

DO-TH-92/28

December 1992

Fermilab Library



0 1160 0021666 7

128
[Handwritten signature]

**Soft gluon resummations
in polarized
space and timelike processes[†]**

Alexander Weber

Institut für Physik, Universität Dortmund

D-4600 Dortmund 50, Germany

Dortmund 11.

[†]Thesis submitted to the University of Dortmund for the degree of a Doctor of Natural Science

Abstract

The main part of this article is devoted to the application of the techniques of soft gluon resummation in various longitudinally polarized space- and timelike processes. We study in detail the production of muon-pairs with small and moderate transverse momenta in collisions of longitudinally polarized hadrons. We focus on the problem how to connect the different theoretical descriptions in the regions of small and large transverse momenta. The inclusion of higher order corrections in the formalism and the stability of our results are discussed as well. Furthermore, we show how these techniques can be applied to the case of jet-production in polarized deep-inelastic scattering and to W^\pm -boson production in *singly* polarized hadron-hadron scattering. For the latter process we present a detailed study of its relevance to uncover the polarization of sea-quarks and gluons in the proton. The influence of input quantities and intrinsic transverse momenta inherent to the partons over this process is also discussed. Finally, we make a careful analysis of recent data on π^0 -production in polarized proton-(anti)proton collisions. We show that due to the influence of intrinsic transverse momenta on the produced pions the data are presently not suitable to decide between different possibilities how the proton's spin is shared by its constituents.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Polarisierte tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung	6
2.1	Einführung	6
2.2	Elektroschwache tief-inelastische Streuung	10
2.3	"Neutral Current" Wechselwirkungen	13
2.4	"Charged Current" Wechselwirkungen	16
2.5	Wirkungsquerschnitte und numerische Resultate	19
2.6	Zusammenfassung	24
3	Resummation weicher Gluonen in polarisierten Drell-Yan Prozessen	25
3.1	Einleitung und Vorstellung der Idee der Resummation	25
3.2	Herleitung des q_T -differentiellen Wirkungsquerschnitts	28
3.2.1	Der Quark-Antiquark-Annihilationsbeitrag	29
3.2.2	Resummation im <i>impact</i> -Parameter Raum	34
3.2.3	Faktorisierung	35
3.2.4	Der Quark-Gluon Compton-Beitrag	37
3.2.5	Endergebnis	39
3.3	Resummation weicher Gluonen jenseits der DLA	41
3.3.1	Der Formalismus von Collins und Soper	42
3.3.2	Verbindung zum AEGM-Formalismus	45
3.4	Gültigkeitsbereich der Resultate	46
3.5	Phänomenologische Aspekte	47
3.5.1	Technische Vorbemerkungen	48
3.5.2	Numerische Resultate	49
3.6	Bedeutung von $B^{(2)}$ und Stabilität der Resultate	55
3.7	Zusammenfassung	59

4 Resummation weicher Gluonen in polarisierter tief-inelastischer Jetproduktion	61
4.1 Einleitung und Motivation	61
4.2 Die resummierte Form von $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$	63
4.3 Phänomenologische Aspekte	67
4.3.1 Vorbemerkungen	67
4.3.2 Numerische Resultate	67
4.4 Zusammenfassung	70
5 Hadronische <i>single-spin</i> Produktion von W^\pm-Bosonen	71
5.1 Einleitung	71
5.2 Resummation für die <i>single-spin</i> W^\pm -Produktion	72
5.3 Phänomenologische Aspekte	77
5.4 Zusammenfassung	82
6 Polarisierte inklusive π^0 - Produktion und eine große Gluonpolarisation	84
6.1 Einleitung und Motivation	84
6.2 Grundlegende Formeln	85
6.3 Numerische Resultate	89
6.4 Zusammenfassung	97
7 Zusammenfassung	99
A Behandlung von γ^5 in $n \neq 4$ Dimensionen	101
A.1 Das Chanowitz-Furman-Hinchliffe- (CFH) Schema	102
A.2 Das 't Hooft-Veltman-Breitenlohner-Maison- (HVBM) Schema	103
B Zerlegung des perturbativen DY-Wirkungsquerschnitts	106
C y-integrierte und q_T-unabhängige Wirkungsquerschnitte	110
D Zerlegung der Beiträge zu dg_1^P/dq_T^2	114
E Resummation und <i>matching</i> für die <i>single-spin</i> W^\pm-Produktion	117
E.1 Der asymptotische Wirkungsquerschnitt	117
E.2 Entwicklung des resummierten Wirkungsquerschnitts	118

Kapitel 1

Einleitung

Vor ungefähr fünf Jahren schloß die European Muon Collaboration (EMC) am CERN die Analyse ihrer Daten zur tief-inelastischen Streuung longitudinal polarisierter Myonen und Protonen ab [1]. Besonderes Aufsehen erregten in der folgenden Zeit die Ergebnisse für die polarisierte Strukturfunktion g_1^P des Protons. Insbesondere war der Wert des ersten Momentes der Strukturfunktion, $\langle g_1^P(x, Q_0^2) \rangle \equiv \int_0^1 g_1^P(x, Q_0^2) dx \approx 0.126$, $Q_0^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$ [1] überraschend klein. Eine Analyse des EMC-Resultats im Rahmen des QCD-Partonmodells in führender Ordnung liefert zusammen mit Daten zum β -Zerfall im Hyperon Oktett [2, 3] das unerwartete Ergebnis [4], daß die Strange-Quarks im Proton stark negativ polarisiert sind. Das bedeutet unmittelbar, daß der Anteil des Protonspins, der von Quarks getragen wird, nur verschwindend gering ist.

Eine alternative Erklärung der überraschenden EMC-Resultate wurde durch die Beobachtung ermöglicht, daß $\int_0^1 g_1^P(x, Q^2) dx$ einen Korrekturbeitrag durch die Dreiecksanomalie erhält, der sich als gluonischer Beitrag jenseits der führenden Ordnung der QCD interpretieren läßt, der aber nur schwach von Q^2 abhängt [5, 6, 10]. Damit kann man das EMC-Resultat nun entweder durch eine große (negative) Polarisation der Seequarks [7, 8] oder eine große (positive) Polarisation der Gluonen im Proton [5, 10, 11] verstehen. Natürlich (und vermutlich auch realistischer) ist eine geeignete Kombination dieser extremen Spinszenarien möglich.

Aus den bisherigen Betrachtungen folgt, daß mit den EMC-Daten allein nicht entschieden werden kann, welches der möglichen Spinszenarien tatsächlich für den kleinen Wert von $\int_0^1 g_1^P(x, Q_0^2) dx$ verantwortlich ist. Deshalb sind in den vergangenen Jahren viele Untersuchungen zu physikalischen Prozessen angestellt worden, die auf eine polarisierte Seeverteilung und/oder eine polarisierte Gluonverteilung im Proton sensitiv sind. Zu die-

sen gehören die Produktion schwerer Quarks und Jets in polarisierter tief-inelastischer [6, 8, 10, 13] und polarisierter Proton-(Anti)Proton-Streuung [14, 15, 16], die polarisierte Hadroproduktion direkter Photonen [17, 18, 19] und die Produktion von Myonpaaren mit großen transversalen Impulsen q_T in hadronischen Kollisionen [18, 20, 21, 22, 23, 24].

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, neue Untersuchungen zu bisher nicht betrachteten Aspekten polarisierter Prozesse vorzustellen, und die Möglichkeiten, die diese Prozesse im Hinblick auf eine Unterscheidung verschiedener Spinszenarien bieten, zu diskutieren.

In Kapitel 2 gehen wir zunächst etwas genauer auf das EMC-Resultat ein. Bei der Analyse der Daten in [1] wurde angenommen, daß die polarisierten Myonen und Protonen elektromagnetisch wechselwirken. Diese Annahme ist gerechtfertigt wenn man bedenkt, daß $Q_0^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$ klein ist. Für experimentelle Situationen, die größere Werte von Q^2 ermöglichen ($Q^2 \gtrsim 1000 \text{ GeV}^2$), ist die Betrachtung rein elektromagnetischer Wechselwirkungen jedoch nicht mehr ausreichend, und man muß zusätzlich den Austausch schwerer Eichbosonen (W^\pm , Z^0) berücksichtigen. Daher diskutieren wir in diesem Kapitel den auf elektroschwache Wechselwirkungen verallgemeinerten Fall der polarisierten tief-inelastischen Streuung und untersuchen, ob hier eine Möglichkeit zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien besteht. Unsere Analyse zeigt, daß dies nicht der Fall ist, zumindest was das erste Moment der polarisierten Strukturfunktionen betrifft.

In Kapitel 3 wenden wir uns daher einem anderen Prozeß zu, der im unpolarisierten Fall von großer Bedeutung für die Bestimmung von Partonverteilungen ist, und zwar der Produktion von Myonpaaren ($\mu^+ \mu^-$) in der Streuung zweier longitudinal polarisierter Hadronen (Drell-Yan Prozeß). Da der Drell-Yan Prozeß in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ der QCD Beiträge von Quark-Antiquark und (Anti)Quark-Gluon initiierten Subprozessen erhält, könnte er zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien hilfreich sein. Die bisherigen Analysen [18, 20] haben den Nachteil, daß sie in dem kinematischen Bereich, in dem das auslaufende Myonpaar der Masse $\sqrt{Q^2}$ einen kleinen Transversalimpuls $q_T \ll \sqrt{Q^2}$ besitzt, keine verlässlichen Resultate liefern. Der Grund dafür ist, daß diese Region von der Emission vieler weicher und kollinearere Gluonen dominiert wird, was zum Versagen der "gewöhnlichen" Störungstheorie in fester Ordnung von α_s führt (siehe Fig. 1.1). Gerade dieser Bereich ist aber phänomenologisch interessant, weil hier die Anzahl der produzierten Myonpaare groß ist. Daher ist eine verlässliche theoretische Beschreibung wichtig. Wir übertragen in diesem Kapitel die Techniken, die für den unpolarisierten Drell-Yan Prozeß zur Summation weicher und kollinearere Gluonen in allen Ordnungen in α_s entwickelt wurden [25, 26], auf den polarisierten Fall (*soft gluon resummation*). Dabei ist die zentrale

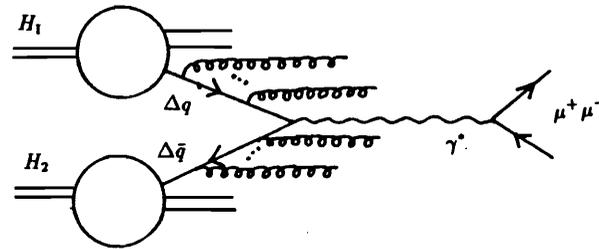


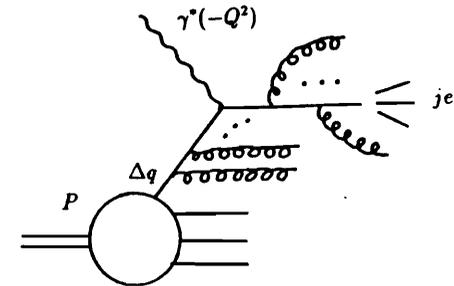
Abbildung 1.1: Multigluonemission im polarisierten Drell-Yan Prozeß.

