ITEP-42-97

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РФ
Институт теоретической и экспериментальной физики

Fermilab Library
0 1160 0063175 8

42-97

П.А.Коваленко, Л.В.Лаперашвили

ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН КХД И МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ

FERMILAB
JUN 2 1998
LIBRARY

Москва 1997

УДК 530.I М-I6

ЭФФЕКТИВНЫЙ ЛАГРАНЖИАН КХД И МЕТОД РЕНОРМГРУППЫ: Препринт ИТЭФ 42-97/

П.А.Коваленко*, Л.В.Лаперашвили† - М., 1997 - 20с.

Построен эффективный лагранжиан, описывающий КХД как в пертурбативной области, так и в области конфайнмента. Пертурбативная часть лагранжиана воспроизведена путем численного решения уравнения ренормгруппы в четырехпетлевом приближении теории возмущений для β-функции. Осуществлена экстраполяция полученного лагранжиана из пертурбативной области в непертурбативную в предположении существования нетривиального минимума эффективного потенциала при $F^2 = F_0^2 \neq 0$ ($F^2 \equiv F^j_{\mu\nu}F^j_{\mu\nu}$, где $F^j_{\mu\nu}$ - тензор напряженности глюонного поля). Этот минимум соответствует глюонному конденсату. Показано, что при гладком сшивании областей величина глюонного конденсата удовлетворяет условию: $F_0^2 \leq 0.4$ ГэВ^4.

The perturbative part of the effective QCD Lagrangian was constructed by the renormalization group approach in the 4-loop approximation. It was extrapolated in the non-perturbative region under the assumption of the existence of gluon condensate at $(F^j_{\mu\nu})^2 = F_0^2$. The result is: $F_0^2 \approx 0.4$ GeV^4.

Рис. - 7, список лит. - 30 наим.

© Институт теоретической и экспериментальной физики, 1997

*e-mail: pasha@heron.itep.ru
†e-mail: laper@heron.itep.ru

1 . Введение

Настоящая работа посвящена построению эффективного лагранжиана квантовой хромодинамики (КХД) как в области асимптотической свободы, так и в области конфайнмента. Пертурбативная часть этого лагранжиана, соответствующая асимптотической свободе, содержит малую эффективную константу связи g_{eff} ($\alpha_{eff} = g^2_{eff}/4\pi < 1$). Используя свойство инвариантности эффективного лагранжиана относительно преобразований ренормализационной группы (РГ), можно построить его пертурбативную часть путем рассмотрения уравнения ренормгруппы (УРГ). В данной работе решалось уравнение Гелл-Манна-Лоу в рамках четырехпетлевого приближения теории возмущений для $\beta-$ функции Каллана-Симанзика.

Впервые применение метода РГ для получения эффективного лагранжиана КХД было осуществлено в работе [1], в которой рассматривалось однопетлевое приближение для β-функции. В работе [2] также анализировался метод РГ в применении к Янг-Миллсовским теориям. В этой работе была рассмотрена возможность возникновения нетривиального вакуума - глюонного конденсата - по аналогии с явлением ферромагнетизма.

Мы использовали четырехпетлевое приближение теории возмущений для $\beta-$функции с целью продвинуться в область наибольших эффективных констант связи, допустимых УРГ, и оказаться вблизи области конфайнмента. Построение непертурбативной части эффективного лагранжиана КХД осуществлялось в соответствии со сценарием конфайнмента, предложенным в работах [3]-[4].

Следует отметить, что данная работа представляет собой начало исследования, посвященного пересмотру так называемой "диэлектрической модели", представленной в обзорах [5]-[8]. Конечной целью этого исследования является получение струны КХД в рамках следующего подхода: хромодиэлектрическая функция $\epsilon(x)$, связывающая хромоэлектрическую индукцию $D(x)$ с цветным электрическим полем $E(x)$: $D(x) = \epsilon(x)E(x)$, не "подгоняется под струну", как в работе [7], а вычисляется с достаточной степенью точности из полученного эффективного лагранжиана. Функция $\epsilon(x)$ ответственна за образование струны между двумя внешними хромоэлектрическими зарядами, внесенными в намагниченную среду вакуума КХД : струна возникает, если существует устойчивое солитонное решение уравнений глюодинамики, демонстрирующее сильное сжатие хромоэлектрического поля вдоль линии, соединяющей внешние цветные заряды. Предварительные расчеты, основанные на полученном в данной работе эффективном лагранжиане, говорят в пользу существования струн КХД. Однако доказательство этого утверждения будет представлено в последующих работах.

2 . Эффективный потенциал КХД и возникновение глюонного конденсата

Основные непертурбативные явления квантовой хромодинамики (конденсат, адронные состояния и т.д.) далеки от описания фундаментальным лагранжианом КХД :

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4g^2}F^j_{\mu\nu}F^j_{\mu\nu} + \sum_f \bar{\psi}_f(i\gamma^\mu D_\mu - m_f)\psi_f, \qquad (1)$$

где

$$F^j_{\mu\nu} = \partial_\mu A^j_\nu - \partial_\nu A^j_\mu + f^{jkl} A^k_\mu A^l_\nu \tag{2}$$

и

$$D_\mu = \partial_\mu - i\hat{A}_\mu \tag{3}$$

являются тензором напряженности глюонного поля A^j_μ и ковариантной производной, соответственно. В формуле (3) использовано следующее обозначение :

$$\hat{A}_\mu \equiv \frac{\lambda^j}{2} A^j_\mu, \tag{4}$$

где голая константа связи g абсорбирована вектор-потенциалом глюонного поля; λ^j – SU(3) матрицы Гелл-Манна. Формула (2) содержит структурные константы $f^{jk\ell}$ группы SU(3); $j, k, l = 1, .., 8$ – индексы цвета, а $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. В формуле (1) f–индекс аромата и сумма берется по всем ароматам f кварковых полей ψ_f; а m_f – масса кварка сорта f.

С целью описания непертурбативных эффектов КХД будем исходить из рассмотрения производящего функционала, представленного континуальным интегралом в евклидовом пространстве:

$$Z[J] = \frac{1}{N} \int [DA][D\bar{\psi}][D\psi]\; e^{-S(A,\bar{\psi},\psi) - \int J^j_\mu A^j_\mu d^4x}, \tag{5}$$

где действие S:

$$S = \int d^4x\; \mathcal{L}^{(E)} \tag{6}$$

содержит фундаментальный лагранжиан (1) в евклидовом пространстве.

