10

Институт теоретической и
экспериментальной физики

FERMILAB
SEP 29 1999
LIBRARY

54 -98

ITEP-54-98

Ф.С.Джепаров, Д.В.Львов

О корреляционных и интерференционных эффектах в многократном малоугловом рассеянии нейтронов.

Fermilab Library
0 1160 0070484 5

RETURN TO FERMILAB LIBRARY

Москва 1998

УДК 539.I

М-I6

О корреляционных и интерференционных эффектах в многократном малоугловом рассеянии нейтронов: Препринт ИТЭФ 54-98/

Ф.С.Джепаров, Д.В.Львов 2- М., 1998 - 8с.

Рассмотрена зависимость спектров многократного малоуглового рассеяния нейтронов (ММУРН) от доли объема, занятой рассеивающими зернами. Показано, что результат измерения ММУРН на двухкристальном спектрометре выражается через сечение рассеяния на макроскопическом образце. На основе метода концентрационного разложения развита теория рассеяния в эйкональном приближении. Главный член разложения воспроизводит стандартную теорию малой плотности (Мольер). Проанализированы некоторые свойства первого поправочного члена и показано, что с ростом плотности угловое распределение сужается в качественном согласии с экспериментальными данными.

On correlation and interferention effects in multiple small angle neutron scattering.

A dependence of multiple small angle neutron scattering (MSANS) spectra on the volume quota occupied by scattering grains is considered. It is shown that result of measuring of MSANS on double crystal spectrometer can be represented by scattering cross section for macroscopic sample. Basing on the method of concentration expansion we develop a theory in eikonal approximation. A leading term of the expansion reproduces the standard small density theory (Moliére). Some properties of the second term are analyzed and it is shown that the angular distribution is narrowed when density is increased that corresponds qualitatively to experimental data.

Список лит. - 7 наим.

© Институт теоретической и экспериментальной физики, 1998

1. Естественное развитие экспериментальных исследований многократного малоуглового рассеяния нейтронов (ММУРН) ведет к изучению плотных образцов, в которых длина свободного пробега нейтронов $l_c = 1/(c\sigma_t) \sim a$, где a — размер элементарного рассеивателя (зерна), σ_t — его полное сечение, а c — число зерен в единице объема (их плотность или концентрация) [1,2]. Современная теория ММУРН претендует на полное описание при $l_c/a \gg 1$ [2,3], а при увеличении плотности (и сближении l_c с a) экспериментально обнаружены заметные отклонения от ее предсказаний [1,2].

Данная работа направлена на построение обобщения теории ММУРН для немалых плотностей на основе техники концентрационных разложений [4]. Мы рассмотрели общие контуры теории и показали, что главная по плотности поправка имеет порядок $b = \frac{4}{3}\pi c a^3(1+\nu^2)$, где ν— борновский параметр, и поэтому может быть не малой даже если $l_c \gg a$. Наличие в теории такого параметра, как b, очевидно уже из того, что при немалых ca^3 зерна упорядочиваются в пространстве, и это полностью изменяет спектр рассеяния как в квантовом, так и в классическом случае.

2. Представим нейтронооптический потенциал среды, в которой распространяются нейтроны, как

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} U_0(\mathbf{r}-\mathbf{x}, \alpha),$$

где $U_0(\mathbf{r}, \alpha)$ — потенциал зерна с "центром" в $\mathbf{r} = \mathbf{0}$, α — совокупность "внутренних" параметров, дающих достаточно полное описание потенциала, а $n_{\mathbf{x}}$ — число заполнения узла $\mathbf{x}$ [4]. Здесь и далее предполагается, что центры зерен могут располагаться в узлах некоторой решетки, элементарная ячейка которой имеет объем Ω, а среднее значение $\langle n_{\mathbf{x}} \rangle = f$. В пределе $f \to 0$, $\Omega \to 0$, $f/\Omega = c = const$ получается случайное распределение зерен в непрерывном пространстве, а наличию корреляций в расположении зерен соответствует соотношение $\Omega^{-2}\langle n_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{q}} \rangle = C_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) \neq c^2$ (где $C_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)$ — парная функция распределения) и его очевидные обобщения для высших функций распределения.

