10

Институт теоретической и
экспериментальной физики

FERMILAB
AUG 15 2000
LIBRARY

38 -99

А.В.Бархударян, Д.Г.Кошкарев, А.Н.Талызин

Продольная компрессия ионных пучков в установке ТВН-ИТЭФ

ITEP-38-99
Fermilab Library
0 1160 0069640 5

Москва 1999

УДК 621.384

Продольная компрессия ионных пучков в установке ТВН-ИТЭФ: Препринт ИТЭФ 38-99/

А.В.Бархударян,Д.Г.Кошкарев,А.Н.Талызин - М., 1999 -8с.

Исследован процесс продольной компрессии ионного пучка для установки ТВН-ИТЭФ (TWAC) с учетом влияния кулоновских сил. Результаты теоретического расчета и численного моделирования показали, что оптимальная величина напряжения основной гармоники ВЧ-поля составляет 120 ÷ 140 кВ , а кулоновские силы имеют существенное значение только для центральной части пучка в конце процесса компрессии.

The longitudinal ion beams compression for TWAC-ITEP set.

A.V.Barkhudaryan,D.G.Koshkarev,A.N.Talyzin

The longitudinal compression process for TWAC-ITEP parameters with taking into account Coulomb forces have been studied. The results of theoretical analyze and numerical simulation show that the optimal value of the main harmonic of HF-field is 120 ÷ 140 kV and Coulomb forces have essential significance only for a central part of beam at the final compression stage.

Рис. - 3.

© Институт теоретической и экспериментальной физики, 1999

При расчете компрессии сильноточных ионных пучков необходим учет коллективного электромагнитного поля ионов.Продольная составляющая силы коллективного поля в приближении экранировки имеет вид

$$\Im_w = -\frac{g(Ze)^2}{4\pi\varepsilon_0\gamma^2}\cdot\frac{d\lambda(w)}{dw} \quad , \tag{1}$$

где $\lambda(w)$ - линейная плотность ионов в пучке,
w - отклонение от центрального сечения пучка,
Ze - заряд иона,
ε_0 - диэлектрическая проницаемость вакуума,
γ - релятивистский фактор,
g - геометрический фактор экранировки.

Для цилиндрической камеры $g=1+2\ ln(b/a)$,где b,a - соответственно диаметры поперечных сечений камеры и пучка. Уравнения продольного движения ионов в кольце имеют вид

$$\begin{cases} \dfrac{dw}{ds} = \eta\dfrac{p-p_s}{p_s} \\ \dfrac{d}{ds}\left(\dfrac{p-p_s}{p_s}\right) = \dfrac{ZeU_1}{2\pi\beta^3\gamma Am_0c^2R}\cdot\sum\limits_{k=1}^{h}\dfrac{(-1)^{k-1}}{k}\sin(k\psi) - \left(\dfrac{gZ^2r_0}{\beta^3\gamma^3A}\right)\cdot\dfrac{d\lambda}{dw} \end{cases} \tag{2}$$

В (2) s и p_s - соответственно, путь, пройденный равновесной частицей, и ее импульс; η- коэффициент уплотнения орбит, $\eta= (1/\gamma^2 - \alpha)$; $\alpha= d\ ln\ L\ /\ d\ ln\ p$; R - радиус накопительного кольца ; U_1 - амплитуда основной гармоники напряжения высокочастотного поля; h - число гармоник, которое необходимо для обеспечения достаточной линейности поля; q - кратность частоты поля по отношению к частоте обращения ионов в кольце; r_0 - классический радиус протона; ψ - фаза поля.

Для численного анализа системы уравнений (2) удобно перейти к безразмерным переменным $x,\ \psi,\ y$:

$$\begin{cases} x = s\Omega_0 / \ \beta c \\ \psi = -qw / \ R \\ y = \dfrac{\eta q \beta c}{R\Omega_0} \cdot \dfrac{p - p_s}{p_s} \end{cases} . \qquad (3)$$

В (3) Ω_0 - частота малых продольных колебаний ионов в пучке в отсутствие кулоновских сил,

$$\Omega_0 = \left(\frac{ZeqU_1\eta}{2\pi\beta^2\gamma \cdot Am_0c^2} \right)^{1/2} \cdot \frac{\beta c}{R} . \qquad (4)$$