В формуле (5) источник J^j_μ – это внешний глюонный ток. Осуществив интегрирование по всем кварковым полям ψ_f и $\bar{\psi}_f$, мы получаем эффективное действие глюодинамики, которое учитывает вклады всех кварковых петель при воздействии классического глюонного поля A^j_μ на кварк-антикварковый вакуум:

$$Z[J] = \frac{1}{N} \int [DA]\; e^{-S_{eff}(A) - \int J^j_\mu A^j_\mu d^4x}. \tag{7}$$

В результате поляризации вакуума за счет кварк-антикварковых пар действие (6) изменяется. Соответствующая эффективная глюодинамика описывается в пространстве Минковского эффективным лагранжианом следующего вида:

$$\mathcal{L}_{eff} = -\frac{\alpha^{-1}_{eff}(F^2)}{16\pi} F^2, \tag{8}$$

где

$$F^2 \equiv F^j_{\mu\nu} F^j_{\mu\nu}. \tag{9}$$

Лагранжиан (8) содержит следующую величину :

$$\alpha_{eff} = \frac{g^2_{eff}}{4\pi}, \tag{10}$$

которая в общем случае является сложной (нелинейной) функцией глюонных полей, а в пертурбативной области малых α_{eff} совпадает с бегущей (по $F^2 \equiv \mu^4$) константой связи

КХД. Общий вид лагранжиана (8) вытекает из требований калибровочной инвариантности и перенормируемости теории, описывающей эффективную глюодинамику. Величина (9) представляет собой первый инвариант КХД. Стремление сохранить теорию перенормируемой приводит к отсутствию зависимости лагранжиана (8) от второго инварианта КХД [1]:

$$I = \left(F^j_{\mu\nu} F^{*j}_{\mu\nu}\right)^2, \tag{11}$$

где

$$F^{*j}_{\mu\nu} = \frac{1}{2} e_{\mu\nu\rho\sigma} F^j_{\rho\sigma} \tag{12}$$

– дуальный тензор; $e_{\mu\nu\rho\sigma}$ – единичный полностью антисимметричный тензор четвертого ранга.

Требование перенормируемости КХД не должно нарушаться, по крайней мере, на масштабах меньше планковских, т.е. до включения гравитационного взаимодействия.

Разлагая эффективное действие в функциональный ряд Тэйлора:

$$S_{eff} = \sum \frac{1}{n!} \int d^4x_1 \ldots d^4x_n \Gamma^{(n) j_1, \ldots j_n}_{\mu_1 \ldots \mu_n}(x_1, \ldots, x_n)$$

$$A^{j_1}_{\mu_1}(x_1) \ldots A^{j_n}_{\mu_n}(x_n), \tag{13}$$

где $\Gamma^{(n)}$ – вершинная функция, неприводимая относительно одночастичных делений, можно вычислить вклад любого количества кварковых петель в эффективное действие [9], [10].

Однако ниже, описывая пертурбативную часть эффективного лагранжиана, мы ограничимся четырехпетлевым приближением теории возмущений, учитывая не только вклады фермионных петель, но и вклады глюонных петель, а также духов Фаддеева-Попова.

Обычная процедура вычисления континуальных интегралов (5) и (7) основана на том, что в интеграле по путям доминируют максимумы действия. Для асимптотически свободных теорий, к которым относится КХД, максимум эффективного действия (т.е. минимум эффективного потенциала) уже не соответствует классическому вакууму $F^j_{\mu\nu} = 0$. Квантовые флуктуации в режиме сильной связи ($\alpha_{eff} > 1$) приводят к спонтанному намагничиванию вакуума, как это было показано в работах [1],[2]. Возникает глюонный конденсат.

Рассмотрим функцию:

$$U(F^2) = -\mathcal{L}_{eff}(F^2) = \frac{\alpha^{-1}_{eff}(F^2)}{16\pi} F^2, \tag{14}$$

которая совпадает с эффективным потенциалом КХД в случае отсутствия в лагранжиане кинетических членов, когда в формуле (2) отсутствуют производные по времени и координатам. При этом вектор - потенциалы глюонного поля A^j_μ постоянны, и мы имеем:

$$F^2 = f^{jkl} f^{jk'l'} A^k_\mu A^l_\nu A^{k'}_\mu A^{l'}_\nu = const. \tag{15}$$

Нетривиальный вакуум – глюонный конденсат – соответствует минимуму эффективного потенциала (14) при значении

$$F^2 = F^2_0 \neq 0. \tag{16}$$

[1] Это утверждение содержится в работе [1].

Как было показано в работах [1],[2], в вакууме отлично от нуля лишь хромомагнитное поле: вакуум нестабилен в присутствии хромоэлектрического поля, порождающего кварк-антикварковые пары.

Правила сумм КХД, рассмотренные в работах [11]-[13], связывают свойства низколежащих резонансов с величиной вакуумного ожидания $< 0|F^j_{\mu\nu}F^j_{\mu\nu}|0 >$, которое соответствует глюонному конденсату (16). Результат, полученный авторами этих работ, приводит к следующей величине глюонного конденсата :

$$F_0^2 \approx 0.5 \text{ ГэВ}^4. \tag{17}$$

Анализ семейств J/ψ и Υ-мезонов, осуществленный в работах [14],[15], предсказывает бо́льшее значение глюонного конденсата:

$$1.6 \text{ ГэВ}^4 \lesssim F_0^2 \lesssim 3.9 \text{ ГэВ}^4, \tag{18}$$

Этот результат не совпадает с результатом (17).

Ниже мы экстраполируем поведение эффективного потенциала, полученного путем решения УРГ в четырехпетлевом приближении теории возмущений, в область конфайнмента и исследуем положение минимума эффективного потенциала КХД. Это позволяет нам оценить величину глюонного конденсата (см. ниже).

