

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРОВ МНОГОКРАТНОГО МАЛОУГЛОВОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ: Препринт ИТЭФ 16-98/**Ю.Г.Абов, Д.С.Девисов и др. - М., 1998 - 16с.**

Проведено теоретическое и экспериментальное исследование асимптотического поведения спектров при больших значениях вектора рассеяния для случая упругого многократного малоуглового рассеяния нейтронов (МУРН). Получено разложение спектра по величине обратного переданного импульса с учетом влияния инструментальной линии. Показано, что главный член разложения с точностью до коэффициента совпадает с усредненным по статистическому ансамблю частиц дифференциальным сечением однократного рассеяния, а также вычислены несколько следующих членов разложения и определена область применимости полученных выражений. С помощью двухкристального нейтронного спектрометра измерена асимптотика спектра многократного МУРН на образцах ВТСП-керамики, Fe-Ni и порошке Al. Проведен анализ соответствия экспериментальных результатов и теоретических предсказаний.

Theoretical and experimental investigation of spectrum asymptotics at large values of scattering vector in the case of elastic multiple small-angle neutron scattering (SANS) is carried out. We expand spectrum into a series of inverse scattering angle and take into account effect of instrumental line. We show that the main term of expansion coincides up to a factor with the averaged over statistical ensemble of particles differential cross section. Several next terms are calculated and domain of applicability of obtained expressions is estimated. Asymptotics of spectrum of multiple SANS is measured at specimens of HTSC-ceramics, Fe-Ni and Al powder by using two-crystal neutron spectrometer. We analyze the correspondence of experimental results and theoretical predictions.

Список лит. - 18 назим.

© Институт теоретической и экспериментальной физики, 1998

1. ВВЕДЕНИЕ

Известно, что наиболее детальную информацию из данных по упругому малоугловому рассеянию нейтронов (МУРН) [1,2] можно получить при выполнении условия $z \ll L$, где z – толщина исследуемого образца, а L – длина свободного пробега в нем. Распределения интенсивности (спектр) рассеянного излучения $I(q)$, где $q = |\mathbf{k} - \mathbf{k}_0|$ – вектор рассеяния, а \mathbf{k} , \mathbf{k}_0 – волновые векторы рассеянного и падающего излучения соответственно, измеряют в возможно более широком диапазоне. При этом удается определить не только характерный размер R и концентрацию n , но, в некоторых случаях, даже форму и детали внутренней структуры единичного рассеивающего центра [1,2].

При исследовании рассеяния на очень малые углы наивысшее разрешение достигается в схеме типа Бонзе-Харта с двухкристальным спектрометром [1] благодаря узости его инструментальной линии. Однако крыло этой линии убывает как $1/q^2$ (см., например, [3]), что заметно медленнее, чем типичная для МУРН асимптотика Дебая-Буше-Порода $1/q^4$ (в данной схеме опыта $1/q^3$, см. ниже). Это приводит к необходимости использования толстых образцов ($z > L$) и учета эффектов многократного рассеяния. С другой стороны, часто невозможно изготовить достаточно тонкие образцы, например, при необходимости сохранения их целостности. В таком случае рассеяние является, как правило, многократным.

В сложившейся практике [4-9] анализа спектров МУРН при $z \gg L$ для получения параметров, характеризующих рассеивающую систему, обычно используют зависимости $\omega(z)$, где ω – ширина на половине высоты распределений интенсивности МУРН – $I(q, z)$, измеренных для нескольких образцов с различными толщинами z . При этом, как правило, не интересуются асимптотикой больших q для распределений $I(q, z)$, несмотря на то, что важность таких исследований отмечалась еще в работе [9], а из общей теории случайных блужданий [10] следует, что эта асимптотика в однократном и многократном случаях носит сходный характер.

Таким образом, в исследованиях МУРН до сих пор нет обстоятельного анализа асимптотики больших q для многократного рассеяния. На заполнение этого пробела и направлена данная работа. В теоретической части, опираясь на

результаты статей [9,10], мы показали, что при больших значениях q поведение $I(q, z)$ с точностью до коэффициента совпадает с поведением усредненного по статистическому ансамблю рассеивателей дифференциального сечения рассеяния $\langle \sigma(q) \rangle$ при $q \gg R^{-1}$, где знак $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по возможным ориентациям и отклонениям от средних форм и размеров. Наиболее детально рассмотрен случай, когда крыло линии рассеяния $\sim q^{-4}$. Основываясь на этом, в экспериментальной части работы изучались формы границ неоднородностей в образцах ферромагнитного сплава Fe-Ni, ВТСП-керамики $YBa_2Cu_3O_{7.8}$ и порошка Al.

2. ТЕОРИЯ.

