrales) (voir figure 7). La dynamique des fluctuations et la validité des simulations numériques a fait l'objet de nombreux travaux par le groupe de GANIL, Berkeley et Catane (voir la référence ([20, 21] et les références incluses) ; il est montré en particulier que, dans certaines conditions, le bruit numérique induit peut conduire à une évolution stochastique comparable à celle déduite d'une approche brownienne.

L'extrapolation de ces résultats aux noyaux finis excités lors d'une réaction nucléaire est périlleuse : le champ coulombien n'est pas inclus, les modes collectifs d'expansion ou de

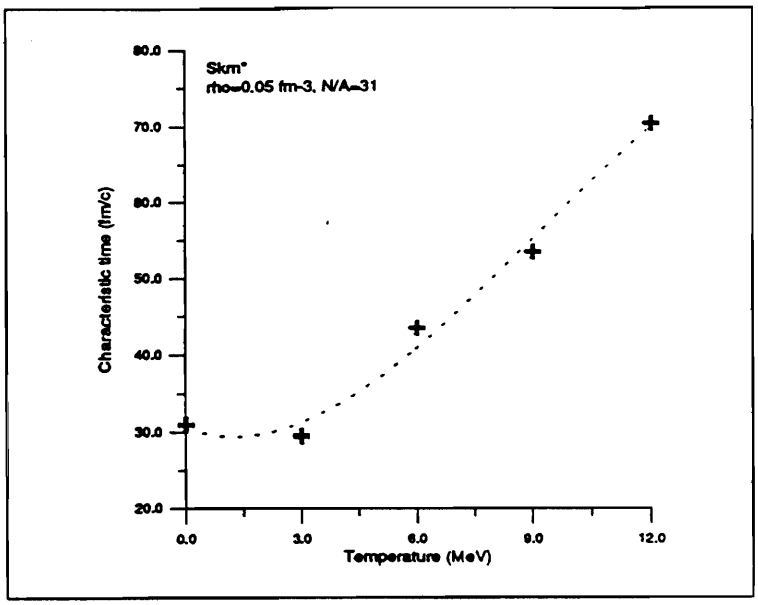


Figure 7: *Temps caractéristiques de croissance des fluctuations dans la matière nucléaire à différentes températures, à faible densité.*

contraction, les effets de bord peuvent brouiller les signatures de la transition observée en matière infinie.

# 4 Dynamique nucléaire avec des collisions

Une des motivations essentielles du développement des équations de transports aux énergies du GANIL et au-dessus, est la prise en compte des collisions binaires qui posent des difficultés techniques dans les approches de champ moyen, comme la méthode d'Hartree-Fock dépendant du temps étendue (ETDHF). Le terme de collision dans l'équation (2) est souvent introduit et traité phénoménologiquement, il peut être approché dans la réduction de la hiérarchie BBGKY (voir ref.[22]) ou dans l'approche brownienne de la dynamique à 1 corps ; nous donnerons une présentation rapide de cette dernière approche, qui permet en outre d'aborder la dynamique des fluctuations.

## 4.1 Approche brownienne des collisions binaires

Cette théorie a été intialement appliquée aux fluctuations hydrodynamiques des systèmes classiques (voir ref.[23]) ; récemment elle a été développée pour les systèmes de fermions (voir ref.[24, 25]) ; dans cette approche (dite de Boltzmann-Langevin), les collisions binaires et l'ensemble des corrélations d'ordre supérieur sont considérées comme une force fluctuante agissant sur l'évolution de la densité à un corps ; celle-ci n'est plus un nombre mais une distribution probabiliste :

$$f(\vec{r}, \vec{k}; t) \Rightarrow \Phi[f](\vec{r}, \vec{k}; t) \tag{19}$$

Avec le même niveau d'approximation que pour l'établissement de l'équation de Boltzmann elle-même (chaos moléculaire en particulier, statistique de Poisson pour les interactions élémentaires), la distribution $\Phi[f]$ de distribution à un corps est solution d'une équation de Fokker-Planck [25], d'une très grande complexité car devant être résolue en chaque point de l'espace des phases. Cette distibution $\Phi[f]$ porte une quantité trop importante d'information pour être utile et en pratique on se limite à ses premiers moments ; on retrouve alors la densité à un corps usuelle comme une valeur moyenne :

$$f(\vec{r},\vec{k};t) \equiv \int df' f'(\vec{r},\vec{k};t)\Phi[f'](\vec{r},\vec{k};t) \tag{20}$$

et on écrit la variance de cette distribution :

$$\sigma_f^2(\vec{r},\vec{k},\vec{r}',\vec{k}';t) = \int df' \delta f'(\vec{r},\vec{k};t)\delta f'(\vec{r}',\vec{k}';t)\Phi[f'] \tag{21}$$

En se limitant aux collisions binaires, on peut déduire un ensemble fermé d'équations pour ces 2 quantités ; pour la valeur moyenne :

$$\frac{df}{dt} = W_+ f(1-f) - W_- f \tag{22}$$

on retrouve le terme usuel de Uehling-Uhlenbeck qui décrit microscopiquement les processus de gain et de perte en chaque point de l'espace des phases.

Les termes $W_+$ et $W_-$ (respectivement termes de gain et de perte) dépendent de la section efficace de collision binaire avec l'effet du blocage de Pauli :

$$W_+(\vec{r},\vec{k}) = \frac{g}{2}\int d\tau_1 \int d\tau_2 \int d\tau'_1 \int d\tau'_2 f(\vec{k}_1)f(\vec{k}_2)\delta(\vec{k}'_1 - \vec{k})\overline{f}(\vec{k}'_2)w(12 \leftrightarrow 1'2') \tag{23}$$

$$W_-(\vec{r},\vec{k}) = \frac{g}{2}\int d\tau_1 \int d\tau_2 \int d\tau'_1 \int d\tau'_2 \delta(\vec{k}_1 - \vec{k})f(\vec{k}_2)\overline{f}(\vec{k}'_1)\overline{f}(\vec{k}'_2)w(12 \leftrightarrow 1'2') \tag{24}$$

la dépendance en $\vec{r}$ a été omise pour simplifier car les collisions sont traitées localement : $w$ est le taux de transition induit par la collision de 2 particules :

$$w(12 \leftrightarrow 1'2') = m^{-2}\delta(\vec{k}_1 + \vec{k}_2 - \vec{k}'_1 - \vec{k}'_2)\delta(\epsilon_1 + \epsilon_2 - \epsilon'_1 - \epsilon'_2)\frac{d\sigma(12 \leftrightarrow 1'2')}{d\Omega'_{12}} \tag{25}$$