В приближении эйконала [5], которое обычно вполне достаточно для практических целей, амплитуда рассеяния

$$f(\mathbf{q}) = \frac{p_0}{2\pi i} \int d^2\rho \, [S(\boldsymbol{\rho}) - 1] \exp(-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}), \qquad (1)$$

$$S(\boldsymbol{\rho}) = \exp\left(-i\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{dz}{v}U(\mathbf{r})\right), \quad \mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z).$$

Здесь начальный импульс нейтрона $\mathbf{p}_0 = (0, 0, p_0)$, v — его скорость, ρ – прицельный параметр, $\mathbf{q}$ – импульс рассеяния, $\mathbf{q}\mathbf{p}_0 = 0$ и $q \ll p_0$.

Нормированное угловое распределение нейтронов по импульсу

$$D(\mathbf{q}) = \Sigma(\mathbf{q})/\Sigma_0, \quad \Sigma(\mathbf{q}) = |f(\mathbf{q})|^2, \quad \Sigma_0 = \int d^2q\Sigma(\mathbf{q}). \tag{2}$$

Как обычно, здесь предполагается, что $\Sigma(\mathbf{q})$ сосредоточено при малых q и поэтому пределы интегралов в (2) и далее считаются бесконечными. Для теоретического анализа удобно ввести фурье-образ

$$D(\boldsymbol{\xi}) = \Sigma(\boldsymbol{\xi})/\Sigma_0, \quad \Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \int d^2q\exp(-i\mathbf{q}\boldsymbol{\xi})\Sigma(\mathbf{q}), \quad \Sigma_0 = \Sigma(\boldsymbol{\xi} = \mathbf{0}). \tag{3}$$

Очевидно, что

$$\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \frac{p_0^2}{(2\pi)^2}\int d^2qe^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\xi}}\int d^2\rho_1 d^2\rho_2 e^{-i\mathbf{q}(\boldsymbol{\rho}_1-\boldsymbol{\rho}_2)}[S(\boldsymbol{\rho}_1) - 1][S^+(\boldsymbol{\rho}_2) - 1] =$$

$$= p_0^2\int d^2\rho[S(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\xi}/2) - 1][S^+(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\xi}/2) - 1] =$$

$$= p_0^2\int d^2\rho[S(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\xi}/2)S^+(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\xi}/2) - 1] + \Sigma_0. \tag{4}$$

Далее мы будем предполагать размеры образца столь большими, что $\Sigma(\mathbf{q})$ является самоусредняющейся величиной относительно случайного распределения зерен, т.е. что $\Sigma(\mathbf{q}) = \langle\Sigma(\mathbf{q})\rangle$, и вычислим

$$\Delta\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = \langle\Sigma(\boldsymbol{\xi}) - \Sigma_0\rangle. \tag{5}$$

3. Рассмотрим сначала случайное некоррелированное распределение зерен. В этом случае возможен точный расчет на основе соотношения

$$\langle\exp(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}}R_{\mathbf{x}})\rangle = \exp\left[c\int\limits_V d^3x\langle e^{R_{\mathbf{x}}} - 1\rangle_\alpha\right], \tag{6}$$

справедливого в континуальном пределе [4]. Здесь V — объем, занимаемый образцом, $R_{\mathbf{x}}$ — достаточно произвольная функция, а $\langle\ldots\rangle_\alpha$ означает усреднение по распределению внутренних параметров.