Малоугловое упругое рассеяние нейтронов является рассеянием вперед, т.к. приводит лишь к небольшому изменению направления движения нейтрона. При условии, что длина свободного пробега нейтрона много больше размеров рассеивателей и длины волны, можно считать, что каждый следующий акт рассеяния нейтрона происходит на новой случайной конфигурации рассеивающих центров. Поэтому распространение нейтронов описывается уравнением:

$$\frac{dP(\mathbf{k}, z)}{dz} = - \int d^3 k' [W(\mathbf{k}', \mathbf{k})P(\mathbf{k}, z) - W(\mathbf{k}, \mathbf{k}')P(\mathbf{k}', z)], \quad P(\mathbf{k}, 0) = \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}_0), \quad (1)$$

где $P(\mathbf{k}, z)$ – плотность вероятности того, что нейтрон имеет импульс \mathbf{k} на глубине z от поверхности образца. В уравнение (1) входят усредненные по длине свободного пробега скорости переходов (на единицу длины) из состояния с импульсом \mathbf{k} в состояние с импульсом \mathbf{k}' – $W(\mathbf{k}', \mathbf{k})$. Если вещество в среднем однородно, то $W(\mathbf{k}', \mathbf{k})$ является функцией, зависящей только от $k^2 = k'^2$ и разности $\Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}' - \mathbf{k}$. Без перерассеяния нейтронов функция $P(\mathbf{k}, z)$ убывает экспоненциально:

$$\frac{dP(\mathbf{k}, z)}{dz} = -\kappa P(\mathbf{k}, z) \quad ; \quad P(\mathbf{k}, z) = P(\mathbf{k}, 0)e^{-\kappa z} \quad (2)$$

со скоростью $\kappa = \int d^3 k' W(\mathbf{k}', \mathbf{k}) = n\sigma$, где n – плотность рассеивающих центров, $\sigma = \langle \sigma \rangle$ – полное среднее сечение рассеяния на одном центре. Длина свободного пробега нейтрона равна $L = 1/\kappa$.

При рассеянии на малые углы $\frac{\Delta k}{k_0} \ll 1$. Следовательно, можно считать, что $\Delta k \perp k_0$, т.е. импульс изменяется только в плоскости, перпендикулярной направлению движения пучка нейтронов. Поэтому уравнение (1) можно записать в следующей двумерной форме:

$$\frac{dP(\alpha, z)}{dz} = -\kappa \left(P(\alpha, z) - \int \frac{d^2\alpha'}{\sigma_i} \sigma(\alpha - \alpha') P(\alpha', z) \right). \quad (3)$$

Здесь $\alpha = \frac{\mathbf{k} - \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k}_0|} \perp \mathbf{k}_0$, $\sigma_i = \int d^2\alpha \sigma(\alpha)$, $\sigma(\alpha)$ – среднее сечение рассеяния на угол α (двумерный вектор α удобно называть углом рассеяния).

Уравнение (3) является трансляционно инвариантным и может быть диагонализировано преобразованием Фурье. Переходя в фурье-представление, получим:

$$\frac{dP(\mathbf{u}, z)}{dz} = -\kappa \left(P(\mathbf{u}, z) - \frac{\sigma(\mathbf{u})}{\sigma_i} P(\mathbf{u}, z) \right), \quad P(\mathbf{u}, 0) = 1, \quad (4)$$

где $\sigma(\mathbf{u}) = \int d^2\alpha \exp(-i\mathbf{u}\alpha) \sigma(\alpha)$, причем $\sigma(0) = \sigma_i$. Решая уравнение (4), находим фурье-образ пропагатора:

$$P(\mathbf{u}, z) = \exp(-\kappa z (\sigma(0) - \sigma(\mathbf{u})) / \sigma_i). \quad (5)$$

В итоге имеем выражение для интенсивности многократного МУРН под углом α для образца толщиной z :

$$P(\alpha, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2\mathbf{u} \exp(i\mathbf{u}\alpha) \exp(-\kappa z (\sigma(0) - \sigma(\mathbf{u})) / \sigma_i). \quad (6)$$

Так как система рассеивателей изотропна, усредненное сечение $\sigma(\alpha)$ зависит только от $|\alpha|$, следовательно, в (6) можно выполнить интегрирование по направлению вектора \mathbf{u} . В результате получается известное интегральное представление:

$$P(\alpha, z) = \frac{1}{2\pi_0} \int_0^\infty \mathbf{u} J_0(\alpha u) \exp \left[-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(u)}{\sigma_i} \right) \right] du. \quad (7)$$

Одной из особенностей двухкристального спектрометра является то, что отклонения нейтронов от первоначального направления регистрируются только в одной (горизонтальной) плоскости. То есть, фактически, в рамках данной методики нейтроны с различными векторами \mathbf{k} имеющими равные проекции на горизонтальную плоскость, не различимы и в результате эксперимента может быть получено лишь некоторое усредненное по вертикальной расходимости

