ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P2-99-69

В.В.Любошиц, В.Л.Любошиц

T-ИНВАРИАНТНОСТЬ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В РЕАКЦИЯХ $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ И $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p + {}^3\mathrm{He}$

Направлено в журнал «Ядерная физика»

1999

В работе [1] на основе T-симметрии дифференциального сечения упругого рассеяния обсуждались поляризационные эффекты при рассеянии частиц со спином 1/2 на неполяризованной мишени. В настоящей работе аналогичный подход применяется к анализу следствий T-инвариантности для эффективных сечений прямых и обратных бинарных реакций с участием двух частиц со спином 1/2 в начальном или конечном состояниях. При этом подробно исследуются поляризационные эффекты в реакциях $p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}$ и $\pi^++{}^4\mathrm{He}\to p+{}^3\mathrm{He}$.

1. Рассмотрим бинарную реакцию $a+b\to c+d$. Пусть начальные частицы a и b имеют спин 1/2, а конечные частицы c и d — произвольные спины. Обозначим как $\vec{k}_a=-\vec{k}_b$ начальный импульс в с. ц. и. реакции, $\vec{k}_c=-\vec{k}_d$ — конечный импульс в с.ц.и., θ — угол между импульсами $\vec{k}_a$ и $\vec{k}_c$, E — полную энергию в с.ц. и. Введем три взаимно перпендикулярных единичных вектора (два из них направлены в плоскости реакции, а третий — вдоль нормали к плоскости реакции):

$$\vec{l}=\frac{\vec{k}_a}{k_a},\ \vec{m}=\frac{\vec{l}'-\vec{l}(\vec{l}\vec{l}')}{\sin\theta},\ \vec{n}=\frac{[\vec{l}\,\vec{l}']}{\sin\theta}, \tag{1}$$

где

$$\vec{l}'=\frac{\vec{k}_c}{k_c},\ k_a=\left|\vec{k}_a\right|,\ \ k_c=\left|\vec{k}_c\right|,\ \theta=\arccos(\vec{l}\,\vec{l}').$$

При сохранении пространственной четности, с учетом инвариантности относительно поворотов в трехмерном пространстве и линейности квантовой теории, эффективное сечение процесса $a+b\to c+d$, просуммированное по проекциям спина конечных частиц, должно быть скаляром, линейным по векторам поляризации начальных частиц $\vec{P}^{(a)}$ и $\vec{P}^{(b)}$. В соответствии с этим структурная формула для дифференциального сечения в с. ц. и. принимает вид (см. также [2])

$$\begin{aligned}\sigma_{a+b\to c+d}(\vec{k}_a,\vec{P}^{(a)},\vec{P}^{(b)};\vec{k}_c)=\sigma_0(E,\theta)\{1+A(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{n})+B(E,\theta)(\vec{P}^{(b)}\vec{n})+\\+C(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{P}^{(b)})+D(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{l})+F(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{m})(\vec{P}^{(b)}\vec{m})+\\+G(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{m})+H(E,\theta)(\vec{P}^{(a)}\vec{m})(\vec{P}^{(b)}\vec{l})\}.\end{aligned} \tag{2}$$

Здесь $\sigma_0(E,\theta)$ — эффективное сечение реакции $a+b\to c+d$ для неполяризованных начальных частиц; A, B, C, D, F, G и H — безразмерные функции энергии и угла вылета θ; при этом векторы $A(E,\theta)\vec{n}$ и $B(E,\theta)\vec{n}$ имеют смысл анализирующих способностей для частиц a и b соответственно.

Ясно, что при $\theta = 0$ в силу аксиальной симметрии функции A, B, F, G и H обращаются в нуль, и выражение для дифференциального сечения реакции упрощается:

$$\sigma_{a+b\to c+d}(k_a\vec{l},\vec{P}^{(a)},\vec{P}^{(b)};k_c\vec{l}) = \sigma_0(E,0)\{1+C(E,0)(\vec{P}^{(a)}\vec{P}^{(b)})+$$
$$+D(E,0)(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{l})\}. \tag{3}$$

Такую же структуру имеет эффективное сечение реакции при $\theta = \pi$. При очень малых углах θ с учетом (1)

$$A(E,\theta) = a(E)\theta,\ B(E,\theta) = b(E)\theta,\ G(E,\theta) = g(E)\theta,\ H(E,\theta) = h(E)\theta,$$
$$F(E,\theta) = f(E)\theta^2, \tag{4}$$

где функции $a(E)$, $b(E)$, $f(E)$, $g(E)$ и $h(E)$, вообще говоря, отличны от нуля. При малых отклонениях от угла π справедливы предельные соотношения (4) с заменой θ на $\Delta\theta = \pi - \theta$ и другими функциями энергии E.