Действительно,

$$\Delta\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = p_0^2 \int d^2\rho \langle \exp\left[-i\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v} \tilde{U}_0(\mathbf{r}-\mathbf{x},\alpha,\boldsymbol{\xi})\right] - 1\rangle, \qquad (7)$$

$$\tilde{U}_0(\mathbf{r},\alpha,\boldsymbol{\xi}) = U_0(\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi}/2,\alpha) - U_0(\mathbf{r}+\boldsymbol{\xi}/2,\alpha).$$

В пренебрежении граничными эффектами

$$\Delta\Sigma(\boldsymbol{\xi}) = p_0^2 S_s \langle \exp\left[-i\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v} \tilde{U}_0(\mathbf{r}-\mathbf{x},\alpha,\boldsymbol{\xi})\right] - 1\rangle. \qquad (8)$$

Здесь $\mathbf{r} = (0,0,z)$, а S_s — площадь поперечного сечения образца.

Отметим, что в классическом пределе

$$\tilde{U}_0(\mathbf{r},\alpha,\boldsymbol{\xi}) \longrightarrow \tilde{U}_0^{cl}(\mathbf{r},\alpha,\boldsymbol{\xi}) = -\boldsymbol{\xi}\frac{\partial U_0(\mathbf{r},\alpha)}{\partial \mathbf{r}}.$$

Производя усреднение в (8) с учетом (6), получаем

$$\Delta\Sigma(\boldsymbol{\xi})/(p_0^2 S_s) + 1 = \exp\left[c\int_V d^3x \langle \exp\left(-i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v}\tilde{U}_0(\mathbf{r}-\mathbf{x},\alpha,\boldsymbol{\xi})\right) - 1\rangle_\alpha\right] =$$

$$= \exp\left[cl\int d^2\rho \langle \exp\left(-i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v}[U_0(\mathbf{r}-\boldsymbol{\xi}/2,\alpha) - U_0(\mathbf{r}+\boldsymbol{\xi}/2,\alpha)]\right) - 1\rangle_\alpha\right] =$$

$$= \exp\left[-cl\left(\sigma_0 - \sigma(\boldsymbol{\xi})\right)/p_0^2\right], \qquad (9)$$

где $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$, l – толщина образца, а $\sigma(\boldsymbol{\xi})$ и $\sigma_0 = \sigma(\boldsymbol{\xi}=0) = p_0^2\sigma_t$ аналогичны $\langle\Sigma(\boldsymbol{\xi})\rangle$ и $\langle\Sigma_0\rangle$ для случая однократного рассеяния. При этом, как и в (4), фурье-образ дифференциального сечения однократного рассеяния

$$\sigma(\boldsymbol{\xi}) = \int d^2q \exp(-i\mathbf{q}\boldsymbol{\xi})\sigma(\mathbf{q}) = p_0^2\langle\int d^2\rho[S_0(\boldsymbol{\rho}-\boldsymbol{\xi}/2)S_0^-(\boldsymbol{\rho}+\boldsymbol{\xi}/2) - 1]\rangle_\alpha + \sigma_0.$$

Здесь

$$S_0(\boldsymbol{\rho}) \equiv S_0(\boldsymbol{\rho},\alpha) = \exp\left(-i\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dz}{v}\, U_0(\mathbf{r},\alpha)\right).$$

Таким образом, при некоррелированном расположении зерен

$$D(\boldsymbol{\xi}) = \frac{p_0^2 S_s \exp\left(-cl(\sigma_0 - \sigma(\boldsymbol{\xi}))/p_0^2\right)}{\Sigma_0} + \frac{\Sigma_0 - p_0^2 S_s}{\Sigma_0}.$$

Для анализа спектра рассеянных нейтронов достаточно использовать

$$D(\boldsymbol{\xi}) = D_0(\boldsymbol{\xi}) = \exp\left[-cl\left(\sigma_0 - \sigma(\boldsymbol{\xi})\right)/p_0^2\right]. \tag{10}$$

Две приведенные выше формулы для $D(\boldsymbol{\xi})$ отличаются только долей нейтронов, не испытавших рассеяния. Формула (10) совпадает со стандартным результатом теории Мольер, применимой в пределе малой плотности зерен.