пучка распределение. Следовательно, выражение (6) для интенсивности $P(\alpha_x, \alpha_y)$ должно быть проинтегрировано по α_y . Так как вертикальный размер окна детектора много больше характерной ширины пучка, пределы интегрирования можно положить бесконечными (подробное обсуждение приведено в экспериментальной части). Кроме того, для получения наблюдаемой в эксперименте величины, интенсивность надо свернуть с инструментальной линией. Таким образом, получаем, что нормированная экспериментально наблюдаемая интенсивность нейтронов, рассеянных на угол α_x в горизонтальной плоскости,

$$P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\beta I_0(\beta) \tilde{P}(\alpha_x - \beta, z). \quad (8)$$

$$\text{где } \tilde{P}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha_y P(\alpha_x^2 + \alpha_y^2)^{1/2}, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} du_x e^{iu_x \alpha_x} P(u_x, 0, z). \quad (9)$$

Здесь $I_0(\beta)$ – инструментальная линия, а функции $P(\alpha, z)$ и $P(u_x, u_y, z) = P(\mathbf{u}, z)$ определены формулами (7) и (5) соответственно.

Если $\alpha_x \gg \max(\alpha_s, \alpha_{ins})$, где параметры α_s и α_{ins} характеризуют ширины функций $\tilde{P}(\alpha_x)$ и $I_0(\alpha_x)$ соответственно, то для оценки $P_{\text{exp}}(\alpha_x, z)$ достаточно учесть, что подынтегральное выражение в (8) имеет два острых максимума при $\beta = 0$ и $\beta = \alpha_x$ и что функции $I_0(\alpha_x)$ и $\tilde{P}(\alpha_x, z)$ нормированы на единицу. Поэтому

$$P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = I_0(\alpha_x) + \tilde{P}(\alpha_x, z), \quad \alpha_x \gg \max(\alpha_s, \alpha_{ins}). \quad (10)$$

Для более детального анализа объединим формулы (5), (8) и (9) как

$$P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{du_x}{2\pi} e^{iu_x \alpha_x} \exp\left(-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(u_x)}{\sigma_t}\right)\right) g(\alpha_{ins} | u_x), \quad (11)$$

где $g(\alpha_{ins} | u_x)$ – фурье-образ инструментальной линии. Общее обсуждение инструментальной линии содержится в монографии [3]. Практически достаточно учесть поведение $g(x) = 1 - x + o(x)$ при $x \rightarrow 0$, которое определяется асимптотической $I_0(\alpha_x)$ при больших углах: $I_0(\alpha_x) = \frac{\alpha_{ins}}{\pi \alpha_x^2} + o\left(\frac{1}{\alpha_x^2}\right)$. Для расчета асимптотического поведения интенсивности $P_{\text{exp}}(\alpha_x, z)$ при больших углах достаточно сделать замену $u_x \rightarrow u/\alpha_x$:

$$P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = \frac{1}{\pi \alpha_x} \int_0^{\infty} du \cos u \exp\left(-\kappa z \left(1 - \frac{\sigma(u/\alpha_x)}{\sigma_t}\right)\right) g\left(\alpha_{ins} \frac{u}{\alpha_x}\right), \quad (12)$$

разложить подынтегральное выражение по малому параметру u/α_x и произвести почленное интегрирование.

При рассеянии на частицах с резкой ступенчатой границей (т.е. при $\alpha k_0 l_\Gamma \ll 1$, где l_Γ – толщина границы) $\sigma(\alpha) \sim \frac{1}{|\alpha|^4}$ при $|\alpha| \gg \alpha_c$, где α_c – характерный угол рассеяния [1,11,12]. В работе [9] рассмотрено сечение однократного рассеяния на сфере. Однако выражение для сечения рассеяния на телах произвольной формы неизвестно. Поэтому целесообразно рассмотреть функцию достаточно общего вида, которой может быть аппроксимировано сечение однократного рассеяния:

$$\sigma(\alpha) = \frac{\sigma_0 \alpha_1^2 \alpha_2^2}{(\alpha^2 + \alpha_1^2)(\alpha^2 + \alpha_2^2)} + \sigma_G \exp\left(-\frac{\alpha^2}{a^2}\right) \quad (13)$$

с пятью свободными параметрами $\sigma_0, \alpha_1, \alpha_2, \sigma_G, a$. Для соответствия подгоночного $\sigma(\alpha)$, определяемого (13), реальному сечению рассеяния можно потребовать равенства сечений при $\alpha = 0$, их асимптотик при $\alpha \rightarrow \infty$, интегралов от $\sigma(\alpha)$ и наложить еще два дополнительных условия. Производя преобразование Фурье, получаем:

$$\sigma(u) = \frac{2\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} (K_0(\alpha_1 u) - K_0(\alpha_2 u)) + \pi\sigma_G a^2 \exp\left(-\frac{a^2 u^2}{4}\right), \quad (14)$$