L'extension des modèles pseudo-particulaires au traitement de l'effet des collisions binaires sur la densité à un corps (puis dans un deuxième temps à ses fluctuations) implique des effets d'échelle différenciés :

- les coefficients de transport du modèle particulaire sont identiques à ceux du modèle semi-classique, si l'on applique une loi d'échelle conservant le libre parcours moyen dans la transformation et donc renormalisant la section efficace (voir figure 2) :

$$\sigma(nucleon, nucleon) \Rightarrow \frac{1}{n}\sigma(nucleon, nucleon) \tag{26}$$

- En revanche cette loi d'échelle implique que les fluctuations statistiques du modèle pseudo-particulaire ne soient pas immédiatement comparables. S'il est possible de déduire directement la densité à un corps des codes de simulation, ses fluctuations dans le code ont une amplitude directement liées au nombre de pseudo-particules utilisées et dépendent donc d'un facteur uniquement numérique. En revanche, on peut démontrer ([26]) que les fluctuations statistiques du système peuvent être calculées par une résolution simultanée d'un système d'équations, qui couple la simulation de l'équation de Boltzmann (donnant à chaque pas de temps les coefficients moyens de transport) et la résolution des équations pour les fluctuations.

On trouvera dans les références ([26, 27]) l'étude des solutions à l'équilibre des équations collisionnelles pour la densité à un corps et pour ses fluctuations. L'inclusion du terme de blocage de Pauli implique que la densité à un corps se relaxe formellement vers une distribution de Fermi-Dirac, la partie diagonale de ses fluctuations tend vers la valeur $f(1-f)$ bien connue en statistique. Cependant les simulations renseignent sur la dynamique et les temps caractéristiques. Ainsi la figure 8 donne l'évolution au çours du temps de la densité à un corps et de sa variance locale pour 2 fluides de matière nucléaire infinie s'interpénétrant (distributions des vitesses initialement définies comme deux sphères de Fermi disjointes). Outre la vérification que les grandeurs tendent vers leur valeur à l'équilibre théorique, on peut voir que les fluctuations se relaxent très rapidement et que la valeur $f(1-f)$ est une très bonne approximation même si f est complètement hors équilibre.

Dans les systèmes infinis, la partie non diagonale de la matrice des fluctuations est négligeable et donc n'est jamais traitée dans les exposés de référence de Physique Statistique (sauf le livre de Van Kampen [28]). Dans les systèmes finis comme les noyaux, en revanche, les éléments non diagonaux jouent un rôle essentiel dans la dispersion des variables collectives expérimentalement mesurées.

La valeur à l'équilibre de la matrice de covariance est complètement conditionnée par les constantes du mouvement du système qui, par définition, elles ne peuvent pas fluctuer (voir ref. [26]). Ces constantes dans notre cas sont au nombre de 5 : respectivement le nombre de particules, les 3 composantes des vitesses et l'énergie (on reconnait là les 5 invariants de l'équation de Boltzmann). La matrice de covariance des fluctuations à l'équilibre s'en déduit :

$$\sigma_f^2(\vec{r},\vec{k},\vec{r}\prime,\vec{k}\prime;t) = f\overline{f}\delta(\vec{r}-\vec{r}\prime)(\vec{k}-\vec{k}\prime)+f\overline{f}f\prime\overline{f}\prime(\theta_{00}+\theta_{04}(k^2+k\prime^2)+\theta_{44}(k^2.k\prime^2)+\theta_{11}(\vec{k}\vec{k}\prime) \quad (27)$$

Les coefficients $\theta_{ij}$ sont des fonctions des intégrales incomplètes de la fonction de Fermi. Par projection sur les opérateurs des variables collectives, on peut aisément calculer leurs fluctuations statistiques ; par exemple, on en déduit [26] la fluctuation statistique sur le moment quadrupolaire de la distribution des vitesses :

$$\sigma_Q^2 = 8m^2TE_T; \quad (28)$$

ou pour la variable du flot nucléaire :

$$\sigma_F^2 = mT; \quad (29)$$

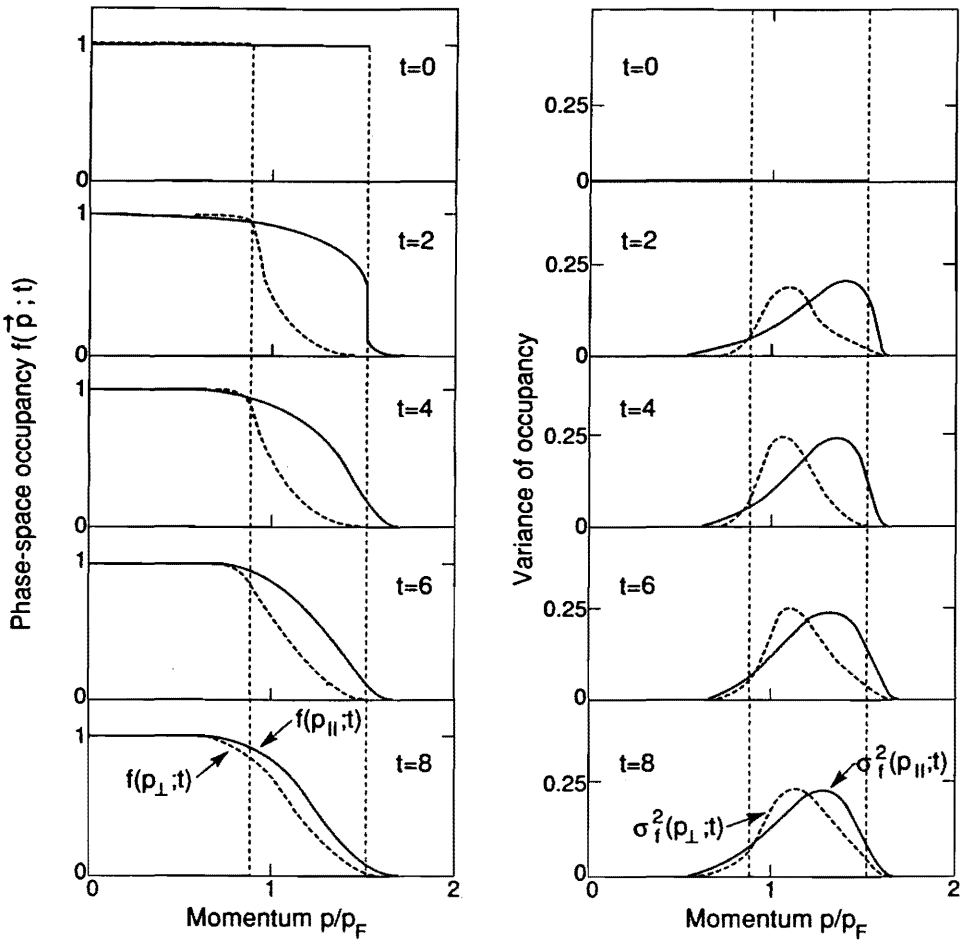


Figure 8: *Evolution au cours du temps de la densité à un corps et de ses fluctuations locales pour une matière infinie, initialement caractérisée par 2 sphères de Fermi distantes de une fois la vitesse de Fermi : les courbes pleines donnent les valeurs selon l'axe des 2 sphères de Fermi, celles en pointillés donnent les valeurs dans la direction perpendiculaire.*