4. При большой плотности зерен многочастичная функция распределения не факторизуется в произведение одночастичных и прямой переход от (8) к (9) не возможен. В этом случае естественно разложить $D(\boldsymbol{\xi})$ в ряд по числам заполнения по правилу

$$\exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}\right) = \prod_{\mathbf{x}} \left[1 + n_{\mathbf{x}}(e^{R_{\mathbf{x}}} - 1)\right] =$$

$$= 1 + \sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}}(e^{R_{\mathbf{x}}} - 1) + \frac{1}{2}\sum_{\mathbf{x}\neq\mathbf{y}} n_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{y}}(e^{R_{\mathbf{x}}} - 1)(e^{R_{\mathbf{y}}} - 1) + \ldots, \tag{11}$$

справедливому для произвольной функции $R_{\mathbf{x}}$. Вводя $Q_{\mathbf{x}} = e^{R_{\mathbf{x}}} - 1$ и усредняя (11) почленно по числам заполнения и по распределению α получаем, что в континуальном пределе

$$\langle \exp\left(\sum_{\mathbf{x}} n_{\mathbf{x}} R_{\mathbf{x}}\right)\rangle = 1 + c\int d^3x \langle Q_{\mathbf{x}}\rangle_\alpha + \frac{1}{2}\int d^3x d^3y C_2(\mathbf{x},\mathbf{y})\langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha + O(c^3) =$$

$$= \exp\left(c\int d^3x \langle Q_{\mathbf{x}}\rangle_\alpha\right)\left[1 + \frac{1}{2}\int d^3x d^3y \left(C_2(\mathbf{x},\mathbf{y})\langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha - c^2\langle Q_{\mathbf{x}}\rangle_\alpha\langle Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha\right) +\right.$$

$$\left. + O(c^3)\right] = \exp\left(c\int d^3x \langle Q_{\mathbf{x}}\rangle_\alpha\right)\left[1 + \frac{c^2}{2}\int d^3x d^3y\, \varkappa(\mathbf{x},\mathbf{y})\langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha +\right.$$

$$\left. + \frac{c^2}{2}\int d^3x d^3y \left(\langle Q_{\mathbf{x}} Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha - \langle Q_{\mathbf{x}}\rangle_\alpha\langle Q_{\mathbf{y}}\rangle_\alpha\right) + O(c^3)\right]. \tag{12}$$

Здесь положено

$$C_2(\mathbf{x},\mathbf{y}) = c^2\left(\varkappa(\mathbf{x},\mathbf{y}) + 1\right) \tag{13}$$

Очевидно, что в приложении этих соотношений к $D(\boldsymbol{\xi})$ первый (экспоненциальный) сомножитель из (12) воспроизведет $D_0(\boldsymbol{\xi})$.

5. Рассмотрим результаты, к которым приводят формулы (8) и (12) в случае, когда зерна представляют собой тождественные сферы с радиусом a, причем корреляционная функция $\varkappa(\mathbf{x},\mathbf{y})$ имеет простейшую форму

$$\varkappa(\mathbf{x},\mathbf{y}) = -\vartheta\left((\mathbf{x}-\mathbf{y})^2 < (2a)^2\right), \tag{14}$$