где $u = |u|$, а $K_0(x)$ – функция Макдональда. Из формулы (14) следует, что при малых u/α_x :

$$\begin{aligned} \sigma_x - \sigma\left(\frac{u}{\alpha_x}\right) &= \frac{\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} \left[\frac{(u\alpha_1)^2}{2\alpha_x^2} \ln \frac{u\alpha_1}{2\alpha_x} - \frac{(u\alpha_2)^2}{2\alpha_x^2} \ln \frac{u\alpha_2}{2\alpha_x} \right] + \\ &+ \frac{\pi u^2}{2\alpha_x^2} \left[(1-\gamma)\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2 + \frac{\sigma_G a^4}{2} \right] + \frac{\pi\sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2}{\alpha_2^2 - \alpha_1^2} \left[\frac{(u\alpha_1)^4}{32\alpha_x^4} \ln \frac{u\alpha_1}{2\alpha_x} - \frac{(u\alpha_2)^4}{32\alpha_x^4} \ln \frac{u\alpha_2}{2\alpha_x} \right] + \\ &+ \frac{\pi u^4}{32\alpha_x^4} \left[\left(\frac{3}{2} - \gamma\right) \sigma_0\alpha_1^2\alpha_2^2 (\alpha_1^2 + \alpha_2^2) - \sigma_G a^6 \right] \end{aligned} \quad (15)$$

где $\gamma = 0.577$ – константа Эйлера. Вводя удобную для представления ответа параметризацию: $\alpha_0^2 = \alpha_1\alpha_2$, $\xi = \ln(\alpha_1/\alpha_2)$, учитывая в (12) три первых члена в разложении экспоненты и два в разложении $g(u)$ и почленно интегрируя, получаем:

$$\begin{aligned}
P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = & \frac{\kappa z \alpha_0^2}{8\alpha_x^3} \varphi(\xi) + I_0(\alpha_x) + \frac{\kappa z \alpha_{\text{ins}} \alpha_0^2}{4\pi \alpha_x^4} \varphi(\xi) \left(3 \ln \frac{2\alpha_x}{\alpha_0} - \frac{5}{2} + \frac{\sigma_G a^4}{2\sigma_0 \alpha_0^4} \right) - \\
& - \frac{3\kappa z \alpha_{\text{ins}} \alpha_0^2}{4\pi \alpha_x^4} \psi(\xi) + \frac{\kappa^2 z^2 \alpha_0^4}{16\alpha_x^5} \varphi^2(\xi) \left(3 \ln \frac{2\alpha_x}{\alpha_0} - \frac{13}{4} + \frac{3\sigma_G a^4}{2\sigma_0 \alpha_0^4} \right) - \\
& - \frac{3\kappa^2 z^2 \alpha_0^4}{16\alpha_x^5} \varphi(\xi) \psi(\xi) - \frac{3\kappa z \alpha_0^4}{32\alpha_x^5} \varphi(\xi) \psi(\xi),
\end{aligned} \tag{16}$$

$$\text{где } \varphi(\xi) = \frac{4\text{sh}\xi}{\xi}, \quad \psi(\xi) = 2\text{ch}\xi.$$

Здесь при расчете второго слагаемого использовано точное выражение $g(u)$ и опущены члены более высокого, чем $1/\alpha_x^5$, порядка по α_x .

Рассмотрим случай, когда ширина инструментальной линии мала: $\alpha_{\text{ins}} \ll \alpha_0$. Тогда первый член в (16) является главным при $\alpha < \alpha_m$, где $\alpha_m = \pi \kappa \alpha_0^2 / (2\alpha_{\text{ins}}) \gg \alpha_0$, т.е. в этой области $P_{\text{exp}}(\alpha_x, z)$ убывает как $1/\alpha_x^3$. Таким образом, главный член асимптотики многократного МУРН определяется поведением сечения однократного рассеяния при больших углах, что отмечалось ранее в работе [13]. Предасимптотические члены разложения $P_{\text{exp}}(\alpha_x, z)$ (3–7 слагаемые в (16)) приводят к увеличению скорости спада $P_{\text{exp}}(\alpha_x, z)$ с ростом толщины образца.

Рассмотрим отдельно сечение однократного рассеяния на сфере в случае дифракции. В борновском приближении:

$$\sigma_B(\alpha) = \sigma_0 \frac{(\sin(\alpha/\alpha_c) - \alpha/\alpha_c \cos(\alpha/\alpha_c))^2}{(\alpha/\alpha_c)^6}, \tag{17}$$

где $\alpha_c = 1/(k_0 r_0)$, k_0 – начальный импульс нейтрона, r_0 – радиус взаимодействия. Чтобы найти поведение фурье-образа $\sigma_B(u)$ при малых u , добавим к $\sigma_B(\alpha)$ и вычтем функцию $\sigma_L(\alpha) = \frac{\sigma_0 \alpha_c^4}{2(\alpha^2 + \alpha_c^2)^2}$, чья асимптотика совпадает с асимптотикой усредненного по периоду осцилляций $\sigma_B(\alpha)$. Асимптотика $\sigma_L(u)$ при малых u следует из (15), а $\sigma_B(\alpha) - \sigma_L(\alpha)$ убывает быстрее, чем $1/\alpha^4$, и два первых члена разложения можно найти интегрированием членов порядка $\sim u^0$ и $\sim u^2$ подынтегрального выражения. Отсюда находим поведение фурье-образа сечения в борновском приближении при малых u :

$$\sigma_B(u) = \frac{\pi \sigma_0 \alpha_c^2}{2} + \frac{\pi \sigma_0 \alpha_c^4 u^2}{4} \ln \frac{\alpha_c u}{4}. \tag{18}$$