Записав линейную плотность в виде $\lambda = \frac{N}{2\pi R} \cdot f(\psi, x)$, где N - полное число ионов в кольце, и, учитывая, что $f(\psi, 0) \equiv 1$ при $x = 0$, получим из системы (2) новую систему уравнений,

$$\begin{cases} \psi' = -y \\ y' = \sum_{k=1}^{h} \frac{(-1)^{k-1}}{k} \cdot \sin(k\psi) + \chi \cdot \frac{df}{d\psi} \end{cases} . \qquad (5)$$

В (5) штрих означает дифференцирование по x, χ - кулоновский параметр,

$$\chi = \frac{\pi g q Z_0 I}{\beta\gamma^2 U_1} . \qquad (6)$$

$I = ZeN\beta c / \ 2\pi R$ - средний ионный ток в кольце, $Z_0 = (\varepsilon_0 c)^{-1}$ - волновое сопротивление вакуума. С помощью численного анализа системы уравнений (5) находится зависимость кулоновского параметра χ от коэффициента компрессии ионного пучка, затем из равенства (6) зависимость амплитуды основной гармоники напряжения высокочастот-ного поля U_1 от коэффициента компрессии и среднего ионного тока I. Простую оценку зависимости U_1 от этих величин можно получить при линеаризации системы уравнений (5) с выбором "параболического" распределения для функции $f(\psi)$,

$f(\psi) = \frac{3}{4\xi}\left(1 - \frac{\psi^2}{\xi^2}\right)$, где $\xi(x)$ - огибающая фазовых колебаний ионов.

Тогда система уравнений (5) примет вид

$$\begin{cases} \psi' = -y \\ y' = \left(\frac{1}{2} - \frac{3\chi}{2\xi^3}\right)\cdot\psi \end{cases} \quad . \tag{7}$$

В (7) принято, что внешнее электрическое поле линеаризовано с помощью достаточного числа гармоник,

$$\sum_{k=1}^{h} \frac{(-1)^{k-1}}{k}\cdot\sin(k\psi) \cong \frac{1}{2}\psi \quad . \tag{8}$$

Из (7) следует уравнение для огибающей,

$$\xi'' + \frac{1}{2}\cdot\xi - \frac{3\chi}{2\xi^2} - \frac{\varepsilon^2}{\xi^3} = 0 \quad . \tag{9}$$

В (9) $\varepsilon = \frac{1}{\pi}\iint dy\cdot d\psi$ - продольный фазовый объем ионного пучка в переменных ψ, y. С помощью формул (3) получаем выражение, связывающее величину ε с начальным разбросом ионов по импульсам $(\Delta p/p)_0$,

$$\varepsilon = \left(\frac{32\pi|\eta|\gamma\beta^2 qAm_0c^2}{ZeU_1}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot\left(\frac{\Delta p}{p}\right)_0 \quad . \tag{10}$$

Первый интеграл уравнения (9) имеет вид

$$(\xi')^2 + \frac{1}{2}\xi^2 + \frac{3\chi}{\xi} + \frac{\varepsilon^2}{\xi^2} = C_1 \quad . \tag{11}$$

Полагая начальные условия в виде $\xi_0=\pi$, $\xi'_0=0$, получим

$$C_1 = \frac{\pi^2}{2} + \frac{3\chi}{\pi} + \frac{\varepsilon^2}{\pi^2} \quad . \tag{12}$$

Следовательно, первый интеграл примет вид

$$(\xi')^2 = \frac{\pi^2 - \xi^2}{2} + 3\chi\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\xi}\right) + \varepsilon^2\left(\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\xi^2}\right) \quad . \tag{13}$$

Условие кроссовера, $\xi' = 0$, выполняется при $\xi = \xi_c$:

$$\frac{\pi^2 - \xi_c^2}{2} + 3\chi\left(\frac{1}{\pi} - \frac{1}{\xi_c}\right) + \varepsilon^2\left(\frac{1}{\pi^2} - \frac{1}{\xi_c^2}\right) = 0 \ . \qquad (14)$$

Компрессия ионного пучка в K раз, т.е. $\xi_c = \pi/K$, означает выполнение условия

$$\frac{3\chi(K-1)}{\pi} + \frac{\varepsilon^2(K^2-1)}{\pi^2} = \frac{\pi^2}{2}(1-K^{-2}) \ , \qquad (15)$$

