28

Институт теоретической и экспериментальной физики

FERMILAB
AUG 15 2000
LIBRARY

13 -00

ITEP-13-00

А.Б. Кайдалов, Л.А. Кондратюк, Д.В. Чекин

Электромагнитные формфакторы нуклона и пиона при положительных и отрицательных q^2 в модели кварк-глюнных струн

Fermilab Library
0 1160 0069650 4

NAME

Москва 2000

УДК 530.I М-I6

ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ФОРМФАКТОРЫ НУКЛОНА И ПИОНА ПРИ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ q^2 В МОДЕЛИ КВАРК-ГЛЮОННЫХ СТРУН: Препринт ИТЭФ I3-00/

А.Б.Кайдалов, Л.А Кондратюк, Д.В.Чекин - М., 2000 - 28с.

Пионные и нуклонные электромагнитные формфакторы рассмотрены в рамках модели кварк-глюонной струны, где q^2-зависимость адронных формфакторов определяется пересечением соответствующих реджевских траекторий и судаковским формфактором. Аналитические выражения для формфакторов, найденные во времениподобной области, допускают продолжение в пространственноподобную область. Получено хорошее согласие с экспериментальными данными для пионного и нуклонного формфакторов как для положительных, так и для отрицательных q^2. Показано, что различие в модуле пионного и нуклонных формфакторов $F_\pi(q^2)$, $G_m(q^2)$ и $F_2(q^2)$ при положительных и отрицательных q^2 связано с аналитическими свойствами дваждылогарифмического члена в экспоненте судаковского формфактора. Предложенная в данной работе спиновая структура амплитуд переходов кварков в адроны позволяет также неплохо описать имеющиеся экспериментальные данные по формфактору Паули F_2 и отношению G_e/G_m.

The electromagnetic form factors of pion and nucleon are considered within the framework of the Quark-Gluon Strings Model, where the dependence of the form factors on q^2 is determined by the intercept of the appropriate Regge trajectories and Sudakov form factor. The analytical expressions for the form factors found in the time-like region can be directly continued to the space-like region. Good agreement with available experimental data on the pion and magnetic and Pauli nucleon form factor is obtained at positive and negative q^2. It is shown that the difference in F_π and G_M at positive and negative values of q^2 is mainly related to the behavior of the doubly logarithmic term in the exponent of Sudakov form factor. The proposed in the model spin structures of fragmentation quarks-to-hadrons amplitudes provides good agreement with existing experimental data on the Pauli nucleon form factor F_2 and the ratio G_e/G_m.

Рис. - 8, список лит. - 45 наим.

© **Институт теоретической и экспериментальной физики, 2000**

1. Введение

Хорошо известно, что при больших переданных импульсах $|q^2| \gg M^2$ (M - масса нуклона) зарядовый и магнитный формфакторы нуклона могут быть с хорошей точностью аппроксимированы дипольной формулой $|G_{e,m}(q^2)| \sim 1/|q^2|^2$ (см. обзор [1]). Для формфакторов Паули данная зависимость приобретает вид $|F_1(q^2)| \sim 1/|q^2|^2$, $|F_2(q^2)| \sim 1/|q^2|^3$. Экспериментальные данные [2, 3] также указывают на то, что при больших $|q^2|$ модуль нуклонного формфактора $G_m(q^2)$ во времениподобной области приблизительно в 2 раза больше, чем в пространственноподобной области: $|G_m(q^2)| \sim c_1/|q^2|^2$ для $q^2 > 0$, $|G_m(q^2)| \sim c_2/|q^2|^2$ для $q^2 < 0$, $c_1 \simeq 2c_2$ (см. обзор [3] и приведенные там ссылки).

Имеющиеся экспериментальные данные о пионном формфакторе могут быть описаны аналогично степенной формулой $F_\pi(q^2) \sim c_\pi/q^2$. Во времениподобной области модуль пионного формфактора $|F_\pi(q^2)|$, по-видимому, также в 2 раза больше, чем в пространственноподобной области (см. [3]).

Что касается теоретических работ, то имеет место консенсус: при асимптотически больших переданных импульсах q^2 правильное описание формфакторов дает модель "жесткого" рассеяния (МЖР), основанная на предположении о факторизации мягких и жестких вкладов, которая воспроизводит q^2-зависимость (см. [4] и приведенные там ссылки). Тем не менее существует вопрос, можно ли применить этот подход, основанный на теории возмущений КХД, в области имеющихся экспериментальных данных при $q^2 \leq 30$ ГэВ^2 (см. [5, 6, 7, 8]). В последние несколько лет была предложена модифицированная МЖР, учитывающая зависимость волновой функции адрона от $\mathbf{k}_\perp$ и включающая различные параметризации судаковского формфактора (см. [9, 10, 11, 12]). В рамках такого модифицированного подхода оказывается возможным проводить самосогласованное вычисление пертурбативных вкладов в формфакторы даже при сравнительно небольших квадратах переданного импульса $q^2 \approx$ 2-3 ГэВ^2. Эти вычисления также продемонстрировали, что пертурбативный вклад в формфакторы в этой области слишком мал, чтобы описать экспериментальные данные (см. [13, 14, 15]). Анализ последних работ, в которых производилось вычисление электромагнитных формфакторов на основе теории возмущений КХД (см. обзор [16]), демонстрирует, что нормировка формфакторов не может быть предсказана в рамках вычислений в лидирующем порядке по константе сильной связи α_s. Этот результат означает, что при вычислении формфакторов важны непертурбативные (или мягкие) вклады.

Непертурбативный подход к описанию адронных формфакторов при конечных q^2, основанный на кварк-глюонной струнной модели (МКГС) [17], был предложен в [18]. Ранее МКГС применялась в работах [19, 20] для описания "мягких" взаимодействий адронов при больших энергиях s. МКГС использует идеи топологического $1/N$-разложения [21,

22, 23, 24] и модель цветной трубки [25, 26, 27, 28]. МКГС может рассматриваться как микроскопическая модель, описывающая редже-феноменологию в терминах кварковых степеней свободы; с ее помощью оказывается возможным связать многие мягкие адронные реакции. В рамках МКГС зависимость адронных формфакторов от q^2 определяется двумя факторами [18]: 1) пересечением мезонных и барионных траекторий Редже; 2) судаковским формфактором.

В настоящей работе показано, что различие в моделях адронных формфакторов при положительных и отрицательных q^2 естественно объясняется в МКГС аналитической зависимостью от q^2 судаковского формфактора. Модель также обобщена с целью учета спиновых переменных. Это делается путем введения амплитуд переходов кварков в адроны $T^{q\bar{q}\to h\bar{h}}$ и адронов в кварки $T^{h\bar{h}\to q\bar{q}}$. Ранее спиновые эффекты в МКГС обсуждались в работах [29] и [18]. Метод, предложенный в настоящей работе, существенно отличается от подхода работы [29]. Введение спиновых переменных позволяет разделить формфакторы нуклона F_1 и F_2, а также доказать дополнительное подавление пионного формфактора в МКГС при больших q^2, связанное с сохранением киральности.

Вывод формул проводится во времениподобной области. Однако поскольку результат представляется в виде аналитических выражений, полученные формулы для формфакторов могут быть аналитически продолжены в пространственноподобную область. Различие в модулях адронных формфакторов при положительных и отрицательных q^2 объясняется в этой модели аналитической зависимостью дваждылогарифмического члена в экспоненте судаковского формфактора.

В разд. 2 приводятся основные положения МКГС. Рассматриваются амплитуды перехода кварк антикварк в нуклон антинуклон, $A^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(s,t)$, и в пару $\pi^+\pi^-$, $A^{q\bar{q},\to\pi^+\pi^-}(s,t)$, и находится асимптотика этих амплитуд при больших s и конечных t. Получены аналитические выражения для матричных элементов переходов $\gamma\to N\bar{N}$ и $\gamma\to\pi^+\pi^-$ при $|s|\gg M^2$, $|t|\leq M^2$, которые определяются как свертка амплитуд переходов $\gamma\to q\bar{q}$ и $q\bar{q}\to h\bar{h}$ в импульсном представлении или как произведение этих амплитуд в представлении прицельного параметра. В разд. 3 определяется спиновая структура амплитуд $T^{q\bar{q}\to N\bar{N}}$, $T^{q\bar{q}\to\pi^+\pi^-}$ и получаются выражения для пионного формфактора $F_\pi(s)$, а также для зарядового $G_e(s)$ и магнитного $G_m(s)$ нуклонных форм факторов. В разд. 4 рассматривается эффект подавления амплитуд переходов $\gamma\to N\bar{N}$ и $\gamma\to\pi^+\pi^-$, описываемый судаковским формфактором. В разд. 5 приведены численные результаты для $G_m(s)$, $G_e(s)$ и $F_\pi(s)$ и проводится сравнение с экспериментальными данными. Содержание работы кратко резюмируется в разд. 6.

2. Модель кварк-глюонных струн. Амплитуда перехода $q\bar{q}\to h\bar{h}$ в пределе больших s и конечных t

Рассмотрим бинарные реакции $\pi^+\pi^-\to\pi^0\pi^0$, $\pi^+\pi^-\to N\bar{N}$ и $p\bar{p}\to N\bar{N}$, которые при больших s и конечных t могут быть описаны планарными диаграммами с обменом валентными кварками в t-канале. На диаграммах, приведенных на рис. 1a) – c), сплошными линиями обозначены валентные кварки и дикварки; при этом обмены мягкими глюонами не показаны. В соответствии с топологическим $1/N_f$-разложением (ТР) [18, 22] эти планарные диаграммы доминируют при $N_f\gg 1$ и $N_c/N_f\sim 1$. В случае нуклонных и пионных реакций основную роль играют обмены легкими u-,d-,s-кварками и параметр разложе-

ния оказывается не слишком мал: $1/N_f = 1/3$. Тем не менее для амплитуд эксклюзивных реакций с определенными квантовыми числами в t-канале реальным параметром разложения является $1/N_f^2 \approx 1/10$, а не $1/N_f$ [22]. Каждой планарной диаграмме ТР можно сопоставить пространственно-временную картину, сформулированную в терминах струнной модели или модели цветной трубки [17].

В качестве примера рассмотрим пространственно-временную картину бинарной реакции $\pi^+\pi^- \to \pi^0\pi^0$ (см. рис. 1a)). При высокой энергии в системе центра масс $\sqrt{s}$ реакция происходит, если реализуется редкая конфигурация кварков в каждом пионе, когда в с.ц.м. реакции один кварк (антикварк)-спектатор забирает практически весь импульс адрона, в то время как валентный антикварк (кварк) в этой системе медленный. При такой конфигурации разность быстрот y между активным и спектаторным кварками (кварком и антикварком) в каждом адроне составляет

$$y_q - y_{\bar{q}} \simeq \frac{1}{2}\ln\left(\frac{s}{s_0}\right), \tag{1}$$

где $s_0 \sim 1$ ГэВ^2.

Затем два медленных валентных партона – кварк и антикварк – из каждого пиона π^+ и π^- аннигилируют, в то время как быстрые кварк- и антикварк-спектаторы продолжают движение. По мере разлета быстрых кварков между ними натягивается глюонная струна. Струна эта может разорваться с образованием двухчастичного адронного состояния. Это происходит путем образования из вакуума пары кварков $q\bar{q}$, которые рекомбинируют с соответствующими спектаторными кварками, образуя систему $\pi^0\pi^0$. Такая же пространственно-временная картина описывает и процесс, изображенный на рис. 1b) с тем отличием, что разрыв струны приводит к рождению пары дикварк–антидикварк из вакуума с последующим образованием системы $N\bar{N}$ в конечном состоянии.