выражающую непроницаемость сфер и, тем самым, наличие запрещенного объема. Здесь $\vartheta(x) = 1$, если условие x выполнено и $\vartheta(x) = 0$ в противном случае. Полагая

$$U_0(\mathbf{r}, \alpha) = U_0 \vartheta(r < a) \tag{15}$$

и учитывая отсутствие внутренней переменной α, получаем

$$D(\boldsymbol{\xi}) = D_0(\boldsymbol{\xi}) \left[1 + \frac{c^2 l}{2} K(\boldsymbol{\xi}) + O(c^3)\right], \tag{16}$$

$$K(\boldsymbol{\xi}) = -2 \int d^2x \int d^2y \sqrt{4a^2 - (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2}\ \vartheta(4a^2 \geq (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2) \times$$

$$\times \left(e^{-i\phi(\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}/2) + i\phi(\mathbf{x} + \boldsymbol{\xi}/2)} - 1\right) \left(e^{-i\phi(\mathbf{y} - \boldsymbol{\xi}/2) + i\phi(\mathbf{y} + \boldsymbol{\xi}/2)} - 1\right),$$

$$\phi(x) = \frac{2U_0}{v} \sqrt{a^2 - x^2}\ \vartheta(x < a).$$

В пределе малых ξ

$$K(\boldsymbol{\xi} \to 0) = \boldsymbol{\xi}^2 \left(\frac{2U_0}{v}\right)^2 a^5 \int\limits_0^1 \frac{d^2x d^2y\ \ \mathbf{xy}}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - y^2)}} \sqrt{4 - (\mathbf{x} - \mathbf{y})^2} =$$

$$= 2\pi I \boldsymbol{\xi}^2 \left(\frac{2U_0}{v}\right)^2 a^5, \tag{17}$$

$$I = \int\limits_0^1 \frac{dxdy x^2 y^2}{\sqrt{(1 - x^2)(1 - y^2)}} \int\limits_{-\pi}^{\pi} d\varphi \cos\varphi \sqrt{4 - x^2 - y^2 + 2xy\cos\varphi} = 0.971.$$

Выражая ответ через стандартные параметры, получаем

$$D(\boldsymbol{\xi}) = D_0(\boldsymbol{\xi}) \left[1 + A(\boldsymbol{\xi})\right], \tag{18}$$

$$D_0(\boldsymbol{\xi}) = \exp\left(-\frac{l}{l_c}\left[1 - \frac{\sigma(\boldsymbol{\xi})}{\sigma_0}\right]\right), \tag{19}$$

$$A(\boldsymbol{\xi}) = \frac{l}{l_c} \frac{\sigma_{cl} \nu^2}{\sigma_t} 4Ica^3 (\xi/a)^2 + o(\xi^2). \tag{20}$$

Здесь $\nu = U_0 a/(\hbar v)$ – борновский параметр, а $\sigma_{cl} = \pi a^2$. Отметим, что главный член в (20) является чисто классическим. Квантовые поправки содержатся лишь в высших порядках по ξ^2. Полное сечение [5]

$$\sigma_t = 2\pi a^2 \left[1 - \frac{\sin 2\nu}{\nu} + \frac{1}{2\nu^2}(1 - \cos 2\nu)\right] \tag{21}$$

при всех ν имеет порядок $2\nu^2\sigma_{el}/(1+\nu^2)$, причем σ_t совпадает с этой величиной при больших и малых ν. Поэтому из формул (18)-(20) и того факта, что отношение $\sigma(\xi)/\sigma_0$ является функцией от ξ/a как для больших, так и для малых ν, следует, что относительная величина $A(\xi)$ определяется параметром $b = \frac{4}{3}\pi c a^3(1+\nu^2) \approx (1+\nu^2)4Ica^3$.

Для конкретизации этого утверждения обратимся к случаю $\nu < 1$, когда применимо борновское приближение и $\sigma_t = 2\pi a^2\nu^2$. Для малых ξ [2,3]

$$1 - \sigma(\xi)/\sigma_0 = -\frac{\xi^2}{2a^2}\ln\frac{\xi}{4a}, \tag{22}$$

при этом члены второго порядка по (ξ/a) в $D_0(\boldsymbol{\xi})$ и $A(\boldsymbol{\xi})$ совпадают по величине при $ca^3 = \ln 4/(4I) \approx 0.36$. Эксперименту [1] соответствуют значения $ca^3 \leq 0.16$. Напомним, что в простой кубической решетке из плотно упакованных сфер $ca^3 = 0.125$, а в ГЦК решетке $ca^3 = 0.177$.