где

$$\chi = \frac{\pi \cdot gR_0 I_0}{\beta \cdot \gamma^2 U_1} \ , \quad \varepsilon^2 = \frac{32\pi\beta^2\gamma|\eta|Am_0c^2}{Z \cdot eU_1} \cdot \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_0^2 \ , \quad R_0 \cong \frac{1}{\varepsilon_0 c} \cong 377 \text{ Ом} \ . \qquad (16)$$

Из (15) и (16) найдем формулу для определения U_1:

$$U_1 = \frac{6K^2 gR_0 I_0}{\pi^2(K+1)\beta\gamma^2} + \frac{64K^2\gamma|\eta|\beta^2 Am_0c^2}{\pi^3 Ze} \cdot \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_0^2 \ . \qquad (17)$$

Для установки ТВН-ИТЭФ (TWAC) параметры таковы:

$$K = 10 \ , \quad I_0 = 50\,A \ , \quad g \cong 2 \ , \quad Z = 27 \ , \quad \left(\frac{\Delta p}{p}\right)_0 = 5 \cdot 10^{-4} \ . \qquad (18)$$

Окончательно, для амплитуды первой гармоники U_1 получим

$$U_1 = 94 \text{ кВ} + 40 \text{ кВ} = (130 \div 140) \text{ кВ} \ . \qquad (19)$$

Для уточнения результатов теоретического анализа было выполнено численное моделирование продольной компрессии ионного пучка. Расчеты показали, что кулоновские силы имеют существенное значение только в центре пучка и только при максимальном сжатии, т.е. в конце процесса компрессии.

Отметим также, что увеличение амплитуды основной гармоники ВЧ- поля оказывается более эффективным методом компрессии по сравнению с увеличением числа высших гармоник. При увеличении числа гармоник улучшается линейность ВЧ-поля, но при этом та же величина компрессии достигается при значительно большей (≈в 2 раза) величине напряжения ВЧ-поля. Кроме того система с большим числом гармоник сложнее в изготовлении и наладке, что уменьшит надежность ее работы.

Расчетная величина напряжения ВЧ-поля оказалась близка к теоретическому значению. В табл. 1 представлены результаты расчетов компрессии

при U_1 = 120 кВ для трех значений начального среднеквадратичного разброса по импульсу ионов в пучке (σ_0) . Дальнейшее увеличение напряжения ВЧ-поля оказывается малоэффективным.

В табл. 2 представлены результаты расчетов компрессии для $\sigma_0 = 10^{-3}$ и трех значений U_1.

На рисунках 1 и 2 изображена зависимость мощности пучка от времени, отсчитываемого от центра пучка для U_1 = 120 кВ и трех значений σ_0. Сплошная линия соответствует значению $5 \cdot 10^{-4}$, длинный пунктир - 10^{-3}, короткий пунктир - $1.5 \cdot 10^{-3}$.

На рис. 3 изображена та же зависимость для $\sigma_0 = 10^{-3}$ и трех значений U_1. Сплошная линия соответствует значению 240 кВ, длинный пунктир - 160 кВ, короткий пунктир - 120 кВ.

Результаты численного моделирования подтверждают теоретический расчет: оптимальная величина напряжения основной гармоники ВЧ-поля находится в пределах 120 ÷ 140 кВ.

Таблица 1

σ_0	K	P_{max}, ТВт	$(\Delta p/p)_{max}$
$5 \cdot 10^{-4}$	10	0.5	$8 \cdot 10^{-3}$
$1 \cdot 10^{-3}$	7	0.33	$9 \cdot 10^{-3}$
$1.5 \cdot 10^{-3}$	5	0.27	10^{-2}

Таблица 2

U_1, кВ	K	P_{max}, ТВт	$(\Delta p/p)_{max}$
120	7	0.33	$9 \cdot 10^{-3}$
160	8	0.39	$1 \cdot 10^{-2}$
240	9	0.46	$1.2 \cdot 10^{-2}$