Проинтегрируем теперь эффективное сечение реакции $a+b\to c+d$ по азимутальному углу. Легко видеть, что

$$\int_0^{2\pi}(\vec{P}^{(a)}\vec{n})d\varphi = \int_0^{2\pi}(\vec{P}^{(b)}\vec{n})d\varphi = 0,\ \int_0^{2\pi}(\vec{P}^{(a)}\vec{m})d\varphi = \int_0^{2\pi}(\vec{P}^{(b)}\vec{m})d\varphi = 0,$$
$$\int_0^{2\pi}(\vec{P}^{(a)}\vec{m})(\vec{P}^{(b)}\vec{m})d\varphi = \pi\Big[(\vec{P}^{(a)}\vec{P}^{(b)}) - (\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}\vec{l})\Big]. \tag{5}$$

В результате находим

$$\sigma_{a+b\to c+d}(E,\theta,\vec{P}^{(a)},\vec{P}^{(b)}) =$$
$$= 2\pi\sigma_0(E,\theta)\{1+(C(E,\theta)+\frac{1}{2}F(E,\theta))(\vec{P}^{(a)}\vec{P}^{(b)})+$$
$$+(D(E,\theta)-\frac{1}{2}F(E,\theta))(\vec{P}^{(a)}\vec{l})(\vec{P}^{(b)}l)\}. \tag{6}$$

2. На основе инвариантности относительно обращения времени мы можем, пользуясь формулой (2), получить общее выражение для эффективного сечения обратной реакции $c+d\to a+b$ с неполяризованными частицами c и d и фиксированными поляризациями $\vec{\zeta}^{(a)}$ и $\vec{\zeta}^{(b)}$ конечных частиц.* Учитывая, что при обра-

*Под $\vec{\zeta}^{(a)}$ и $\vec{\zeta}^{(b)}$ следует понимать анализирующие способности детекторов; при этом $\left|\vec{\zeta}^{(a)}\right| \le 1, \left|\vec{\zeta}^{(b)}\right| \le 1.$

щении времени меняются направления импульсов и векторов поляризации, находим в соответствии с принципом детального равновесия [3]

$$\sigma_{c+d\to a+b}(\vec{k}_c;\vec{k}_a,\vec{\xi}^{(a)},\vec{\xi}^{(b)}) = = \frac{k_a^2}{k_c^2(2j_c+1)(2j_d+1)}\sigma_{a+b\to c+d}(-\vec{k}_a,-\vec{\xi}^{(a)},-\vec{\xi}^{(b)};-\vec{k}_c). \tag{7}$$

Таким образом, в с.ц.и. частиц c и d

$$\sigma_{c+d\to a+b}(\vec{k}_c;\vec{k}_a,\vec{\xi}^{(a)},\vec{\xi}^{(b)}) = \frac{1}{4}\widetilde{\sigma}_0(E,\theta)\{1 - A(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{n}) - -B(E,\theta)(\vec{\xi}^{(b)}\vec{n}) + C(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{\xi}^{(b)}) + D(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{l})(\vec{\xi}^{(b)}\vec{l}) + + F(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{m})(\vec{\xi}^{(b)}\vec{m}) + G(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{l})(\vec{\xi}^{(b)}\vec{m}) + H(E,\theta)(\vec{\xi}^{(a)}\vec{m})(\vec{\xi}^{(b)}\vec{l})\}, \tag{8}$$

где

$$\widetilde{\sigma}_0(E,\theta) = \frac{4k_a^2}{k_c^2(2j_c+1)(2j_d+1)}\sigma_0(E,\theta) \tag{9}$$

— эффективное сечение реакции для неполяризованных начальных частиц c и d, просуммированное по проекциям спина конечных частиц a и b.

Подчеркнем, что в формулах (8) и (9) $A(E,\theta), B(E,\theta), C(E,\theta), D(E,\theta), F(E,\theta), G(E,\theta), H(E,\theta)$ и $\sigma_0(E,\theta)$ — те же функции энергии E и угла вылета конечных частиц в с. ц. и., что и в выражении (2), а единичные векторы по-прежнему выражаются через импульсы $\vec{k}_a$ и $\vec{k}_c$ согласно (1).

Так как соотношение (8) справедливо при любых фиксированных конечных поляризациях $\vec{\xi}^{(a)}$ и $\vec{\xi}^{(b)}$, отбираемых двумя анализаторами, ясно, что спиновая матрица плотности системы двух конечных частиц a и b со спином 1/2, образующихся в реакции $c+d\to a+b$ с неполяризованными начальными частицами c и d, может быть получена из (8) путем замены векторов $\vec{\xi}^{(a)}$ и $\vec{\xi}^{(b)}$ операторами Паули $\hat{\vec{\sigma}}^{(a)}$ и $\hat{\vec{\sigma}}^{(b)}$ соответственно. В результате двухчастичная спиновая матрица плотности , удовлетворяющая условию нормировки

$$\mathrm{Sp}_{(1,2)}\hat{\rho}^{(1,2)} = 1,$$

принимает вид

$$\hat{\rho}^{(a,b)} = \frac{1}{4}\Big[\hat{I}^{(a)}\otimes\hat{I}^{(b)} + (\vec{P}^{(a)}(E,\theta)\hat{\vec{\sigma}}^{(a)})\otimes\hat{I}^{(b)} + \hat{I}^{(a)}\otimes(\vec{P}^{(b)}(E,\theta)\hat{\vec{\sigma}}^{(b)}) + +\sum_{i=1}^{3}\sum_{k=1}^{3}T_{ik}(E,\theta)\hat{\sigma}_i^{(a)}\otimes\hat{\sigma}_k^{(b)}\Big], \tag{10}$$