Frage der Untersuchung, wie sich die berechneten Wirkungsquerschnitte in den Bereichen $q_T^2 \ll Q^2$ (Resummation) und $q_T^2 \approx Q^2$ ("gewöhnliche" Störungstheorie in α_s) miteinander in Verbindung bringen lassen. Ein weiterer wichtiger Punkt ist die Einbettung von Korrekturen höherer Ordnung in den Resummationsformalismus und die Frage der Stabilität der Resultate bezüglich willkürlicher Parameter (Renormierungs- / Faktorisierungsskala).

Gerade die Berechnung von Korrekturen höherer Ordnung zu grundlegenden QCD-Prozessen hat sich als wichtig herausgestellt, um die Stabilität störungstheoretischer Resultate zu erhöhen und sinnvollere Vergleiche mit experimentellen Daten zu gewährleisten [28, 27]. In diesem Kontext haben wir aufbauend auf einer Analyse in führender Ordnung der QCD [29] kürzlich die Produktion von Myonpaaren in hochenergetischer Photon-Proton- (γp) Streuung untersucht [30]. Wir konnten zeigen, daß die Vorhersagen für den Wirkungsquerschnitt $ep \rightarrow \gamma p \rightarrow (\mu^+ \mu^-) X$ unter der Hinzunahme von Korrekturen höherer Ordnung [27, 31] stabil sind. Die Resultate der Analyse verschiedener Rapiditätsbereiche können für die Bestimmung des gluonischen Beitrags zur Photonstruktur in künftigen ep -Experimenten (HERA, LEPoLHC) wichtig werden. Wir werden im Rahmen dieser Arbeit hierauf jedoch nicht näher eingehen.

Einer der ersten Vorschläge zur Bestimmung einer möglichen großen Gluonpolarisation im Proton war die polarisierte tief-inelastische Produktion von Jets [6, 10]. In [10] wurde dazu die Größe $d \langle g_1^P(x, Q^2) \rangle / dq_T^2$ betrachtet, wobei q_T der Transversalimpuls des auslaufenden Jets ist. Das zunächst vielversprechende Ergebnis, daß eine große Gluonpolarisation zu einem ausgeprägten negativen Signal für $d \langle g_1^P(x, Q^2) \rangle / dq_T^2$ führt, wurde später in [13] kritisiert, da es auf idealisierten Annahmen beruht. In einer realistischen experimentellen Situation ist das negative Signal nur schwach ausgeprägt und liegt im Be-

reich kleiner q_T [13]. Wie im Fall des Drell-Yan Prozesses ist dieser kinematische Bereich durch die Emission vieler weicher und kollinearier Gluonen bestimmt (siehe Fig. 1.2). Um

Abbildung 1.2: Multigluonemissionsbeiträge zu $d \langle g_1^P(Q^2) \rangle / dq_T^2$.

zu theoretisch verlässlichen Aussagen zu kommen, muß die Multigluonemission in allen Ordnungen in α_s berücksichtigt werden. In Kapitel 4 übertragen wir dazu die Techniken der *soft gluon resummation* auf den Fall der polarisierten tief-inelastischen Jetproduktion und untersuchen, wie die Ergebnisse aus [13] modifiziert werden.

In Kapitel 5 stellen wir die Anwendung des Resummationsformalismus aus Kapitel 3 auf die polarisierte hadronische Produktion von W^\pm vor. Dieser Prozeß ist eng verwandt mit dem Drell-Yan Prozeß. Er hat jedoch den Vorteil, daß die paritätsverletzende Erzeugung eines W^\pm die Polarisation nur eines einlaufenden Hadrons erfordert, was sich experimentell vermutlich leichter realisieren läßt. Aus unserer numerischen Analyse der Rapiditätsverteilung der W^\pm folgt, daß der Prozeß im Hinblick auf die Unterscheidbarkeit verschiedener Spinszenarien vielversprechend ist. Die Resultate ließen sich schon in naher Zukunft (z.B. bei RHIC [32]) testen.

In Kapitel 6 gehen wir auf eine Analyse ein, wonach eine große Gluonpolarisation im Proton durch Daten zur semiinklusive π^0 -Produktion in polarisierten $p \bar{p}$ -Kollisionen ausgeschlossen sein soll [33, 34]. Wir werden den Begriff "große Gluonpolarisation" differenzieren und in einer detaillierten Untersuchung zeigen, daß insbesondere unter Berücksichtigung nichtperturbativer Effekte, die für kleine Transversalimpulse der π^0 relevant werden, die Daten nicht im Widerspruch zu einer großen Gluonpolarisation im Proton stehen und keine Unterscheidung verschiedener Spinszenarien ermöglichen. Wir zeigen jedoch, daß diese für höhere Schwerpunktsenergien der kollidierenden Hadronen möglich sein sollte.

In Kapitel 7 fassen wir unsere Ergebnisse zusammen, und die Anhänge A-E enthalten Details zu den Rechnungen der einzelnen Kapitel.

Kapitel 2

Polarisierte tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung

In diesem Kapitel behandeln wir die polarisierte tief-inelastische Lepton-Nukleon Streuung. In Abschnitt 2.1 geben wir unsere Notation an und diskutieren kurz das EMC-Resultat [1] und seine Konsequenzen. In Abschnitt 2.2 stellen wir unsere Rechnungen zur tief-inelastischen Streuung vor, die auf den elektroschwachen Sektor verallgemeinert sind. Die Resultate für *neutral current* und *charged current* Wechselwirkungen werden in den Abschnitten 2.3 und 2.4 getrennt diskutiert. In Abschnitt 2.5 stellen wir einige numerische Resultate unserer Rechnungen vor. Schließlich fassen wir in Abschnitt 2.6 unsere Ergebnisse zusammen.

2.1 Einführung

Wir geben in diesem Abschnitt einige grundlegende Definitionen an und diskutieren kurz das EMC-Resultat [1] und seine Implikationen.

Wir betrachten die tief-inelastische elektromagnetische Streuung eines polarisierten Leptons L mit einem polarisierten Proton P ,

$$L(l, r) + P(p, s) \longrightarrow L(l')X, \quad (2.1)$$

wobei $p(l)$ der Viererimpuls und $s(r)$ der Spinvektor des Protons (Leptons) ist. Die üblichen kinematischen Variablen sind dann durch

$$S = (l + p)^2, \quad q^2 = (l - l')^2 \equiv -Q^2, \quad x = \frac{Q^2}{2p \cdot q}, \quad y = \frac{p \cdot q}{p \cdot l} \quad (2.2)$$

definiert, wobei q der Viererimpuls des ausgetauschten Photons (γ^*) der Virtualität $-Q^2$ ist. Der hadronische Tensor $W_{\mu\nu}$, der die Streuung des γ^* mit dem Proton beschreibt, läßt sich in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Teil zerlegen, $W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^S -$

$iW_{\mu\nu}^A$, die jeweils durch Strukturfunktionen parametrisiert werden,

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}^S &= \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) F_1 + \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu\right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu\right) \frac{F_2}{p \cdot q}, \\ W_{\mu\nu}^A &= \frac{M}{p \cdot q} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} q^\sigma \left[s^\sigma g_1^P + \left(s^\sigma - \frac{s \cdot q}{p \cdot q} p^\sigma\right) g_2^P \right]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Dabei sind F_1, F_2 die üblichen unpolarisierten Strukturfunktionen, und zusätzlich treten im Fall der polarisierten Lepton-Proton Streuung die (polarisierten) Strukturfunktionen g_1, g_2 auf. M ist die Protonmasse. Wir betrachten im folgenden den Fall, daß das einlaufende Lepton und Proton longitudinal polarisiert sind. Für die Spinvektoren gilt dann:

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow 0} M s^\mu &= \lambda_P p^\mu, \\ \lim_{m_l \rightarrow 0} m_l l^\mu &= \lambda_L l^\mu, \end{aligned} \quad (2.4)$$

wobei m_l die Leptonmasse ist und $\lambda_{L,P} = +(-)$ positive (negative) Helizität des jeweiligen Teilchens bezeichnet. Der Lepton-Proton Wirkungsquerschnitt ergibt sich nun durch Kontraktion von $W_{\mu\nu}$ mit dem leptonischen Tensor $L^{\mu\nu}$,

$$L^{\mu\nu} = 2 [l^\mu l^\nu + l^\nu l^\mu - g^{\mu\nu} (l \cdot l) + i m_l \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} q_\alpha r_\beta] \quad (2.5)$$

und anschließende Integration über den Phasenraum des auslaufenden Leptons. Betrachten wir die Summe und Differenz der Wirkungsquerschnitte mit paralleler Polarisation ($\lambda_P = -\lambda_L = 1, \uparrow\uparrow$) und antiparalleler Polarisation ($\lambda_P = \lambda_L = 1, \uparrow\downarrow$) des einlaufenden Leptons und Protons, so finden wir im Laborsystem, wo das Proton ruht und das Lepton die Energie E hat mit $M \ll E$:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dx dy} &\equiv \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dx dy} + \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{dx dy} \right) = \frac{4\pi\alpha_{e.m.}^2}{Sx^2y^2} [xy^2 F_1(x, Q^2) + (1-y) F_2(x, Q^2)] , \\ \frac{d\Delta\sigma}{dx dy} &\equiv \frac{1}{2} \left(\frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow}}{dx dy} - \frac{d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{dx dy} \right) = \frac{4\pi\alpha_{e.m.}^2}{Sxy} (2-y) \left[g_1^P(x, Q^2) - \frac{2x}{2-y} \frac{M}{E} g_2^P(x, Q^2) \right]. \end{aligned} \quad (2.6)$$