où $T$ et $E_T$ sont respectivement la température et l'énergie (dépendant de la température) du système. Les simulations numériques démontrent que les fluctuations extraites selon la méthode des équations couplées évoquée plus haut, convergent bien vers ces valeurs théoriques. On trouvera les détails dans la thèse de B.Benhassine [26].

L'approche de Boltzmann-Langevin est certainement une voie prometteuse pour l'étude des collisions d'ions lourds, car elle étend le formalisme de Boltzmann(BUU) aux fluctuations. Dans les section suivantes on se limitera aux effets moyens en couplant le terme de collisions de l'équation (22) (terme de Uehling-Uhlenbeck) avec l'opérateur de Vlasov pour le champ moyen.

## 4.2 Modélisation pseudo-particulaire des collisions

On trouvera par exemple dans la référence ([16]), un protocole permettant de traiter les collisions entre pseudo-particules ; il est inspiré de celui utilisé dans les modèles de cascades intranucléaires classiques ; il a été prouvé que ce protocole effectivement peut relaxer la distribution vers l'équilibre thermodynamique (décrit par la loi de Fermi-Dirac) avec des temps caractéristiques égaux à ceux prévus par la théorie ([29]).

Est-ce que les modèles pseudo-particulaires peuvent décrire les propriétés de relaxation de la matière nucléaire? La comparaison avec les résultats théoriques (théorie de Landau des Liquides de Fermi) peut être faite ; à basse énergie d'excitation, les résultats sont comparables ; la différence à plus haute énergie est liée aux aux approximations à la base de la théorie, elle ne traite que les collisions près du niveau de Fermi ; le modèle pseudo-particulaire peut s'affranchir de ces limites et montrer la saturation du temps de relaxation à haute température (voir figure 9).

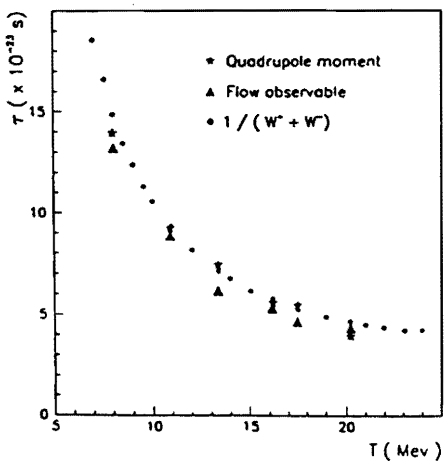


Figure 9: *Evolution du temps de relaxation de variables collectives calculé dans un modèle pseudo-particulaire : les calculs montrent que le temps est le même pour des variables différentes, ceci indique que le régime linéaire est applicable même à haute énergie d'excitation ; la tendance à la saturation à haute énergie est lié au rôle croissant du terme de gain non pris en compte dans la théorie de Landau.*

Toutefois dans la pratique, le terme de collision est un point faible des simulations lorsqu'il s'agit de les traiter dans les systèmes finis, inhomogènes et hors d'équilibre. Les sources d'ambiguité des simulations sont les suivantes :

- la section efficace nucléon-nucléon, relativement bien connue pour les nucléons libres, est difficile à évaluer dans la matière surtout lorsque celle-ci n'est pas à l'équilibre : sa dérivation formelle à partir du formalisme de la matrice G conduit à des formes paramétrisées approximatives (par exemple [30, 31]) ;
- le blocage de Pauli est difficile à évaluer en raison des fluctuations induites par le pavage incomplet de l'espace des phases : seules les simulations avec un très grand nombre de pseudo-particules (n»100) pourraient échantillonner l'espace des phases avec une précision suffisante :

- les fluctuations numérique du champ moyen lui-même induisent une relaxation erronée vers la statistique de Boltzmann qui se superpose au terme de collisions binaires (voir exposé de E.Suraud).

*Ces ambiguités, les différences de protocoles (souvent peu explicités par les auteurs), l'absence de tests comparatifs rendent les résultats des codes souvent difficilement comparables entr'eux.*

A titre d'exemple, voici un détail du protocole qui peut paraitre anodin : dans la simulation avec des particules, lorsque les conditions cinématiques sont réunies pour provoquer une collision, se pose le problème du blocage de Pauli, à travers l'estimation du taux d'occupation final des particules en collision (c'est-à-dire le calcul du terme de blocage $(1 - f)$), $f$ doit-il être évalué avant ou après avoir changé la vitesse des particules en collision? Les 2 prescriptions donnent des résultats très différents et ce d'autant plus que le nombre de particules-test est faible: pour $N = 30$ on trouvera dans ([16]) que les 2 prescriptions induisent un facteur 4 dans le temps de relaxation du moment quadrupolaire!

Il parait essentiel que les différents codes soient validés par des calculs de référence : en matière infinie dont la solution est analytique ([29, 26]) ou en comparant le résultat des calculs avec les résultats expérimentaux pour les sections efficaces de réaction nucléon-noyau qui sont connues dans un large domaine d'énergie incidente.

# 5 Extraction des variables collectives

En une dizaine d'années, des centaines de travaux ont été publiés sur l'étude des réactions nucléaires avec les différents modèles. Outre la visualisation des différents régimes de réactions (voir figure 10), ces calculs ont permis d'étudier le comportement de nombreuses observables expérimentales et d'analyser les informations sur les propriétés de la matière nucléaire qu'elles pouvaient apporter. Il est impossible d'en faire un inventaire complet, nous nous limiterons à 3 aspects.