где $\hat{I}^{(a)}$ и $\hat{I}^{(b)}$ — двухрядные единичные матрицы, $\otimes$ — знак прямого произведения матриц,

$$\vec{P}^{(a)}(E,\theta) = -A(E,\theta)\vec{n}\,,\ \vec{P}^{(b)}(E,\theta) = -B(E,\theta)\vec{n} \tag{11}$$

— векторы поляризации частиц a и b, рождающихся в реакции $c+d \to a+b$,

$$T_{ik}(E,\theta) = C(E,\theta)\delta_{ik} + D(E,\theta)l_i l_k + F(E,\theta)m_i m_k + G(E,\theta)l_i m_k + \\ + H(E,\theta)m_i l_k \tag{12}$$

— корреляционный тензор, описывающий спиновые корреляции в двухчастичной системе (a,b).

В соответствии с (10) — (12), если при измерении детектор отбирает спиновое состояние частицы a с вектором поляризации $\vec{\zeta}^{(a)}$ (например, в результате вторичного рассеяния), то вектор поляризации частицы b, рождающейся вместе с частицей a в одном и том же акте столкновения частиц c и d, имеет компоненты (см. также [2,4])

$$\widetilde{P}_k^{(b)}(\vec{\zeta}^{(a)}) = \frac{P_k^{(b)} + \sum_{i=1}^{3} T_{ik}(E,\theta)\zeta_i^{(a)}}{1 + \vec{P}^{(a)}(E,\theta)\vec{\zeta}^{(a)}}. \tag{13}$$

Здесь $\vec{P}^{(a)}$ и $\vec{P}^{(b)}$— векторы поляризации конечных частиц a и b при условии, что спиновые состояния не фиксируются детекторами (см. (11)). Очевидно,

$$\vec{P}^{(b)} = \frac{1}{2}(1+\vec{P}^{(a)}\vec{\zeta}^{(a)})\widetilde{\vec{P}}^{(b)}(\vec{\zeta}^{(a)}) + \frac{1}{2}(1-\vec{P}^{(a)}\vec{\zeta}^{(a)})\widetilde{\vec{P}}^{(b)}(-\vec{\zeta}^{(a)}).$$

Легко видеть, что при отсутствии корреляций, когда $T_{ik} = P_i^{(a)}P_k^{(b)}$, $\widetilde{\vec{P}}^{(b)}(\vec{\zeta}^{(a)}) = \vec{P}^{(b)}$ независимо от вектора $\vec{\zeta}^{(a)}$.

Заметим, что при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ векторы поляризации в силу соотношений (4) и (11) равны нулю и спиновые эффекты полностью определяются корреляционным тензором T_{ik}:

$$\widetilde{P}_k^{(b)} = \sum_{i=1}^{3} T_{ik}\zeta_i^{(a)}, \tag{14}$$

где

$$T_{ik} = C\delta_{ik} + Dl_i l_k. \tag{15}$$

Описываемая формулами (13) и (14) зависимость спинового состояния одной из частиц от характера измерений, проводимых над другой частицей, является проявлением общего корреляционного эффекта при регистрации многочастичных квантовых состояний одночастичными детекторами, предсказанного в знаменитой работе Эйнштейна, Подольского и Розена [5].

Мы видим, что ввиду T-инвариантности зависимость эффективного сечения прямой реакции $a+b \to c+d$ от поляризаций начальных частиц жестко определяет спиновые корреляции тех же частиц в обратной реакции $c+d \to a+b$ с неполяризованными начальными частицами.* Инвариантность относительно обращения времени приводит также к простой связи (11) между коэффициентами лево-правой азимутальной асимметрии $A(E,\theta)$ и $B(E,\theta)$ при столкновении поляризованных частиц a и b в прямой реакции $a+b \to c+d$ и векторами поляризации тех же частиц, образующихся в обратной реакции $c+d \to a+b$ с неполяризованными частицами c и d.

3. Исследуем теперь поляризационные эффекты в реакции $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ и обратном процессе $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$. Ранее было показано, что эффективное сечение реакции $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ в сильной степени зависит от поляризаций протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$, и в связи с этим процесс $p({}^3\mathrm{He},{}^4\mathrm{He})\pi^+$ на поляризованной водородной мишени можно, в принципе, использовать для измерения поляризации пучка ядер ${}^3\mathrm{He}$ [6].** С учетом T-инвариантности поляризации протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$ в обратной реакции $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$ должны быть жестко скоррелированы.

Действительно, из сохранения углового момента и пространственной четности следует, что в реакциях типа $1/2+1/2 \to 0+0$ (два фермиона со спином 1/2 превращаются в два бесспиновых бозона) при условии, что произведения внутренних четностей начальных и конечных частиц противоположны по знаку, переходы из синглетного состояния фермионов (полный спин $S=0$) запрещены [11—13]. Поскольку π^+— псевдоскалярный мезон, ${}^4\mathrm{He}$ — бесспиновое ядро, спины протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$ равны 1/2 , ясно, что реакция $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ возможна только при полном спине системы $(p,{}^3\mathrm{He})$, равном 1.