Zur experimentellen Bestimmung der polarisierten Strukturfunktion $g_1^P(x, Q^2)$ mißt man die Asymmetrie

$$A \equiv \frac{d\sigma^{\uparrow\uparrow} - d\sigma^{\uparrow\downarrow}}{d\sigma^{\uparrow\uparrow} + d\sigma^{\uparrow\downarrow}} \sim \frac{g_1^P(x, Q^2)}{F_1(x, Q^2)} \equiv A_1 \simeq 2x \frac{g_1^P(x, Q^2)}{F_2(x, Q^2)}, \quad (2.7)$$

wobei $F_2(x, Q^2) \simeq 2x F_1(x, Q^2)$ ist und der Beitrag von $g_2^P(x, Q^2)$ vernachlässigt wurde [35]. A und A_1 unterscheiden sich dann nur durch einen kinematischen Faktor.

Die EMC-Gruppe am CERN hat die Asymmetrie A in der Streuung polarisierter Myonen ($E_\mu = 100-200$ GeV) mit polarisierten Protonen gemessen. Eine kombinierte Analyse

alter SLAC-Daten [36] mit den EMC-Daten [1] liefert für das erste Moment von $g_1^P(x, Q^2)$:

$$\langle g_1^P(x, Q_0^2) \rangle \equiv \int_0^1 g_1^P(x, Q_0^2) dx = 0.126 \pm 0.01 \pm 0.015 \quad (2.8)$$

wobei $Q_0^2 \simeq 10$ GeV² ist. Dabei stammt fast der gesamte Wert für $\int_0^1 g_1^P(x, Q_0^2) dx$ aus dem Bereich $x \gtrsim 0.01$, wo die Daten liegen ($\int_{0.01}^1 g_1^P(x, Q_0^2) dx \simeq 0.12$ [1]).

Welche Schlußfolgerungen lassen sich aus diesem Ergebnis ziehen?

Zunächst zerlegen wir $\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle$ in einen Nonsinglett- und einen Singlettanteil.

$$\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle = \langle g_{1,NS}^P(x, Q^2) \rangle + \langle g_{1,S}^P(x, Q^2) \rangle. \quad (2.9)$$

In führender Ordnung (LO) der QCD hat $\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle$ folgende Gestalt:

$$\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle^{LO} = \frac{1}{2} \sum_q e_q^2 [\Delta q + \Delta \bar{q}], \quad (2.10)$$

wobei

$$\Delta \bar{q} \equiv \int_0^1 dx \left[\bar{q}_+(x, Q^2) - \bar{q}_-(x, Q^2) \right] \quad (2.11)$$

das (Q^2 -unabhängige) erste Moment der Differenz der Verteilungen solcher (Anti)Quarks ist, deren Spin parallel (+) bzw. antiparallel (-) zum Protonspin liegt. Damit lassen sich die Singlett- und Nonsinglettanteile von $\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle$ aus (2.9) in LO schreiben als:

$$\begin{aligned} \langle g_{1,NS}^P(x, Q^2) \rangle^{LO} &= \frac{1}{12} \Delta q_3 + \frac{1}{36} \Delta q_8, \\ \langle g_{1,S}^P(x, Q^2) \rangle^{LO} &= \frac{1}{9} \Delta \Sigma^{LO} = \frac{1}{9} [\Delta q_8 + 3(\Delta s + \Delta \bar{s})]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Die Größen Δq_3 und Δq_8 sind fixiert durch den Gamov-Teller Anteil der β -Zerfälle im Hyperon-Oktett [2, 3]:

$$\begin{aligned} \Delta q_3 &= \Delta u + \Delta \bar{u} - \Delta d - \Delta \bar{d} = g_A \equiv F + D = 1.254 \pm 0.006, \\ \Delta q_8 &= \Delta u + \Delta \bar{u} + \Delta d + \Delta \bar{d} - 2(\Delta s + \Delta \bar{s}) = 3F - D = 0.68 \pm 0.04. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Setzt man nun (2.13, 2.12) in (2.9) ein und vergleicht mit dem experimentellen Resultat (2.8), so folgt, daß $\Delta \Sigma^{LO}$ verträglich mit Null ist,

$$\Delta \Sigma^{LO} = 0.1 \pm 0.17. \quad (2.14)$$

Auf der anderen Seite liefert die intuitiv plausible Annahme $(\Delta s + \Delta \bar{s}) \approx 0$ [4] zusammen mit (2.13) den Wert $\Delta \Sigma^{LO} \simeq 0.68$, im Gegensatz zum experimentell abgeleiteten Wert für (2.14), der im Rahmen der bisherigen Überlegungen $(\Delta s + \Delta \bar{s}) \simeq -0.2$ erfordert. Darüber hinaus impliziert das experimentelle Resultat (2.14), daß der Nettobeitrag der Quarks zum Protonspin nur unwesentlich ist oder sogar verschwindet.

Aus den bisherigen LO-Betrachtungen zum EMC-Resultat [1] folgt also mit (2.8, 2.12, 2.13) der überraschende (wenn auch prinzipiell erlaubte) Wert für $\Delta\Sigma^{LO}$ in (2.14).

Eine andere mögliche Erklärung des EMC-Resultats ergibt sich durch die Beobachtung, daß $\langle g_{1,s}^P(x, Q^2) \rangle$ in (2.9) einen Korrekturbeitrag durch die Dreiecksanomalie erhält, welcher als gluonischer Beitrag jenseits der führenden Ordnung (NLO) interpretiert werden kann. Vernachlässigt man Korrekturen durch Gluonabstrahlung von einlaufenden Quarks, so lautet $\langle g_{1,s}^P(x, Q^2) \rangle$ in NLO [5, 6, 10]:

$$\langle g_{1,s}^P(x, Q^2) \rangle^{NLO} = \frac{1}{9} \left[\Delta\Sigma^{NLO} + 2f \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \Delta c'_G \Delta G(Q^2) \right], \quad (2.15)$$

mit $\Delta c'_G = -1/2$ [5, 6, 10]. f ist die Anzahl der (leichten) aktiven Quarkflavors und $\Delta G(Q^2)$ ist das erste Moment der polarisierten Gluonverteilung im Proton, die analog zu (2.11) durch

$$\Delta G(Q^2) = \int_0^1 dx [G_+(x, Q^2) - G_-(x, Q^2)] \quad (2.16)$$

definiert ist. Der entscheidende Punkt ist nun, daß die gluonische Korrektur $2f(\alpha_s(Q^2)/2\pi)\Delta c'_G\Delta G(Q^2)$ in (2.15) nur sehr schwach von Q^2 abhängt [5, 10, 37], $\Delta G(Q^2) \sim \frac{1}{\alpha_s(Q^2)} + \mathcal{O}(1)$. Ein gluonischer Beitrag zu (2.15) bei einer kleinen Skala \tilde{Q}^2 ist bei größeren $Q^2 > \tilde{Q}^2$ nicht unterdrückt und ist daher auf der selben Stufe zu betrachten wie die (Q^2 -unabhängigen) Quarkverteilungen in $\Delta\Sigma^{NLO}$. Er ist also nur *formal* von höherer Ordnung in α_s . Schreibt man (2.15) zu

$$\begin{aligned} \langle g_{1,s}^P(x, Q^2) \rangle^{NLO} &= \frac{1}{9} [\Delta u_v + \Delta d_v + 6\Delta X(Q^2)], \\ \Delta X(Q^2) &= \Delta\xi - \frac{\alpha_s(Q^2)}{4\pi} \Delta G(Q^2) \equiv \Delta\xi - \frac{1}{2} \Delta\Gamma(Q^2), \end{aligned} \quad (2.17)$$

um, wobei $\Delta\xi = \Delta\bar{u} = \Delta\bar{d} = \Delta\bar{s}$ das (Q^2 -unabhängige) erste Moment der als $SU_{flavor}(3)$ -symmetrisch angenommenen Seequarkverteilung und Δq_v das (Q^2 -unabhängige) erste Moment der Valenzverteilung ist, so läßt sich das Verschwinden von (2.15) nun entweder durch einen großen, negativ polarisierten See $\Delta\xi \simeq -0.1$ verstehen [7, 8]¹ oder durch eine große polarisierte Gluonverteilung $\Delta G(Q_0^2) \simeq 5$ [5, 11, 10]. Natürlich ist auch eine geeignete Kombination dieser beiden extremen Spinszenarien möglich und vermutlich realistischer.

Ähnliche Schlußfolgerungen wie oben bezüglich verschiedener Spinszenarien lassen sich auch ziehen, wenn man die Björken- x abhängigen Versionen der Gleichungen (2.15, 2.17) betrachtet [10, 38, 39], wobei die polarisierte Gluonverteilung $\Delta G(x, Q^2)$ nun nicht mehr mit einem konstanten Faktor $\Delta c'_G$ auftritt wie in (2.15), sondern mit einem Wilsonkoeffizienten

¹Unter der Annahme einer $SU_{flavor}(3)$ -Symmetrie des Sees erklärt $\Delta\xi = -0.1$ zusammen mit (2.13) natürlich schon bei den LO-Betrachtungen den kleinen Wert für $\Delta\Sigma^{LO}$ in (2.14).

enten gefaltet wird, der in der Vergangenheit wiederholt auf verschiedene Weise berechnet wurde [40, 10, 6, 39, 41].