## 5.1 Energies d'excitation

L'énergie d'excitation est la caractéristique essentielle des noyaux chauds à (ou proche de) l'équilibre; apparemment beaucoup moins ambigue dans un système fini que la notion de température, elle n'en pose pas moins de redoutables problèmes dans les comparaisons entre expérience et théorie. Dans un système fini, l'énergie d'excitation varie en effet très vite avec le temps, sous forme de perte de matière à l'équilibre(évaporation ?) ou hors équilibre(prééquilibre ?). Il s'agit donc de caractériser par un nombre une courbe complexe et à variations rapides.

Dans un système très excité, la densité d'énergie cinétique $\epsilon_{kin}(\vec{r})$ peut se décomposer en 3 composantes principales : l'énergie cinétique intrinsèque liée au mouvement de Fermi $\epsilon_{int}$, l'énergie due à l'écoulement collectif de la matière nucléaire $\epsilon_{coll}$ et l'énergie d'excitation proprement dite $\epsilon^*$ ; elles s'écrivent respectivement :

$$\epsilon_{kin}(\vec{r}) = \frac{1}{2m\rho(\vec{r})} \int k^2 f(\vec{r}, \vec{k}) d\vec{k}; \tag{30}$$

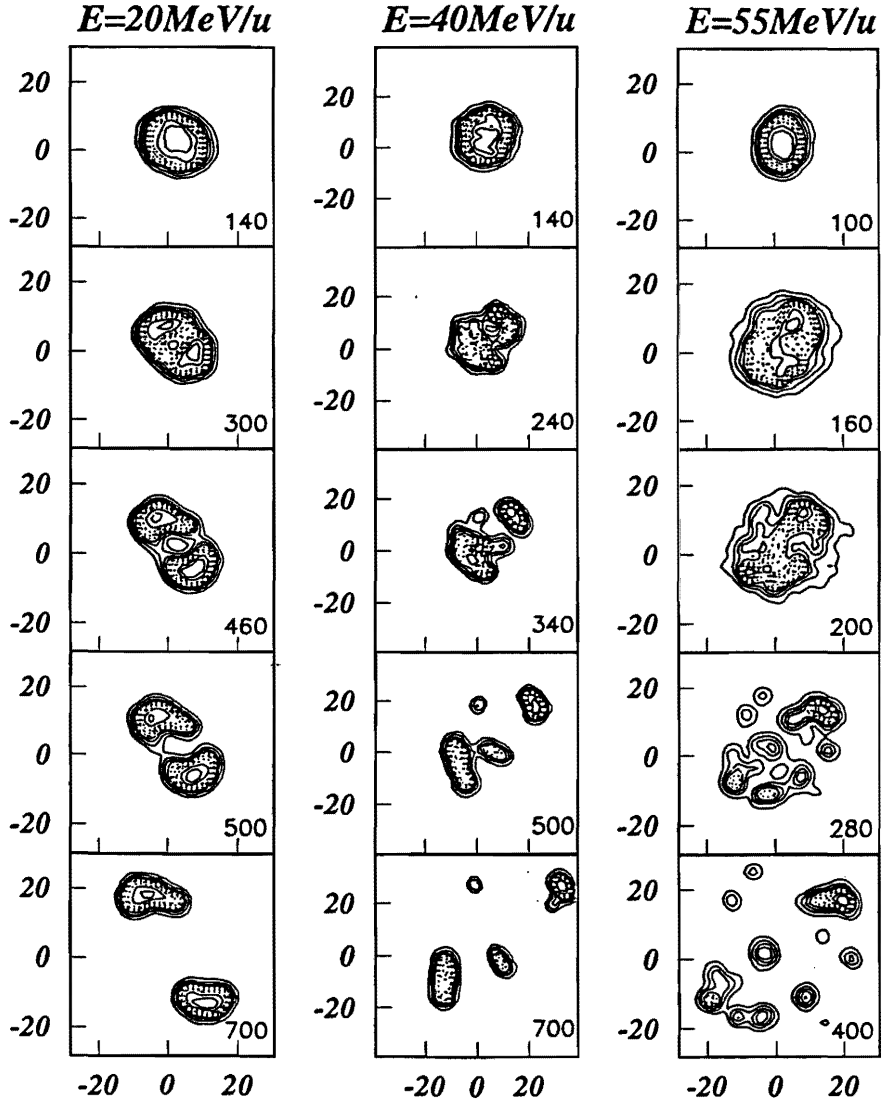


Figure 10: *Cartes de densité projetées sur le plan de réaction de la collision Au+Pb à différents énergies. Ces cartes illustrent les différents régimes des collisions entre ions lourds : des collisions très inélastiques spécifiques des réactions de basse énergie aux réactions conduisant à la désintégration du système. Les échelles de temps sont données en fm/c.*

$$\vec{k}_{coll}(\vec{r}) = \frac{1}{m\rho(\vec{r})}\int \vec{k} f(\vec{r},\vec{k})d\vec{k} \; : \; \epsilon_{coll}(\vec{r}) = \frac{k^2_{coll}(\vec{r})}{2m}. \tag{31}$$

L'énergie locale due au mouvement de Fermi est évaluée dans l'approximation de Thomas-Fermi :

$$\epsilon_{int}(\vec{r}) = \frac{5/3}{2m}(\frac{3}{2}\pi^2)^{2/3}\rho^{2/3}(\vec{r}); \tag{32}$$

et finalement, la densité d'énergie d'excitation (c'est-à-dire le supplément d'énergie de la matière nucléaire par rapport à son état fondamental dans le repère inertiel local) s'écrit :

$$\epsilon^*(\vec{r}) = \epsilon_{kin}(\vec{r}) - \epsilon_{coll}(\vec{r}) - \epsilon_{int}(\vec{r}). \tag{33}$$

Le suivi (local ou intégré sur tout ou partie de la distribution de matière) permet d'analy-

ser la transformation de l'énergie -initialement collective- en énergie d'excitation, son degré d'isotropie donne des indications sur la proximité de l'équilibre thermodynamique atteint lors des réactions.

La figure 11 montre la transformation rapide de l'énergie initiale (celle du faisceau) purement collective en énergie d'excitation ; un mode monopolaire de compression/expansion est suivi d'une forte émission de particules qui contribuent fortement à refroidir le système. L'énergie d'excitation du résidu $E^*_{int}$ porte la trace de ces émissions de prééquilibre et des couplages avec les modes monopolaires géants ; une analyse détaillée du tenseur de pression montre que le système est proche de l'équilibration après 200 fm/c ; l'énergie d'excitation proprement dite atteinte par le système est donc de l'ordre de 1100 MeV; c'est une petite fraction de l'énergie collective initialement disponible (environ 2600 MeV).