---

*В статье [2] при анализе следствий T-симметрии для прямых и обратных бинарных реакций допущены неточности. Формула (46) должна иметь вид

$$\vec{k}_a \to -\vec{k}_a,\ \vec{k}_c \to -\vec{k}_c,\ \vec{P}^{(a)} \to -\vec{\zeta}^{(a)},\ \vec{P}^{(b)} \to -\vec{\zeta}^{(b)}.$$

Далее должно следовать: «при этом $\vec{n} \to \vec{n}$». В соответствии с этим, в формулах (47), (49) и (50) тензор $\widetilde{M}_{ik}$ следует заменить на тензор M_{ik} , входящий в выражение (44), а функции A и B взять со знаком «минус». Выражение (47) следует умножить на коэффициент $1/4$. Определение тензора $\widetilde{M}_{ik}$ на стр. 51 следует опустить.

**Реакции $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ и $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$ без анализа поляризационных эффектов изучались экспериментально в ряде работ (см., например, [7—10]). Согласно экспериментальным данным, в случае, когда пучок и мишень не поляризованы, дифференциальное сечение процесса ${}^3\mathrm{He}+p \to {}^4\mathrm{He}+\pi^+$ в с.ц.и. при кинетических энергиях протона 300—600 МэВ в л.с. и малых углах вылета системы $(\pi^+,{}^4\mathrm{He})$ составляет $10\div15$ мкбарн/стер.

Выберем ось квантования z полного спина вдоль направления $\vec{l} = \vec{k}_p / k_p$, где $\vec{k}_p$ — импульс протона в с.ц.и. реакции, ось x — вдоль направления $\vec{m}$, а ось y — вдоль направления $\vec{n}$; единичные векторы $\vec{m}$ и $\vec{n}$ определяются по формулам (1) с $\vec{l}' = \vec{k}_\pi / k_\pi$, где $\vec{k}_\pi$ — импульс π^+ -мезона в с.ц.и. Триплетные состояния системы $(p, {}^3\mathrm{He})$ с проекциями спина на ось квантования, равными $+1$, -1 и 0, имеют вид

$$\begin{gathered}\left|+1,\vec{l}\right\rangle = \left|+1/2,\vec{l}\right\rangle^{(p)} \left|+1/2,\vec{l}\right\rangle^{(\mathrm{He})};\\ \left|-1,\vec{l}\right\rangle = \left|-1/2,\vec{l}\right\rangle^{(p)} \left|-1/2,\vec{l}\right\rangle^{(\mathrm{He})};\\ \left|0,\vec{l}\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left|+1/2,\vec{l}\right\rangle^{(p)} \left|-1/2,\vec{l}\right\rangle^{(\mathrm{He})} + \left|-1/2,\vec{l}\right\rangle^{(p)} \left|+1/2,\vec{l}\right\rangle^{(\mathrm{He})}\right).\end{gathered} \tag{16}$$

Пусть $\vec{P}^{(p)}$ и $\vec{P}^{(\mathrm{He})}$ — независимые векторы поляризации протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$. Тогда двухчастичная спиновая матрица плотности начального состояния описывается формулой

$$\hat{\rho}^{(p,\mathrm{He})} = \frac{1}{4}(\hat{I}^{(p)} + \vec{P}^{(p)}\hat{\vec{\sigma}}^{(p)}) \otimes (\hat{I}^{(\mathrm{He})} + \vec{P}^{(\mathrm{He})}\hat{\vec{\sigma}}^{(\mathrm{He})}). \tag{17}$$

Обозначим $R_\lambda(E,\theta)$ амплитуду прямой реакции $p + {}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ в с. ц. и. из состояния $\left|\lambda,\vec{l}\right\rangle$. Здесь E — полная энергия протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$ в с.ц.и., θ — угол между векторами $\vec{k}_p$ и $\vec{k}_\pi$, λ может принимать значения $+1$, -1 и 0. Для дифференциального сечения реакции $p + {}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ получаем выражение

$$\begin{gathered}\sigma_{p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^+ + {}^4\mathrm{He}}(\vec{k}_p, \vec{P}^{(p)}, \vec{P}^{(\mathrm{He})}; \vec{k}_\pi) =\\ = \sum_\lambda \sum_{\lambda'} R_\lambda(E,\theta) \left\langle \lambda,\vec{l}\right| \hat{\rho}^{(p,\mathrm{He})} \left|\lambda',\vec{l}\right\rangle R^*_{\lambda'}(E,\theta) = \left\langle \psi \right| \hat{\rho}^{(p,\mathrm{He})} \left| \psi \right\rangle,\end{gathered} \tag{18}$$

где

$$\left|\psi\right\rangle = \sum_{\lambda=\pm1,0} R^*_\lambda(E,\theta) \left|\lambda,\vec{l}\right\rangle$$

имеет смысл ненормированного начального двухчастичного спинового состояния, которое «отбирается» рассматриваемой реакцией.