Aus den bisherigen Betrachtungen folgt, daß mit den EMC-Ergebnissen *allein* nicht entschieden werden kann, welches der möglichen Spinszenarien tatsächlich für den überraschend kleinen Wert von $\langle g_1^P(x, Q_0^2) \rangle$ in (2.8) verantwortlich ist.

2.2 Elektroschwache tief-inelastische Streuung

Bei der Analyse der EMC-Daten [1] mußten nur elektromagnetische Wechselwirkungen zwischen den einlaufenden polarisierten Muonen und den polarisierten Target-Protonen berücksichtigt werden, da $Q_0^2 \approx 10 \text{ GeV}^2$ klein ist. Es stellt sich die Frage, ob man durch eine Erweiterung der Betrachtungen auf elektroschwache Wechselwirkungen (Z^0 -Austausch, γ - Z^0 -Interferenz, W^\pm -Austausch) zusätzliche Informationen über die verschiedenen Spinszenarien erwarten kann, ob z.B. neben der Kombination $\Delta X(Q^2)$ in (2.17) neue Kombinationen von $\Delta\xi$ und $\Delta G(Q^2)$ im Wirkungsquerschnitt auftreten, deren Messung in zukünftigen Experimenten Aufschluß über die *einzelnen* Größen $\Delta\xi$ oder $\Delta G(Q^2)$ geben könnte. Solche Untersuchungen haben natürlich nur dann praktische Relevanz, wenn es gelingt, hinreichend hohe Werte für Q^2 zu erreichen ($Q^2 \gtrsim 1000 \text{ GeV}^2$), da die elektroschwachen Wirkungsquerschnitte $\sim Q^2/M_{W,Z^0}^2$ sind. Im Prinzip ist es nicht ausgeschlossen, daß durch spezielle experimentelle Techniken [32] bei HERA solche Bedingungen geschaffen werden könnten. Auch ließen sich elektroschwache Effekte in hochenergetischer Streuung von (Anti)Neutrinos an polarisierten Protonen studieren, falls hinreichend hohe Luminositäten erreicht werden können.

Von theoretischer Seite aus bietet die Untersuchung elektroschwacher polarisierter tief-inelastischer Streuung per se interessante Aspekte, da durch die vektoriellen *und* axialen Kopplungen der Eichbosonen an Quarks neue polarisierte Strukturfunktionen auftauchen, die bisher noch nicht detailliert behandelt wurden. Dies soll in den folgenden Abschnitten geschehen, wo im wesentlichen die Ergebnisse aus Ref. [42] vorgestellt werden.

Wir betrachten den Fall, daß die einlaufenden Leptonen und Hadronen longitudinal polarisiert sind. Dann läßt sich der allgemeine *partonische* Tensor für ein einlaufendes (masseloses) Parton mit Impuls k und Helizität λ als [43, 42]

$$\begin{aligned} \omega_{\mu\nu}(\lambda) &= \lambda \left[-i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \frac{q^\rho k^\sigma}{k \cdot q} \hat{g}_1 + \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) \hat{g}_3 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{k \cdot q} \left(k_\mu - \frac{k \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(k_\nu - \frac{k \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \hat{g}_4 + \frac{q_\mu q_\nu}{k \cdot q} \hat{g}_6 + \frac{k_{(\mu} q_{\nu)}}{k \cdot q} \hat{g}_7 \right], \end{aligned} \quad (2.18)$$

schreiben, wobei $k_{(\mu} q_{\nu)} \equiv k_\mu q_\nu + k_\nu q_\mu$ ist und q den Impuls des ausgetauschten Eich-

bosons bezeichnet. Die polarisierten Strukturfunktionen \hat{g}_6, \hat{g}_7 in (2.18) tragen bei vernachlässigbarer Leptonmasse, wie im folgenden angenommen, nicht zum Lepton-Nukleon Wirkungsquerschnitt bei. Ihr Auftreten in (2.18) ist jedoch wichtig für die Konstruktion der unten angegebenen Projektoren auf die neuen partonischen Strukturfunktionen \hat{g}_3 und \hat{g}_4 . Diese Eigenschaft findet man auch im Fall der unpolarisierten Lepton-Nukleon Streuung, wo der partonische Tensor eine sehr ähnliche Gestalt wie $\omega_{\mu\nu}(\lambda)$ in (2.18) [44] hat. Definiert man

$$\tilde{\omega}_{\mu\nu} \equiv \frac{1}{2} [\omega_{\mu\nu}(\lambda = +1) - \omega_{\mu\nu}(\lambda = -1)], \quad (2.19)$$

so findet man, daß

$$\begin{aligned} \Pi_{\mu\nu}^1 &= i\epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \frac{q^\alpha k^\beta}{2k \cdot q}, \\ \Pi_{\mu\nu}^3 &= -\frac{1}{2}g_{\mu\nu} + z \frac{k_{(\mu} q_{\nu)}}{Q^2} + 2z^2 \frac{k_\mu k_\nu}{Q^2}, \\ \Pi_{\mu\nu}^4 &= z \left[-g_{\mu\nu} + 2 \frac{q_\mu q_\nu}{Q^2} + 6z \frac{k_{(\mu} q_{\nu)}}{Q^2} + 12z^2 \frac{k_\mu k_\nu}{Q^2} \right], \end{aligned} \quad (2.20)$$

auf die jeweiligen Strukturfunktionen in (2.18, 2.19) projizieren, d.h.

$$\Pi_{\mu\nu}^i \tilde{\omega}^{\mu\nu} = \hat{g}_i, \quad i = 1, 3, 4.$$

In (2.20) wurde die übliche Definition $z \equiv Q^2/2k \cdot q$ verwendet. Ausgehend von (2.19) lassen sich nun die Beiträge verschiedener Boson-Parton Subprozesse zu \hat{g}_i durch die Bildung von

$$\Delta |\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^i}^2 = \frac{1}{2} (|\mathcal{M}_+|_{\Pi_{\mu\nu}^i}^2 - |\mathcal{M}_-|_{\Pi_{\mu\nu}^i}^2) \quad (2.21)$$

aus den beitragenden Feynmanamplituden \mathcal{M} und anschließende Phasenraumintegration für den $2 \rightarrow n$ -Subprozeß [45],

$$\hat{g}_i = \frac{1}{4\pi} \int \Delta |\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^i}^2 d(PS)^{2-n}$$

berechnen. Dabei bedeutet der Index $\Pi_{\mu\nu}^i$ in (2.21), daß der bosonische Polarisationsensor in $|\mathcal{M}_\pm|^2$ durch einen der Projektoren aus (2.20) zu ersetzen ist, und $\mathcal{M}_{+(-)}$ bezeichnet die Amplitude, wo das einlaufende Parton positive (negative) Helizität besitzt. Die hadronischen Strukturfunktionen, die durch den analog zu (2.18) erweiterten hadronischen Tensor (2.3) definiert sind, lassen sich schließlich durch Faltung der \hat{g}_i mit den spezifischen polarisierten Partonverteilungen $\Delta f = \Delta q, \Delta G$ bestimmen,

$$g_{1,3}^P(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \hat{g}_{1,3}(z, Q^2) \Delta f(x/z, Q^2), \quad g_4^P(x, Q^2) = \int_x^1 \frac{dz}{z} \hat{g}_4(z, Q^2) \Delta f(x/z, Q^2). \quad (2.22)$$

Für die folgenden Berechnungen der *neutral-* und *charged current* Beiträge zu \hat{g}_i nehmen wir einen Boson-Quark Vertex der Form $ig_q \gamma_\mu (a_q + b_q \gamma^5)$ an. Damit besteht eine gewisse Freiheit in der Normierung der Strukturfunktionen g_i^P . Wir werden a_q, b_q in die Definition der g_i^P einbeziehen und die elektroschwachen Kopplungen g_q explizit im Lepton-Nukleon Wirkungsquerschnitt berücksichtigen. Weiterhin werden wir bei der Bildung von $|\mathcal{M}_{+(-)}|^2$ im komplex konjugierten Teil $\mathcal{M}_{+(-)}^*$ den Vertex $ig_q \gamma_\mu (a'_q + b'_q \gamma^5)$ benutzen, um so auch den Fall der γ - Z^0 -Interferenz behandeln zu können. Die Details zu den elektroschwachen Kopplungen werden in den folgenden Abschnitten näher ausgeführt.

An dieser Stelle ist es instruktiv, zunächst die gluoninduzierten Beiträge zu den Strukturfunktionen g_i^P zu berechnen. Die beitragenden Feynmandiagramme sind in Fig. 2.1 gezeigt. Da nach Phasenraumintegration kollineare Divergenzen auftreten, müssen diese

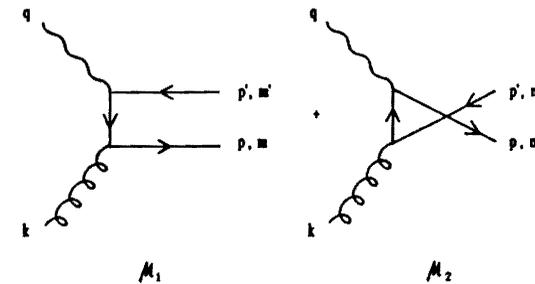


Abbildung 2.1: Feynmandiagramme für den allgemeinen Boson-Gluon Fusionsprozeß $B^*(q)G(k) \rightarrow q'(p', m')q(p, m)$.

geeignet regularisiert werden. Eine Möglichkeit besteht darin, die auslaufenden Quarks *off-shell* mit den Massen m, m' zu betrachten. Dadurch ist man auch in der Lage, Beiträge schwerer Quarks zu den g_i^P zu behandeln. Es hat sich jedoch gezeigt, daß diese Methode der Regularisierung nicht sinnvoll ist, wenn beide auslaufenden Quarks leicht sind [6, 39, 46]. Insbesondere führt dies im elektromagnetischen Fall nicht auf den Koeffizienten $\Delta c'_G$ in (2.15), sondern auf $\Delta c'_G = 0$. Der Grund dafür ist, daß bei dieser Methode der Regularisierung $\Delta c'_G$ Beiträge aus dem Bereich kleiner Transversalimpulse der auslaufenden Quarks bekommt, die exakt den harten Beitrag zu $\Delta c'_G$ kompensieren [39]. Um solche Beiträge zu kontrollieren, führen wir als zusätzlichen Regulator einen minimalen transversalen Impuls $k_{T, \min}$ der auslaufenden Quarks relativ zur Boson-Gluon Achse ein