Совершенно аналогично график 1c) описывает процесс, в котором начальная пара валентных дикварка (qq) и антидикварка $(\bar{q}\bar{q})$ аннигилирует, приводя к образованию кварк-глюонной струны в промежуточном состоянии. Струна затем рвется, рождая дикварк–антидикварковую пару в конечном состоянии. Аннигиляция начальных $q\bar{q}$ (или $(qq)(\bar{q}\bar{q})$) происходит, если разница быстрот валентных q и $\bar{q}$ (или qq и $(\bar{q}\bar{q})$) мала, $y_i \approx 0$ (оба взаимодействующих партона практически покоятся в с.ц.м.), и относительный прицельный параметр $|\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{0\perp}|$ меньше, чем радиус взаимодействия. Вероятность найти в адроне валентный кварк с быстротой y_q и прицельным параметром $\mathbf{b}_\perp$ имеет вид [18]

$$w\left(y_q - y_0, \mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{0\perp}\right) = \frac{c}{4\pi R^2(s)} \exp\left[-\beta(y_q - y_0) - \frac{(\mathbf{b}_\perp - \mathbf{b}_{0\perp})^2}{4R^2(s)}\right]. \tag{2}$$

Как было показано в [18], параметры β и $R^2(s)$, определяющие плотность распределения кварков в адроне, можно выразить через феноменологические параметры реджевской траектории $\alpha_i(t)$, дающей доминирующий вклад в данную планарную диаграмму. При этом $R^2(s) = R_0^2 + \alpha'(y_q - y_0)$ – квадрат эффективного радиуса взаимодействия, y_0 – быстрота адрона в с.ц.м. реакции, $\mathbf{b}_\perp$ – координата валентного кварка в представлении прицельного параметра, $\alpha' = \alpha'_R(0)$ – наклон доминирующей редже-траектории, а параметр β связан с пересечением траектории Редже при $t = 0$: $\beta = 1 - \alpha_R(0)$.

Пространственно-временная картина бинарной адронной реакции
$ab \to cd$, когда в промежуточном состоянии образуется кварк-глюонная струна (или цветная трубка) приводит к факторизации амплитуд в s-канале. Поскольку образовавшаяся цветная трубка не сохраняет информацию о свойствах начального состояния, вероятность

образования произвольного конечного состояния не зависит от типа проаннигилировавших кварков и структуры начального состояния, а определяется только типом кварков, образующихся при разрыве струны.

Обобщая подход, сформулированный в [19, 20], введем амплитуды $\widetilde{T}^{ab\to q\bar{q}}(s,\mathbf{b}_\perp)$ и $\widetilde{T}^{q\bar{q}\to cd}(s,\mathbf{b}_\perp)$, описывающие формирование и разрыв кварк-глюонной трубки соответственно. Амплитуда бинарной реакции $ab\to cd$, отвечающей графику 1a)-c), может быть записана как произведение амплитуд

$$\widetilde{A}^{ab\to cd}(s,\mathbf{b}_\perp)=\frac{i}{2s}\,\widetilde{T}^{ab\to q\bar{q}}(s,\mathbf{b}_\perp)\,\widetilde{T}^{q\bar{q}\to cd}(s,\mathbf{b}_\perp) \tag{3}$$

в представлении прицельного параметра, либо как свертка двух амплитуд

$$A^{ab\to cd}(s,\mathbf{q}_\perp)=\frac{i}{8\pi^2 s}\int d^2\mathbf{k}_\perp\,T^{ab\to q\bar{q}}(s,\mathbf{k}_\perp)\,T^{q\bar{q}\to cd}(s,\mathbf{q}_\perp-\mathbf{k}_\perp) \tag{4}$$

в импульсном преставлении.

Найдем параметры, входящие в амплитуды $T^{\pi^+\pi^-\to q\bar{q}}(s,\mathbf{k}_\perp)$ и $T^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(s,\mathbf{k}_\perp)$ при асимптотически больших s, что соответствует редже-параметризации адронных амплитуд $A^{\pi^+\pi^-\to\pi^0\pi^0}$, $A^{\pi^-\pi^+\to N\bar{N}}$ и $A^{N\bar{N}\to N\bar{N}}$:

$$\begin{aligned}
A^{\pi^+\pi^-\to\pi^0\pi^0}(s,t)&=N_M\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_M(t)}\exp\left(R^2_{0M}t\right),\\
A^{\pi\bar{\pi}\to N\bar{N}}(s,t)&=N_B\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_B(t)}\exp\left(R^2_{0B}t\right),\\
A^{N\bar{N}\to N\bar{N}}t(s,t)&=N_D\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_D(t)}\exp\left(R^2_{0D}t\right).
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\alpha_M(t)$, $\alpha_B(t)$ и $\alpha_D(t)$ – доминирующие мезонная, барионная и дикварк-антидикварковая редже-траектории, а N_M, N_B и N_D – константы нормировки. Для доминирующих полюсов Редже имеем соотношения

$$\alpha_M(0)\simeq 0.5,\quad \alpha_B(0)\simeq -0.5,\quad \alpha_D(0)\simeq 2\alpha_B(0)-\alpha_M(0)\simeq -1.5, \tag{6}$$

и для наклонов редже-траекторий, составленных из легких кварков

$$\alpha'_M(0)\simeq\alpha'_B(0)\simeq\alpha'_D(0)\simeq 1.0\ \text{ГэВ}^{-2}. \tag{7}$$

Принимая во внимание факторизационные уравнения (3) и (4), амплитуды $\widetilde{T}^{q\bar{q}\to\pi\bar{\pi}}(s,\mathbf{b}_\perp)$ и $\widetilde{T}^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(s,\mathbf{b}_\perp)$ можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
\widetilde{T}^{q\bar{q}\to\pi\bar{\pi}}(s,\mathbf{b}_\perp)&=N_M^{1/2}\frac{1}{2\sqrt{\pi}R_M(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_M(0)+1)/2}\exp\left(-\frac{\mathbf{b}_\perp^2}{8R_M^2(s)}\right),\\
\widetilde{T}^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(s,\mathbf{b}_\perp)&=N_D^{1/2}\frac{1}{2\sqrt{\pi}R_D(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)+1)/2}\exp\left(-\frac{\mathbf{b}_\perp^2}{8R_D^2(s)}\right),
\end{aligned} \tag{8}$$

где $R_M(s)$ и $R_D(s)$ имеют смысл эффективных радиусов взаимодействия

$$R_M^2(s) = R_{0M}^2 + \alpha'_M(0)\ln\left(-\frac{s}{s_0}\right),$$
$$R_D^2(s) = R_{0D}^2 + \alpha'_D(0)\ln\left(-\frac{s}{s_0}\right). \tag{9}$$

Подставляя амплитуды, задаваемые формулами (8), в уравнение (3), получаем

$$\widetilde{A}^{\pi\pi\to N\overline{N}}(s,\mathbf{b}_\perp) = (N_M N_D)^{1/2}\frac{1}{4\pi R_D(s)R_M(s)}\times$$
$$\times\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\frac{1}{2}(\alpha_D(0)+\alpha_M(0))}\exp\left[-\mathbf{b}_\perp^2\left(\frac{1}{8R_M^2(s)}+\frac{1}{8R_D^2(s)}\right)\right]. \tag{10}$$

Для согласованности равенств (5) и (10) необходимо потребовать выполнения следующих соотношений для параметров редже-траекторий [18] и нормировочных констант:

$$2\frac{1}{R_B^2(s)} = \frac{1}{R_M^2(s)}+\frac{1}{R_D^2(s)},$$
$$2\alpha(0)_B = \alpha_D(0)+\alpha_M(0), \tag{11}$$
$$(N_M N_D)^{1/2}\frac{1}{R_D(s)R_M(s)} = N_B\frac{1}{R_B^2(s)}. \tag{12}$$

Предполагая, что только легкие u-, d-, s-кварки участвуют в описанных выше реакциях, получим, что [18]

$$\alpha'_M(0) = \alpha'_B(0) = \alpha'_D(0) \equiv \alpha'(0),$$
$$R_{0M}^2(0) = R_{0B}^2(0) = R_{0D}^2(0) \equiv R_0^2(0), \tag{13}$$
$$(N_M N_D)^{1/2} = N_B.$$

В этом случае соотношения (11), (12) верны при всех s. В противном случае соотношения выполняются при достаточно больших s (см. также [18]).

В рамках такого подхода можно рассмотреть реакцию e^+e^--аннигиляции в адроны (см. рис. 2**a**) и 2**b**)). В случае реакции $\gamma\to N\overline{N}$ (рис. 2b)) виртуальный фотон рождает $q\overline{q}$-пару, которая, разлетаясь, приводит к натяжению цветной трубки между быстрыми кварками. Механизм разрыва трубки с образованием адронной пары в конечном состоянии совпадает с описанным выше процессом рис. 2b). Струна рвется, образуя дикварк-антидикварковую пару $(qq)(\overline{qq})$, которая затем комбинирует со спектаторными кварками, образуя конечное нуклон-антинуклонное состояние $N\overline{N}$. Формфакторы перехода могут быть выражены через амплитуды $T^{\gamma\to q\overline{q}}(s,\mathbf{b}_\perp)$, $\widetilde{T}^{q\overline{q}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{b}_\perp)$ следующим образом:

$$A^{\gamma\to N\overline{N}}(s) = \frac{i}{2s}\,T^{\gamma\to q\overline{q}}(s)\cdot\widetilde{T}^{q\overline{q}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{b}_\perp=0). \tag{14}$$

Таким образом, при больших s получаем для нуклонных формфакторов

$$|G_{m,e}(s)| \sim |s|^{-1}\left|\widetilde{T}^{q\overline{q}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{b}_\perp=0)\right| \sim \frac{1}{R_D(s)}\,|s|^{(\alpha_D(0)-1)/2}. \tag{15}$$

В случае образования пионной $\pi^+\pi^-$-пары в конечном состоянии (см. рис.2**a**)) соответствующие формулы для амплитуд и формфактора могут быть записаны в виде

$$A^{\gamma\to\pi\overline{\pi}}(s) = \frac{i}{2s}\, T^{\gamma\to q\overline{q}}(s)\cdot \widetilde{T}^{q\overline{q}\to\pi\overline{\pi}}(s, \mathbf{b}_\perp = 0), \tag{16}$$

$$|F_\pi(s)| \sim |s|^{-1}\left|\widetilde{T}^{q\overline{q}\to\pi\overline{\pi}}(s, \mathbf{b}_\perp = 0)\right| \sim \frac{1}{R_M(s)}\,|s|^{(\alpha_M(0)-1)/2}. \tag{17}$$

Учитывая значения пересечений траекторий, задаваемые выражениями (6), получаем для формфакторов следующие асимптотические формулы:

$$F_\pi(s) \sim |s/s_0|^{-1/4},$$

$$|G_{m,e}(s)| \sim |s/s_0|^{-5/4}.$$

Подобная асимптотика формфакторов отличается от предсказаний правил кваркового счета [30] и вычислений на основе пертурбативной КХД [4]. Получающаяся асимптотика не согласуется с экспериментальными данными по пионному и нуклонным формфакторам $F_\pi(s) \sim s^{-1}$, $G_{m,e}(s) \sim s^{-2}$. Причина этого расхождения в том, что не учтено подавление амплитуд, обуславливаемое судаковским формфактором. В разд. 3 и 4 будет показано, что при учете судаковского формфактора восстанавливается не только правильная q^2-зависимость адронных формфакторов во времени- и пространственноподобных областях, но также отношение модулей формфакторов при положительных и отрицательных $q^2 \equiv s$. Перед тем как определить выражения для судаковского формфактора, рассмотрим спиновую структуру амплитуд переходов кварков в адроны, чтобы иметь возможность учитывать спиновые эффекты (в различных адронных реакциях) и разделить формфакторы G_e и G_m. Будет показано также, что сохранение киральности приводит к дополнительному подавлению пионного формфактора $\sim 1/\sqrt{s}$ при больших s.