3. Уравнение ренормгруппы и бегущая константа взаимодействия КХД

Эффективное действие КХД, содержащее эффективный лагранжиан (8):

$$S_{eff} = \int d^4x \, \mathcal{L}_{eff}, \tag{19}$$

приводит к правильной величине конформной аномалии: шпур тензора энергии – импульса $\theta_{\mu\nu}$ отличен от нуля. В области теории возмущений ($\alpha_{eff} < 1$) имеем [2]:

$$\theta^\mu_\mu = \frac{\beta(g)}{2g^3} F^2, \tag{20}$$

где $g \equiv g_{eff}$, а $\beta(g)$ – функция Каллана-Симанзика. Предполагая инвариантность эффективного действия относительно преобразований РГ (а также калибровочную инвариантность) можно воспользоваться уравнением Овсянникова-Каллана-Симанзика [16],[17]:

$$\left[\mu_R^2 \frac{\partial}{\partial \mu_R^2} + \beta(g)\frac{\partial}{\partial g} + \gamma(g) \int d^4x A^j_\mu \frac{\delta}{\delta A^j_\mu}\right] S_{eff} = 0, \tag{21}$$

где $\gamma(g)$ – это аномальная размерность глюонного поля, для которой имеет место следующее соотношение: $\beta = -g\gamma$. Как было показано в работе [1], из ур. (21) вытекает УРГ, которое описывает зависимость величины $\alpha_s = g^2/4\pi$ от переменной t:

$$t = \frac{1}{2} \ln \frac{F^2}{\mu_R^4} \equiv \ln \frac{\mu^2}{\mu_R^2}. \tag{22}$$

Это РГ уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{d\ln\alpha_s(t)}{dt} = \beta(\alpha_s), \tag{23}$$

где функцию $\beta(\alpha_s)$ можно разлагать в ряд теории возмущений по величине α_s, если последняя < 1. В формулах (21) и (22) μ – энергетическая переменная, а μ_R – ренормализационная масса, зависящая от выбора точки нормировки.

Согласно работам [18]-[23] β-функция, содержащаяся в ур.(23) известна в четырехпетлевом приближении теории возмущений:

$$\begin{aligned}\beta(\alpha_s) &= -\left[\beta_0\tfrac{\alpha_s}{4\pi} + \beta_1\left(\tfrac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 + \beta_2\left(\tfrac{\alpha_s}{4\pi}\right)^3 + \beta_3\left(\tfrac{\alpha_s}{4\pi}\right)^4 + \ldots\right] = \\ &= -\beta_0\tilde{\alpha}(1 + b_1\tilde{\alpha} + b_2\tilde{\alpha}^2 + b_3\tilde{\alpha}^3 + \ldots),\end{aligned} \tag{24}$$

где $\tilde{\alpha} \equiv \alpha_s/4\pi$, а $b_i = \beta_i/\beta_0$.

Два первых члена разложения (24) для функции $\beta(\alpha_s)$ не зависят от способа перенормировки и содержат следующие константы [18]-[21]:

$$\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}N_f, \tag{25}$$

$$\beta_1 = 102 - \frac{38}{3}N_f. \tag{26}$$

Но члены более высокого порядка, содержащие β_2 и β_3, зависят от ренормализационной схемы [24]. В рамках общепринятой схемы перенормировки $\overline{MS}$ (modified minimal subtraction scheme [25],[26]) авторами работы [22] был получен следующий результат:

$$\beta_2 = \frac{2857}{2} - \frac{5033}{18}N_f + \frac{325}{54}N_f^2, \tag{27}$$

а в работе [23] была вычислена константа β_3:

$$\begin{aligned}\beta_3 = &\left(\tfrac{149753}{6} + 3564\zeta_3\right) - \left(\tfrac{1078361}{162} + \tfrac{6508}{27}\zeta_3\right)N_f + \\ &+ \left(\tfrac{50065}{162} + \tfrac{6472}{81}\zeta_3\right)N_f^2 + \tfrac{1093}{729}N_f^3.\end{aligned} \tag{28}$$

В формуле (28) содержится значение $\zeta_3 = 1.202056903\ldots$ дзета-функции Римана ζ_s, а N_f – число кварков различных сортов с массой $m_f < \mu$.

Пользуясь обозначением $\mu^2 = F = \sqrt{|F^2|}$, рассмотрим УРГ (23) в интегральной форме [2]:

$$t = \int\limits_{\alpha_s(\mu_R^2)}^{\alpha_s(\mu^2)} \frac{d\alpha_s}{\alpha_s\beta(\alpha_s)}. \tag{29}$$

Используя формулы (24)-(28), можно без труда вычислить интеграл (29) в трехпетлевом приближении. Результат такого интегрирования, осуществленного без приближений, приводит к следующему выражению для обратной величины постоянной КХД:

$$\begin{aligned}\alpha_s^{-1}(t)|_{\text{3-loop}} \approx\ &\alpha_R^{-1} + \tfrac{\beta_0}{4\pi}t + \tfrac{\lambda_1}{2}\ln\tfrac{\alpha_t^{-2}+\lambda_1\alpha_t^{-1}+\lambda_2^2}{\alpha_R^{-2}+\lambda_1\alpha_R^{-1}+\lambda_2^2} + \\ &+ \tfrac{\lambda_1^2-2\lambda_2^2}{\sqrt{4\lambda_2^2-\lambda_1^2}}\arctan\tfrac{\sqrt{4\lambda_2^2-\lambda_1^2}(1-\alpha_R\alpha_t^{-1})}{(2+\lambda_1\alpha_1\alpha_R)\alpha_t^{-1}+\lambda_1+2\lambda_2^2\alpha_R},\end{aligned} \tag{30}$$

где введены следующие обозначения:

$$\alpha_s(t) \equiv \alpha_t, \qquad \alpha_s(\mu_R^2) \equiv \alpha_R,$$
$$\lambda_1 = \frac{1}{4\pi}\frac{\beta_1}{\beta_0}, \qquad \lambda_2^2 = \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{\beta_2}{\beta_0}.$$

Для всех значений N_f (от $N_f = 0$ до $N_F = 6$) трехпетлевая β–функция обладает двумя комплексными нулями по α_s, чем и объясняется появление функции arctan в формуле (30). Очевидно, что пертурбативная формула (30) верна лишь в области небольших α_s ($\alpha_s < 1$), когда ряд (24) имеет смысл.