Существенно, что знаки лидирующих при малых ξ членов в $D_0(\boldsymbol{\xi})$ и $A(\boldsymbol{\xi})$ различны, и поэтому с ростом b происходит уширение $D(\boldsymbol{\xi})$. Соответственно, спектр $D(\mathbf{q})$ сужается в согласии с результатами [1].

6. В заключение рассмотрим два важных качественных вопроса, связанных с областью применимости концепций амплитуды и сечения рассеяния.

Обычно амплитуда рассеяния определяется как коэффициент при расходящейся волне e^{ikr}/r в общем выражении для волновой функции ψ [5]. Рассеянная волна

$$\psi_s = G_0 U \psi \tag{23}$$

совпадает со сферической при удалении от рассеивателя (с характерным размером a_s) на расстояния

$$r \gg R = p_0 a_s^2. \tag{24}$$

Здесь $G_0 = (\frac{p_0^2}{2m} - H_0 + i0)^{-1}$ – свободный пропагатор с гамильтонианом $H_0 = \hat{\mathbf{p}}^2/2m$.

Таким образом, можно было бы ожидать, что распределение рассеянных нейтронов можно выразить непосредственно через сечение рассеяния только при $r \gg R$.

Покажем, что условие (24), которому невозможно удовлетворить в экспериментах с макроскопическими образцами, не является необходимым в приложении к опытам с двухкристальным спектрометром. Действительно, анализатор спектрометра производит фурье-разложение падающей на него волны с конечной точностью, определяющей, наряду со свойствами монохроматора, инструментальную линию прибора [6]. Поэтому рассмотрим

соответствующее преобразование Фурье рассеянной волны по ортогональному к начальному импульсу $\mathbf{p_0}$ направлению:

$$\psi_s(\mathbf{q}, z) = \int d^2\rho e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}}\psi_s(\boldsymbol{\rho}, z).$$

Пусть $q < p_0$, при этом

$$\psi_s(\mathbf{q}, z) = 2m \int dz_1 \int \frac{dk}{2\pi} \frac{e^{ik(z-z_1)}}{p_0^2 - (k^2+q^2) + i0} \int d^2\rho\, U(\boldsymbol{\rho}, z_1)\psi(\boldsymbol{\rho}, z_1)e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} =$$

$$= \frac{im}{p_l} \int dz_1 e^{ip_l|z-z_1|} \int d^2\rho\, U(\boldsymbol{\rho}, z_1)\psi(\boldsymbol{\rho}, z_1)e^{-i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} =$$

$$= \frac{im}{p_l} e^{ip_l z} \int d^3r\, e^{-i\mathbf{pr}} U(\mathbf{r})\psi(\mathbf{r}) = -\frac{2\pi i}{p_l} e^{ip_l z} f(\mathbf{q}). \qquad (25)$$

Здесь $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z_1)$, $\mathbf{p} = (\mathbf{q}, p_l)$, $p_l = \sqrt{p_0^2 - q^2}$, при переходе к последней строке в (25) учтено, что область действия потенциала и анализатор не перекрываются, а конечное соотношение получено с учетом одного из стандартных определений амплитуды рассеяния (см. например [5], ф-ла (129,2)). Учтем, что рассеянный пучок имеет малую угловую расходимость. Поэтому вблизи анализатора

$$\psi_s(\boldsymbol{\rho}, z) = \int \frac{d^2q}{(2\pi)^2} g(q)\psi_s(\mathbf{q}, z)e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho}} = \frac{1}{2\pi i} \int \frac{d^2q}{p_l} g(q) f(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} + ip_l z}. \qquad (26)$$

Здесь введена достаточно произвольная гладкая и монотонная вспомогательная функция $g(q)$, для которой $g(q < q_0) = 1$, а $g(q > p_0) = 0$, причем параметр q_0 связан с полушириной Δq распределения рассеянных нейтронов соотношением $\Delta q \ll q_0 \ll p_0$. Существенно, что на масштабе Δq отношение $g(q)/p_l$ неотличимо от константы.