3. Спиновая структура амплитуд и определение формфакторов

Введем необходимые обозначения. Пионный и нуклонные формфакторы определяются следующим образом:

$$A_\mu^{\gamma\to\pi^-\pi^+}(q^2) = F_\pi(q^2)\left(p_{h\mu} - p_{\overline{h}\mu}\right) \tag{18}$$

и

$$\begin{aligned} A_\mu^{\gamma\to N\overline{N}}(q^2) &= \overline{u}_{\lambda_N}\left[G_m(q^2)\gamma_\mu + 2M(G_e(q^2) - G_m(q^2))\frac{(p_h - p_{\overline{h}})_\mu}{(p_h - p_{\overline{h}})^2}\right] v_{\lambda_{\overline{N}}} = \\ &= \overline{u}_{\lambda_N}\left[F_1(q^2)\gamma_\mu - \frac{\kappa_p F_2(q^2)}{2M_h}\sigma_{\mu\nu}q_\nu\right] v_{\lambda_{\overline{N}}}, \end{aligned} \tag{19}$$

где p_h и $p_{\overline{h}}$ – 4-импульсы адронов в конечном состоянии, $\kappa_p = \mu_p - 1$, а μ_p – магнитный момент протона, $\mu_p = 2.793$.

$$A_i^{\gamma\to\pi\bar{\pi}} = 2\left[\varepsilon\left(\delta_{uj} - \frac{p_i p_j}{\mathbf{p}^2}\right) + m\frac{p_i p_j}{\mathbf{p}^2}\right](\chi^*_{\lambda_q}\sigma_j\chi_{\lambda_{\bar{q}}}). \tag{27}$$

Далее, при учете спиновых переменных в (25) амплитуду перехода $A^{\gamma\to\pi\pi}$ можно представить в таком виде:

$$A_i^{\gamma\to\pi\pi}(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp 2Tr\left[\sigma_j\sigma_l\right]\left[\left(\varepsilon - (\varepsilon - m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2\mathbf{p}^2}\right)\delta_{ij}^\perp + \left(m + (\varepsilon - m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{\mathbf{p}^2}\right)\frac{P_i P_j}{\mathbf{P}^2}\right]\times$$
$$\times\left[B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)P_l + B_2(s,\mathbf{k}_\perp^2)k_l\right], \tag{28}$$

где $\delta_{ij}^\perp = \delta_{ij} - P_i P_j/\mathbf{P}^2$. Как нетрудно убедиться, член, пропорциональный $B_2(s,\mathbf{k}_\perp^2)$, дает относительный вклад $\sim \left(m^2 + \mathbf{k}_\perp^2\right)/s$ по сравнению с $B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)$. Поэтому получаем

$$A_i^{\gamma\to\pi\bar{\pi}}(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp 2\left[m + (\varepsilon - m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{\vec{p}^{\,2}}\right]B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)P_i \approx$$
$$\approx \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp 2m\; B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)P_i\,, \tag{29}$$

где в последнем выражении отброшены все предасимптотические члены $\sim s^{-1/2}$, s^{-1} и т.д.

Здесь важно отметить, что поперечная и продольная компоненты кваркового тока $\gamma \to q\bar{q}$ по-разному ведут себя при больших s:

$$\mathbf{A}_\perp^{\gamma\to q\bar{q}} \sim \varepsilon\sigma_\perp \sim s^{1/2}\sigma_\perp,$$
$$A_z^{\gamma\to q\bar{q}} \sim m\sigma_z\,. \tag{30}$$

Указанная малость продольной компоненты связана с сохранением киральности. Эта компонента зануляется в пределе $m \to 0$.

В случае перехода $\gamma \to \pi^+\pi^-$ при больших s работает только продольная компонента, а поперечная вклада не дает. Из-за этого пионный формфактор имеет дополнительное подавление $\sim s^{-1/2}$ по сравнению с оценкой (17), приведенной в предыдущем разделе, где спиновыми переменными пренебрегалось. Отметим, что такое поведение пионного формфактора предсказывалось в рамках партонной модели в работе [31]. Аналогичное подавление должно отсутствовать в переходах $\gamma \to \pi\rho$ и $\gamma \to \pi\omega$. Следовательно, КГСМ предсказывает, что отношение формфакторов $F_{\pi\pi}/F_{\pi\rho}$ и $F_{\pi\pi}/F_{\pi\omega}$ должно убывать как $\sim 1/\sqrt{s}$. В пертурбативной КХД, наоборот, должна сохраняться спиральность кварков, что давало бы $(F_{\pi\pi}/F_{\pi\rho})_{\rm PQCD} \sim (F_{\pi\pi}/F_{\pi\omega})_{\rm PQCD} \sim s$. Таким образом, предсказания отношений формфакторов $\gamma \to \pi\pi$ и $\gamma \to \pi\rho(\omega)$ при больших s в рамках КГСМ кардинально отличаются от предсказаний пертурбативной КХД. Отметим, что в случае нуклона, где работают оба вклада, $\mathbf{A}_\perp$ и A_z, дополнительного подавления магнитного формфактора не возникает (см. (38))

Покажем, что из двух определенных выше инвариантных амплитуд $B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)$ и $B_2(s,\mathbf{k}_\perp^2)$ главный вклад в планарную пионную диаграмму дает $B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)$:

Перейдем к построению спиновой структуры амплитуд $T^{q\bar{q}\to\pi\bar{\pi}}$ и $T^{q\bar{q}\to N\bar{N}}$. Инварианты s и t определим стандартным образом:

$$s = (p_q + p_{\bar{q}})^2 = (p_h + p_{\bar{h}})^2\,,$$
$$t = (p_q - p_h)^2 = (p_{\bar{q}} - p_{\bar{h}})^2\,, \tag{20}$$

и введем относительные импульсы $p_\mu = \frac{1}{2}(p_{q\mu} - p_{\bar{q}\mu})$, $P_\mu = \frac{1}{2}(p_{h\mu} - p_{\bar{h}\mu})$, $k_\mu = P_\mu - p_\mu$, где $p_{q\mu}$ и k_μ – 4-импульсы быстрого кварка и медленного антикварка (или дикварка) соответственно.

В области больших s и конечных t имеем $\{\mathbf{P}^2, \mathbf{p}^{\,2}\} \gg \{M^2, m^2\}$, где m – масса легкого кварка, $\mathbf{P} = \{\mathbf{P}_\perp = 0, P_z\}$. При этом для введеных выше переменных выполняется соотношение

$$k_z = P_z - p_z \approx \frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{M^2}{\sqrt{s}} - \left(\frac{\sqrt{s}}{2} - \frac{m^2 + \mathbf{k}_\perp^2}{\sqrt{s}}\right) \sim \left(\frac{M^2}{\sqrt{s}}, \frac{m^2 + \mathbf{k}_\perp^2}{\sqrt{s}}\right). \tag{21}$$

Как видно из (21), k_z-компонента асимптотически мала по сравнению с $|\mathbf{k}_\perp|$: $k_z = O(1/s)$.

Рассмотрим пионный формфактор. Амплитуду $T^{q\bar{q}\to\pi\pi}$ запишем через две инвариантные амплитуды $\widetilde{B}_1$, $\widetilde{B}_2$:

$$T^{q\bar{q}\to\pi\pi}_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}(s, \mathbf{k}_\perp^2) = \left(\chi^*_{\lambda_{\bar{q}}}\sigma_i\chi_{\lambda_q}\right)\left[\widetilde{B}_1(s, \mathbf{k}_\perp^2)P_i + \widetilde{B}_2(s, \mathbf{k}_\perp^2)p_i\right]. \tag{22}$$

Будем считать, что амплитуды $\widetilde{B}_1$, $\widetilde{B}_2$ имеют одинаковую асимптотику. Тогда их зависимость от s может быть записана таким образом:

$$\widetilde{B}_{\{1,2\}}(s,t) = \beta^0_{\{1,2\}}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_M(0)/2}\frac{1}{R_M(s)}\exp\left[\frac{1}{2}R_M^2(s)t\right]. \tag{23}$$

Заметим, что в отличие от выражений (8) эти амплитуды не содержат дополнительной степени $s^{1/2}$, которая учтена в импульсах $|\mathbf{P}|, |\mathbf{p}| \sim s^{1/2}$.

Выражение (22) удобно записать в следующем виде:

$$T^{q\bar{q}\to\pi\pi}_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}(s, \mathbf{k}_\perp^2) = \left(\chi^*_{\lambda_{\bar{q}}}\sigma_i\chi_{\lambda_q}\right)\left[B_1(s, \mathbf{k}_\perp^2)P_i + B_2(s, \mathbf{k}_\perp^2)k_i\right]. \tag{24}$$

Поскольку $|\mathbf{k}_\perp|/|\vec{P}| \sim s^{-1/2}$, вклад второго слагаемого из (24) в формфакторы оказывается параметрически мал и им можно пренебречь, как это будет видно из последующих формул.

Амплитуда $A^{\gamma\to\pi\bar{\pi}}_\mu$ может быть записана в виде свертки амплитуды кваркового тока и амплитуды перехода кварков в пионы (8):

$$A^{\gamma\to\pi^+\pi^-}_\mu(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp\, T^{\gamma\to q\bar{q}}_\mu(s, \mathbf{k}_\perp^2)T^{q\bar{q}\to\pi\bar{\pi}}(s, \mathbf{k}_\perp^2). \tag{25}$$

Оператор кваркового тока $A^{\gamma\to q\bar{q}}_i = \bar{u}(p_q, \lambda_q)\gamma_i v(p_{\bar{q}}, \lambda_{\bar{q}})$, выраженный через двухкомпонентные спиноры в с.ц.м., где $\mathbf{p}_q = -\mathbf{p}_{\bar{q}} = \mathbf{p}$, имеет вид

$$A^{\gamma\to q\bar{q}}_i = 2(\varepsilon + m)^{-1}\chi^*_{\lambda_q}\left[\varepsilon(\varepsilon + m)\sigma_i - p_i(\vec{p}\cdot\vec{\sigma})\right]\chi_{\lambda_{\bar{q}}}\,, \tag{26}$$

где ε – полная энергия кварка.

Для дальнейших преобразований оператор кваркового тока удобно разделить на поперечную и продольную части:

$$A^{\pi\bar{\pi}\to\pi\bar{\pi}}(s,\mathbf{q}_\perp^2) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\sum_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}\int d^2\mathbf{k}_\perp(\chi^*_{\lambda_q}\sigma_i\chi_{\lambda_{\bar{q}}})(\chi^*_{\lambda_{\bar{q}}}\sigma_j\chi_{\lambda_q})\times$$
$$\times\left[B_1^*(s,\mathbf{k}_\perp^2)P_i + B_2^*(s,\mathbf{k}_\perp^2)k_i\right]\left[B_1(s,(\mathbf{q}-\mathbf{k})_\perp^2)P_j + B_2(s,(\mathbf{q}-\mathbf{k})_\perp^2)k_j\right] = \tag{31}$$
$$= \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp\left[B_1^*(s,\mathbf{k}_\perp^2)P_i + B_2^*(s,\mathbf{k}_\perp^2)k_i\right]\times\left[B_1(s,(\mathbf{q}-\mathbf{k})_\perp^2)P_i + B_2(s,(\mathbf{q}-\mathbf{k})_\perp^2)k_i\right] =$$
$$= \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp B_1^*(s,\mathbf{k}_\perp^2)B_1(s,(\mathbf{q}-\mathbf{k})_\perp^2)s + O\left(\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{s},\ \frac{m_q^2}{s}\right).$$

Поскольку $B_1 \sim (-s/s_0)^{\alpha_M(0)/2}$ уравнение (31) дает правильную s-зависимость амплитуды $A^{\pi\bar{\pi}\to\pi\bar{\pi}} \sim (-s/s_0)^{\alpha_M(0)}$. Уравнение (31) можно использовать для фиксирования нормировки амплитуды $B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)$.

Таким образом, пионный формфактор F_π выражается непосредственно через амплитуду $B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2)$:

$$F_\pi(s) \simeq m\frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp B_1(s,\mathbf{k}_\perp^2) = \frac{N_\pi}{R_M(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_{M0}/2-1)}, \tag{32}$$

где N_π – константа нормировки, которую мы считаем свободным параметром.