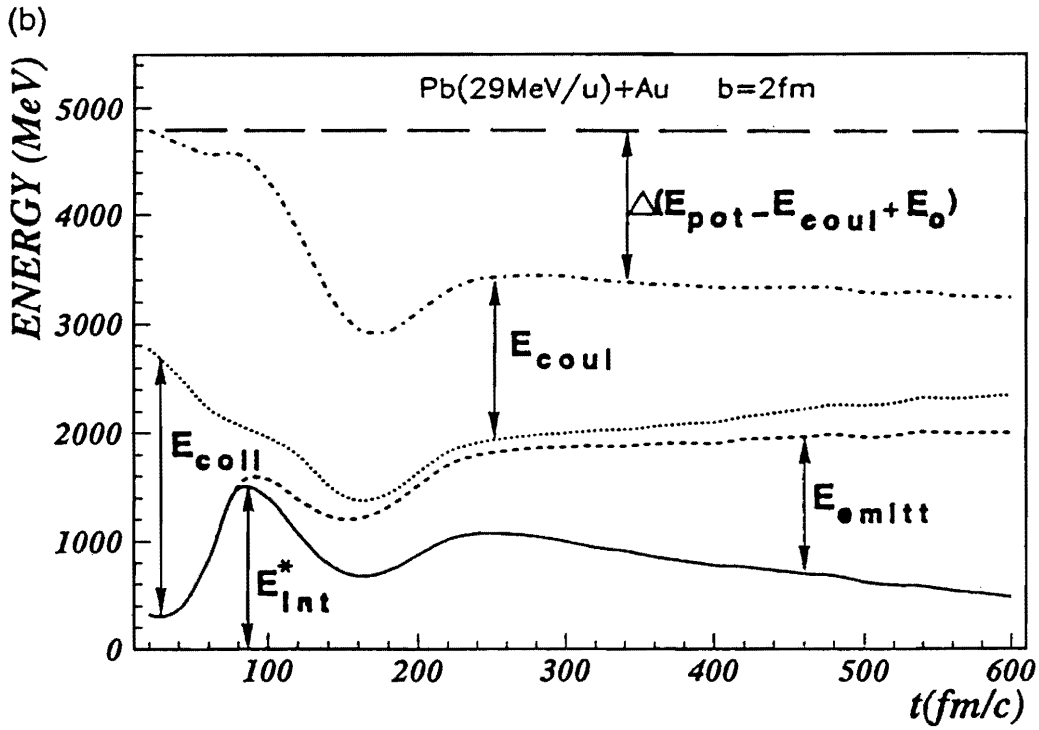


Figure 11: *Evolution des différentes composantes de l'énergie dans une réaction d'ions lourds.*

Ces calculs permettent une analyse détaillée des transferts complexes d'énergie entre les différents degrés de liberté du système : ils illustrent en outre le fort pouvoir d'arrêt de la matière nucléaire à quelques dizaines de MeV/u d'énergie de faisceau : mais la comparaison directe de l'énergie d'excitation ainsi calculée avec les valeurs déduites expérimentalement est un problème très ouvert [32].

## 5.2 Flot de matière

Le flot est une des variables collectives les plus étudiées en physique des ions lourds : elle caractérise la direction privilégiée des fragments de matière nucléaire éjectés lors de la collision : cette direction a deux composantes principales : l'une dans le plan de réaction et l'autre

perpendiculaire au plan de réaction ; nous ne nous intéresserons ici qu'à la première. Cette distribution de matière est caractérisée par sa distribution de moment transverse moyen en fonction de sa vitesse longitudinale : $< P_x > (v_z)$. La variable de "flot" $F$ est plus précisément la dérivée de cette distribution à la vitesse du centre de masse :

$$F = v_{faisceau} \frac{d < P_x/m > (v_z)}{dv_z} \tag{34}$$

Les multidétecteurs avec une forte granularité permettent de mesurer avec une bonne précision le flot nucléaire(surtout pour les systèmes proches de la symétrie en masse) ; il est cependant nécessaire d'introduire dans les calculs la simulation de l'indétermination du plan de réaction ([33]). La variable de flot présente des évolutions très caractéristiques et très régulières avec l'énergie du faisceau et la masse des ions (fig. 12) ; de plus les premiers calculs ont montré sa grande sensibilité au coefficient de compressibilité nucléaire.

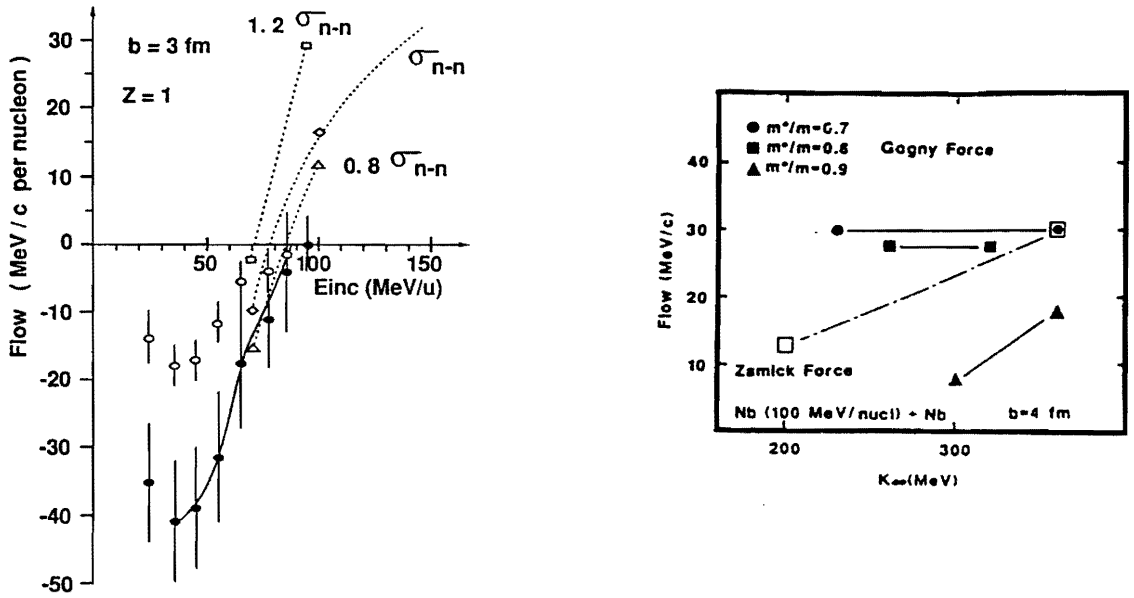


Figure 12: *A gauche, évolution de la variable de flot en fonction de l'énergie du faisceau : les données expérimentales sont données par des cercles vides pour les données non corrigées de l'indétermination du plan de réaction et en cercle plein pour les données corrigées, les courbes donnent les résultats théoriques avec différentes hypothèses sur la section efficace nucléon-nucléon; à droite, corrélation entre la non-localité des forces nucléaires et le coefficient de compressibilité pour la détermination du flot ; la force de Zamick a une masse effective égale à l'unité.*