[41]. Dann erhält man mit (2.18-2.21) die folgenden gluonischen Korrekturen:

$$\begin{aligned}
\hat{g}_{1,G}(z, Q^2) &= \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{2} S_q \left[\left\{ \left(2z - 1 + 2z \frac{m^2 - m'^2}{Q^2} \right) (L - v\bar{v}\sqrt{1-\tau}) + \frac{2(1-z)v\bar{v}\sqrt{1-\tau}}{1 + k_{T,\min}^2/m'^2} \right\} \right. \\
&\quad \left. + \{m \leftrightarrow m', L \leftrightarrow \tilde{L}\} \right], \\
\hat{g}_{3,G}(z, Q^2) &= \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{2} R_q \left[\left\{ \left(2z - 1 + 2z \frac{m^2 - m'^2}{Q^2} \right) L + \frac{2(1-z)v\bar{v}\sqrt{1-\tau}}{1 + k_{T,\min}^2/m'^2} \right\} \right. \\
&\quad \left. - \{m \leftrightarrow m', L \leftrightarrow \tilde{L}\} \right], \\
\hat{g}_{4,G}(z, Q^2) &= \frac{\alpha_s}{4\pi} \frac{1}{2} R_q \left[2z \left[\left\{ \left(2z - 1 + (4z-1) \frac{m^2 - m'^2}{Q^2} + 2z \frac{m^4 - m'^4}{Q^4} \right) L \right. \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{2(1-z)v\bar{v}\sqrt{1-\tau}}{1 + k_{T,\min}^2/m'^2} \left(1 + \frac{m^2 - m'^2}{Q^2} \right) \right\} - \{m \leftrightarrow m', L \leftrightarrow \tilde{L}\} \right],
\end{aligned} \tag{2.23}$$

mit

$$\begin{aligned}
S_q &\equiv a_q a'_q + b_q b'_q, \quad R_q \equiv a_q b'_q + a'_q b_q, \\
v^2 &= 1 - \frac{(m+m')^2}{\hat{s}}, \quad \bar{v}^2 = 1 - \frac{(m-m')^2}{\hat{s}}, \\
L &= \ln \frac{1 - (m^2 - m'^2)/\hat{s} + v\bar{v}\sqrt{1-\tau}}{1 - (m^2 - m'^2)/\hat{s} - v\bar{v}\sqrt{1-\tau}}, \\
\tilde{L} &= L(m \leftrightarrow m'), \\
\hat{s} &= Q^2 \frac{1-z}{z}, \quad \tau = \frac{4k_{T,\min}^2}{\hat{s}v^2\bar{v}^2}.
\end{aligned}$$

In den folgenden beiden Abschnitten wollen wir die Streuung im *neutral-* (NC) und *charged current* (CC) Sektor getrennt behandeln.

2.3 "Neutral Current" Wechselwirkungen

Zunächst wenden wir den im vorigen Abschnitt angegebenen Formalismus auf den Bornprozeß $B^* \Delta q \rightarrow q$ an, wobei B^* das ausgetauschte virtuelle Eichboson bezeichnet. Man erhält:

$$\begin{aligned}
g_1^P(x, Q^2) &= \frac{1}{2} \sum_q S_q (\Delta q(x, Q^2) + \Delta \xi(x, Q^2)), \\
g_3^P(x, Q^2) &= \frac{1}{2} \sum_q R_q (\Delta q(x, Q^2) - \Delta \xi(x, Q^2)), \\
g_4^P(x, Q^2) &= x \sum_q R_q (\Delta q(x, Q^2) - \Delta \xi(x, Q^2)) = 2x g_3^P(x, Q^2),
\end{aligned} \tag{2.24}$$

mit x aus (2.2) und $\Delta \xi$ aus (2.17). Aus der letzten Gleichung (2.24) sieht man, daß g_3^P und g_4^P in *leading order* QCD eine Callan-Gross ähnliche Relation erfüllen. Wir werden auf diesen Punkt später zurückkommen.

Die gluonische Korrektur zu (2.24) ergibt sich aus dem allgemeinen Ergebnis (2.23) zunächst durch $m = m'$ (Quark und Antiquark in Fig. 2.1 haben gleichen *flavor*). Daraus folgt unmittelbar wegen der Antisymmetrie unter $m \leftrightarrow m'$

$$\hat{g}_{3,G}(z, Q^2) = \hat{g}_{4,G}(z, Q^2) = 0, \tag{2.25}$$

d.h. g_3^P und g_4^P erhalten keine gluonischen Beiträge. $\hat{g}_{1,G}(z, Q^2)$ ist für $m = m'$, abgesehen von der Normierung S_q in (2.23), identisch mit dem Resultat für den rein elektromagnetischen Fall in [39]. Dies ist leicht einzusehen, da der Projektor $\Pi_{\mu\nu}^1$ in (2.20) nur auf den γ^5 -Teil der Quarkspur projiziert, der für den allgemeinen Vertex $ig_q \gamma_\mu (a'_q + b'_q \gamma^5)$ gerade $\sim S_q$ ist. Dasselbe sieht man auch schon am Ausdruck auf dem Bornniveau für $g_1^P(x, Q^2)$ in (2.24).

Die gluonische Korrektur für leichte Quarkflavors in $g_1^P(x, Q^2)$ erhält man schließlich aus (2.23) durch die Bedingung [41]:

$$m^2 = m'^2 \ll k_{T,\min}^2 \sim \Lambda_{QCD}^2 \ll Q^2. \tag{2.26}$$

Damit ist $L = \tilde{L} \simeq \ln \frac{Q^2}{k_{T,\min}^2} \frac{1-z}{z}$, und der (große) Logarithmus $\ln \frac{Q^2}{k_{T,\min}^2}$ wird in die Quarkverteilungen $\Delta_q^{(-)}(x, Q^2)$ absorbiert.² Damit folgt schließlich:

$$g_1^P(x, Q^2) = \frac{1}{2} \sum_q S_q \left[\Delta q_v(x, Q^2) + 2\Delta \xi(x, Q^2) + 2 \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \Delta c'_G(z) \Delta G\left(\frac{x}{z}, Q^2\right) \right], \tag{2.27}$$

mit

$$\Delta c'_G(z) = \frac{1}{2} (2z-1) \left[\ln \frac{1-z}{z} - 1 \right].$$

$\Delta c'_G(z)$ in (2.27) ist natürlich genau der Wilsonkoeffizient, der für den elektromagnetischen Fall in [41, 39] berechnet wurde.³

Wie oben bereits erwähnt, beschreibt (2.23) die Produktion schwerer Quarks mittels des Boson-Gluon Fusionsprozesses, wenn wir $m'^2 = m^2 \gg k_{T,\min}^2$ wählen. Das Resultat für $\hat{g}_{1,G}(z, Q^2)$ mit $S_q = 1$ in (2.23) stimmt dann mit dem für elektromagnetische Produktion in [47, 38] überein.

An dieser Stelle ist es angebracht, anhand von (2.24) einige Analogien zur unpolarisierten Lepton-Proton Streuung zu ziehen. Betrachtet man die Quarkstruktur der (paritätsverletzenden) Strukturfunktionen g_3^P, g_4^P in (2.24), so ist diese ähnlich zur (ebenfalls

²Dies führt in LO zur Q^2 -Abhängigkeit der Quarkverteilungen in (2.24).

³Wählen wir eine andere Regularisierungsmethode, z.B. ein einlaufendes *off-shell* Gluon mit der Masse k^2 , so erhalten wir mit $m^2 = m'^2 \ll k^2 \sim \Lambda_{QCD}^2 \ll Q^2$ den Wilsonkoeffizienten $\Delta c'_G = \frac{1}{2} (2z-1) \left[\ln \frac{1-z}{z} - 2 \right]$ aus [6].

paritätsverletzenden) unpolarisierten Strukturfunktion F_3 . Dennoch treten g_3^P, g_4^P im polarisierten hadronischen Tensor nach (2.18) analog auf wie F_1 und F_2 im unpolarisierten (2.3) [44, 45], woraus auch die Callan-Gross ähnliche Relation $2xg_3^P(x, Q^2) = g_4^P(x, Q^2)$ folgt. Dieses 'Mischverhalten' resultiert natürlich aus der Polarisation des einlaufenden (Anti)Quarks, wodurch ein zusätzliches γ^5 in die Quarkspur kommt.

Da g_3^P und g_4^P nach (2.25) keine gluonische Korrektur erhalten, bleibt die Callan-Gross ähnliche Relation, die auf dem Partonniveau (2.24) besteht, trivialerweise erhalten. Dies wurde auch in [48] gefunden. Jedoch trifft die dort gezogene Schlußfolgerung nicht zu, daß damit durch Messung von g_3^P, g_4^P eine Bestimmung der polarisierten Seeverteilung $\Delta\xi(x, Q^2)$ möglich sei. Aus (2.24) sieht man nämlich, daß $g_3^P, g_4^P \sim \Delta q - \Delta\xi = \Delta q_v$, also reine Valenzgrößen sind. Daher liefert eine Messung von g_3^P und g_4^P keinen Zugang zur polarisierten See- oder Gluonverteilung des Protons.