Перейдем теперь к рассмотрению нуклонных формфакторов. Спиновая структура амплитуды перехода $q\bar{q}\to N\bar{N}$ может быть записана в общем виде

$$T^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(s,\mathbf{k}_\perp) = \chi^*_{\lambda_N}\chi^{(c)*}_{\lambda_{\bar{N}}}\hat{U}_{(\lambda_N\lambda_{\bar{N}},\ \lambda_q\lambda_{\bar{q}})}\chi_{\lambda_q}\chi^{(c)}_{\lambda_{\bar{q}}}, \quad \chi^{(c)}_\lambda = i\sigma_y\chi^{*(T)}_\lambda, \tag{33}$$

где $\hat{U}$ – спиновый оператор, который действует на спиновые переменные нуклонов и кварков и может быть выражен через 8 инвариантных амплитуд:

$$\begin{aligned}\hat{U} &= D_1(s,\mathbf{q}_\perp)\,\mathbf{1}\cdot 1 + D_2(s,\mathbf{k}_\perp)(\sigma\cdot\mathbf{n})\cdot 1 + D_3(s,\mathbf{k}_\perp)1\cdot(\sigma'\cdot\mathbf{n}) + D_4(s,\mathbf{k}_\perp)\sigma_x\cdot\sigma'_x +\\ &+ D_5(s,\mathbf{k}_\perp)\sigma_y\cdot\sigma'_y + D_6(s,\mathbf{k}_\perp)\sigma_z\cdot\sigma'_z + D_7(s,\mathbf{k}_\perp)\sigma_x\cdot\sigma'_z + D_8(s,\mathbf{k}_\perp)\sigma_z\cdot\sigma'_x\,.\end{aligned} \tag{34}$$

Здесь матрицы σ_i и σ'_i действуют на спиновые переменные нуклона и кварка (антинуклона и антикварка) соответственно, а единичный вектор $\mathbf{n}$ определен следующим образом:

$$\mathbf{n} = \frac{[\mathbf{P}\times\mathbf{p}]}{|[\mathbf{P}\times\mathbf{p}]|}. \tag{35}$$

Сначала рассмотрим случай, когда ни одна из амплитуд $D_i(s,\mathbf{k}_\perp)$ не подавлена и все они имеют одинаковую асимптотику

$$D_i(s,t) = \gamma_i^0\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)+1)/2}\frac{1}{R_D(s)}\exp\left[\frac{1}{2}R_D(s)^2 t\right]. \tag{36}$$

Тогда при учете спиновых переменных амплитуда перехода $\gamma\to N\bar{N}$ запишется таким образом:

$$A_i^{\gamma\to N\overline{N}}(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp\, T_i^{\gamma\to q\bar{q}}(s,\mathbf{k}_\perp)\; T^{q\bar{q}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{k}_\perp) =$$

$$= \frac{i}{(8\pi^2 s)}\sum_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}\int d^2\mathbf{k}_\perp\; 2\left[\left(\varepsilon-(\varepsilon-m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2\vec{p}^{\,2}}\right)\delta_{ij}^{\perp}+\left(m+(\varepsilon-m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{\vec{p}^{\,2}}\right)\frac{P_iP_j}{\vec{P}^2}\right]\times \tag{37}$$

$$\times\left(\chi^*_{\lambda_q}\sigma_j\chi_{\lambda_{\bar{q}}}\right)\chi^*_{\lambda_N}\chi^{(c)*}_{\lambda_{\bar{q}}}\hat{U}_{(\lambda_N\lambda_{\overline{N}},\,\lambda_q\lambda_{\bar{q}})}\chi_{\lambda_q}\chi^c_{\lambda_{\overline{N}}} = 2\left[\varepsilon G_m\delta_{ij}^{\perp}+MG_e\frac{P_iP_j}{\vec{P}^2}\right](\chi^*_{\lambda_N}\sigma_j\chi_{\lambda_{\overline{N}}}).$$

Выпишем теперь выражения для продольной и поперечной компонент матричного элемента тока. При этом, как видно из (37), саксовские формфакторы разделяются: G_e дает вклад только в продольную компоненту тока, а G_m – только в поперечную. Заметим, что, как следует из (30), главные члены в асимптотике кваркового тока не зависят от $\mathbf{k}_\perp$. Учитывая, что после интегрирования по $d^2\mathbf{k}_\perp$ члены, неинвариантные относительно вращения вокруг оси z, должны занулиться, мы можем записать поперечную и продольную компоненты оператора тока в таком виде:

$$A_z^{\gamma\to N\overline{N}} = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\times$$
$$\times\sum_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}\sum_l\int d^2\mathbf{k}_\perp\, D_l(s,\mathbf{k}_\perp^2)2m\chi^*_{\lambda_N}\sigma_{n_l}\chi^{(c)*}_{\lambda_{\bar{q}}}\left(\chi^*_{\lambda_q}\sigma_z\chi_{\lambda_{\bar{q}}}\right)\chi_{\lambda_q}\sigma_{n_l}\chi^c_{\lambda_{\overline{N}}} = 2M\,G_e(\chi^*_{\lambda_N}\sigma_z\chi^{(c)}_{\lambda_{\overline{N}}}),$$
$$\mathbf{A}_\perp^{\gamma\to N\overline{N}} = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\times \tag{38}$$
$$\times\sum_{\lambda_q\lambda_{\bar{q}}}\sum_l\int d^2\mathbf{k}_\perp\, D_l(s,\mathbf{k}_\perp^2)\;(2\varepsilon)\chi^*_{\lambda_N}\sigma_{n_l}\chi^{(c)*}_{\lambda_{\bar{q}}}\left(\chi^*_{\lambda_q}\sigma_\perp\chi_{\lambda_{\bar{q}}}\right)\chi_{\lambda_q}\sigma_{n_l}\chi^c_{\lambda_{\overline{N}}} = 2\varepsilon\,G_m(\chi^*_{\lambda_N}\sigma_\perp\chi^{(c)}_{\lambda_{\overline{N}}}),$$

где $l = 1, 4, 5$ и 6. В результате формфакторы G_e и G_m будут выражаться через разные линейные комбинации амплитуд D_1, D_4, D_5 и D_6. Если все эти амплитуды будут иметь одинаковую асимптотику, то асимптотика формфакторов G_e и G_m также будет одинаковой:

$$G_m(s)\;,\;G_e(s)\;\sim\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2}\;. \tag{39}$$

Однако отношение G_e/G_m может зависеть от конкретной модели инвариантных амплитуд.

Уравнения (38) гарантируют также, что формфактор Паули F_2 имеет дополнительную степень подавления s^{-1} по сравнению с G_m, G_e, которое является чисто кинематическим и следует из определения F_2:

$$F_2(s) = \left(\frac{q^2}{4M^2}-1\right)^{-1}[G_e(s)-G_m(s)]\,,\qquad F_2(s)\sim\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)/2-1.5)}\;. \tag{40}$$

Поскольку конкретные соотношения между амплитудами D_1, D_4, D_5 и D_6 неизвестны, мы проведем вычисления для двух простых примеров: 1) доминирует амплитуда D_1, сохраняющая спиральность участвующих в реакции частиц; 2) амплитуда $T^{q\bar{q}\to N\overline{N}}$ может быть описана обменом скалярным дикварком в t-канале.

В случае 1) имеем

$$T^{q\overline{q}\to N\overline{N}}_{\lambda_N\lambda_{\overline{N}}\lambda_q\lambda_{\overline{q}}} \to D_1(s,\mathbf{k}_\perp)1\cdot 1 \equiv D_1(s,\mathbf{k}_\perp)\delta_{\lambda_N\lambda_q}\cdot\delta_{\lambda_{\overline{N}}\lambda_{\overline{q}}}, \tag{41}$$

и выражение для амплитуды $A_i^{\gamma\to N\overline{N}}$ существенно упрощается:

$$\begin{aligned} A_i^{\gamma\to N\overline{N}}(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp D_1(s,\mathbf{k}_\perp)\left(\chi^*_{\lambda_N}\sigma_j\chi_{\lambda_{\overline{N}}}\right)\times \\ \times 2\left[\left(\varepsilon-(\varepsilon-m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{2\mathbf{p}^2}\right)\delta_{ij}^\perp+\left(m+(\varepsilon-m)\frac{\mathbf{k}_\perp^2}{\mathbf{p}^2}\right)\frac{P_iP_j}{\mathbf{P}^2}\right]. \end{aligned} \tag{42}$$

В лидирующем порядке по s можно пренебречь членами, пропорциональными $\mathbf{k}_\perp^2/\mathbf{p}^2$, и амплитуду $A_i^{\gamma\to N\overline{N}}$ записать в таком виде:

$$A_i^{\gamma\to N\overline{N}}(s) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp D_1(s,\mathbf{k}_\perp)\left(\chi^*_{\lambda_N}\sigma_j\chi_{\lambda_{\overline{N}}}\right)2\left[\varepsilon\delta_{ij}^\perp+m\frac{P_iP_j}{\mathbf{P}^2}\right]. \tag{43}$$

Отсюда следуют такие выражения для саксовских формфакторов:

$$\begin{aligned} G_m(s) &= \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp D_1(s,\mathbf{k}_\perp) = \frac{C}{R_D(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2}, \\ G_e(s) &= \frac{m}{M}\frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp D_1(s,\mathbf{k}_\perp) = \frac{m}{M}\frac{C}{R_D(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2}, \end{aligned} \tag{44}$$

где C – нормировочная константа.

Формфактор Паули F_2 выражается непосредственно через G_m, G_e следующим образом (см. (40)):

$$F_2(s) = -\left(\frac{s}{4M^2}-1\right)^{-1}\left(1-\frac{m}{M}\right)\frac{C}{R_D(s)}\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-3)/2}. \tag{45}$$

Из выражений (33), (34) следует, что такая параметризация соответствует правильному реджевскому поведению амплитуды $T^{N\overline{N}\to N\overline{N}}$. В конкретном случае, когда доминирует инвариантная амплитуда $D_1(s,\mathbf{k}_\perp)$, $T^{N\overline{N}\to N\overline{N}}$ выражается непосредственно через квадрат этой амплитуды:

$$T^{N\overline{N}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{q}_\perp) = \frac{i}{(8\pi^2 s)}\int d^2\mathbf{k}_\perp D_1^*(s,\mathbf{k}_\perp)D_1(s,\mathbf{q}_\perp-\mathbf{k}_\perp), \tag{46}$$

откуда

$$T^{N\overline{N}\to N\overline{N}}(s,\mathbf{q}_\perp) \sim \left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\alpha_D(-\mathbf{q}_\perp^2)} \tag{47}$$

(ср. с уравнением (5)).

В случае 2) амплитуда перехода $q\overline{q}\to N\overline{N}$ может быть выражена ковариантным образом через дираковские спиноры кварков и нуклонов:

$$T^{q\overline{q}\to N\overline{N}}(\lambda_q\lambda_{\overline{q}}\lambda_N\lambda_{\overline{N}}) = (\overline{u}_N^{\lambda_N}u_q^{\lambda_q})\cdot(\overline{u}_{\overline{N}}^{\lambda_{\overline{N}}}u_{\overline{q}}^{\lambda_{\overline{q}}}). \tag{48}$$

Выражение для нуклонного тока $A^{\gamma\to N\overline{N}}$ в этом случае можно привести к следующему виду:

$$A^{\gamma\to N\overline{N}} = \int d^2\mathbf{k}_\perp A(s,-\mathbf{k}_\perp^2)\left(\left[(M+m)^2+\mathbf{k}_\perp^2\right]\gamma_\mu - 2\,(M+m)\,k_\mu + 2k_\mu k_\nu\gamma_\nu\right) = \\ = G_m\gamma_\mu + 2M\,(G_e - G_m)\,\frac{P_\mu}{P^2}. \tag{49}$$

Саксовские формфакторы $G_e(s)$ и $G_m(s)$ легко находятся из этого выражения, если как и в случае пионного тока учесть, что $\mathbf{k}_\perp^2$ имеет смысл квадрата импульса дикварка внутри нуклона. Эта величина напрямую не связана с параметризацией амплитуды переходов кварков в адроны и поэтому не связана с показателем экспоненты в $q\overline{q}\to h\overline{h}$. В первом приближении можно заменить на $\mathbf{k}_\perp^2$ эффективное значение $\langle\mathbf{k}_\perp^2\rangle$, взятое из распределения импульса дикварка в волновой функции.