Двухпетлевое приближение для функции $\alpha_s^{-1}(t)$, которое можно получить путем точного вычисления интеграла (29) при $\beta_2 = \beta_3 = 0$, легко вытекает из формулы (30) в пределе $\lambda_2 \to 0$:

$$\alpha_s^{-1}|_{\text{2-loop}} \approx \alpha_R^{-1} + \frac{\beta_0}{4\pi}t + \lambda_1 \ln\frac{\alpha_t^{-1} + \lambda_1}{\alpha_R^{-1} + \lambda_1}. \tag{31}$$

Иттерационная процедура, применяемая к выражению (31), сводится к подстановке в логарифм однопетлевого приближения:

$$\alpha_s^{-1}(t)|_{\text{1-loop}} \approx \alpha_R^{-1} + \frac{\beta_0}{4\pi}t \tag{32}$$

и приводит к следующему двухпетлевому приближению для функции $\alpha_s^{-1}(t)$:

$$\alpha_s^{-1}(t)|_{\text{2-loop}} \approx \alpha_R^{-1} + \frac{\beta_0}{4\pi}t + \lambda_1 \ln\left(1 + \frac{\beta_0\alpha_R}{4\pi(1+\lambda_1\alpha_R)}t\right). \tag{33}$$

Общеприпято вводить в рассмотрение размерную величину Λ, которая не зависит от точки нормировки μ_R. При этом, взамен формулы (32), имеем следующее выражение для однопетлевого приближения:

$$\alpha_s^{-1}(\mu^2)|_{\text{1-loop}} \approx \frac{\beta_0}{4\pi}\ln\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right), \tag{34}$$

В этом случае асимптотическое выражение двухпетлевого приближения для $\alpha_s^{-1}(t)$ при $\ln(\mu^2/\Lambda^2) \gg 1$ представляется следующей формулой:

$$\alpha_s^{-1}(\mu^2)|_{\text{2-loop}} \approx \frac{\beta_0}{4\pi}\ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2} + \lambda_1 \ln\ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2}. \tag{35}$$

Однако параметр Λ зависит от N_f. Учитывая эту зависимость, имеем различные $\Lambda_{\overline{MS}}^{(N_f)}$ в рамках модели $\overline{MS}$, в частности:

$$\Lambda_{\overline{MS}}^{(3)} \approx 300 \text{ МэВ}; \quad \Lambda_{\overline{MS}}^{(4)} \approx 270 \text{ МэВ}; \quad \Lambda_{\overline{MS}}^{(5)} \approx 200 \text{ МэВ}. \tag{36}$$

Можно получить поведение бегущей константы КХД $\alpha_s(\mu^2)$ в двухпетлевом приближении теории возмущений, используя формулу (16) и разлагая в ряд по переменной $\ln(\mu^2/\Lambda^2) \gg 1$:

$$\begin{aligned}\alpha_s(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2}}\Bigg[1 - \frac{\beta_1}{\beta_0}\frac{\ln\ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2}}{\ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2}} + \\ + \frac{\beta_1^2}{\beta_0^4 \ln^2\left(\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)}\left(\left(\ln\ln\frac{\mu^2}{\Lambda^2} - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4}\right) + \ldots\Bigg].\end{aligned} \tag{37}$$

4. Численное исследование решения УРГ

В данной работе для более полного описания явлений КХД возникла необходимость изучения зависимости $\alpha_s^{-1}(t)$ не только в области крайней асимптотической свободы, но и в области максимальных значений $\alpha_s < 1$, которые допускаются четырехпетлевым приближением (24)-(28) для β-функции. С этой целью поведение $\alpha_s^{-1}(t)$ воспроизводилось методами компьютерного вычисления. При этом использовалось следующее РГ-уравнение, вытекающее из формулы (23):

$$\frac{d\alpha_s^{-1}(t)}{dt} = -\beta(\alpha_s)\alpha_s^{-1}(t). \tag{38}$$

При численном решении ур.(38) предпочтителен метод выбора точки нормировки μ_R.

В качестве ренормализационной нормировочной массы μ_R выбиралась масса Z-бозона [27]:

$$\mu_R = M_Z \approx 91.187 \pm 0.007 \quad \text{ГэВ}. \tag{39}$$

При этой массе с хорошей степенью точности известно экспериментальное значение постоянной КХД [27]:

$$\alpha_s(M_Z) = 0.118 \pm 0.003. \tag{40}$$

Используя значения $\mu_R = M_Z$ и $\alpha_R = \alpha_s(M_Z)$, путем компьютерных вычислений легко воспроизвести ход функции $\alpha_s^{-1}(t)$, меняя значения N_f от $N_f = 6$ при $\mu > m_t$ до $N_f = 3$ при $\mu < m_c$, где m_t и m_c – массы t- и c-кварков, соответственно. Очевидно, что $N_f = 4$ в области $m_c < \mu < m_b$ (где m_b – масса b-кварка) и $N_f = 5$ в интервале $m_b < \mu < m_t$. Можно говорить о вкладе Хиггсовских бозонов при $\mu > M_Z$. Однако в данной работе используется лишь область $\mu \leq M_Z$. Стартуя от точки $\mu = \mu_R = M_Z$ при $N_f = 5$, мы спускались по шкале μ, меняя N_f от 5 до 3 [2].

Такое описание β-функции в стандартной схеме $\overline{MS}$ приводит к тому, что функция $\alpha_s^{-1}(t)$ является непрерывной, а ее производная меняется скачкообразно. Однако компьютерные расчеты демонстрируют незначительность этого эффекта. В Таблице I приведены значения содержащихся в формуле (24) коэффициентов β_0 и b_i, которые получены при различных значениях N_f согласно формулам (25)-(28).

Таблица I

N_f	β_0	$b_1 = \beta_1/\beta_0$	$b_2 = \beta_2/\beta_0$	$b_3 = \beta_3/\beta_0$
0	11	9.2727	129.864	2658.45
1	31/3	8.6452	111.765	2197.09
2	29/3	7.9310	92.416	1756.83
3	9	7.1111	71.537	1343.38
4	25/3	6.1600	48.762	964.22
5	23/3	5.0435	23.597	629.50
6	7	3.7143	-4.643	353.18

Эти коэффициенты демонстрируют свойства ряда (24), который является асимптотическим.

[2] $N_f \leq 2$ соответствует области конфайнмента, в которой ур. (38) неприменимо.

При компьютерном поиске решения УРГ (38) использовались следующие значения масс c- и b-кварков [27]:

$$m_c = 1.3 \pm 0.3 \text{ ГэВ}; \qquad m_b = 4.3 \pm 0.2 \text{ ГэВ}. \tag{41}$$

На рис.1 и рис.2 представлены четыре кривые $1, \ldots, 4$, описывающие зависимости $\alpha_s^{-1}(\mu)$ и $\alpha_s(\mu)$ в пертурбативной области ($\alpha_s < 1$). Они соответствуют n-петлевому приближению теории возмущений для β-функции, когда n меняется от 1 до 4. По мере увеличения числа петель кривая $\alpha_s^{-1}(t)$ сдвигается вправо, проявляя тенденцию обращения в ноль при бóльших значениях $\mu = \mu_p$. Кривые построены для центральных значений экспериментальных параметров $\alpha_s(M_Z)$, m_b и m_c, заданных ур.(40) и (41).