Lorsque les forces nucléaires sont globalement attractives, la matière tend à orbiter et est donc défléchie vers les angles négatifs ; inversement, lorsqu'elles sont répulsives, des déflections vers les angles positifs sont attendues. A basse énergie, le champ moyen est très puissant et le flot est négatif ; lorsque l'énergie augmente, l'espace des phases s'ouvre et les collisions binaires deviennent très efficaces pour éjecter la matière vers les directions transverses et le flot devient positif (figure 12). Il existe donc une énergie de faisceau pour chaque système où les deux effets s'annihilent et le flot est nul ([34]).

Les nombreux calculs avec les équations de transport ont permis de comprendre la physique du problème, d'en reproduire au moins qualitativement les évolutions, de démontrer sa sensibilité au taux de collisions binaires. Cependant, les conclusions sur l'équation d'état nucléaire ont été obscurcies par l'utilisation de forces nucléaires trop approximatives ; en particulier les forces de Zamick de portée finie, elles ne reproduisent pas la dépendance en vitesse du potentiel d'interation nucléon-noyau. Ce potentiel est très attractif à basse énergie relative, s'affaiblit aux énergies croissantes pour s'annuller et devenir répulsif à plus de 200 MeV. Les calculs avec les forces de Zamick surestiment les coefficients d'incompressibilité pour compenser leur caractère trop attractif à moyenne et haute énergie. De plus, le flot étant construit au début de la réaction lorsque les 2 ions sont encore en grande vitesse relative, les effets de non-localité (caractérisés par la masse effective) tendent à masquer les effets de compressibilité [34] (voir fig.12 droite) ; plus la masse effective est faible, plus le flot est insensible à la compressibilité nucléaire, du moins à basse énergie. Des calculs récents avec des interactions du type de Gogny, d'une part reproduisent le flot à basse énergie et d'autre part permettent de tester la compressibilité nucléaire à haute énergie où le potentiel nucléon-noyau est quasi nul. Les estimations du flot nucléaire sont compatibles avec un coefficient d'incompressibilité nucléaire $K_\infty$ faible : proche de 220 MeV.

Beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques, sur de grandes systématiques en énergie, restent à faire pour extraire toutes les informations possibles sur les propriétés nucléaires à partir du flot et des autres variables collectives associées.

## 5.3 Noyaux chauds tournants

Il est assez remarquable que le moment angulaire est le grand absent des réactions d'ions lourds aux énergies atteintes au GANIL par exemple, alors que les transferts de moment anglaire ont été très étudiés -expérimentalement et théoriquement- autour de la barrière coulombienne. D'un point de vue théorique, il est a priori illusoire d'étudier la fission spontanée avec les modèles semi-classiques en raison des constantes de temps énormes et des effets quantiques près de la barrière. En revanche, si le modèle décrit correctement l'énergie de surface et l'énergie coulombienne, on peut de manière exploratoire étudier la dynamique des noyaux à haut moment angulaire (voir [35]), surtout lorsque la température dépasse 1 ou 2 MeV et donc que les effets quantiques sont négligeables.

Le noyau chaud est préparé avec un taux d'occupation défini comme dans l'équation (14) et on lui applique un champ de vitesse de rotation $\vec{\Omega}$ constant :

$$w(\vec{r}, \vec{k}) \Rightarrow w(\vec{r}, \vec{k} - m\vec{\Omega} \wedge \vec{r}). \tag{35}$$

Le système n'a pas une énergie minimale dans le repère tournant, il possède une énergie d'excitation intrinsèque, mais aux énergies considérées l'hypothèse de mise en rotation adiabatique n'est pas valide. La figure 13 présente les trajectoires typiques suivies par un noyau de Ca dans le plan $(\beta, \gamma)$ des déformations ellipsoidales. Toutes les trajectoires partent de la sphéricité en suivant la symétrie oblate ; à faible et moyen moment angulaire, elles passent le point-selle vers la symétrie prolate : les faibles moment angulaires ne permettent pas de passer le point-selle de la fission et le noyau se relaxe vers son fondamental sphérique par évaporation de particules ; pour des moments angulaires plus élevés, on observe une trajec-

toire de fission induite classique. A très haut moment angulaire, le noyau reste en symétrie oblate et explose en plusieurs fragments.

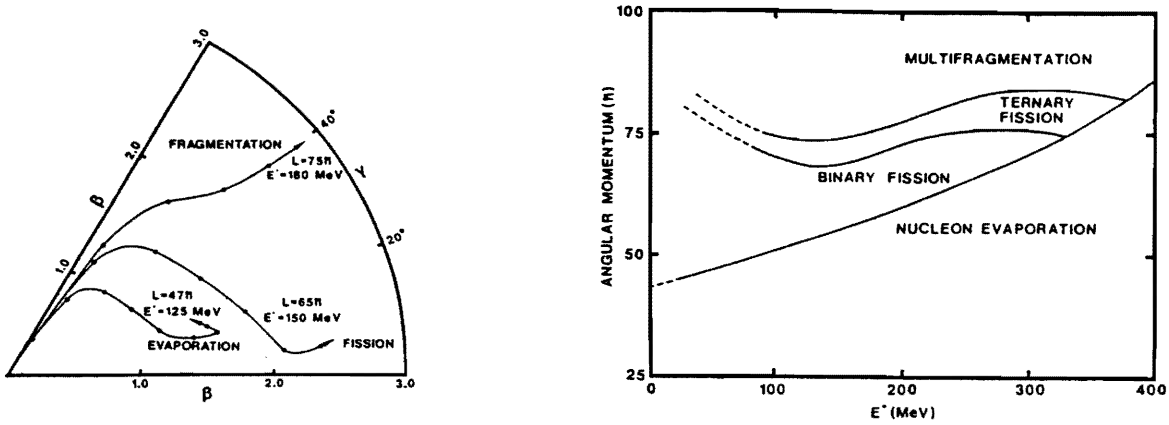


Figure 13: *A gauche, trajectoires typiques dans le plan ($\beta, \gamma$) des déformations ellipsoidales d'un noyau de Ca pour différents moments angulaires initiaux. Les points sur les courbes indiquent les pas de temps (10(-22)) sec. A droite, diagramme des différents régimes dynamiques des noyaux chauds tournants.*