В результате получаем следующие выражения для саксовских формфакторов:

$$G_m = (M+m)^2\,\frac{\widetilde{C}}{R_D(s)}\cdot\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2}, \\ G_e - G_m = \left[\left(1+\frac{m}{M}\right)\left(m^2-M^2+\left\langle\mathbf{k}_\perp^2\right\rangle\right)+\left\langle\mathbf{k}_\perp^2\right\rangle\right]\frac{\widetilde{C}}{R_D(s)}\cdot\left(-\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2}, \tag{50}$$

где $\widetilde{C}$ — нормировочная константа, которая, вообще говоря, не совпадает с C в формулах (44).

Заметим, что в пределе $\langle\mathbf{k}_\perp^2\rangle = 0$ выражения (50) для G_m и G_e совпадают с реультатом (44). Действительно при одинаковой s-зависимости, отношение G_e/G_m при $\langle\mathbf{k}_\perp^2\rangle = 0$ равно

$$\frac{G_e}{G_m} = \frac{m}{M}\,. \tag{51}$$

Нуклонные формфакторы (32), (44) и (50) были получены для положительных $q^2 = s$. Тем не менее эти формулы допускают аналитическое продолжение в пространственноподобную область, а стало быть определены во всей комплексной плоскости переменной q^2. Тот факт, что формфакторы не имеют разрезов при отрицательных s, отвечает записи $(-s/s_0)$, которая входит во все формулы для адронных формфакторов.

4. Судаковский формфактор

Для формирования коллинеарной конфигурации кварков, которая приводит к образованию двухчастичного адронного состояния, необходимо, чтобы на начальном этапе разлета кварков не было испущено ни одного жесткого глюона. Если условие неиспускания жесткого глюона не выполняется и на начальном этапе испускается жесткий глюон с импульсом ($|\mathbf{k}_\perp| > R^{-1}$), коллинеарность $q\overline{q}$-конфигурации не сохраняется и жесткий

глюон порождает развитие адронной струи в дополнение к системе $h\bar{h}$. Выделение коллинеарной конфигурации $q\bar{q}$ из всего спектра возможных кварковых импульсов приводит к дополнительному подавлению амплитуды, которое описывается судаковским формфактором. Судаковский формфактор связан с начальной стадией процесса e^+e^--аннигиляции в адроны, проходящей на малых расстояниях и описываемой теорией возмущения КХД.

В дваждылогарифмическом приближении (ДЛП) судаковский формфактор может быть записан в виде (о возможных параметризациях судаковского формфактора и его роли в процессах образования струй смотри работу [32] и приведенные там ссылки):

$$S^{(0)}(s) = C_1 \exp\left[-\frac{\alpha_s^{\rm eff}}{2\pi} C_F \ln^2\left(-\frac{s}{\omega_{\rm max}^2}\right)\right], \tag{52}$$

где $\omega_{\rm max}$ имеет смысл максимальной характерной энергии или поперечного импульса испущенного глюона, при которой коллинеарность кварк-антикваркового состояния не нарушается. В формуле (52) величины $\alpha_{\rm S}^{\rm eff}$ и $\omega_{\rm max}$ вводятся как свободные феноменологические параметры. В дальнейшем мы будем варьировать величины $\alpha_{\rm S}^{eff}$ и $\omega_{\rm max}$ в таких пределах, которые разумно согласуются с имеющимися теоретическими соображениями и экспериментальными данными.

Здесь важно отметить, что модуль судаковского формфактора, задаваемого формулой (52), принимает разные значения при положительных и отрицательных s. Это связано с аналитическим поведением дваждылогарифмического члена в показателе экспоненты судаковского формфактора

$$r_{\rm ts}^{(0)} = \frac{|S_0(s)|}{|S_0(-s)|} \simeq \exp\left[C_F \frac{\alpha_s^{\rm eff}}{2}\pi\right] \tag{53}$$

и для $\alpha_{\rm S}^{eff} \simeq 0.4$ отношение $r_{\rm ts}^{(0)} \simeq 2$.

В ДЛП величина $\alpha_{\rm S}$ рассматривается как постоянная. Это приближение представляется разумным при не слишком больших s, когда характерные поперечные импульсы испущенных глюонов $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle \sim 1$ ГэВ^2 ($\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle \ll s$) и в этой области $\alpha_{\rm S}(\mathbf{k}_\perp^2)$ может приближенно считаться постоянной $\alpha_{\rm S}^{\rm eff} \approx 0.4 \div 0.5$ [33]-[34].

Однако при очень больших s необходимо учитывать логарифмическую зависимость $\alpha_{\rm S}$ от s. В этом случае формулу для судаковского форм фактора удобно записать в виде

$$S^{(1)}(s) \sim \exp\left[-\frac{C_{\rm f}}{2\pi} \ln\left(-\frac{s}{\mu_1^2}\right) \int_{\mu_2^2}^{s} \frac{d\mu^2}{\mu^2} \alpha_{\rm S}(\mu^2)\right], \tag{54}$$

где первый $\ln\left(s/\mu_1^2\right)$ отвечает интегрированию по продольному импульсу (энергии), а второй $\ln\left(s/\mu_2^2\right)$ – интегрированию по поперечному импульсу. При выборе однопетлевого выражения для $\alpha_{\rm S}(q^2)$ в виде

$$\alpha_{\rm S}(\mu^2) = 4\pi / \left[\beta_0 \ln\left(-\frac{\mu^2}{\Lambda^2}\right)\right], \tag{55}$$

где

$$\beta_0 = \frac{11}{3} N_c - \frac{2}{3} N_f = 9, \tag{56}$$

судаковский формфактор принимает вид [35]

$$S^{(1)}(s) = C_2 \exp\left[-\frac{2C_f}{\beta_0}\ \ln\left(-\frac{s}{\mu_1^2}\right) \ln\left(\frac{\alpha_S(\mu_2^2)}{\alpha_S(s)}\right)\right]. \tag{57}$$

Выбор знака перед s определяется аналитическими свойствами формфакторов. Константы μ_1, μ_2 в (57) полагаются в дальнейшем свободными параметрами.

Отношение модуля судаковского формфактора $S^{(1)}(s)$ во времениподобной области к модулю в пространственноподобной области при этом оказывается меньше, чем аналогичное отношение, следующее из формулы (52). Тем не менее феноменологические параметры, входящие в формулу, можно подобрать таким образом, что отношение будет достигать величин ~ 2 в области $5 \div 15$ ГэВ^2. При асимптотически больших s отношение $r_{ts}^{(1)}$ принимает вид

$$r_{ts}^{(1)}|_{s\to\infty} = \exp\left[\frac{2C_f}{\beta_0}\frac{\pi^2}{\ln(s)}\right] \tag{58}$$

(ср. с уравнением (53)). Из (58), однако, видно, что $r_{ts}^{(1)} \to 1$ медленно с увеличением s, и эффект, определяемый судаковским формфактором, исчезает при очень больших значениях $\ln s$.

Эффективная степень убывания адронных формфакторов, при учете судаковского формфактора (57), определяется согласно

$$G_{e,m} \sim \left(\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_D(0)-1)/2} \times S^{(1)}(s) \sim \left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\xi_N(s)}, \quad F_\pi \sim \left(\frac{s}{s_0}\right)^{(\alpha_M(0)-2)/2} \times S^{(1)}(s) \sim \left(-\frac{s}{s_0}\right)^{\xi_\pi(s)},$$

где

$\xi_N(s) = -\dfrac{2C_f}{\beta_0}\ln\left[\ln\left(-s\right)\right] + \dfrac{\alpha_D(0)-1}{2}$ для нуклонных формфакторов, и

$\xi_\pi(s) = -\dfrac{2C_f}{\beta_0}\ln\left[\ln\left(-s\right)\right] + \dfrac{\alpha_M(0)-2}{2}$ для пионного формфактора.

Таким образом, адронные формфакторы, вычисленные в КГСМ, убывают быстрее, чем любая конечная степень s. Поэтому при очень больших s, вклад в адронные формфакторы, пропорциональный $\sim \alpha_S(s)/s$ для пионного форм фактора и $\sim \alpha_S^2(s)/s^2$ – для нуклонного, доминирует. Однако убывание показателя степени непертурбативного вклада $\xi_{N,\pi}(s)$ с ростом s, определяемое логарифмическим членом $\ln\left[\ln\left(-s\right)\right]$, медленное, и масштаб $\tilde{s}$, где непертурбативный вклад сравнивается с пертурбативным, оказывается много больше экспериментально доступной области s ($\tilde{s} > 10^2$ ГэВ^2).

В реальной ситуации при доступных в настоящее время $s \simeq 30 \div 50$ ГэВ^2 доминирует непертурбативный вклад. При этом виртуальность глюона относительно невелика ($\mu^2 \sim 1$ ГэВ$^2 \ll s$), и находится в области, где величина $\alpha_S(\mu^2)$ "замерзает" [33] и практически не зависит от виртуальности μ^2.

Таким образом, в данной модели поведение формфакторов адронов как функций s имеет наглядную физическую интерпретацию: вероятность образования двухчастичного адронного состояния при аннигиляции виртуального фотона содержит два фактора подавления данного процесса. Первый связан с подавлением вероятности образования $q\bar{q}$-пары (запрет испускания жестких глюонов) на первом этапе процесса. Он может быть вычислен по теории возмущения КХД и определяется судаковским формфактором. Второй малый фактор связан с вероятностью образования двухчастичного адронного состояния при адронизации $q\bar{q}$-системы за счет разрыва струны. Он определяется физикой больших

расстояний, и эта степень подавления выражается через пересечения сответствующих траекторий Редже.

5. Численные результаты. Сравнение с экспериментальными данными

На рис. 3 – 8 проводится сравнение результатов расчетов адронных формфакторов $G_m(q^2)$, $G_e(q^2)$, $F_2(q^2)$ и $F_\pi(q^2)$ с имеющимися экспериментальными данными во времени- и пространственноподобных областях q^2. При вычислениях параметры m и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle$ брались равными $m = 0.22$ ГэВ и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle = 0.2$ ГэВ^2. Параметр R_0 выбирался равным $R_0^2 = 3$ ГэВ^2.

Были использованы обе параметризации судаковского формфактора:
а) $S^{(0)}(q^2)$ (52) – в дваждылогарифмическом приближении с "замороженной" $\alpha_s^{\rm eff}$;
б) $S^{(1)}(q^2)$ (57) – в однопетлевом приближении с бегущей константой связи $\alpha_s(\mu^2)$ (55).

В случае нуклонных переходов параметры $\omega^2_{\rm max}$ и $\alpha_s^{\rm eff}$, входящие в уравнении (52) для $S^{(0)}(q^2)$ и наилучшим образом описывающие экспериментальные данные, брались равными $\alpha_s^{\rm eff} = 0.45$, $\omega^2_{\rm max} = 0.35$ ГэВ^2. Для судаковского формфактора с бегущей $\alpha_s(\mu^2)$ (57) параметры μ_1, μ_2 и Λ_{QCD} из (57) были выбраны равными $\mu_1 = 1.3$ ГэВ, $\mu_2 = 0.6$ ГэВ и $\Lambda_{QCD} = 0.4$ ГэВ.