Таким образом, при малоугловом рассеянии расходящаяся волна в окрестности анализатора непосредственно, через преобразование Фурье, связана с амплитудой рассеяния независимо от выполнения условия (24). В опытах иного типа, измеряющих только угловое распределение потока рассеянных нейтронов, теряется информация о фазовых соотношениях, и условие (24) безусловно необходимо.

Согласно стандартной теории анализатора (основанной на динамической теории дифракции) [6,7], преобразованная им волна $\psi_{sa}(\mathbf{r})$ на подходе к детектору с достаточной точностью имеет вид:

$$\psi_{sa}(\mathbf{r}) = \int d^2q \psi_{sa}(\mathbf{q}, p_l, \mathbf{h}) e^{i\mathbf{q}\boldsymbol{\rho} + ip_l z + i\mathbf{hr}}, \qquad (27)$$

где $\psi_{sa}(\mathbf{q}, p_l, \mathbf{h}) = g(q)f(\mathbf{q})g_a(\mathbf{q}, p_l, \mathbf{h})/(2\pi i p_l)$, $\mathbf{r} = (\boldsymbol{\rho}, z)$, а $g_a(\mathbf{q}, p_l, \mathbf{h})$ и $\mathbf{h}$ определяют амплитуду и направление отражения для каждой гармоники.

Детектор нейтронов, как макроскопический прибор с характерным размером L_d, усредняет падающий на него нейтронный поток на этом масштабе, разрушая интерференцию компонент волнового пакета (27), различие которых по импульсу превышает $\delta p \sim 1/L_d$. Этот масштаб соизмерим с эффектами границы образца и много меньше всех прочих импульсных параметров, существенных в формуле (27). В частности, он много меньше инструментальной ширины линии спектрометра [1,2,6,7]. Поэтому с точностью, адекватной эксперименту, поток, падающий на детектор, выражается через интеграл по импульсу от $|\psi_{sa}(\mathbf{q}, p_l, \mathbf{h})|^2$, то есть прямо через сечение рассеяния на всем образце, и через аналогичный вклад от нейтронов, не испытавших рассеяние на нем.

Можно было бы ожидать, что для применимости формул (9) и (10) необходимо ограничение $l_c \gg p_0 a^2$, аналогичное условию (24), но в приложении к отдельным актам рассеяния. Однако вывод, приведенный в п.3 не требует этого.

Благодарим авторов работы [1] за полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты No 96-02-17771-а и 96-15-96418).

Литература.

1. Абов Ю.Г., Смирнов Ю.И., Денисов Д.С. и др. // Сб. докл. Нац. конф. РСНЭ, Дубна 1997, Т.2, С.115

2. Абов Ю.Г., Денисов Д.С., Джепаров Ф.С. и др. // *ЖЭТФ* 1998, Т.114, С.2194

3. Малеев С.В., Топерверг Б.П. // *ЖЭТФ* 1980, Т.78, С.315

4. Джепаров Ф.С., Смелов В.С., Шестопал В.Е. // *Письма в ЖЭТФ* 1980, Т.32, С.51

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика.* М.:Наука, 1989

6. Пинскер З.Г. *Рентгеновская кристаллооптика.* М.:Наука, 1982

7. Sears V.F. // *Can. J. Phys.* 1978, V. 56, P.1261

Подписано к печати I4.0I.99 Формат 60x90 I/I6
Усл.-печ.л.0,5. Уч.-изд.л.0,3 Тираж 93 экз. Заказ 54.
Индекс 3649

Отпечатано в ИТЭФ, II7259, Москва, Б.Черемушкинская, 25