Выбирая крайние ситуации учета погрешности параметров α_s, m_b и m_c, введем обозначение "центр.зн.$\pm\sigma$", которое означает следующий одновременный выбор параметров:

$$\text{"центр.зн.} \pm \sigma\text{"}: \qquad \begin{pmatrix} \alpha_s \\ m_c \\ m_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.118 \\ 1.3 \\ 4.3 \end{pmatrix} \pm \begin{pmatrix} 0.003 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}. \tag{42}$$

На Рис.3 представлена зависимость $\alpha_s(F^2)$ в пертурбативной области с указанием коридора ошибок ($\approx 10\%$), соответсвующего выбору (42). Имея эту зависимость, нетрудно восстановить ход функции $U(F^2)$, описываемой ур.(14). Она представлена на Рис.4, на котором точками указаны значения $\alpha_s = 0.33$; 0.35 и 0.4.

В Таблице II приведены соотношения вкладов различных петлевых приближений при указанных значениях константы КХД α_s. Как демонстрирует Таблица II, пертурбативный ряд (24) плохо сходится уже при $\alpha_s > 0.4$. Поэтому нам не представляется возможным использовать решение УРГ при бóльших значениях α_s.

Таблица II

α_s в точке сшивания	i-ая петля / j-ая петля, %		
	4/3 4/1	3/2 3/1	2/1
0.33	52% 1.7%	21% 3.4%	16%
0.35	55% 2%	22% 3.8%	17.2%
0.4	60% 4.3%	32% 7.2%	23%

Однако Рис.1 явно демонстрирует поворот кривых 2-4, свидетельствующий о возможности их пересечения с энергетической осью μ при $\mu = \mu_p \neq 0$. Четырехпетлевое приближение для функции $\alpha_s^{-1}(t)$ указывает на пересечение при значениях μ_p, которые больше чем для двух- и трехпетлевого приближения. Вблизи точки $\mu = \mu_p$ бегущая эффективная константа $\alpha_s(\mu)$ неограниченно растет. Это – область конфайнмента, которая не может описываться теорией возмущений. При этом возникают две возможности перехода из пертурбативной области КХД в непертурбативную:

1. Кривая $\alpha_s^{-1}(t)$ плавно пересекает ось μ, если в точке $\mu = \mu_p$ нет фазового перехода "конфайнмент-деконфайнмент". В этом случае константа связи КХД достигает бесконечно больших значений в окрестности точки $\mu = \mu_p$.

2. Функция $\alpha_s^{-1}(t)$ меняется скачком, если в точке $\mu = \mu_p$ имеет место фазовый переход I рода. При этом константа α_s никогда не достигает бесконечно больших значений.

Обе возможности не исключают возникновения струн КХД, но приводят к различию их свойств. Например, при гладком сшивании непертурбативной области α_s с пертурбативной вряд ли следует ожидать, что "струны" имеют строго очерченные границы. По всей вероятности, они соответствуют вихрям Абрикосова-Нильсена-Олесена [28]. Тогда как вторая возможность, соответствующая фазовому переходу I рода, близка к модели адронных мешков, и "струны" КХД – это вытянутые мешки КХД, обладающие границами.

Таким образом, пертурбативное описание поведения $\alpha_s^{-1}(t)$ свидетельствует в пользу того, что при любой из двух вышеотмеченных возможностей функция $\alpha_s^{-1}(t)$ меняет знак при $\mu = \mu_p \neq 0$.

Заметим, что в данной картине описания КХД изменение знака функции $\alpha_s^{-1}(t)$ не означает мнимости константы связи сильных взаимодействий, а лишь замену сил отталкивания на силы притяжения. Эффективной константой КХД является абсолютное значение величины $\alpha_s(t)$, содержащейся в лагранжиане (8).

Вторая возможность – фазовый переход "конфайнмент-деконфайнмент" I рода – обсуждается в конце данной статьи.

5. Область конфайнмента и величина глюонного конденсата

Концентрируя внимание на возможности непрерывного перехода из пертурбативной области в область конфайнмента, совершим экстраполяцию функции $U(F^2)$, представленной на Рис.4, из области, соответствующей $\alpha_s = 0.3 \div 0.4$, до пересечения с осью μ и определим μ_p. В данной работе экстраполяция осуществлялась с помощью следующей аппроксимации:

$$U(F^2) \approx \sum_{n=0}^{2} c_n (F^2)^n \tag{43}$$

В качестве точек сшивания выбирались три точки, отмеченные на Рис.4:

$$\alpha_s = 0.33; \quad 0.35; \quad 0.40. \tag{44}$$

Результат сшивания представлен в Таблице III, где приведены значения глюонного конденсата в зависимости от точек сшивания (44) и экспериментальных параметров (42). В скобках указаны значения полученных μ_p.

Нетрудно видеть, что $F_0^2 \leq 0.39$ ГэВ^4.

Таблица III

α_s в точке сшивания	Величина глюонного конденсата, F_0^2, ГэВ^4 (μ_p, ГэВ)		
	$+\sigma$	central	$-\sigma$
0.33	0.39 (0.98)	0.21 (0.84)	0.11 (0.71)
0.35	0.27 (0.89)	0.15 (0.77)	0.08 (0.65)
0.40	0.16 (0.78)	0.08 (0.67)	0.04 (0.55)

Главной целью данной работы является построение зависимости $U(F^2)$, которая дается ур.(14). Согласно сценарию конфайнмента, представленному в работах [3],[4], эта функция должна удовлетворять следующим требованиям:

- $U(F^2 = 0) = 0$;
- $U(F^2)$ имеет минимум при $F^2 = F_0^2$;
- вблизи минимума функция $U(F^2)$ аппроксимируется первыми членами разложения в ряд Тэйлора:

$$U(F^2) \approx \sum_{n=0}^{3} a_n (F^2 - F_0^2)^n. \tag{45}$$

Очевидно, что $a_1 = 0$ – это результат существования минимума при $F^2 = F_0^2$. Условие $U(F^2 = 0) = 0$ приводит к следующему соотношению:

$$a_0 = -(a_2 F_0^4 + a_3 F_0^6). \tag{46}$$

Оставшиеся три параметра a_2, a_3 и F_0^2 определяются условием $U(\mu_p) = 0$ и значениями производных U' и U'' (по F^2) в точке μ_p, которые заданы экстраполяцией (43).