На рис. 3 приведены результаты расчета магнитного формфактора протона в пространственноподобной области $Q^2 = -q^2 = -s$. Сплошные кривые вычислены при учете судаковского формфактора в моделях *а*) – жирная сплошная кривая, и *б*) – тонкая кривая. Для каждой из моделей общий нормировочный коэффициент C определялся из условия наилучшего описания экспериментальных данных. Обе модели хорошо воспроизводят экспериментальную зависимость магнитного формфактора G_m от Q^2. Штриховые кривые соответствуют вычислениям без учета судаковского формфактора: жирная штриховая линия – модель *а*), тонкая штриховая линия – модель *б*). Видно, что учет судаковского формфактора весьма существенен для описания зависимости G_m от Q^2. Например при $Q^2 = 5$ ГэВ^2 сплошная и штриховая кривые в случае модели *а*) отличаются на коэффициент ~ 2. Похожая ситуация имеет место для модели *б*), где при $Q^2 = 5$ ГэВ^2 кривые отличаются примерно в 1.5 раза.

На рис. 4 изображен магнитный формфактор протона во времениподобной области. Сплошные кривые, которые вычислены с учетом судаковского формфактора, воспроизводят q^2-зависимость формфактора $q^4 G_m(q^2)$. При этом модель *а*) – жирная сплошная кривая – хорошо согласуется с экспериментальными данными, тогда как тонкая кривая – модель *б*) – примерно в ~ 1.5 раза меньше, чем (а). Важно отметить, что при переходе из пространственноподобной во времениподобную область нормировочный коэффициент C не менялся. Штриховые линии соответствуют расчетам по МКГС без учета судаковского формфактора. Они отвечают растущему с q^2 формфактору $q^4 G_m(q^2)$ и меньше в $\sim 1.2 \div 1.5$ раза, чем жирные кривые при $q^2 = 5$ ГэВ^2.

В разд. 3 были рассмотрены два варианта параметризации спиновой структуры амплитуды $T_i^{q\bar{q}\to N\bar{N}}$. Результаты расчетов магнитного формфактора протона оказались нечувствительными к выбору спиновой структуры. Однако фиксирование спиновой зави-

симости дает возможность различить саксовские формфакторы $G_e(q^2)$, $G_m(q^2)$ и таким образом определить формфактор Паули $F_2(q^2)$. Как видно из сравнения формул (45) и (50), разница между $G_e(q^2)$ и $G_m(q^2)$, а значит и величина формфактора Паули, зависит от m^2, M^2 и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle$ (или только от отношения m/M для модели 1)). Выбор спиновой структуры, таким образом, при выборе нормировки G_m, диктуется следующим из эксперимента отношением формфакторов G_e и G_m.

На рис. 5 приведено отношение $\mu_p \dfrac{G_e}{G_m}$ нуклонных формфакторов в области пространственноподобных $q^2 = -Q^2$. Это отношение меделенно меняется в интервале $Q^2 = 0.5 \div 3.5$ ГэВ^2 и выходит на величину $\approx 0.6 \div 0.7$. Соответственно для отношения G_e/G_m должно выполняться $G_e/G_m \approx 0.2 \div 0.25$.
В приведенных в работе спиновых моделях отношение G_e/G_m не зависит от q^2:

$$\frac{G_e}{G_m} = \frac{m}{M} \qquad \text{для модели 1)} ,$$

$$\frac{G_e}{G_m} = \frac{m}{M} + \frac{\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle}{(m+M)^2}\left(2 + \frac{m}{M}\right) \qquad \text{для модели 2)} . \tag{59}$$

Экспериментальное отношение G_e/G_m описывается в модели 1) при естественном выборе массы кварка $m = 0.22$ ГэВ. Экспериментальные данные для формфактора Паули F_2 [40] отвечают несколько большему отношению $\mu_p G_e/G_m \approx 0.7 \div 0.75$. Тем не менее, в пределах экспериментальных ошибок модель 1) при выборе $m = 0.22$ ГэВ хорошо описывает имеющиеся данные.

Модель 2) предсказывает отношение G_e/G_m большее, чем модель 1) (см. 59). Чтобы описать экспериментальные данные для формфактора Паули F_2 (или отношения G_e/G_m), величины m и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle$ нужно положить равными: $m \simeq 0$ и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle = 0.15$ ГэВ^2, что не является естественным выбором. Следует заметить, что модель 2) с обменом скалярным дикварком при выборе $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle = 0$ (пространственный импульс кварка направлен вдоль импульса нуклона) отвечает сохранению спиральности и формулам модели 1).

На рис. 6 приведены расчеты формфактора Паули $F_2(Q^2)$ при двух параметризациях судаковского формфактора. Жирная сплошная линия соответствует модели *а*), тонкая сплошная линия соответствует модели *б*). Формфактор F_2, отвечающий спиновой структуре с обменом скалярным дикварком, показан на рисунке отдельной штриховой кривой. Судаковский формфактор для этой кривой был взят в приближении постоянной α_S (модель *а*). Видно, что даже при выборе $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle$ достаточно малым, нормировка формфактора Паули не может быть воспроизведена в этой модели.

Таким образом, модель, рассмотренная в работе, с хорошей точностью воспроизводит экспериментальные данные для нуклонных формфакторов $G_m(q^2)$, $F_2(q^2)$ при отрицательных (и положительных в случае G_m) q^2. При этом обе параметризации судаковского формфактора хорошо описывают ход экспериментальных данных при отрицательных q^2; необходимая нормировка формфактора $G_m(q^2)$ во времениподобной области достигается в модели *а*). Также можно сделать вывод, что модель 1), в которой доминирует амплитуда $D_1(s, \mathbf{k}_\perp^2)$, правильно воспроизводит спиновые эффекты даже при умеренных Q^2. В модели 2) описание экспериментальных данных можно достичь только при выборе неестественно малых параметров m и $\langle \mathbf{k}_\perp^2 \rangle$.

Степень убывания нуклонных саксовских формфакторов $\sim |q^2|^{-2}$ складывается из следующих факторов:

а) степенного убывания модуля амплитуды переходов кварков в нуклоны
$\left|T^{q\bar{q}\to N\bar{N}}(q^2)\right| \sim \left|q^2\right|^{-1/2(1-2\alpha_B(0)+\alpha_M(0))} \sim \left|q^2\right|^{-5/4}$,
б) убывания судаковского формфактора, который для нуклонов в рассматриваемом интервале энергий 10 ГэВ^2 $< |q^2| <$ 30 ГэВ^2 ведет себя примерно как $|S(q^2)| \sim |q^2|^{-3/4}$. Обе параметризации $S^{(0)}$ и $S^{(1)}$ судаковского формфактора в рассматриваемой области q^2 порядка нескольких десятков ГэВ^2 дают примерно одинаковую степенную зависимость $\sim |q^2|^{-3/4}$.

Поскольку зависимость саксовских формфакторов G_m, G_e определяется асимптотическим множителем амплитуды $T^{q\bar{q}\to N\bar{N}} \sim \left(q^2.s_0\right)^{(\alpha_D(0)+1)/2}$, формфактор Паули $(Q^2)^3F_2$ в области малых Q^2 возрастает примерно линейно с ростом Q^2, затем выходя на константу. Чтобы учесть этот эффект, в выражении для $F_2(Q^2)$ (40) оставлен предасимптотический множитель $\left(q^2/4M^2-1\right)^{-1}$, который и определяет линейный рост $(Q^2)^3F_2(Q^2)$ при $Q^2 \approx 2-5$ ГэВ^2.

Ситуация с пионным формфактором $F_\pi(q^2)$ несколько отличается от случая с нуклонными формфакторами. Поскольку в реакции $\gamma \to \pi^+\pi^-$ виртуальный фотон образует в конечном состоянии пару псевдоскалярных частиц, два пиона могут образоваться только в состоянии с относительным орбитальным моментом $l = 1$. В этом случае работает переход $A_z^{\gamma\to q\bar{q}}$, подавленный условием сохранения киральности, что дает дополнительное подавление пионного формфактора $\sim |q^2|^{-1/2}$ (см. (32)).

Модуль амплитуды перехода кварков в адроны, который определяется вкладом мезонной редже-траектории $\alpha_M(t)$, имеет следующую зависимость:
$\left|A^{q\bar{q}\to\pi^+\pi^-}(q^2)\right| \sim |q^2|^{(\alpha_M(0)-1)/2} = |q^2|^{-1/4}$.

Параметры судаковского формфактора в моделях *а*) и *б*) были выбраны фитированием экспериментальных данных для пионного формфактора:
$\alpha_S^{\rm eff} = 0.45$, $\omega^2_{\rm max} = 2.5$ ГэВ^2, $\Lambda_{\rm QCD} = 0.5$ ГэВ, $\mu_1 = 1.5$ ГэВ, $\mu_2 = 1.5$ ГэВ.

Такой выбор параметров позволяет получить поведение пионного формфактора $q^2F_\pi(q^2) \sim (q^2)^0$ в области имеющихся экспериментальных данных. При этом модель *а*), в которой отношение r_{ts} (53) определятся только выбором $\alpha_S^{\rm eff}$, правильно воспроизводит нормировку пионного формфактора во времениподобной области.

На рис. 7 приведены результаты расчетов для пионного формфактора в пространственноподобной области. Сплошные кривые отвечают выбору судаковского формфактора в моделях *а*) – жирная сплошная кривая и *б*) – тонкая сплошная кривая. Штриховая кривая отвечает вычислению без учета судаковского формфактора для каждой из моделей *а*) и *б*). Она дает медленно растущее поведение $Q^2F_\pi(Q^2)$ в рассматриваемом интервале Q^2.

На рис. 8 приведены графики пионного формфактора во времениподобной области. Сплошные кривые соответствуют моделям *а*) и *б*) для параметризации судаковского формфактора. Жирная и тонкая штриховые линии отвечают моделям *а*) и *б*) соответственно без учета судаковского форм фактора. Как и в пространственноподобной области функция $q^2F_\pi(q^2)$ примерно постоянна в области имеющихся экспериментальных данных. Отношение модулей пионного формфактора во времени- и пространственноподобных областях для модели *а*) оказывается, как и в случае нуклонных формфакторов, равным $\left|F_\pi(q^2)\right| / \left|F_\pi(-q^2)\right| \approx 2.5$, при $q^2 \approx 10$ ГэВ^2, и определяется аналитическими свойствами судаковского формфактора. Модель *б*) во времениподобной области неверно воспроизводит нормировку пионного формфактора. Результаты расчетов без учета судаковского формфактора оказываются гораздо ниже экспериментальных данных.

Отметим, что отличие мезонных формфакторов при положительных и отрицательных q^2 обсуждалось в рамках пертурбативной КХД с учетом судаковских эффектов, в работе [44]. Однако в модели [44] отличие $|F_\pi(q^2)|/|F_\pi(-q^2)|$ связано не с судаковским формфактором, а с сингулярностями амплитуд жесткого перерассеяния. В модели [45], где пионный формфактор строится на феноменологической параметризации мнимой части, аналогично получается, что $|F_\pi(q^2)|/|F_\pi(-q^2)|$ связано с энергетической зависимостью мнимой части $F_\pi(q^2)$. Отметим, что в нашей модели такие поправки должны убывать степенным образом $\sim \frac{M^2_{\rm char}}{q^2}$, и при выборе $M_{\rm char} = 1 \div 2$ ГэВ должны быть уже невелики при $q^2 \sim 10 \div 20$ ГэВ^2. С другой стороны, если важен судаковский эффект, то отношение $|F_\pi(q^2)|/|F_\pi(-q^2)|$ и $|G_m(q^2)|/|G_m(-q^2)|$ будет весьма медленно убывать с ростом q^2 (см. (53) и (58)). Так например в модели 1) $r^{(0)}_{\rm ts} = 2.5$ и не зависит от q^2. Для модели 2) $r^{(1)}_{\rm ts} \approx 1.8$ при $q^2 = 5$ ГэВ^2 и убывает до значения $r^{(1)}_{\rm ts} \approx 1.35$ при $q^2 = 100$ ГэВ^2. Таким образом, измерение $|F_\pi(q^2)|/|F_\pi(-q^2)|$ и $|G_m(q^2)|/|G_m(-q^2)|$ при больших q^2 было бы очень важным для проверки фундаментального вопроса о том, связано ли поведение адронных формфакторов при $q^2 \sim 10 \div 50$ ГэВ^2 с пертурбативной или непертурбативной динамикой КХД. Было бы интересно проверить на эксперименте предсказываемое в нашей модели убывание $q^2 F_\pi(q^2)$ с ростом q^2 при $q^2 > 0$ и $q^2 < 0$.