Bevor wir im nächsten Abschnitt die polarisierte tief-inelastische Streuung im CC-Sektor untersuchen werden, wollen wir noch die ersten Momente der Strukturfunktionen betrachten. Aus (2.24, 2.25, 2.27) erhält man:

$$\begin{aligned} \langle g_1^P(x, Q^2) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_q S_q \left[\left(\Delta q - \frac{1}{2} \Delta\Gamma(Q^2) \right) + \left(\Delta\xi - \frac{1}{2} \Delta\Gamma(Q^2) \right) \right] \\ &= \frac{1}{2} \sum_q S_q [\Delta q_v + 2\Delta X(Q^2)], \\ \langle g_3^P(x, Q^2) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_q R_q \Delta q_v = \frac{1}{2} \langle g_4^P(x, Q^2) / x \rangle, \end{aligned} \quad (2.28)$$

mit $\Delta X(Q^2)$ aus (2.17). Da wir elektroschwache Effekte betrachten, die erst bei Werten von Q^2 relevant werden, die weit oberhalb der Skala $Q_0^2 \simeq 10 \text{ GeV}^2$ des EMC-Experiments liegen, stellt sich die Frage, ob die Größe $\Delta X(Q^2)$ in (2.28), deren Wert bei $Q^2 = Q_0^2$ durch verschiedene Spinszenarien erklärt werden kann, bei $Q^2 \gg Q_0^2$ durch Evolutionseffekte zwischen diesen Szenarien unterscheiden könnte. Betrachtet man jedoch die Evolutionsgleichung für $\Delta X(Q^2)$ [10] (für 3 aktive Quarkflavors),

$$\frac{d\Delta X(Q^2)}{d\ln Q^2} = \frac{1}{6} \gamma^{(2)} \alpha_s^2(Q^2) [\Delta u_v + \Delta d_v + 6\Delta X(Q^2)] \quad (2.29)$$

mit $\gamma^{(2)} = -3/2\pi^2$, der Zwei-loop anomalen Dimension des axialen Singlettstromes [49], so folgt aus der Q^2 -Unabhängigkeit von $\Delta u_v, \Delta d_v$, daß die Lösung von (2.29) nur vom Anfangswert $\Delta X(Q_0^2)$ abhängt, aber nicht von $\Delta\xi$ oder $\Delta\Gamma(Q_0^2)$ separat. Damit folgt, daß man durch eine Messung von $\langle g_1^P \rangle$ oder $\langle g_{3,4}^P \rangle$ bei beliebigem Q^2 keinen Hinweis entweder auf einen großen, negativ polarisierten See oder eine polarisierte Gluonverteilung im Proton erhalten kann. Betrachtet man die x -abhängige Form $g_1^P(x, Q^2)$ in (2.27),

so ist es gegenwärtig nicht möglich, Aussagen bei großen Q^2 zu treffen, da die für eine konsistente Q^2 -Evolution nötigen Zwei-loop anomalen Dimensionen noch unbekannt sind. Aus der Analyse des ersten Moments (g_1^P) scheint es aber recht unwahrscheinlich, daß eine Messung von $g_1^P(x, Q^2)$ bei $Q^2 \gg Q_0^2$ nähere Aufschlüsse über verschiedene Spinszenarien geben könnte. Andererseits lassen sich aber durch Messung von $\langle g_3^P \rangle, \langle g_4^P \rangle$ bei $Q^2 \gg Q_0^2$ verschiedene Kombinationen von polarisierten Valenzverteilungen bestimmen (s. (2.24, 2.28)), was als wichtiger Konsistenztest für die heutigen Annahmen über die Beziehung zwischen $\Delta u_v, \Delta d_v$ und den in Hyperon- β -Zerfällen bei kleinen Q^2 gemessenen F, D-Werten dienen kann [50].

Im folgenden Abschnitt untersuchen wir, ob sich vielleicht im *charged current* Sektor Möglichkeiten bieten, zwischen verschiedenen Spinszenarien zu unterscheiden.

2.4 "Charged Current" Wechselwirkungen

Die Resultate auf dem Bornniveau beim Austausch eines W^\pm lassen sich, nach geeigneten Modifikationen, die die Ladungserhaltung garantieren, direkt aus (2.24) ablesen. Ein besonderer Fall ist der Prozeß $W_s \rightarrow c$, d.h. die Produktion eines Charmquarks der Masse m_c . Um den massiven Endzustand zu berücksichtigen, ersetzen wir die Bjorken- x Variable in $\Delta_{\left(\begin{smallmatrix} - \\ s \end{smallmatrix} \right)}(x)$ durch $\tilde{x} \equiv ax$, $a \equiv 1 + m_c^2/Q^2$ ('slow rescaling') [51, 52]. Mit $S_q = -R_q = 2$ folgt aus (2.24) für W^- -Austausch

$$\begin{aligned} g_1^P(x, Q^2) &= \Delta u(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2) + \Delta \bar{s}(\tilde{x}, Q^2) \\ &= \Delta u_v(x, Q^2) + 2\Delta\xi(x, Q^2) + \Delta\xi(\tilde{x}, Q^2), \\ g_3^P(x, Q^2) &= -\Delta u(x, Q^2) + \Delta \bar{d}(x, Q^2) + \Delta \bar{s}(\tilde{x}, Q^2) \\ &= -\Delta u_v(x, Q^2) + \Delta\xi(\tilde{x}, Q^2), \\ g_4^P(x, Q^2) &= -2x\Delta u_v(x, Q^2) + 2\tilde{x}\Delta\xi(\tilde{x}, Q^2), \end{aligned} \quad (2.30)$$

und entsprechend für W^+ -Austausch

$$\begin{aligned} g_1^P(x, Q^2) &= \Delta d_v(x, Q^2) + 2\Delta\xi(x, Q^2) + \Delta\xi(\tilde{x}, Q^2), \\ g_3^P(x, Q^2) &= -\Delta d_v(x, Q^2) - \Delta\xi(\tilde{x}, Q^2), \\ g_4^P(x, Q^2) &= -2x\Delta d_v(x, Q^2) - 2\tilde{x}\Delta\xi(\tilde{x}, Q^2). \end{aligned} \quad (2.31)$$

In (2.30, 2.31) haben wir Cabibbo-Kobayashi-Maskawa- (CKM)- unterdrückte Übergänge vernachlässigt.⁴ Die gluonischen Korrekturen zu (2.30, 2.31) sind wiederum durch (2.23)

⁴Dies dient lediglich der einfacheren Schreibweise, ändert aber nichts an den folgenden Betrachtungen. Eine Erweiterung von (2.30, 2.31) auf CKM-unterdrückte Übergänge ist offensichtlich.

gegeben (mit $S_q = -R_q = 2$). Betrachtet man zunächst Korrekturen zu *leichten* Quarkflavors (d.h. die auslaufenden (Anti)Quarks in Fig. 2.1 sind d und \bar{u} für W^- -Austausch bzw. \bar{d} und u für W^+ -Austausch), so ist das Vorgehen analog zum NC-Fall, d.h. wir wählen $m = m'$ in (2.23) und die Bedingung (2.26) liefert, nach Faktorisierung des Logarithmus $\ln Q^2/k_{T,\min}^2$, denselben Wilsonkoeffizienten $\Delta c_G^c(z)$ wie in (2.27) für den Gluonbeitrag zu g_1^P . In diesem Fall haben wir weiterhin wie in (2.25) *keinen* gluonischen Beitrag zu g_3^P , g_4^P . Ein entsprechendes Resultat wurde unabhängig in [53] gefunden, wo anstatt eines minimalen transversalen Impulses $k_{T,\min}$ eine endliche Gluonmasse k^2 als Regulator gewählt wurde. Dies liefert natürlich einen anderen Wilsonkoeffizienten Δc_G^c in g_1^P .³

Die Situation ändert sich, wenn wir Strange- und Charmquarks im Endzustand von Fig. 2.1 betrachten, d.h. ein auslaufendes Quark massiv ist. Zur Illustration betrachten wir diesen Fall für W^- -Austausch. Dann sind die auslaufenden Quarks s und \bar{c} . Wir betrachten s als masselos, was zu folgender, zu (2.26) analogen Massenhierarchie führt:

$$0 \simeq m_s^2 = m^2 \ll k_{T,\min}^2 \sim \Lambda_{QCD}^2 \ll m^2 = m_c^2. \quad (2.32)$$

Damit lassen sich die Logarithmen L und \tilde{L} in (2.23) folgendermaßen schreiben:

$$L \simeq \ln \frac{Q^2}{m^2} \frac{1-z}{z},$$

$$\tilde{L} \simeq \ln \frac{Q^2}{k_{T,\min}^2} \frac{1-z}{z} + 2 \ln v^2,$$

mit $v^2 \simeq 1 - m^2/\hat{s} \simeq \hat{v}^2$. Der erste Logarithmus L wird für $Q^2 \gg m^2$ groß und steht damit für den *leading log* Teil von $\Delta |\mathcal{M}_1|^2$ in Fig. 2.1 und den Teil von $2\Delta \text{Re}(\mathcal{M}_1 \mathcal{M}_2^*)$, in dem ein c -Quark propagiert. Analog steht \tilde{L} für den Teil $\Delta |\mathcal{M}_2|^2$ in Fig. 2.1, wo ein s -Quark Propagator auftritt. Da wir $m = 0$ gesetzt haben, ist \tilde{L} durch $k_{T,\min}^2$ regularisiert. Mittels der Hierarchie (2.32) erhalten wir dann aus (2.23):

$$\begin{aligned} \hat{g}_{1,G}(z, Q^2) &\simeq \frac{\alpha_s}{4\pi} \left[\left\{ \left(2z - 1 - 2z \frac{m^2}{Q^2} \right) \left(\ln \frac{Q^2}{m^2} \frac{1-z}{z} - v^2 \right) + 2(1-z)v^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. + \left\{ \left(2z - 1 + 2z \frac{m^2}{Q^2} \right) \left(\ln \frac{Q^2}{k_{T,\min}^2} \frac{1-z}{z} + 2 \ln v^2 - v^2 \right) \right\} \right], \\ \hat{g}_{3,G}(z, Q^2) &\simeq -\frac{\alpha_s}{4\pi} \left[\left\{ \left(2z - 1 - 2z \frac{m^2}{Q^2} \right) \ln \frac{Q^2}{m^2} \frac{1-z}{z} + 2(1-z)v^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - \left\{ \left(2z - 1 + 2z \frac{m^2}{Q^2} \right) \left(\ln \frac{Q^2}{k_{T,\min}^2} \frac{1-z}{z} + 2 \ln v^2 \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.33)$$

und einen ähnlichen Ausdruck für $\hat{g}_{4,G}(z, Q^2)$. Der Ursprung der Logarithmen L und \tilde{L} legt nun folgende Interpretation von (2.33) nahe:

Die jeweils ersten Terme in geschweiften Klammern der beiden Gleichungen (2.33) beschreiben einen Charmbeitrag zur entsprechenden Strukturfunktion. Dies wird dadurch nahegelegt, daß sie dem bekannten Boson-Gluon Resultat aus [47] ähnlich sind und das richtige Schwellenverhalten haben, d.h. für $\hat{s} = m_c^2$ verschwinden.