Результат такого построения зависимости $U(F^2)$ приведен на Рис.5 для случая "центр.зн $+\sigma$" и точки сшивания $\mu = \mu_{sp} = \sqrt[4]{14.27} = 1.94$ ГэВ, соответствующей $\alpha_s \approx 0.33$. На рисунке явно обозначен минимум эффективного потенциала. Он соответствует величине глюонного конденсата, близкой к результату работ [11]-[13]: $F_0^2 \approx 0.39$ ГэВ^4 (ср. с величиной (17)). При этом имеем:

$$\alpha_s(F_0^2 \approx 0.39 \text{ ГэВ}^4 \Leftrightarrow \mu \approx 0.79 \text{ ГэВ}) \approx -0.36. \tag{47}$$

Основной результат такого исследования говорит о том, что в случае отсутствия фазового перехода "конфайнмент-деконфайнмент", когда эффективный лагранжиан и потенциал являются непрерывными функциями вблизи точки $\mu = \mu_p$, величина глюонного конденсата не может превышать значения $F_0^2 \approx 0.4$ ГэВ^4, что исключает результат (18) работ [14],[15].

Имея зависимость $U(F^2)$ в области $\mu < \mu_{sp}$ (она представлена на Рис.5), нетрудно установить поведение функции $\alpha_s^{-1}(\mu)$ в области $\mu < \mu_{sp}$. Оно представлено на Рис.6 вместе с пертурбативным поведением при $\mu > \mu_{sp}$.

УРГ (38) не имеет места в области конфайнмента: $\alpha_s(\mu) \to \infty$ при $\mu \to \mu_p$. Это поведение соответствует результатам работы [29]. При дальнейшем уменьшении $\mu < \mu_p$ уменьшается и величина $\alpha_s(\mu)$. Даже в области минимума имеем: $|\alpha_s| < 1$ (см., например, формулу (47)). Казалось бы, что при $\mu \to 0$ имеет место поведение $\alpha_s \to 0$ согласно формуле (34). Однако описание [29] предсказывает существование фиксированной точки $\alpha^* = \alpha(F^2 = 0) \neq 0$. Использованная нами аппроксимация (45) недостоверно описывает область инфракрасной расходимости при $\mu \to 0$, поэтому мы ограничились поведением $\alpha_s^{-1}(\mu)$ в области конфайнмента лишь вблизи минимума.

В заключение следует отметить, что большое значение глюонного конденсата (18), полученное в работах [14],[15], совместимо с пертурбативным поведением эффективного лагранжиана (Рис.4) лишь при фазовом переходе "конфайнмент-деконфайнмент" I рода. В этом случае взамен поведения $U(F^2)$, представленного на Рис.5, будет наблюдаться скачкообразное изменение функции $U(F^2)$ при $\mu = \mu_p$, которое представлено на Рис.7. Существование фазового перехода I рода приводит также и к скачкообразному изменению функций $\alpha_s(F^2)$ и $\alpha_s^{-1}(\mu)$.

Однако исследования явлений КХД методами Монте-Карло не подтверждают наличие ярко выраженного фазового перехода I рода в области конфайнмента.

Вытекающие из эффективного лагранжиана (8) уравнения движения:

$$D_\lambda[\epsilon(F^2)F^i_{\lambda\mu}] = j^i_\mu, \qquad (i = 1, \ldots 8) \quad , \tag{48}$$

где j^i_μ - это ток цветных частиц, содержат "хромодиэлектрическую" функцию $\epsilon(t)$, которая связана с $\alpha_s^{-1}(t)$ следующим соотношением:

$$\epsilon(t) = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{d\alpha_s^{-1}(t)}{dt} + 2\alpha_s^{-1}(t)\right] \tag{49}$$

и является сложной (нелинейной) функцией F^2. Нетрудно видеть, что в вакууме (при $F^2 = F_0^2$) эта функция обращается в ноль: $\epsilon(t_0) = 0$. Таким образом, в вакууме существует только хромомагнитное поле.

Функция $\epsilon(t)$ ответственна за возникновение струн в КХД.

Предварительное исследование решений ур.(48) с помощью полученной в данной работе функции $\epsilon(t)$ говорит в пользу существования солитонных решений, соответствующих струнам КХД.

Настоящая работа доложена (П.А.К.) на VIII Ломоносовской конференции по физике элементарных частиц (Москва, август 1997 г.) и содержится в hep-ph/9711390. При завершении данной статьи была опубликована работа [30], описывающая поведение $\alpha_s(\mu)$ в пертурбативной области в четырехпетлевом приближении теории возмущений для β-функции. Однако она не содержит большинства результатов настоящей работы, преследующей иные цели.

Авторы глубоко благодарят В.В.Владимирского за постоянное внимание к работе, многочисленные дискуссии и ценные советы.

Мы благодарим также Р.Б.Невзорова за весьма полезные обсуждения результатов работы.

Авторы глубоко благодарны INTAS за финансовую поддержку: гранты INTAS-93-3316-ext и INTAS-RFBR-96-567i.

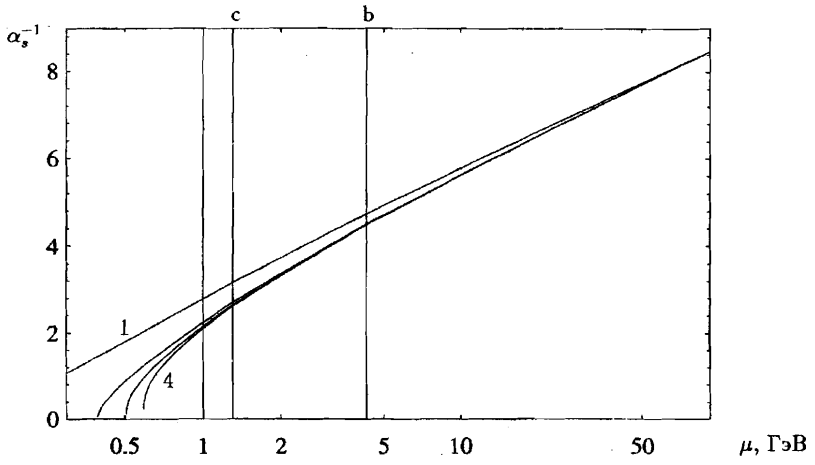

Рис.1. Зависимости $\alpha_s^{-1}(\mu)$ и $\alpha_s(\mu)$ в n-петлевом приближении ($n = 1, 2, 3, 4$) теории возмущений для β-функции. Вертикальные линии соответствуют массам c-и b-кварков.