Аналогично формуле (16) получаем:

$$P_{\text{exp}}(\alpha_x, z) = \frac{\kappa z \alpha_c^2}{2\alpha_x^3} + I_0(\alpha_x) + \frac{\kappa z \alpha_{\text{ин}} \alpha_c^2}{2\pi \alpha_x^4} \left(6 \ln \frac{4\alpha_x}{\alpha_c} + 6\gamma - 11 \right) + \frac{3\kappa^2 z^2 \alpha_c^4}{\alpha_x^5} \left(\ln \frac{4\alpha_x}{\alpha_c} + \gamma - \frac{25}{12} \right) \quad (19)$$

Видно, что для данной асимптотики верны все замечания, сделанные относительно формулы (16).

3. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились на универсальном нейтронном дифрактометре с двойной монохроматизацией пучка [14], на котором в качестве спектрометрической пары были установлены совершенные кристаллы Ge, ориентированные по плоскости (1,1,1), в параллельной позиции (см. рис. 1а). Измеренная ширина инструментальной кривой $I_0(\alpha_x)$ (α_x – угол поворота анализатора и $\alpha_x = 0$ при точном брэгговском положении анализатора по отношению к падающему пучку) при рабочей длине волны нейтронов $\lambda_0 = 1,75 \text{ \AA}$ составляла $\omega_0 = (3,1 \pm 0,2)$ угл.сек (см. рис. 1б), что в пределах погрешности измерений совпадало со значением, рассчитанным из динамической теории дифракции [3]. Регистрация проводилась ^3He -детектором с эффективностью регистрации тепловых нейтронов $\varepsilon \approx 96\%$; фильтрация нейтронов высших порядков отражений с $\lambda_n = \lambda_0/n$ осуществлялась монокристаллическим кварцевым фильтром, толщиной 100 мм, снижающим их содержание в пучке до величины меньшей 1% от основной компоненты. Образцы **О** устанавливались в пространство между кристаллом-монохроматором **М** и кристаллом-анализатором **А** (см.рис.1а). Интенсивность нейтронов, отраженных от кристалла **А**, измерялась внутри углового диапазона, за границами которого детектор **Д** регистрировал лишь фоновые импульсы. Минимальный возможный шаг поворота анализатора составлял 0,12 угл.сек.

В выражении (9) интегрирование по α_y производится в бесконечных пределах, т.е. предполагается, что высота окна детектора **Н** достаточна для того, чтобы в него попадал весь рассеянный пучок. В реальных экспериментах предельный угол

$$\alpha_y^0 = \arctg(H/2s) \cong H/2s, \quad (20)$$

где s - расстояние от образца до детектора. В используемом нами дифрактометре $H = 40$ мм, $s = 1200$ мм, при этом $\alpha_y^0 = 0,017$ рад = 57 угл.мин., что типично для

приборов подобного типа. Для всех исследованных образцов ширины спектров многократного МУРН не превышали $\omega_{\max} \approx 2$ угл. мин. $\ll \alpha_y^0$, т.е. можно положить $\alpha_y^0 = \infty$. Необходимо отметить, что при использовании в двухкристальном спектрометре совершенных кристаллов такая ситуация реализуется практически всегда, а при использовании мозаичных кристаллов угловой диапазон малоугловых спектров может превышать α_y^0 , что приводит к дополнительным поправкам при расчете асимптотических зависимостей интенсивности МУРН.

4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ.

На рис.16 приведена инструментальная кривая двухкристального спектрометра на совершенных кристаллах. Аппроксимация ее функцией Лоренца показывает, что асимптотическое поведение описывается как $\frac{1}{\alpha_x^2}$, как и предполагалось в теоретической части работы. На рисунке 3 приведена угловая зависимость интенсивности на крыльях инструментальной кривой. Видно, что в этой области углов $I_0(\alpha_x)$ существенно меньше (примерно на порядок), чем $P_{\text{exp}}(\alpha_x)$.

В случае, если рассеяние происходит на сплошных, однородных по плотности, компактных частицах с резкой границей, справедливо следующее соотношение, полученное в работах Дебая и Буше [11] и Порода [12] (см. также [1]) для интенсивности однократного рассеяния:

$$I^{(1)}(q) = \frac{2\pi}{q^4} \rho^2 S \quad (21)$$

или $\sigma(q) \sim q^{-4}$, которое выполняется для неоднородностей произвольной формы при больших q . Здесь ρ – нейтронооптическая плотность, определяемая составом частиц-рассеивателей и среды, в которой они помещены, S – площадь поверхности частицы. Асимптотика $I^{(1)}(q) \sim q^{-4}$ реализуется также вблизи фазовых переходов в некоторых магнетиках [15]. Отсутствие резкой границы между средой и неоднородностью приводит к более быстрому, чем q^{-4} , спаду интенсивности. Более медленная, чем (21), зависимость возможна вблизи фазовых переходов [9], а также в случае, если рассеиватели имеют фрактальную поверхность [16,17]. Аналогичную информацию, в силу проведенного выше теоретического рассмотрения, должны давать и исследования асимптотических зависимо-

стей интенсивностей многократного МУРН.