С учетом того, что произведение внутренних четностей частиц, участвующих в процессе $p + {}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$, $\eta = -1$, а полные спины в начальном и конечном состояниях равны соответственно 1 и 0, сохранение пространственной четности приводит к равенству

$$R_\lambda(E,\theta) = (-1)^{|\lambda|} R_{-\lambda}(E,\theta), \tag{20}$$

которое легко можно получить с помощью аппарата спиральных амплитуд [14,15]. Таким образом,

$$R_{+1}(E,\theta) = -R_{-1}(E,\theta) \equiv R_1(E,\theta). \tag{21}$$

Из соотношений (19) и (21) следует, что реакция $p + {}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ возможна только в триплетных состояниях начальной системы $|+1,\vec{n}\rangle$ и $|-1,\vec{n}\rangle$, соответствующих проекциям полного спина на нормаль к плоскости реакции, равным $+1$ и -1; при этом

$$|\psi\rangle = (R_1^*(E,\theta) - \frac{i}{\sqrt{2}} R_0^*(E,\theta))|+1,\vec{n}\rangle + \\ + (R_1^*(E,\theta) + \frac{i}{\sqrt{2}} R_0^*(E,\theta))|-1,\vec{n}\rangle. \tag{22}$$

Состояния $|\lambda,\vec{n}\rangle$ с проекциями полного спина на нормаль $\lambda = \pm 1, 0$ представляют собой ортогональные друг другу суперпозиции триплетных состояний (16):

$$|+1,\vec{n}\rangle = \frac{1}{2}|+1,\vec{l}\rangle + \frac{i}{\sqrt{2}}|0,\vec{l}\rangle - \frac{1}{2}|-1,\vec{l}\rangle,$$
$$|-1,\vec{n}\rangle = \frac{1}{2}|+1,\vec{l}\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}}|0,\vec{l}\rangle - \frac{1}{2}|-1,\vec{l}\rangle,$$
$$|0,\vec{n}\rangle = \frac{i}{\sqrt{2}}(|+1,\vec{l}\rangle + |-1,\vec{l}\rangle). \tag{23}$$

Результат (22) согласуется с известным правилом О. Бора [15]:

$$\eta = (-1)^{M-M'}.$$

Здесь η — произведение внутренних четностей четырех частиц, участвующих в бинарной реакции, M и M' — проекции полного спина в начальном и конечном состояниях на нормаль к плоскости реакции .

Заметим, что разложение амплитуды $R_\lambda(E,\theta)$ по полным угловым моментам имеет структуру

$$R_\lambda(E,\theta) = \sum_J (2J+1)\gamma^{(J)}(E) d_{0\lambda}^{(J)}(\theta),$$

где $d_{0\lambda}^{(J)}(\theta)$ — функции Вигнера (см., например, [15]). При очень малых углах $\left| d_{0\lambda}^{(J)}(\theta) \right| \sim \theta^{|\lambda|}$, а при $\Delta\theta = (\pi - \theta) << 1$ имеем $\left| d_{0\lambda}^{(J)}(\theta) \right| \sim \Delta\theta^{|\lambda|}$. В соответствии с этим при $\theta \to 0$ и $\theta \to \pi$ амплитуда $R_1(E,\theta)$ стремится к нулю, что соответствует сохранению проекции углового момента на ось реакции.

Для вычисления дифференциального сечения реакции $p + {}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ с помощью формулы (18) найдем средние значения матриц Паули и их прямых произведений в двухчастичном спиновом состоянии $|\psi\rangle$. С учетом (16) и (21) выражение (19) для $|\psi\rangle$ можно переписать в виде

$$|\psi\rangle = R_1^*(E,\theta)(|+1/2,z\rangle^{(p)}|+1/2,z\rangle^{(\mathrm{He})} - |-1/2,z\rangle^{(p)}|-1/2,z\rangle^{(\mathrm{He})}) + \\ + \frac{1}{\sqrt{2}} R_0^*(E,\theta)(|+1/2,z\rangle^{(p)}|-1/2,z\rangle^{(\mathrm{He})} + |-1/2,z\rangle^{(p)}|+1/2,z\rangle^{(\mathrm{He})}), \quad (24)$$

где ось z, как уже говорилось, направлена вдоль оси реакции $\vec{l}$. Легко показать, используя явный вид матриц Паули, что

$$\left\langle\psi\left|\hat\sigma_z^{(p)}\otimes\hat I^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat I^{(p)}\otimes\sigma_z^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \\ = \left\langle\psi\left|\hat\sigma_x^{(p)}\otimes\hat I^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat I^{(p)}\otimes\hat\sigma_x^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = 0, \\ \left\langle\psi\left|\hat\sigma_y^{(p)}\otimes\hat I^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat I^{(p)}\otimes\hat\sigma_y^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \\ = 2\sqrt{2}\,\mathrm{Im}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta)); \quad (25)$$

$$\left\langle\psi\left|\hat\sigma_z^{(p)}\otimes\hat\sigma_z^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = 2|R_1(E,\theta)|^2 - |R_0(E,\theta)|^2, \\ \left\langle\psi\left|\hat\sigma_x^{(p)}\otimes\hat\sigma_x^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = -2|R_1(E,\theta)|^2 + |R_0(E,\theta)|^2, \\ \left\langle\psi\left|\hat\sigma_y^{(p)}\otimes\hat\sigma_y^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = 2|R_1(E,\theta)|^2 + |R_0(E,\theta)|^2; \quad (26)$$

$$\left\langle\psi\left|\hat\sigma_x^{(p)}\otimes\hat\sigma_y^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat\sigma_y^{(p)}\otimes\hat\sigma_x^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \\ = \left\langle\psi\left|\hat\sigma_z^{(p)}\otimes\hat\sigma_y^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat\sigma_y^{(p)}\otimes\hat\sigma_z^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = 0, \\ \left\langle\psi\left|\hat\sigma_z^{(p)}\otimes\hat\sigma_x^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \left\langle\psi\left|\hat\sigma_x^{(p)}\otimes\hat\sigma_z^{(\mathrm{He})}\right|\psi\right\rangle = \\ = 2\sqrt{2}\,\mathrm{Re}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta)). \quad (27)$$