Die zweiten Terme in geschweiften Klammern in (2.33) sind gluonische Korrekturen zum Bornprozeß $W^- \Delta s \rightarrow \bar{c}$ der jeweiligen Strukturfunktion. Für $Q^2 \gg m^2$ reproduzieren sie genau den Koeffizienten $\Delta c_G^c(z)$ in (2.27).⁵

Um die folgende Diskussion zu vereinfachen, bilden wir das erste Moment von (2.33). Dann verschwindet für große Q^2 jeweils die erste Klammer, die zweite jedoch führt zu einem *nicht*verschwindenden Beitrag. Dies gilt auch für $\hat{g}_{3,G}(z)$ und $\hat{g}_{4,G}(z)$, im Gegensatz zur Behandlung leichter Quarks oder zur Situation im *neutral current* Fall (2.25). Diese neue Eigenschaft liegt an der Massenhierarchie (2.32) und hat ihre Ursache in den Termen $\sim 2(1-z)$ in (2.23). Ohne (2.32) würden man aus (2.23) *keinen* nichtverschwindenden Gluonbeitrag zu $g_{3,4}^P$ erhalten.

Bilden wir das erste Moment von (2.30, 2.33) und der analogen Gleichung für $\hat{g}_{4,G}$, so ergibt sich mit dem ersten Moment für leichte Quarkflavor $\langle \hat{g}_{1,G}(z, Q^2) \rangle^{\text{leicht}} = -2\alpha_s/4\pi$:

$$\begin{aligned} \langle g_1^P(x, Q^2) \rangle &= \Delta u_v + \left(2 + \frac{1}{a} \right) \Delta X(Q^2), \\ \langle g_3^P(x, Q^2) \rangle &= -\Delta u_v + \frac{1}{a} \Delta X(Q^2), \\ \langle g_4^P(x, Q^2)/x \rangle &= -2\Delta u_v + 2\Delta X(Q^2), \end{aligned} \quad (2.34)$$

mit $a \equiv 1 + m^2/Q^2$ wie oben. Aus (2.34) sehen wir, daß jede gluonische Korrektur genau mit dem "richtigen" Faktor in $\langle g_i^P \rangle$ auftaucht, um die Szenarien-unabhängige Größe $\Delta X(Q^2)$ zu bilden. Aus der Diskussion des letzten Abschnitts folgt damit, daß es im CC-Sektor, zumindest was das erste Moment betrifft, keine Möglichkeit zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien gibt. Diese Schlußfolgerung steht im Widerspruch zu Ref. [48], wo die Massenhierarchie (2.32) nicht berücksichtigt wurde.

Zum Ende dieses Abschnitts wollen wir noch einmal kurz auf $\hat{g}_{i,G}(z, Q^2)$ in (2.33) zurückkommen. Für große Q^2 werden die Terme $\sim \ln Q^2/m^2$ groß und bieten sicherlich keine ausreichende Beschreibung der Produktion von Charmquarks mehr. Stattdessen müssen sie aufsummiert werden, was effektiv zu einer intrinsischen Charm-Verteilung des Protons führt. Dies berührt jedoch nicht die obige Diskussion der ersten Momente der $\hat{g}_{i,G}(z, Q^2)$, da das erste Moment der polarisierten Splittingfunktion $\Delta P_{qG}(z)$ verschwindet

³Für $\hat{g}_{3,G}$ scheint jeweils eine Splittingfunktion $\Delta P_{qG} \equiv \frac{1}{2}(2z-1)$ in den beiden geschweiften Klammern zu fehlen. Das relative Minusvorzeichen der beiden Klammern erlaubt es jedoch, jeweils ein ΔP_{qG} zu addieren.

⁵Es sei hier bemerkt, daß eine ähnliche Zerlegung der gluonischen Korrektur in [54] im Rahmen der Charm-Produktion in νp -Kollisionen durchgeführt wurde. Neben der Charmmasse m' wurde dort als zusätzliche Regularisierung in $n \neq 4$ Dimensionen gerechnet, statt eines $k_{T,\min}$ wie in unserer Rechnung.

und es somit keine Beiträge $\sim \ln Q^2/m^2$ aus (2.33) in (2.34) gibt.

2.5 Wirkungsquerschnitte und numerische Resultate

In diesem Abschnitt wollen wir untersuchen, wie groß elektroschwache Effekte in g_1^P , g_3^P und g_4^P sein können. Die Ergebnisse werden wichtig, falls in Zukunft polarisierte eP - (oder $\nu^- P$ -) Streuung bei großen Q^2 untersucht werden kann. Zunächst geben wir den allgemeinen Lepton-Proton Wirkungsquerschnitt an, der sich aus der Kontraktion des (auf den elektroschwachen Fall erweiterten) leptonischen Tensors (2.5) mit dem Hadronischen (entsprechend (2.18)) ergibt. Er läßt sich für alle möglichen elektroschwachen Kanäle in der folgenden Form schreiben:

$$\frac{d\sigma(L(\lambda)P \rightarrow L'X)}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2}{Q^2} \left\{ (2-y)G_1^P(x, Q^2) + \frac{1}{y} \left(y^2 G_3^P(x, Q^2) + \frac{(1-y)}{x} G_4^P(x, Q^2) \right) \right\}, \quad (2.35)$$

mit y aus (2.2). λ ist die Polarisation des einlaufenden Leptons. Gl. (2.35) fixiert die Normierung der Funktionen G_i^P . Sammeln wir die Resultate der Abschnitte 2.2, 2.3 und setzen alle elektroschwachen Kopplungen ein, so finden wir für die ersten Momente von G_1^P , G_3^P und G_4^P/x im Fall der $e^\pm P$ -Streuung im NC-Sektor

$$\begin{aligned} \langle G_1^P(x, Q^2) \rangle_{e^\pm P}^{NC} &= \frac{1}{2} \sum_q [e_q^2 \lambda - 2\xi_Z(Q^2) (C_V \lambda \pm C_A) e_q C_{V,q}] \\ &\quad + \xi_Z^2(Q^2) (\lambda (C_V^2 + C_A^2) \pm 2C_V C_A) (C_{V,q}^2 + C_{A,q}^2) (\Delta q_V + 2\Delta X(Q^2)), \\ \langle G_3^P(x, Q^2) \rangle_{e^\pm P}^{NC} &= -\xi_Z(Q^2) \sum_q [-(C_V \pm \lambda C_A) e_q \\ &\quad + \xi_Z(Q^2) (C_V^2 + C_A^2 \pm 2\lambda C_V C_A) C_{V,q}] C_{A,q} \Delta q_V \\ &= \frac{1}{2} \langle G_4^P(x, Q^2)/x \rangle_{e^\pm P}^{NC}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

mit

$$\begin{aligned} \xi_Z(Q^2) &\equiv \frac{1}{4 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W Q^2 + M_Z^2}, \\ C_V &= -1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, \\ C_A &= -1/2 \end{aligned} \quad (2.37)$$

und den Vektor- und Axialvektorkopplungen der Quarks

$$\begin{aligned} C_{V,q} &= I_{3,q} - 2e_q \sin^2 \theta_W, \\ C_{A,q} &= I_{3,q}, \end{aligned}$$

wobei e_q und $I_{3,q}$ die Ladung bzw. die dritte Komponente des schwachen Isospins jeder Quark-flavor ist. Die x -abhängige Version von (2.36) erhält man leicht durch die Ersetzungen $\Delta q_V \rightarrow \Delta q_V(x, Q^2)$, $\Delta X(Q^2) \rightarrow \Delta X(x, Q^2)$, wobei $\Delta X(x, Q^2)$ die polarisierte Gluonverteilung $\Delta G(x, Q^2)$ durch Faltung mit dem Wilsonkoeffizienten $\Delta c_G(z)$ aus (2.27) enthält. Gln. (2.35, 2.36) haben formale Ähnlichkeit mit dem unpolarisierten Wirkungsquerschnitt aus [55, 56], mit dem Unterschied, daß das (paritätsverletzende) G_3^P die Rolle von F_1^P und G_1^P die von F_3^P übernimmt, wenn man die Struktur der Kopplungen C_V , C_A betrachtet. Dies resultiert, wie bereits oben bemerkt, aus dem Auftreten von G_1^P , G_3^P und G_4^P im hadronischen Tensor, der analog zu (2.18) gegeben ist. Weiterhin haben G_3^P , G_4^P keinen elektromagnetischen Anteil, da dieser paritätserhaltend ist. Das sieht man auch leicht daran, daß für diesen Fall R_q in (2.24) verschwindet.

Für $e^\pm P$ -Streuung im CC-Sektor finden wir

$$\begin{aligned} \langle G_1^P(x, Q^2) \rangle_{e^\pm P}^{CC} &= \pm \frac{1}{2} \xi_W^2(Q^2) (1 \pm \lambda) \left\{ \begin{array}{l} \Delta d_V + (2+1/a) \Delta X(Q^2) \\ \Delta u_V + (2+1/a) \Delta X(Q^2) \end{array} \right\}, \\ \langle G_3^P(x, Q^2) \rangle_{e^\pm P}^{CC} &= \frac{1}{2} \xi_W^2(Q^2) (1 \pm \lambda) \left\{ \begin{array}{l} -\Delta d_V - \Delta X(Q^2)/a \\ -\Delta u_V + \Delta X(Q^2)/a \end{array} \right\}, \\ \langle G_4^P(x, Q^2)/x \rangle_{e^\pm P}^{CC} &= \xi_W^2(Q^2) (1 \pm \lambda) \left\{ \begin{array}{l} -\Delta d_V - \Delta X(Q^2) \\ -\Delta u_V + \Delta X(Q^2) \end{array} \right\} \\ &\simeq 2 \langle G_3^P(x, Q^2) \rangle_{e^\pm P}^{CC}, \end{aligned} \quad (2.38)$$

mit

$$\xi_W(Q^2) \equiv \frac{1}{4 \sin^2 \theta_W Q^2 + M_W^2}.$$

Die entsprechenden Wirkungsquerschnitte für Neutrino- (Antineutrino)- Proton Streuung erhält man aus (2.38) durch die Wahl des unteren (oberen) Vorzeichens und $\lambda = -1(+1)$, zusammen mit dem oberen (unteren) Ausdruck nach der geschweiften Klammer.