На рис. 2 приведены в логарифмическом масштабе результаты измерений, проведенных на образце ВТСП-керамики $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$, характеризующемся наличием пор, размеры которых, согласно [8], составляют около 3 мкм, а также данные опыта по рассеянию на образце порошка Al толщиной $z=5,5$ мм со средним размером гранул $2R \approx 9,5$ мкм, определенным в [7]. Сплошной линией на рисунке показан результат совместной аппроксимации (проведенной методом наименьших квадратов) экспериментальных данных функцией $\frac{c_1}{\alpha_x^2} + \frac{c_2}{\alpha_x^\delta}$ и инструментальной кривой функцией $\frac{c_1}{\alpha_x^2}$. Как видно, асимптотическая зависимость второго слагаемого, соответствующего образцу, хорошо описывается законом α_x^{-3} , что находится в согласии с формулами (16),(19). В работе [17] проводилось исследование малоуглового рассеяния нейтронов на тех же образцах ВТСП-керамики и для сечения было получено $\sigma(q) \sim q^{-n}$, где $n = 3,85 \pm 0,1$. Наши данные, полученные с большей статистикой, более убедительно свидетельствуют о том, что рассеяние происходит на компактных неоднородностях с резкой границей.

На рис. 3 показаны, также как и на рис. 2 в логарифмическом масштабе, результаты экспериментов, проведенных на образцах различной толщины, изготовленных из сплава $Fe-Ni$ – ферромагнетика, характеризующегося наличием неупорядоченной доменной структуры. Размеры доменов, согласно работе [6], составляют около 8 мкм. Совместная подгонка экспериментальных данных и инструментальной линии на основе формулы (16) (с $\xi = 1$ и без учета гауссова члена) по методу наименьших квадратов дает большую величину среднеквадратичного отклонения ($\frac{\chi^2}{n-m-1} \approx \frac{390}{64}$ при общем числе экспериментальных точек n , равном 71 и числе подгоночных параметров $m = 6$). Здесь при расчете погрешностей экспериментальных точек учитывалось, что согласно [18] статистика отсчетов на нашей установке несколько отличается от пуассоновой и имеет дисперсию $\sigma^2 = 1,4\bar{I}$, где \bar{I} – средняя интенсивность (для данного α_x). Известные отношения толщин включались в подгонку как две добавочные точки со своими ошибками. Совместная подгонка данных функциями вида $\frac{c_1}{\alpha_x^2} + \frac{c_2}{\alpha_x^\delta}$, где для разных образцов берется одно δ , а отношение коэффициентов c_2 равно от-

ношению толщин, дает $\delta = 2,91(0,04)$ при $\frac{\chi^2}{n-m-1} \approx \frac{145}{65}$. Лишь при использовании функции более общего вида: $\frac{c_1}{\alpha_x^2} + \frac{c_2}{\alpha_x^\delta}$, где значения δ различны для трех образцов, получается удовлетворительное значение $\frac{\chi^2}{n-m-1} = \frac{76}{63}$ с показателем степени асимптотической зависимости δ меньше 3 для всех образцов. При этом δ увеличивается с ростом толщины образца, что находится в согласии с формулами (16), (19) и отвечает вкладу преасимптотических членов разложения больших углов. Однако величина δ , меньшая 3, не получается при независимом рассеянии нейтронов на компактных неоднородностях с резкой границей. Наблюдаемое отличие также нельзя объяснить конечной толщиной стенки доменов, так как учет этого обстоятельства приводит к росту δ .

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

В работе рассмотрен метод анализа неоднородностей среды на основе измерения асимптотики больших q интенсивности многократного МУРН $I(q, z)$. С помощью двухкристального нейтронного спектрометра исследовались образцы ВТСП-керамики состава $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$ ферромагнитного сплава Fe-Ni и порошка Al. Экспериментальные данные для ВТСП-керамики и Al хорошо описываются асимптотическим приближением α_x^{-3} , что соответствует закону Дебая-Буше-Порода q^{-4} . Из этого следует, что неоднородности в этих веществах имеют ступенчатую нефрактальную границу. Аналогичное исследование, проведенное для образцов ферромагнетика $FeNi$, показало более медленное, чем α_x^{-3} , убывание интенсивности МУРН.