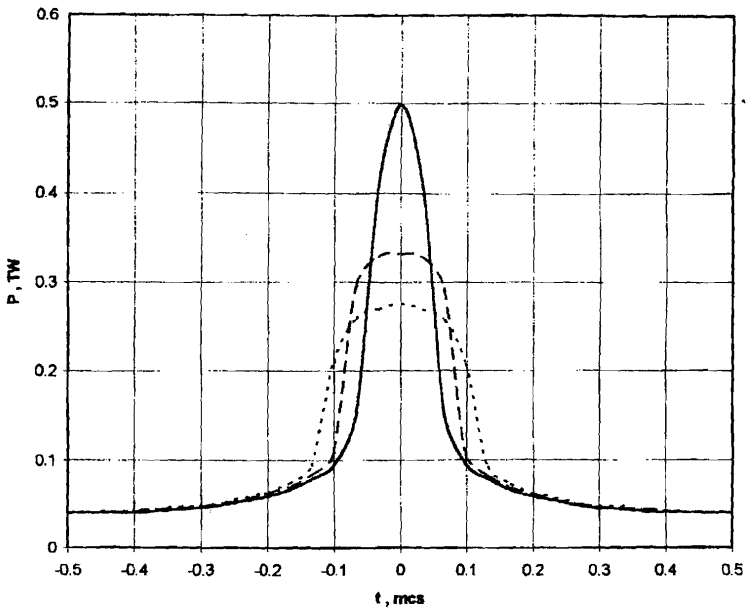

Рис. 1. Зависимость мощности пучка от времени, отсчитываемого от центра пучка для U_1=120 кВ и трех значений σ_0; сплошная линия для $5\cdot10^{-4}$, длинный пунктир - 10^{-3}, короткий пунктир - $1.5\cdot10^{-3}$.

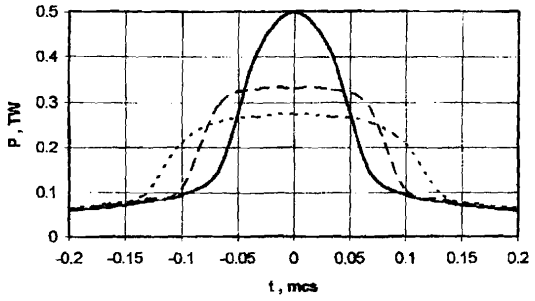

Рис. 2. Зависимость мощности пучка от времени, отсчитываемого от центра пучка для U_1=120 кВ и трех значений σ_0; сплошная линия для $5\cdot10^{-4}$, длинный пунктир - 10^{-3}, короткий пунктир - $1.5\cdot10^{-3}$.

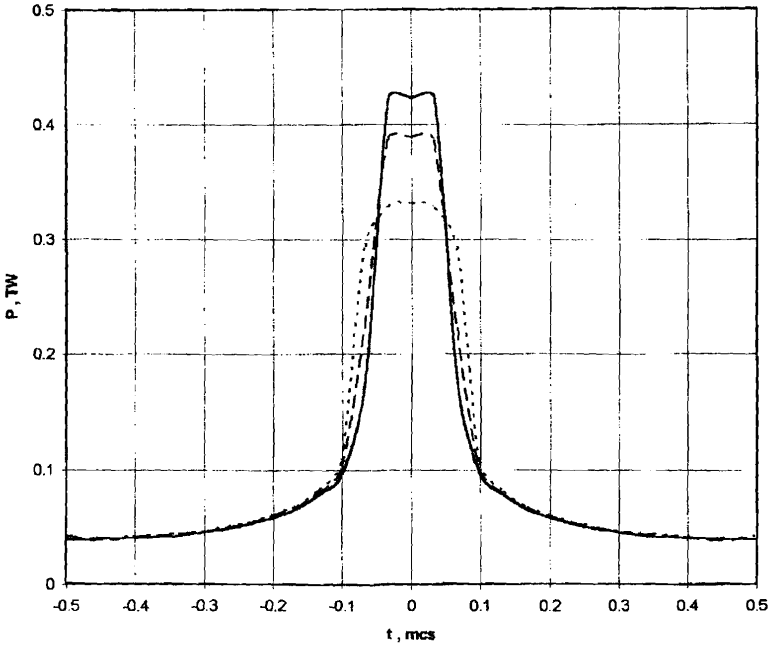

Рис. 3. Зависимость мощности пучка от времени, отсчитываемого от центра пучка для $\sigma_0 = 10^{-3}$ и трех значений U_1; сплошная линия соответствует значению 240 кВ, длинный пунктир - 160 кВ, короткий пунк- тир - 120 кВ.