Подставляя выражения (17) и (24) — (27) в соотношение (18) для эффективного сечения реакции $p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ и принимая во внимание, что по определению $\hat\sigma_z = \hat{\vec\sigma}\,\vec l$, $\hat\sigma_x = \hat{\vec\sigma}\,\vec m$ и $\hat\sigma_y = \hat{\vec\sigma}\,\vec n$, мы приходим к структурной формуле (2), в которой роль частицы a играет протон, роль частицы b — ядро ${}^3\mathrm{He}$, роль частицы c — π^+-мезон, роль частицы d — ядро ${}^4\mathrm{He}$, а функции σ_0, A, B, C и т.д. являются билинейными комбинациями амплитуд $R_1(E,\theta)$ и $R_0(E,\theta)$:

$$\sigma_0(E,\theta) = \frac{1}{4}\langle\psi|\psi\rangle = \frac{1}{4}(|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2);$$

$$A(E,\theta) = B(E,\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_0(E,\theta)}\mathrm{Im}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta));$$

$$C(E,\theta)=1;\quad D(E,\theta)=-\frac{|R_0(E,\theta)|^2}{2\sigma_0(E,\theta)};\quad F(E,\theta)=-\frac{|R_1(E,\theta)|^2}{\sigma_0(E,\theta)};$$

$$G(E,\theta)=H(E,\theta)=\frac{1}{\sqrt{2}\,\sigma_0(E,\theta)}\operatorname{Re}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta)). \qquad (28)$$

При $\theta=0$ и $\theta=\pi$ амплитуда $R_1(E,\theta)=0$, и зависимость эффективного сечения реакции $p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}$ от векторов поляризации протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$ существенно упрощается [6,2]:

$$\sigma_{p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}}=\frac{1}{4}|R_0|^2(1+(\vec{P}^{(p)}\vec{P}^{(\mathrm{He})})-2(\vec{P}^{(p)}\vec{l})(\vec{P}^{(\mathrm{He})}\vec{l})). \qquad (29)$$

Проинтегрируем эффективное сечение реакции $p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}$ по азимутальному углу. С учетом соотношений (6) и (28) получаем (см. также [6])

$$\sigma_{p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}}(E,\theta,\vec{P}^{(p)},\vec{P}^{(\mathrm{He})})=\frac{\pi}{2}|R_0(E,\theta)|^2(1+(\vec{P}^{(p)}\vec{P}^{(\mathrm{He})})-$$

$$-2(\vec{P}^{(p)}\vec{l})(\vec{P}^{(\mathrm{He})}\vec{l}))+\pi|R_1(E,\theta)|^2(1+(\vec{P}^{(p)}\vec{l})(P^{(\mathrm{He})}\vec{l})). \qquad (30)$$

Мы видим, что при интегрировании по азимутальному углу члены в эффективном сечении реакции, пропорциональные $A(E,\theta)$, $B(E,\theta)$, $G(E,\theta)$ и $H(E,\theta)$ и соответствующие интерференции состояний с разными проекциями полного спина на направление импульса, исчезают. Ясно, что структура (30) сохраняется и для полного сечения реакции.

4. Перейдем теперь к обратной реакции $\pi^++{}^4\mathrm{He}\to p+{}^3\mathrm{He}$. В этой реакции переход в синглетное конечное состояние запрещен и полный спин системы $(p,{}^3\mathrm{He})$ равен 1. Мы сохраним обозначения $\vec{k}_p$ и $\vec{k}_\pi$ для импульсов протона и π^+-мезона в с.ц.и. реакции и будем считать, что ось квантования z полного спина системы $(p,{}^3\mathrm{He})$ направлена вдоль конечного импульса $\vec{k}_p$. Введем ту же систему взаимно перпендикулярных единичных векторов, что и в случае прямой реакции $p+{}^3He\to\pi^++{}^4\mathrm{He}$: $\vec{l}=\vec{k}_p/k_p$, $\vec{m}$ и $\vec{n}$ определяются по формулам (1) с $\vec{l}'=\vec{k}_\pi/k_\pi$.