Таким образом, проведенное теоретическое рассмотрение удовлетворительно описывает экспериментально наблюдаемое поведение интенсивности многократного рассеяния для образцов Al и ВТСП-керамики, но не объясняет более медленное, чем $1/\alpha_x^3$ убывание интенсивности для $FeNi$ образцов. Вероятно, это обусловлено тем, что, как следует из экспериментальных данных, для образцов $FeNi$ отношение длины свободного пробега нейтрона к размеру рассеивателей (доменов) существенно меньше, чем для Al и ВТСП-керамики. Следовательно, описание рассеяния на образцах $FeNi$ должно опираться на уравнения, учитывающие корреляции последовательных актов рассеяния нейтрона.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 96-02-17771-а) и Академического Фонда «Фундаментальная ядерная физика» (проект 1.3.5.-01).

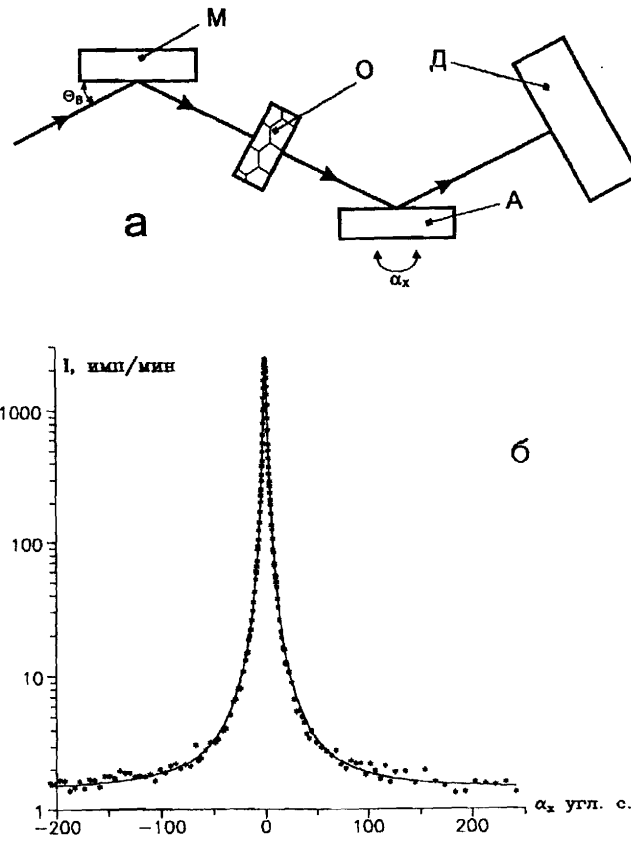


Рис. 1. Двухкристальная методика проведения опытов по малоугловому рассеянию нейтронов: а) схема двухкристального спектрометра на совершенных кристаллах, где М - кристалл-монокроматор, А - кристалл - анализатор, Д - детектор, О - образец, Θ_B - угол Брэгга, α_x - угловое отклонение анализатора от положения, параллельного монокроматору; б) инструментальная кривая двухкристального спектрометра (точки), измеренная при отсутствии образца при $\lambda_0 = 1,75 \text{ \AA}$ и ее аппроксимация по МНК лоренцевой функцией.

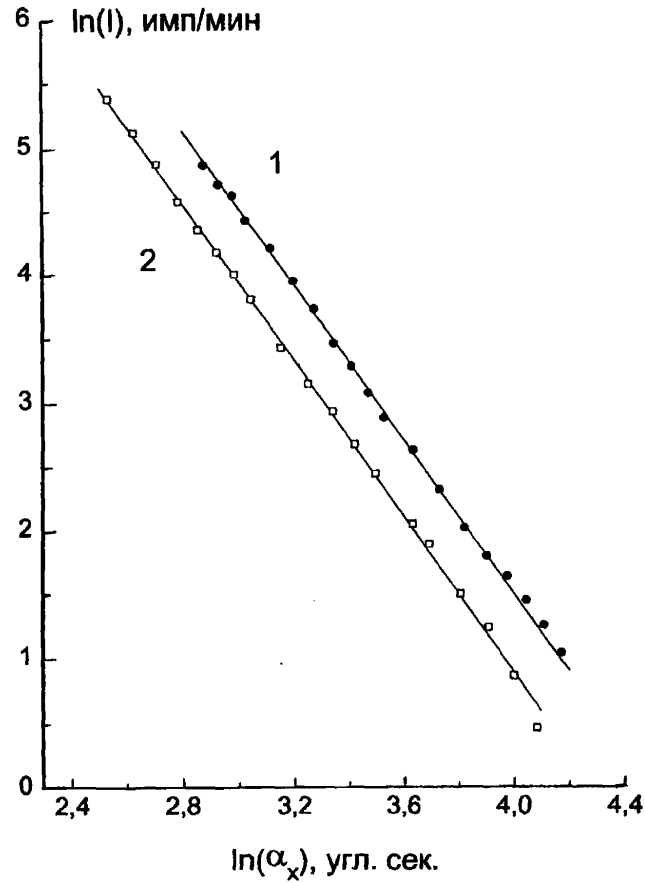


Рис. 2. Асимптотическая зависимость интенсивности I рассеянных нейтронов от угла α_x поворота кристалла-анализатора, представленная в логарифмическом масштабе, δ – показатель степени:

1 - образец порошка Al со средним размером гранул $2R=9,5$ мкм и толщиной $z = 5,5$ мм, $\delta = 3,02$ (0,03);

2 - образец ВТСП керамики $z = 1,69$ мм, средний размер пор 3 мкм, $\delta = 3,04$ (0,03).