6. Заключение

В данной работе в рамках МКГС был проведен анализ формфакторов пиона и нуклона в пространственно- и времениподобной областях. Спиновые эффекты вводились путем соответствующего определения амплитуд переходов кварков в адроны $T^{q\bar{q}\to h\bar{h}}$. Учет спиновых структур этих амплитуд позволяет описывать спиновые эффекты бинарных адронных реакций и адронных формфакторов. В данной модели следующие из эксперимента примерные асимптотики убывания нуклонных и пионного формфакторов $G_{m,e} \sim (q^2)^{-2}$, $F_\pi \sim (q^2)^{-1}$ при $q^2 \leq 100$ ГэВ^2 достигаются за счет редже-поведения амплитуд переходов кварков в адроны, а также при учете судаковского форм фактора. Учет спиновых переменных позволяет разделить нуклонные формфакторы $G_e(q^2)$, $G_m(q^2)$, а также вычислить формфактор Паули $F_2(q^2)$. Для пионного формфактора показано, что из-за приближенного сохранения киральности в переходе $\gamma \to q\bar{q}$ формфактор $F_\pi(q^2)$ имеет дополнительную степень подавления $\sim (q^2)^{-1/2}$. КГСМ предсказывает убывание отношений формфакторов $F_{\pi\pi}(q^2)/F_{\pi\omega}(q^2)$ и $F_{\pi\pi}(q^2)/F_{\pi\rho}(q^2)$ как $1/\sqrt{q^2}$, в отличие от пертурбативной КХД, в которой эти отношения линейно ростут с увеличением q^2. Получающиеся в данной модели выражения для формфакторов аналитичны в комплексной плоскости переменной q^2 и могут быть продолжены из времениподобной области в область отрицательных q^2. Различие в величине модуля адронных формфакторов при положительных и отрицательных q^2 связано в основном с аналитическими свойствами дваждылогарифмического члена в экспоненте судаковского формфактора. Наличие судаковского формфактора приводит к тому, что при очень больших q^2 адронные формфакторы в КГСМ убывают экспоненциально. Однако это убывание очень медленное в доступной для эксперимента области q^2. Поэтому непертурбативные вклады в формфакторы, предсказываемые КГСМ, могут оказаться доминирующими вплоть до $q^2 \sim 10^2$ ГэВ^2.

Мы благодарны Р. Балдини, К.Г. Борескову, Б.В. Гешкенбейну, О.В. Канчели и Ю.А. Симонову за полезные обсуждения.

Работа была частично поддержана грантами ИНТАС 99-1692, РФФИ 98-02-17463 и NATO OUTR.LG.971390.

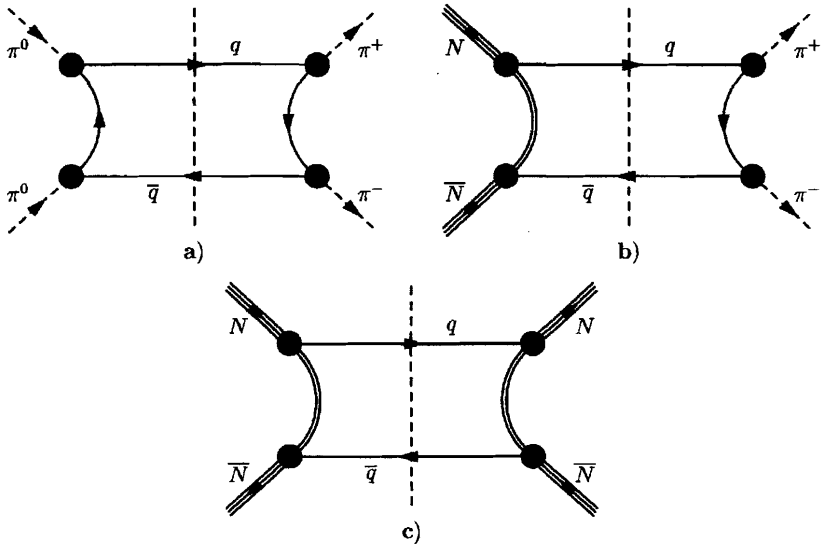

Рис.1. Планарные диаграммы, соответствующие бинарным реакциям:
a) $\pi^0\pi^0 \to \pi^+\pi^-$, **b)** $\pi\overline{\pi} \to N\overline{N}$, **c)** $N\overline{N} \to N\overline{N}$.

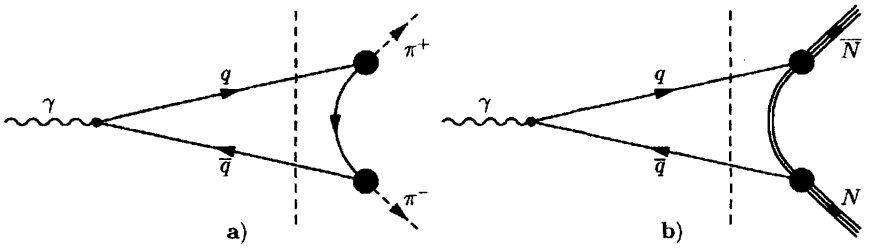

Рис.2. Планарные диаграммы, отвечающие процессам: **a)** $\gamma \to \pi^+\pi^-$, **b)** $\gamma \to N\overline{N}$.

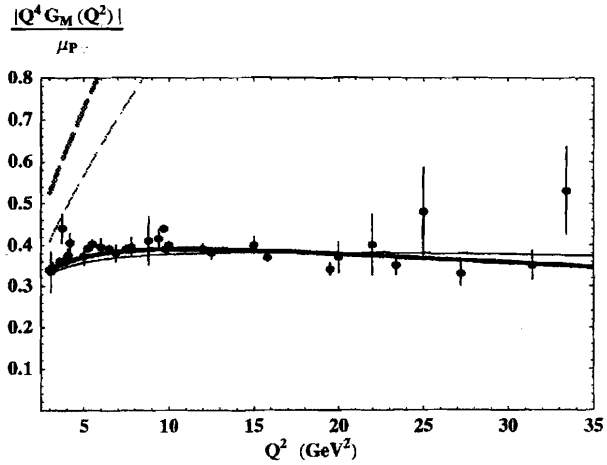

Рис.3. Протонный магнитный формфактор $G_m(Q^2)$ в пространственноподобной области как функция $Q^2 = -q^2$. Жирная и тонкая сплошные линии соответствуют параметризациям судаковского формфактора (52) и (57). Штриховые жирная и тонкая линии отвечают вычислениям МКГС без учета судаковского формфактора. Эти кривые получены из жирных кривых делением на соответствующий судаковский форм фактор. Экспериментальные данные взяты из работы [36].

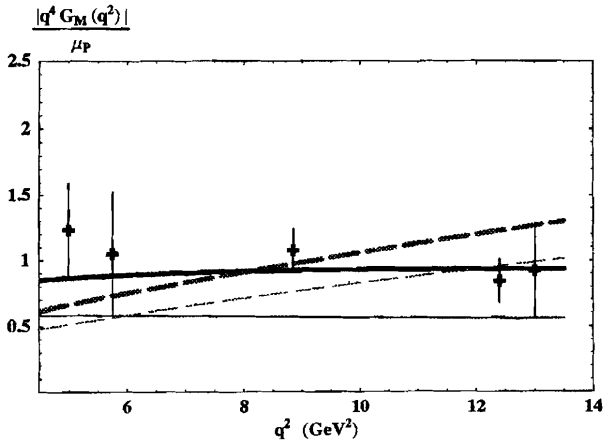

Рис.4. Протонный магнитный формфактор $G_m(q^2)$ во времениподобной области как функция q^2. Жирная и тонкая сплошные линии соответствуют параметризациям судаковского формфактора (52) и (57). Штриховые жирная и тонкая линии отвечают вычислениям МКГС без учета судаковского формфактора. Эти кривые получены из жирных кривых делением на соответствующий судаковский формфактор. Экспериментальные данные взяты из работ [37, 38].

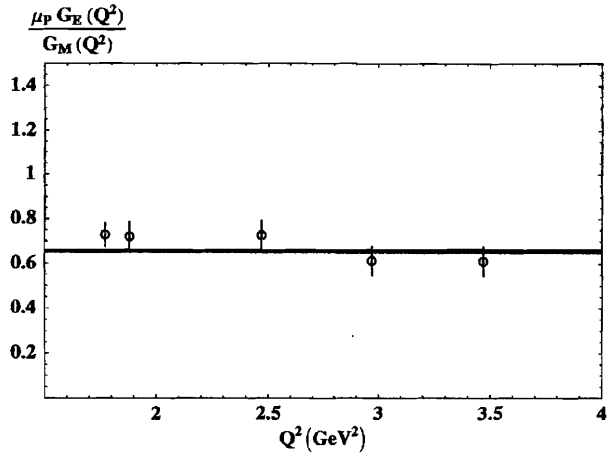

Рис.5. Отношение саксовских формфакторов протона $\frac{\mu_p G_e(Q^2)}{G_m(Q^2)}$ в пространственноподобной области как функция $Q^2 = -q^2$. Использована параметризация спиновой амплитуды 1), при этом масса кварка выбиралась равной $m = 0.22$ ГэВ. Экспериментальные данные взяты из работы [39].

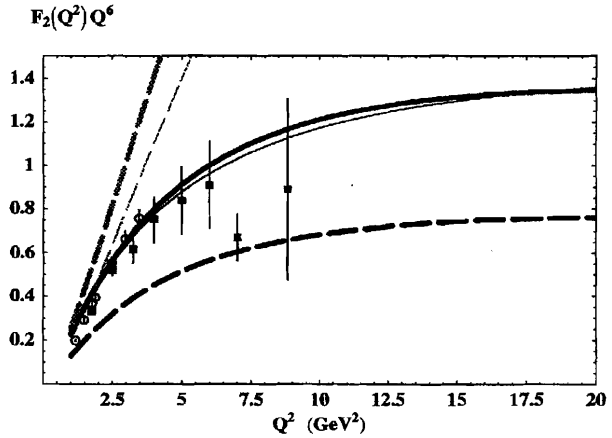

Рис.6. Протонный формфактор Паули $F_2(Q^2)$ в пространственноподобной области как функция $Q^2 = -q^2$. Сплошные кривые отвечают модели 1) спиновой структуры амплитуды $A^{q\bar{q}\to N\bar{N}}$; жирная кривая отвечает параметризации судаковского формфактора (52); тонкая кривая – параметризации (57). Соответствующие штриховые кривые отвечают вычислениям без учета судаковского формфактора. Жирная штриховая кривая, проходящая ниже экспериментальных точек, соответствует модели 2) спиновой структуры и параметризации (52) судаковского формфактора. Параметры m и $\langle \mathbf{k}_1^2 \rangle$ брались равными $m = 0.22$ ГэВ, $\langle \mathbf{k}_1^2 \rangle = 0.2$ ГэВ^2. Экспериментальные данные взяты из работы [40].