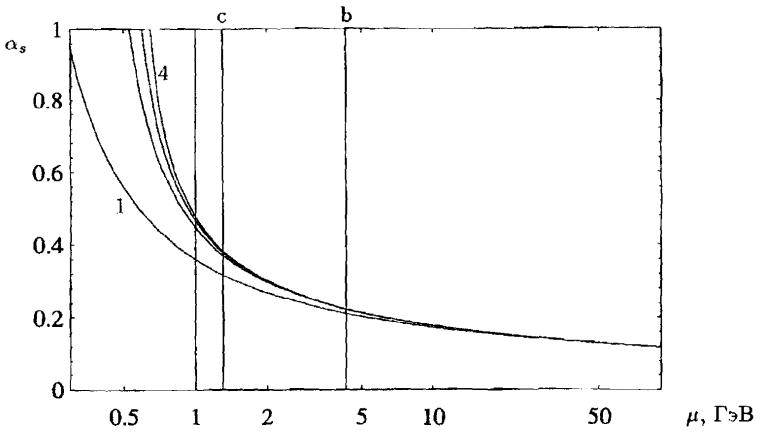

Рис.2. Зависимости $\alpha_s^{-1}(\mu)$ и $\alpha_s(\mu)$ в n-петлевом приближении ($n = 1, 2, 3, 4$) теории возмущений для β-функции. Вертикальные линии соответствуют массам c- и b-кварков.

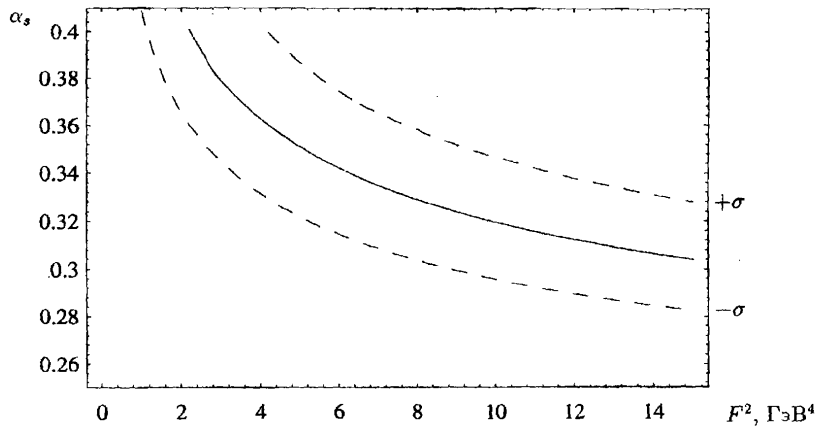

Рис.3. Корридор ошибок функции $\alpha_s(F^2)$, соответствующий погрешностям экспериментальных параметров (42).

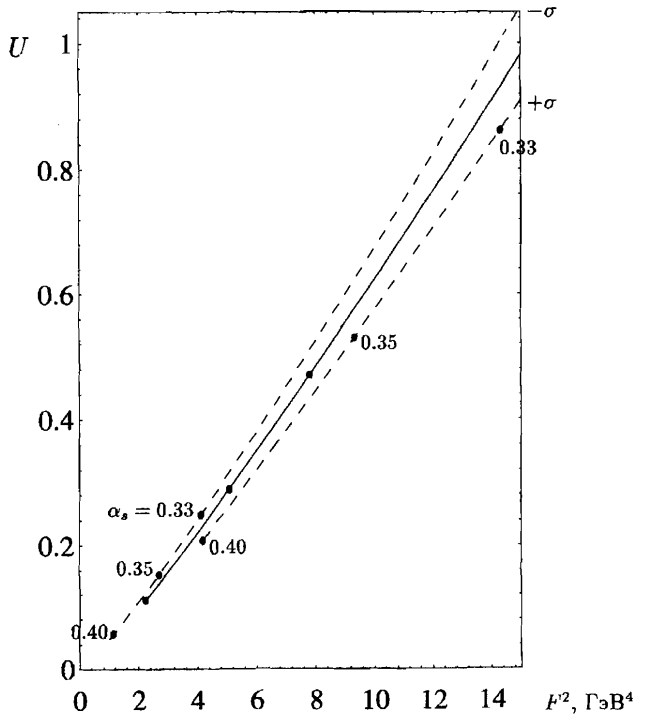

Рис.4. Зависимость величины $U(F^2) \equiv \frac{\alpha_{eff}^{-1}(F^2)}{16\pi} F^2$, соответствующая четырехпетлевому приближению теории возмущений для $\alpha_s \equiv \alpha_{eff}$; в выделенных точках указаны численные значения соответствующих α_s.

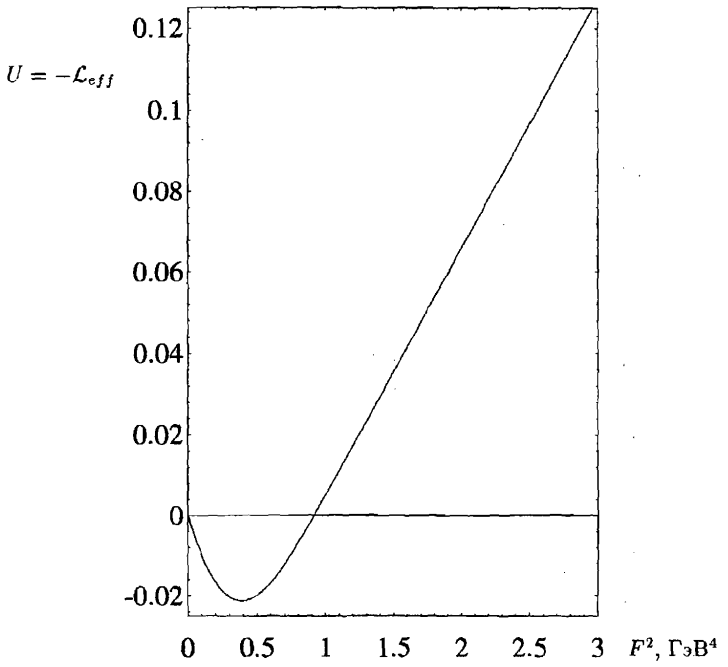

Рис.5. Зависимость $U(F^2)$, полученная путем гладкого сшивания в точке $\mu = \mu_{sp}$, где $\alpha_s(\mu_{sp}) = 0.33$, пертурбативной области с непертурбативной с использованием формулы (43) при $\mu_p < \mu < \mu_{sp}$ и формулы (45) при $0 < \mu < \mu_p$.