Les barrières de fission dynamique peuvent être calculées en étudiant la variation de l'énergie collective ([35]) et sont très comparables à celles données par les modèles classiques de goutte liquide. Dans la figure 13, à droite, on trouve le diagramme dans l'espace (énergie d'excitation, moment angulaire) des différents régimes des noyaux chauds tournants ; ce diagramme illustre 2 faits saillants :

- la compétition entre fission/évaporation : à moment angulaire constant, un noyau fissionne moins facilement s'il a une énergie interne élevée ; il dissipe cette énergie par émission de particules qui emporte du moment angulaire et donc empêche le noyau de fissionner.
- l'existence d'une barrière dynamique très importante entre les phénomènes à symétrie prolate et ceux à symétrie oblate ; les évènements de "fission ternaire" correspondent à une fission primaire suivie de la fission d'un des gros fragments ; alors que la fragmentation correspond à la dissociation simultanée du système en plusieurs fragments (le nombre de 4 étant le plus probable).

Ces calculs mériteraient d'être affinés, en particulier sur les noyaux plus lourds où les moments angulaires nécessaires sont moins importants et donc plus probablement atteints.

# 6 Conclusions

Ce cours avait pour objectif un survol (forcément très incomplet) des méthodes de modélisation largement utilisées depuis une dizaine d'années en physique des ions lourds en les

replaçant dans le cadre général des méthodes pseudo-particulaires (lagrangiennes) de résolution du problème à N-corps.

Ces modèles permettent d'aborder la grande richesse de cette physique en introduisant les aspects dynamiques qui ne peuvent être négligés lorsque l'on s'attaque à l'étude thermodynamique d'une matière par des collisions. Imaginons un instant, l'étude de la transition de phase eau-glace, si le seul moyen de chauffer la glace était de cogner l'un contre l'autre deux morceaux de glace ; heureusement, les noyaux sont suffisamment visqueux (ils sont comparables à du goudron tiède d'après une estimation de W.Swiatecki) pour que le processus soit plus proche de l'équilibre.

Ils ont montré comment s'effectue la transition entre les collisions de basse énergie dominées par le champ moyen, et les collisions à très haute énergie dominées par les collisions binaires. A partir d'interactions effectives, ils permettent de relier les propriétés de la matière nucléaire très excitée à celles mieux établies des états fondamentaux.

Ces approches ont souffert de deux types de faiblesse :

- l'un intrinsèque à toute théorie, être une théorie approchée : les modèles de transport actuels sont des approximations, souvent fortes, d'un modèle qui rendrait compte de manière plus convaincante des effets quantiques (antisymétrisation, effets de milieux etc...). Des avancées dans cette direction sont prévisibles à court ou moyen terme.

- l'autre est plus d'ordre historique : ces modèles ont été élaborés de manière très phénomènologique avec initialement des ambitions limitées (quel est le pouvoir d'arrêt, quel est le régime qui fait suite au "deep inelastic" à plus haute énergie etc...). En raison de leur succès, on leur a demandé des informations de plus en plus précises, notamment sur les propriétés de type thermodynamique de la matière. Des résultats ont été publiés, des conclusions tirées, sans que les études préliminaires aient été toujours faites. En particulier, la comparaison des prédictions des différentes codes de calcul sur des problèmes bien spécifiés, avec des conditions initiales identiques, a été rarement faite, ce qui ne permet pas toujours de savoir si les différences dans les prédictions ont des origines profondes liées à la physique ou si elles résultent de différences (ou d'erreurs) dans les protocoles de simulation. Une telle comparaison a été faite montrant l'identité des prédictions du flot à 400 MeV/u par le code de P.Danielewicz (MSU) et le code Landau-Vlasov de Subatech, malgré leurs principes de conception très différents (F.Sébille, communication privée).

Le développement des ordinateurs va permettre de modéliser des réactions avec un nombre croissant de pseudo-particules et d'améliorer la qualité des résultats d'un point de vue numérique ; cependant, à moyen terme, les modèles introduisant explicitement les effets de l'antisymétrisation dans les distributions à un corps ouvrent des perspectives prometteuses.

## Remerciements

Cet exposé est illustré pour une bonne partie par des travaux effectués au LPN (devenu Subatech) de Nantes ; merci aux théoriciens : F.Sébille, M.Farine ; aux thésards : D.Idier, B.Benhassine et B.Jouault. Les développements présentés sont aussi issus de collaborations avec J.Randrup du LBL, C.Grégoire du GANIL et P.Schuck de Grenoble.

# References


[1] U.Frisch B.Hasslacher and Y.Pomeau. Lattice-gas automata for the navier-stokes equations. *Phys. Rev. Lett*, 56:1505–1508, 1986. Article de base sur la modélisation de la dynamique des fluides, par un automate régissant le déplacement de pseudo-particules sur un réseau.

[2] H.Kruse B.Jacak and H.Stöcker. *Phys. Rev. Lett.*, 54:289++, 1985. Article de présentation du modèle VUU.

[3] J.Aichelin and G.F. Bertsch. *Phys. Rev. C*, 31:1730++, 1985. Article de présentation du modèle BUU.

[4] C.Grégoire B.Remaud F.Sébille L.Vinet and Y.Raffray. *Nucl. Phys. A*, 465:317++, 1987. Article de présentation du modèle Landau-Vlasov.

[5] G.F.Bertsch and S.Das Gupta. *Phys. Rep.*, 160:189++, 1988. Article de revue sur la physique des ions lourds avec des équations de transport dérivées de l'équation de Boltzmann.

[6] P.L'Eplattenier. *L'équation de Vlasov pour étudier la dynamique des systèmes fermioniques.* PhD thesis, Université de Paris-Sud, octobre, 1995. Etude systématique des propriétés de l'équation de Vlasov ; liens avec les transformées de Wigner et de Husimi ; propriétés des solutions numériques.

[7] E.Bertschinger and J.Gelb. Cosmological n-body simulations. *Comput. Phys.*, 3:164–179, 1991. Article de revue sur les méthodes particulaires en cosmologie et leur utilisation pour l'étude des fluctuations de densité (formation des galaxies).

[8] L.Greengard. The numerical solution of the n-body problem. *Comput. Phys.*, 4:142–152, 1990. Article de revue sur la résolution numérique du problème à N-Corps en électrostatique et astrophysique.