С учетом общих соотношений (8) — (12), следующих из инвариантности относительно обращения времени, и выражений (28) для функций, определяющих спиновую зависимость эффективного сечения процесса $p+{}^3\mathrm{He}\to\pi^++{}^4\mathrm{He}$, находим эффективное сечение реакции $\pi^++{}^4\mathrm{He}\to p+{}^3\mathrm{He}$ в с. ц. и. , просуммированное по проекциям спина в конечном состоянии, и поляризационные параметры системы $(p,{}^3\mathrm{He})$, образующейся в этой реакции:

$$\sigma_{\pi^+ + ^4\mathrm{He} \to p + ^3\mathrm{He}} = (k_p^2 / k_\pi^2)(|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2); \qquad (31)$$

$$\vec{P}^{(p)}(E,\theta) = \vec{P}^{(\mathrm{He})}(E,\theta) = -2\sqrt{2}\frac{\mathrm{Im}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta))}{|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2}\vec{n}; \qquad (32)$$

$$T_{ik}(E,\theta) = \delta_{ik} - \frac{2}{|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2}\Big[|R_0(E,\theta)|^2 l_i l_k +$$
$$+2|R_1(E,\theta)|^2 m_i m_k - \sqrt{2}\,\mathrm{Re}(R_1(E,\theta)R_0^*(E,\theta))(l_i m_k + m_i l_k)\Big]. \qquad (33)$$

Здесь $R_0(E,\theta)$ и $R_1(E,\theta)$ — те же амплитуды, что и для процесса $p+^3\mathrm{He} \to \pi^+ + ^4\mathrm{He}$, причем по-прежнему E — полная энергия, а θ — угол между направлениями импульсов π^+-мезона и протона в с.ц.и. реакции. Подчеркнем, что согласно (32) и (33) поляризации ядра $^3\mathrm{He}$ и протона вдоль нормали к плоскости реакции одинаковы, а тензор $T_{ik}(E,\theta)$, описывающий спиновые корреляции в системе $(p,^3\mathrm{He})$, симметричен. Это связано с тем, что система $(p,^3\mathrm{He})$ рождается в определенном триплетном состоянии, симметричном относительно перестановки спиновых квантовых чисел протона и ядра $^3\mathrm{He}$. При энергии E и угле вылета протона θ в с. ц. и. данное спиновое состояние, нормированное на единицу, с учетом (21) имеет вид

$$|\tilde{\psi}\rangle = \frac{1}{(|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2)^{1/2}}\Big[R_1(E,\theta)(|+1/2,\vec{l}\rangle^{(p)}|+1/2,\vec{l}\rangle^{(\mathrm{He})} -$$
$$-|-1/2,\vec{l}\rangle^{(p)}|-1/2,\vec{l}\rangle^{(\mathrm{He})} + \frac{1}{\sqrt{2}}R_0(E,\theta)(|+1/2,\vec{l}\rangle^{(p)}|-1/2,\vec{l}\rangle^{(\mathrm{He})} +$$
$$+|-1/2,\vec{l}\rangle^{(p)}|+1/2,\vec{l}\rangle^{(\mathrm{He})})\Big] \qquad (34)$$

и соответствует суперпозиции состояний (23) с проекциями полного спина на нормаль к плоскости реакции, равными $+1$ и -1:

$$|\tilde{\psi}\rangle = \frac{1}{(|R_0(E,\theta)|^2 + 2|R_1(E,\theta)|^2)^{1/2}} \times$$
$$\times\Big[(R_1(E,\theta) - \frac{i}{\sqrt{2}}R_0(E,\theta))|+1,\vec{n}\rangle + (R_1(E,\theta) + \frac{i}{\sqrt{2}}R_0(E,\theta))|-1,\vec{n}\rangle\Big]. \qquad (35)$$

Подчеркнем, что в отличие от формул (22) и (24), содержащих комплексно-сопряженные амплитуды $R_0^*(E,\theta)$ и $R_1^*(E,\theta)$ и описывающих начальное спиновое состояние $|\psi\rangle$, которое отбирается реакцией $p+^3\mathrm{He} \to \pi^+ + ^4\mathrm{He}$, выражения (34) и (35) относятся к конечному состоянию в обращенном во времени процессе $\pi^+ + {}^4He \to p + {}^3He$.

Как ясно из соотношений (34) — (35), в реакции $\pi^+ + {}^4He \to p + {}^3He$ спины протона и ядра ${}^3He$ сильно скоррелированы, и в связи с этим возникает принципиальная возможность приготовления пучка ядер ${}^3He$ с регулируемой спиновой поляризацией без непосредственного силового воздействия на эти ядра [2]. Пусть протон, рожденный в реакции $\pi^+ + {}^4He \to p + {}^3He$, рассеивается затем на бесспиновой или неполяризованной мишени (например, на ядре ${}^{12}C$), и соответствующая анализирующая способность характеризуется вектором

$$\vec{\zeta}^{(p)} = \alpha_p(\vec{k}_p, \theta_p)\,\vec{t}^{(p)}, \tag{36}$$

где $\alpha_p(\vec{k}_p, \theta_p)$ — коэффициент лево-правой азимутальной асимметрии, зависящий от угла вторичного рассеяния θ_p, $\vec{t}^{(p)}$ — единичный вектор вдоль нормали к плоскости рассеяния [16]. Тогда спиновое состояние нерассеянного ядра ${}^3He$, образовавшегося вместе с рассеянным протоном в том же акте столкновения π^+-мезона и ядра ${}^4He$, зависит от анализирующей способности протона.

Компоненты вектора поляризации ядра ${}^3He$ даются формулой (13), в которой под $\vec{\zeta}^{(a)}$ понимается анализирующая способность протона (36), под $\vec{P}^{(b)}$ и $\vec{P}^{(a)}$ — векторы поляризации ядра ${}^3He$ и протона при отсутствии вторичного рассеяния (см. выражение (32)), а под $T_{ik}(E,\theta)$ — корреляционный тензор (33).