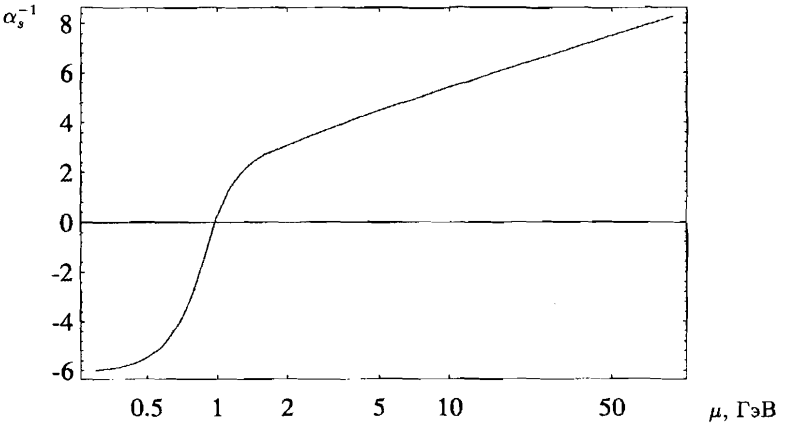

Рис.6. Зависимость $\alpha_s^{-1}(\mu) = 16\pi\frac{U(F^2)}{F^2}$, представленная как в пертурбативной, так и в непертурбативной областях и соответствующая Рис.5 при $\mu < \mu_{эр}$.

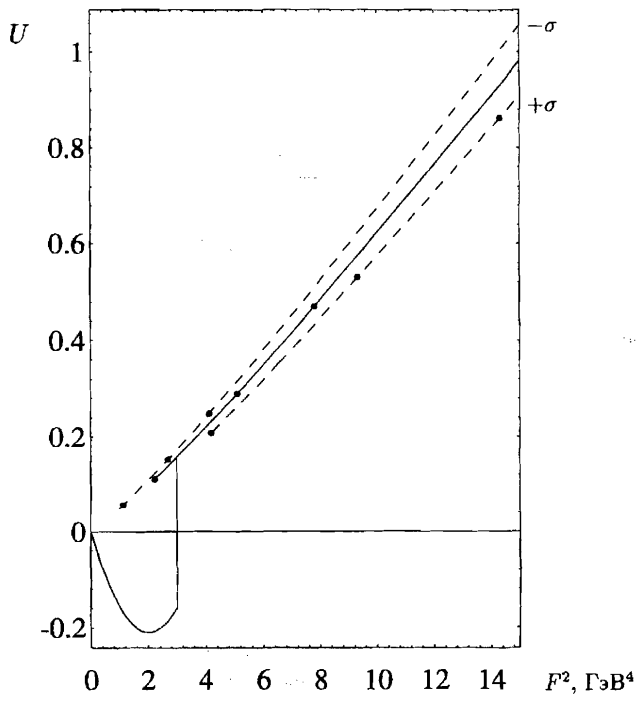

Рис.7. Предполагаемая зависимость $U(F^2)$ в случае фазового перехода "конфайнмент-деконфайнмент" I рода.

Список литературы

[1] Matinyan S.G., Savvidy G.K. // Nucl.Phys. 1978. V. **B134**. P.539.

[2] Pagels H., Tomboulis E. // Nucl.Phys. 1978. V. **B143**. P.485.

[3] Владимирский В.В. // ЯФ. 1995. **Т.58**. С.107

[4] Владимирский В.В. // ЯФ. 1996. **Т.59**. С.2063.

[5] Симонов Ю.А. // Материалы XXII зимней школы ЛИЯФ. 1985. С.3.

[6] Симонов Ю.А. // УФН. 1996. Т.**166**. С.337.

[7] Lee T.D. Particle Physics and Introduction to Field Theory. N.Y.: Harwood, 1981. Chapter 17.

[8] Adler S.L., Piran T. // Rev.Mod.Phys. 1984. V.**56**. P.1.

[9] Матинян С.Г., Саввиди Г.К. // ЯФ. 1977. Т.**25**. С.218.

[10] Баталин И.А.,Матинян С.Г., Саввиди Г.К. // ЯФ. 1977. Т. **26**. С.407.

[11] Вайнштейн А.И., Захаров В.И., Шифман М.А. // Письма ЖЭТФ. 1978. Т. **27**. С.60.

[12] Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. // Nucl.Phys. 1979. V. **B147**. PP.385,448.

[13] Novikov V.A., Shifman M.A., Vainstein A.I., Voloshin M.B., Zakharov V.I. // Nucl.Phys. 1984. V. **B237**. P.525 .

[14] Geshkenbein B.V. "The magnitude of the gluon condensate from vector mesons consisting of light quarks" //**M.,Preprint ITEP,1995, N20.**

[15] Гешкенбейн Б.В., Моргунов В.Л. // ЯФ. 1995. Т. **58**. С.1873.

[16] Овсянников Л.В. // Докл.Акад.Наук СССР. 1956. Т. **109**. С.1112.

[17] Callan C.G. // Phys.Rev. 1970. V. **D2**. P.1541.

[18] Gross D.I., Wilczek F. // Phys.Rev.Lett. 1973. V. **30**. P.1323; Phys.Rev. 1973. V. **D8**. P.3633.

[19] Politzer H.D. // Phys.Rev.Lett. 1973. V. **30**. P.1346.

[20] Caswell W.E. // Phys.Rev.Lett. 1974. V. **33**. P.244.

[21] Jones D.R.T. // Nucl.Phys. 1974. V. **B75**, P.531.

[22] Tarasov O.V., Vladimirov A.A., Zharkov A.Yu. // Phys.Lett. 1980. V. **B93**. P.429.

[23] Larin S., Ritbergen T., Vermaseren J. // hep-ph/9701390.

[24] 't Hooft G. // Nucl.Phys. 1973. V. **B61**. P.455.

[25] Bardeen A., Buras A., Duke D., Muta T. // Phys.Rev. 1978. V. **D8**. P.3998.

[26] Buras A. // Rev.Mod.Phys. 1980. V. **52**. P.199.

[27] Review of Particle Physics. Part I. Phys.Rev. 1996. V. **D54**. P.1.

[28] Nielsen H.B., Olesen P. // Nucl.Phys. 1973. V. **B61**. P.45.

[29] Shirkov D.V., Solovtsov I.L. // Phys.Rev.Lett. 1997. V. **79**. P.1209; hep-ph/9711251.

[30] Chetyrkin K.G., Kniehl B.A., Steinhauser M. // Phys.Rev.Lett. 1997. V. **79**. P.2184.

Подписано к печати 26.I2.97 Формат 60x90 I/I6
Усл.-печ.л.I,25. Уч.-изд.л.0,9. Тираж I00 экз. Заказ 42.
Индекс 3649

Отпечатано в ИТЭФ, II7259, Москва, Б.Черемушкинская, 25