[9] B.Remaud C.Grégoire F.Sébille and F.Scheuter. *Nuc. Phys.A*, 428:101++, 1984. Première approche semi-classique des réactions d'ions lourds.

[10] F.Sébille. *Approche semi-classique de la dynamique des ions lourds aux énergies intermédiaires.* PhD thesis, Université de Nantes, 1986. Thèse d'Etat sur les bases du modèle de Landau-Vlasov.

[11] J.T. Marshall A.K.Rajagopal. New coherent states with applications to time-dependent systems. *Phys.Rev. A*, 26:2977–2979, 1982. Principe variationnel appliqué à la propagation des états cohérents de largeurs dépendant du temps dans un champ quelconque.

[12] B.Remaud C.Dorso and S.Hernandez. Coherent state propagation in open systems. *Physica A*, 112:193–213, 1982. Propriétés des états cohérents généralisés, c'est-à-dire de largeurs variables au cours du temps.

[13] J.Aichelin. *Phys. Rep.*, 202:233++, 1991. Rapport de présentation du modèle QMD.

[14] R.W. Hockney and J.W. Eastwood. *Computer simulation using particles*. Adam Hilger, 1989. Livre de référence pour la modélisation des problèmes à N-Corps les plus variés, avec les méthodes particulaires.

[15] D.Idier. ***Modélisation de la matière nucléaire infinie; propriétés statiques et dynamiques ; étude des fluctuations de densités.*** PhD thesis, Université de Nantes, 1994. Thèse présentant une analyse des propriétés de la matière nucléaire infinie modélisée par un système de pseudo-paticules.

[16] D.Idier M.Farine B.Remaud and F.Sébille. Modelling an infinite nucleonic system. *Ann. Phys. (Paris)*, 19:159–263, 1994. Article de revue sur la modélisation de la matière nucléaire basé sur la thèse de D.Idier.

[17] P.Bonche. *Cours Joliot-Curie*, 1, 1985. Article de revue sur les propriétés thermodynamiques des noyaux finis en équilibre avec une vapeur de nucléons.

[18] L. Vinet C.Grégoire P.Schuck B.Remaud and F.Sébille. A study of the disintegration of highly excited nuclei .... *Nucl. Phys. A*. 468:321–347. 1987. Etude de la dynamique des noyaux chauds et/ou comprimés avec le modèle de Landau-Vlasov.

[19] C.J. Pethick D.J.Ravenhall. *Ann. Phys. (N.Y)*. 183:131++, 1988. Théorie des liquides de Fermi appliquée aux fluctuations de densité dans la matière nucléaire.

[20] M.Colonna Ph.Chomaz and J.Randrup. *Nucl. Phys.A*, 567:637++, 1994. Article sur les méthodes de calcul des fluctuations de densité dans la matière nucléaire, voir les références incluses pour d'autres études par le même groupe.

[21] M.Colonna and Ph.Chomaz. *Phys. Rev.C*. 49:1908++, 1994.

[22] P.Schuck R.W.Hasse J.Jaenicke C.Grégoire B.Remaud F.Sébille and E.Suraud. Semi-classical and phase space approaches to dynamics and collisional problems of nuclei. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 22:181–278. 1989. Article de revue sur les méthodes semi-classiques.

[23] M.Bixon and R.Zwanzig. *Phys.Rev.*, 187:267++. 1969. Etude des fluctuations statistiques des systèmes classiques à partir de l'équation de Boltzmann et démonstration de leur équivalence à l'équilibre avec celles prédites par la théorie de Landau.

[24] S.Ayik and C.Grégoire. *Nucl.Phys.A*, 513:187++, 1990. Article de présentation de la théorie des fluctuations des systèmes de fermions basée sur la théorie de Langevin appliquée à la densité à un corps.

[25] J. Randrup and B.Remaud. Fluctuations in one-body dynamics. *Nuc. Phys.A*. 514:339++, 1990. Article de présentation de la théorie des fluctuations des systèmes de fermions, basée sur la théorie de Fokker-Planck appliquée à la densité à un corps.

[26] B.Benhassine M.Farine E.S.Hernandez B.Remaud and F.Sébille. *Nucl. Phys.A*, 2:22–. 1994. Article de présentation de la méthode de traitement des fluctuations statistiques ; pour plus de détails voir la thèse de B.Benhassine.

[27] B.Benhassine. *Théorie semi-classique des fluctuations dans la matière nucléaire.* PhD thesis, Université de Nantes. 1994. Dans le cadre de l'approche de Boltzmann-Langevin, étude de la dynamique des fluctuations statistiques, dérivation de la matrice de covariance à l'équilibre et modélisation numérique.

[28] N.G. Van Kampen. *Stochastic processes in Physics and Chemistry.* North Holland, New-York, 1981. Livre de référence de physique statistique, en particulier pour la dynamique des fluctuations.

[29] G.Welke et al. *Phys. Rev. C*, 38:2101++, 1988. Etude et validation d'un protocole de simulation du terme de collision utilisé dans le modèle de Landau-Vlasov.

[30] J.Cugnon et al. *Nucl. Phys. A*, 352:505++, 1981. Etude des effets de milieu sur la section efficace nucléon-nucléon.

[31] W.Cassing V.Metag U. Mosel and K.Niita. Phase space dynamics of heavy ion reactions. *Phys.Rep.*, 188:363++, 1990. Article de revue sur les équations de transport dans les noyaux.

[32] B.Jouault F.Sébille G.Royer and V.de la Mota. Fragmentation in central pb+au collisions .... *Nucl. Phys. A*, 0591:497–514, 1995. Exemple récent d'une étude détaillée d'une réaction nucléaire avec le modèle de Landau-Vlasov.

[33] J.P Sullivan and J.Péter. *Nucl.Phys. A*, 540:275++, 1992. Dans cet article et dans les références cités, exposé des méthodes et résultats expérimentaux de mesure du flot au GANIL.

[34] V.De La Mota F.Sébille M.Farine B.Remaud and P.Schuck. *Phys.Rev.C*, 46:677++, 1992. Etude des liens entre le flot de matière nucléaire et l'équation d'état nucléaire : en particulier, mise en évidence du rôle de la masse effective.

[35] F.Garcias V. De La Mota B.Remaud G.Royer and F.Sébille. *Phys.Lett. B*, 255:311++, 1991. Présentation de calculs avec le modèle de Landau-Vlasov sur la dynamique des noyaux chauds tournants.