Сплошной линией обозначен результат подгонки по МНК.

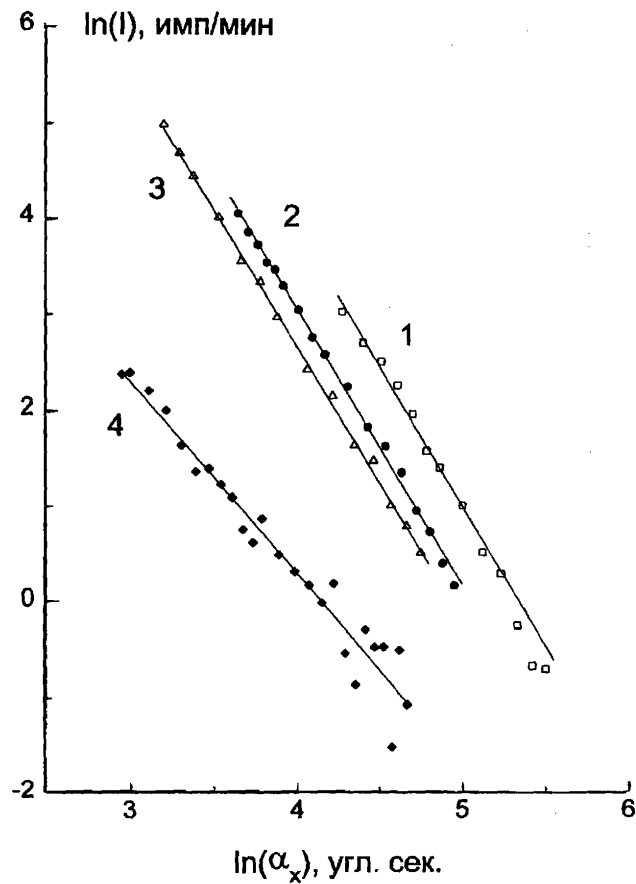


Рис. 3. Асимптотическая зависимость интенсивности I рассеянных нейтронов от угла α_x поворота кристалла-анализатора для образцов сплава Fe-Ni, представленная в логарифмическом масштабе, δ – показатель степени:

- 1 - образец толщиной $z = 7,0 (0,1)$ мм, $\delta = 2,93 (0,03)$;
- 2 - образец толщиной $z = 2,0 (0,1)$ мм, $\delta = 2,89 (0,03)$;
- 3 - образец толщиной $z = 1,0 (0,1)$ мм, $\delta = 2,85 (0,03)$;
- 4 - инструментальная линия

Сплошной линией обозначен результат подгонки по МНК.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Свергун Д.И., Фейгин Л.А. Рентгеновское и нейтронное малоугловое рассеяние. М.: Наука, 1986.
 2. Остаевич Ю.М., Сердюк И.Н. // УФН 1983, т.137, с.85.
 3. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика, М.: Наука, 1982.
 4. Dexter D.L., Veeman W.W. // Phys.Rev. 1949, v.76, p.1782.
 5. Weiss R.J. // Phys.Rev. 1951, v.83, p.380 – 390.
 6. Шильштейн С.Ш., Соменков В.А., Каланов М., Елютин Н.О. // ФТТ 1976, т.18, с.3231 – 3239.
 7. Смирнов Ю.И., Пекшев А.О., Эйдлин А.О. и др. // ФТТ 1991, т.33, с.2273 – 2279.
 8. Абов Ю.Г., Смирнов Ю.И., Денисов Д.С. и др. // ФТТ 1992 т.34, с.1408 – 1417.
 9. Малеев С.В., Топерверг Б.П. // ЖЭТФ 1980, т.78, 315 – 330.
 10. Джепаров Ф.С. // ЖЭТФ 1991, т.99, с.982-1012.
 11. Debye P., Bueche A.M.J. // J. Appl. Phys. 1949, v.20, p.518-525.
 12. Porod G. // Kolloid. Z. 1951, V.124, p.83-114.
 13. Maleyev S.V., Pomortsev R.V., Skryabin Yu.N. // Phys.Rev.B 1994, v.50, p.7133-7135.
 14. Абов Ю.Г., Елютин Н.О., Денисов Д.С. и др. // ПТЭ 1994, №6, с.67-79.
 15. G.Glaettli, Лекция на 26 Зимней школе ИТЭФ, М., 1998
 16. Валиев Э.З., Богданов С.Г., Дорофеев Ю.А. и др. // ЖЭТФ 1991, т.100, с.1000-1007.
 17. Окорочков А.И., Рунов В.В., Третьяков А.Д. и др. // ЖЭТФ 1991, т.100, с.257-272.
 18. Красников А.В., Денисов Д.С., Елютин Н.О. и др. // ПТЭ 1991, №2, с.82-85 .
-