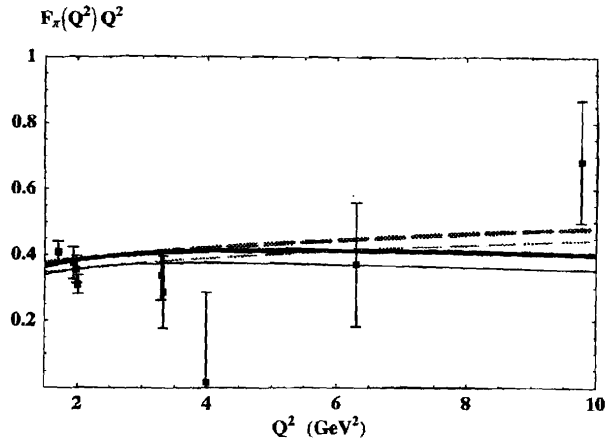

Рис.7. Пионный формфактор $F_\pi(Q^2)$ в пространственноподобной области как функция $Q^2 = -q^2$. Жирная и тонкая сплошные линии соответствуют параметризациям судаковского формфактора (52) и (57) соответственно. Штриховые жирная и тонкая линии отвечают вычислениям МКГС без учета судаковского формфактора. Эти кривые получены из жирных кривых делением на соответствующий судаковский формфактор. Экспериментальные данные взяты из работы [41].

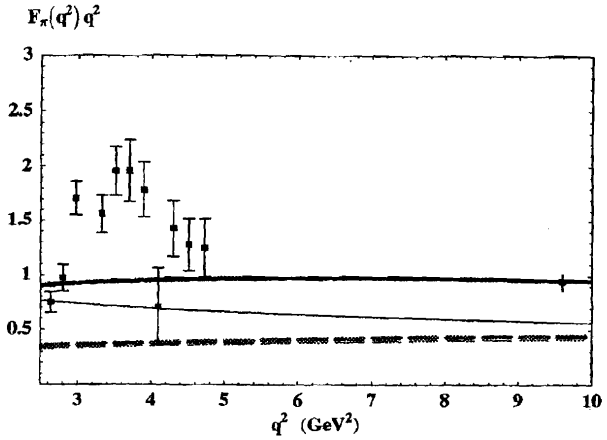

Рис.8. Пионный форм фактор $F_\pi(q^2)$ во времениподобной области как функция q^2. Жирная и тонкая сплошные линии отвечают параметризациям судаковского формфактора (52) и (57) соответственно. Штриховые жирная и тонкая линии отвечают вычислениям МКГС без учета судаковского форм фактора. Эти кривые получены из жирных кривых делением на соответствующий судаковский формфактор. Экспериментальные данные взяты из работ [42, 43].

Литература

[1] Sterman G., Stoler P. Hadronic Form Factors and Perturbative QCD // Annual Review of Nuclear and Particle Science, 1997. Vol. 47. P. 193.

[2] Baldini R. *et al.* Measurement of $J/\psi \to N\bar{N}$ branching ratios and estimate of the phase of the strong decay amplitude // Phys. Lett. 1998. Vol. B444. P. 111.

[3] Gauzzi P. Nucleon form-factors in the timelike region // Phys. At. Nucl. 1996. Vol. 59. P. 1441.

[4] Lepage G.P., Brodsky S.J. Exclusive Processes In Perturbative Quantum Chromodynamics // Phys. Rev. 1980. Vol. D22. P. 2157.

[5] Ioffe B.L., Smilga A.V. Meson Widths And Form-Factors At Intermediate Momentum Transfer In Nonperturbative QCD // Nucl. Phys. 1983. Vol. B216, P. 373.

[6] Isgur N., Llewellyn Smith C.H. The Applicability Of Perturbative QCD To Exclusive Processes // Phys. Lett. 1989. Vol. B217. P. 535;
Isgur N., Llewellyn Smith C.H. Asymptopia In High Q^2 Exclusive Processes In QCD // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 1080.

[7] Radyushkin A.V. Hadronic form-factors: Perturbative QCD vs. QCD sum rules // Nucl. Phys. 1991. Vol. A532. P. 141.

[8] Aznaurian I.G., Bagdasarian A.S., Esaibegian S.V., Ter-Isaakian N. L. Nucleon form-factors in the relativistic quark model: Behavior at small and intermediate momentum transfers and QCD asymptotic behavior // Sov. J. Nucl. Phys. 1992. Vol. 55. P. 1099.

[9] Botts J., Sterman G. Hard Elastic Scattering In QCD: Leading Behavior // Nucl. Phys. 1989. Vol. B325. P. 62.

[10] Li H., Sterman G. The Perturbative pion form-factor with Sudakov suppression // Nucl. Phys. 1992. Vol. B381. P. 129.

[11] Li H. Sudakov suppression and the proton form-factor in QCD // Phys. Rev. 1993. Vol. D48. P. 4243.

[12] Jakob R., Kroll P. The Pion form-factor: Sudakov suppressions and intrinsic transverse momentum // Phys. Lett. 1993. Vol. B315. P. 463; Erratum // Phys. Lett. 1993. Vol. B319. P. 545(E) .

[13] Bolz J., Jakob R., Kroll P., Bergmann M., Stefanis N.G. Neutron form-factor: Sudakov suppression and intrinsic transverse size effect // Phys. Lett. 1995. Vol. B342. P. 345.

[14] Hyer T. Sudakov effects in $p\bar{p}$ annihilation // Phys. Rev. 1993. Vol. D47. P. 3875.

[15] Kroll P. Electromagnetic form-factors at large momentum transfer // Kroll P., Pilsner T., Schurmann M., Schweiger W. On exclusive reactions in the timelike region // Phys. Lett. 1993. Vol. B316. P. 546.

[16] Jain P., Kundu B., Li H., Ralston J.P., Samuelsson J. A review of pQCD calculations of electromagnetic form factors of hadrons // Talk given at Workshop on the Structure of the Nucleon (NUCLEON 99), Frascati, 7-9 June, 1999. Italy.

[17] Kaidalov A.B. // In "QCD at 200 TeV", edited by L. Cifarelli and Yu. Dokshitzer, Plenum Press, N. Y. and London, 1992, p.1.

[18] Kaidalov A.B. Electromagnetic Form-Factors Of Hadrons At Large Q^2 And Effects Of Confinement // JETP. 1980. Vol. 32. P. 494.

[19] Kaidalov A.B. On The Possible Connection Between Hard And Soft Processes // Sov. J. Nucl. Phys. 1981. Vol. 33. P. 733.

[20] Kaidalov A.B. Hadronic Mass Relations From Topological Expansion And String Model // Z. Phys. 1982. Vol. C12. P. 63.

[21] 't Hooft G. A Planar Diagram Theory For Strong Interactions // Nucl. Phys. 1974. Vol. B72. P. 461; 't Hooft G. A Two-Dimensional Model For Mesons // Nucl. Phys. 1974. Vol. B75. P. 461.

[22] Veneziano G. Regge Intercepts And Unitarity In Planar Dual Models // Nucl. Phys. 1974. Vol. B74. P. 365; Veneziano G. Some Aspects Of A Unified Approach To Gauge, Dual And Gribov Theories // Nucl. Phys. 1976. Vol. B117. P. 519.

[23] Chan Hong Mo, Paton J.E., Sheung Tsun Tsou. Diffractive Scattering In The Dual Model // Nucl. Phys. 1975. Vol. B86. P. 479; Regge Parameters From Duality And Unitarity // Nucl. Phys. 1975. Vol. B92. P. 13.

[24] Chew G.F., Rosenzweig. Asymptotic Planarity: An S Matrix Basis For The Okubo-Zweig-Iizuka Rule // Nucl. Phys. 1976. Vol. B104. P. 290; Chew G.F., Rosenzweig. Dual Topological Unitarization: An Ordered Approach To Hadron Theory // Phys. Rept. 1978. Vol. 41. P. 263.

[25] Casher A., Kogut J., Susskind L. Vacuum Polarization And The Quark Parton Puzzle // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 31. P. 792.

[26] Artru X., Mennessier G. String Model And Multiproduction // Nucl. Phys. 1974. Vol. B70. P. 93.

[27] Casher A, Neuberger H., Nussinov, S. Chromoelectric Flux Tube Model Of Particle Production // Phys. Rev. 1979. Vol. D20. P. 179.

[28] Gurvich E.G. The Quark Anti-Quark Pair Production Mechanism In A Quark Jet // Phys. Lett. 1979. Vol. B87. P. 386; Multiplicity Distribution And Correlations In Quark Jet // Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1980. Vol. 32. P. 491.

[29] Grigorian A.A., Ivanov N.Y., Kaidalov A.B. Spin In The Quark - Gluon Picture Of Strong Interactions. Secondary Regge Trajectories // Sov. J. Nucl. Phys. 1982. Vol. 36. P. 867.

[30] Brodsky S.J., Farrar G.R. Scaling Laws At Large Transverse Momentum // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 31. P. 1153; Brodsky S.J., Farrar G.R. Scaling Laws For Large Momentum Transfer Processes // Phys. Rev. 1975. Vol. D11. P. 1309; Matveev V.A., Muradian R.M., Tavkhelidze A.N. Automodellism In The Large - Angle Elastic Scattering And Structure Of Hadrons // Nuovo Cim. Lett. 1973. Vol. 7. P. 719.

[31] Ravndal F. On the pion form factor in the parton model // Phys. Lett. 1973. Vol. B47. P. 67.

[32] Dokshitzer Yu.L., Troian S.I. Nonleading Perturbative Corrections To The Dynamics Of Quark - Gluon Cascades And Soft Hadron Spectra In E+ E- Annihilation // (St. Petersburg, INP). LENINGRAD-84-922, January 1984. P. 45.;
Dokshitser Yu.L., Diakonov D.I. Quantum Chromodynamics And Hadron Jets // Proceedings of the XIV winter school of LIYaF, 1979 P. 27.

[33] Badalian A.M., Simonov Yu. A. Freezing of $\alpha_S(Q^2)$ in e^+e^- annihilation // Phys. Atom. Nucl. 1997. Vol. 60. P. 630.

[34] Dokshitzer Yu. L., Marchesini G., Webber B. R. Dispersive Approach to Power-Behaved Contributions in QCD Hard Processes // Nucl.Phys. 1996. Vol. B469. P. 93.

[35] Sterman G., Weinberg S. Jets From Quantum Chromodynamics // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 1436.

[36] Arnold R.G., *et. al.* Measurement Of Elastic Electron Scattering From The Proton At High Momentum Transfer // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 174.

[37] Armstrong, T. *et.al.* Measurement of the proton electromagnetic form-factors in the timelike region at 8.9 GeV^2 – 13 GeV^2 // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 70. P. 1212.

[38] Bardin G., *et. al.* Determination of the electric and magnetic form factors of the proton in the time-like region // Nucl. Phys. 1994, Vol. B411. P. 3.

[39] Jones M.K., *et. al.* $G(E(p))/G(M(p))$ ratio by polarization transfer in e(polarized) p $\rightarrow$ e p(polarized) // nucl-ex/9910005 (to be published in Phys. Rev. Lett. 1999).

[40] Bosted P., *et. al.* Measurements of the electric and magnetic form-factors of the proton from $Q^2 = 1.75\ GeV/c^2$ to 8.83 GeV/c^2 // Phys. Rev. Lett. 1992. Vol. 68. P. 3841.

[41] Bebek C.J., *et. al.* Measurement Of The Pion Form-Factor Up To $Q^2 = 4\ Gev^2$ // Phys. Rev. 1976. Vol. D13. P. 25.

[42] Bisello D., *et al.* The Pion Electromagnetic Form-Factor In The Timelike Energy Range 1.35 $Gev \leq S^{(1/2)} \leq 2.4\ Gev$ // Phys. Lett. 1989. Vol. 220, P. 321.

[43] Milana J., Nussinov S., Olsson M.G. Does $J/\psi \rightarrow pi^+pi^-$ fix the electromagnetic form-factor $F_\pi(t)$ at $t = M^2(J/\psi)$? // Phys. Rev. 1993. Vol. 71. P. 2533.

[44] Gousset T., Pire B. Timelike form-factors at high-energy // Phys. Rev. 1995. Vol. D51. P. 15.

[45] Geshkenbein B. V. Pion electromagnetic formfactor in the space-like region and P-phase $\delta_1^1(s)$ of $\pi\pi$ scattering from the value of the modulus of formfactor in the time-like region.// Phys. Rev. 2000. Vol. D61. P. 033009.