Случай вылета протона или ядра ${}^3He$ под нулевым углом к оси реакции анализировался ранее в работах [2,4] . При $\theta = 0$ протон и ядро ${}^3He$ рождаются неполяризованными, а корреляционный тензор (33) принимает вид

$$T_{ik}(E,\theta) = \delta_{ik} - 2 l_i l_k . \tag{37}$$

Если протон рассеивается на мишени из ядер ${}^{12}C$, то образовавшееся вместе с ним ядро ${}^3He$ становится ввиду спиновой корреляции поляризованным:

$$\widetilde{\vec{P}}^{(He)} = \alpha_p(E_p, \theta_p)(\vec{t}^{(p)} - 2\vec{l}(\vec{l}\,\vec{t}^{(p)})). \tag{38}$$

При этом $\left|\widetilde{\vec{P}}^{(He)}\right| = \left|\alpha_p(E_p, \theta_p)\right|$, что соответствует максимальной спиновой корреляции.

Настоящая работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-16699).

ЛИТЕРАТУРА

1. Любошиц В.В., Любошиц В.Л. — Препринт ОИЯИ Р4-98-88, Дубна, 1998; Ядерная физика, 1999, т.62 (в печати).
2. Любошиц В.Л., Подгорецкий М.И. — Ядерная физика, 1997, т.60, с.45 / Phys. At. Nucl. 1997, v.60, c.39 /.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Квантовая механика. М.: Наука, 1989, §144.
4. Lyuboshitz V.L. — JINR Preprint E2-98-274, Dubna, 1998.
5. Einstein A., Podolsky B., Rosen N. — Phys.Rev., 1935, v.47, p.477. Эйнштейн А. — Собрание научных трудов. М.: Наука, 1966, т.3, с.604.
6. Lyuboshitz V.L. JINR Preprint E2-93-397, Dubna, 1993; Proc. Int. Symp. «Dubna, Deuteron-93»: JINR Preprint E2-94-95, Dubna, 1994, p.292.
7. Cabathuler K. et al. — Nucl. Phys., 1972, v.40B, p.32.
8. Tatischeff B. et al. — Phys. Lett ,1976, v.63B, p.158.
9. Hoistad B. et al. — Phys. Rev., 1984, v. 29C, p.553.
10. Kaline J. — Phys. Rev., 1983, v. 28C, p.304.
11. Bylenky S.M., Ryndin R.M. — Phys. Lett., 1963, v.6, p.217.
12. Биленький С.М., Рындин Р.М. — ЖЭТФ, 1963, т.45, с.1192.
13. Любошиц В.Л. — Ядерная физика, 1970, т.12, с.199.
14. Yacob M., Wick G.C.— Ann. Phys., 1959, v.7, p.404.
15. Балдин А.М., Гольданский В.И., Максименко В.М, Розенталь И.Л. Кинематика ядерных реакций. М.: Атомиздат, 1968, ч. II, §§49,53.
16. Wolfenstein L., Ashkin J. — Phys. Rev., 1952, v.85, p.947.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 марта 1999 года.

Любошиц В.В., Любошиц В.Л. Р2-99-69

T-инвариантность и поляризационные эффекты в реакциях

$p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ и $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$

На основе инвариантности относительно обращения времени установлено, что зависимость эффективного сечения бинарной реакции $a+b \to c+d$ от векторов поляризации начальных частиц a и b полностью определяет векторы поляризации и спиновые корреляции тех же частиц в обратной реакции $c+d \to a+b$ с неполяризованными начальными частицами c и d. С использованием аппарата спиральных амплитуд исследуются поляризационные эффекты в процессе $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ и обратном процессе $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$. Показано, что в реакции $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$ спины конечных частиц (протона и ядра ${}^3\mathrm{He}$) сильно скоррелированы. Получено выражение для корреляционного тензора при произвольных углах вылета системы $(p,{}^3\mathrm{He})$.

Работа выполнена в Лаборатории высоких энергий ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна, 1999

Перевод авторов

Lyuboshitz V.V., Lyuboshitz V.L. P2-99-69

T-Invariance and Polarization Effects in the Reactions

$p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ and $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$

On the base of the invariance with respect to the time reversal, it is ascertained that the dependence of the effective cross-section of the binary reaction $a+b \to c+d$ on the polarization vectors of the initial particles a and b completely determines the polarization vectors and the spin correlations of the same particles in the inverse reaction $c+d \to a+b$ with the unpolarized initial particles c and d. Using the technique of spiral amplitudes, the polarization effects in the process $p+{}^3\mathrm{He} \to \pi^+ + {}^4\mathrm{He}$ and the reverse process $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$ are investigated. It is shown that in the reaction $\pi^+ + {}^4\mathrm{He} \to p+{}^3\mathrm{He}$ the spins of the final particles (the proton and the ${}^3\mathrm{He}$ nucleus) are strongly correlated. The expression for the correlation tensor at arbitrary flight angles of the $(p,{}^3\mathrm{He})$ system is obtained.

The investigation has been performed at the Laboratory of High Energies, JINR.

Preprint of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna, 1999