Unsere Resultate für $e^- P$ neutral current Streuung sind in Fig. 2.2 gezeigt. Dazu haben wir die Größe

$$\langle \bar{G}_i^P \rangle^{NC} = \frac{1}{2} \left[\langle G_i^P(x, Q^2) \rangle_{e^- P}^{NC} (\lambda = +1) - \langle G_i^P(x, Q^2) \rangle_{e^- P}^{NC} (\lambda = -1) \right], \quad (i = 1, 3) \quad (2.39)$$

aufgetragen und die einzelnen Beiträge von γ - und Z^0 -Austausch und γ - Z^0 -Interferenz getrennt angegeben. Für die Rechnung wurden $\Delta u_V = 0.925$, $\Delta d_V = -0.325$ und $2\Delta X(Q^2) = -0.185$ gewählt [38], was die EMC-Daten für das erste Moment von g_1^P bei $Q_0^2 \simeq 10 \text{ GeV}^2$ reproduziert. (Die Q^2 -Abhängigkeit der Größe $\Delta X(Q^2)$ wurde vernachlässigt, da Evolutionseffekte nach (2.29) marginal sind).

Aus Fig. 2.2 folgt, daß die Korrekturen zu $\langle \bar{G}_1^P \rangle^{NC}$ für alle Q^2 sehr klein sind. Dies liegt an der Propagatorunterdrückung ξ_Z^2 beim reinen Z^0 -Austausch (2.36) und der Kleinheit von C_V in (2.36), welches die relevante Kopplung für den γ - Z^0 -Interferenzbeitrag ist

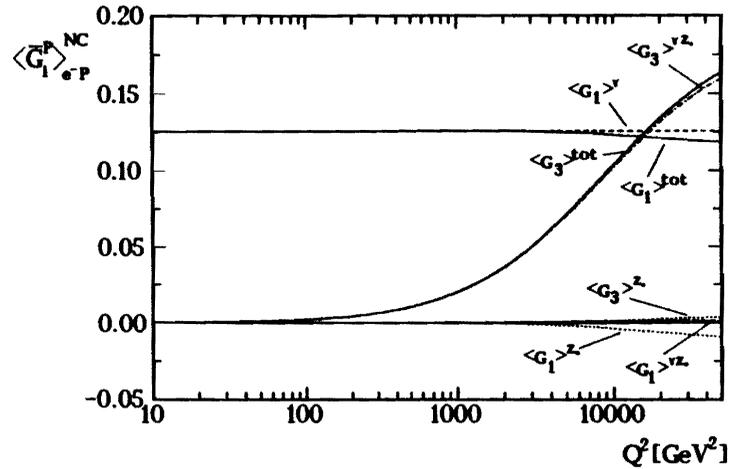


Abbildung 2.2: Beiträge durch γ - (gestrichelt), Z^0 - (gepunktet) Austausch und γ - Z^0 -Interferenz zum ersten Moment von G_1^P und G_3^P für e^-P Streuung nach Gln. (2.36, 2.39). Die durchgezogene Linie ist die Summe aller Beiträge.

(siehe (2.36, 2.37, 2.39)). Beiträge zum Wirkungsquerschnitt durch $\langle \bar{G}_3^P \rangle^{NC}$ werden für $Q^2 \gtrsim 1000 \text{ GeV}^2$ wichtig und steigen rasch an. Hier kommt der Hauptbeitrag vom γ - Z^0 -Interferenzterm in (2.36), da dieser $\sim \xi_Z$ ist, wohingegen reiner Z^0 -Austausch ($\sim \xi_Z^2$) vernachlässigbar ist. Da $\langle \bar{G}_3^P \rangle$ für große Q^2 große Beiträge zum Wirkungsquerschnitt liefert und eine reine Valenzgröße ist, ließen sich damit Δu_v und Δd_v ermitteln, was als Test der Bestimmung dieser Größen aus Hyperon- β Zerfällen [3] dienen könnte. Um die ebenfalls großen Beiträge von $\langle \bar{G}_1^P \rangle$ zum Wirkungsquerschnitt zu eliminieren, könnte man die Streuung unpolarisierter Elektronen mit polarisierten Protonen betrachten ('+'-Zeichen in (2.39)). Damit wird der dominante, reine γ -Beitrag zu $\langle G_1^P \rangle$ in (2.36) eliminiert. Leider hat dieses Vorgehen jedoch auch zur Konsequenz, daß der relevante Beitrag zum Wirkungsquerschnitt, der von $\langle G_3^P \rangle$ in (2.36) kommt, stark unterdrückt wird, da er $\sim C_V$ ist.

Fig. 2.3 zeigt den Fall der e^-P -Streuung im CC-Sektor. Wir sehen, daß in diesem Fall $\langle \bar{G}_3^P \rangle^{CC}$ stets größer als $\langle \bar{G}_1^P \rangle^{CC}$ ist. (Zum Vergleich ist auch der elektromagnetische Beitrag zu $\langle \bar{G}_1^P \rangle^{NC}$ gezeigt). Es sei hier noch einmal betont, daß eine erweiterte (x -abhängige) Analyse der kompletten CC- und NC- Wirkungsquerschnitte (2.35) momentan

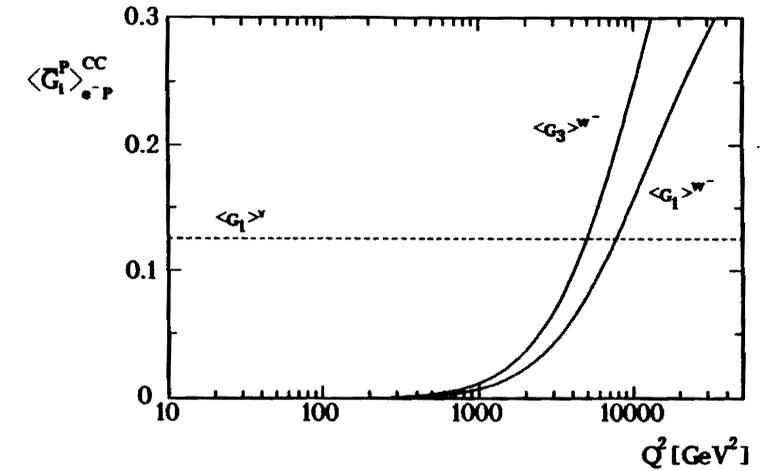


Abbildung 2.3: CC-Beiträge zu den ersten Momenten von G_1^P , G_3^P für e^-P -Streuung. Gl. (2.38). Zum Vergleich ist auch der rein elektromagnetische Beitrag zum ersten Moment von G_1^P gezeigt.

nicht möglich ist, da dazu die Kenntnis der x - und Q^2 -abhängigen Strukturfunktionen $G_i^P(x, Q^2)$ nötig ist. Dies erfordert aber die polarisierten 2-loop anomalen Dimensionen, die zur Zeit noch unbekannt sind. Dennoch sollten die Resultate in den Figuren 2.2, 2.3 indikativ für die Größenordnung einzelner Beiträge zum Wirkungsquerschnitt sein. Um das Problem der Q^2 -Evolution zu umgehen, betrachten wir zum Abschluß noch die (Anti)Neutrino Streuung an polarisierten Protonen bei festem Q^2 .

In Fig. 2.4 ist das Verhältnis der x -integrierten, polarisierten und unpolarisierten CC-Wirkungsquerschnitte gezeigt,

$$A^{\nu(\bar{\nu})} \equiv \frac{Q^2 d\Delta\sigma^{\nu(\bar{\nu})P}/dQ^2}{Q^2 d\sigma^{\nu(\bar{\nu})P}/dQ^2}. \quad (2.40)$$

$Q^2 d\Delta\sigma/dQ^2$ ist gegeben durch (2.35, 2.38). Für die Auswertung wurden die x -abhängigen, polarisierten Valenzverteilungen aus [38], zusammen mit

$$x\Delta X(x, Q_0^2) = -0.22x^{0.5}(1-x)^{14},$$

verwendet, was eine gute Übereinstimmung mit den EMC-Daten [1] liefert. Der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt wurde auf Bornniveau mit den Partonverteilungen aus [57] berechnet. Die Asymmetrien A^{ν} und $A^{\bar{\nu}}$ haben verschiedene Vorzeichen, was das un-

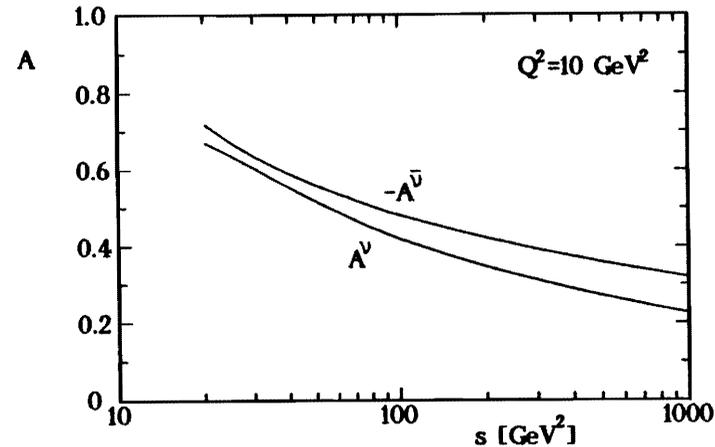


Abbildung 2.4: Die Asymmetrien A^ν und $A^{\bar{\nu}}$ nach (2.40) für die x -integrierten νP - und $\bar{\nu} P$ -Wirkungsquerschnitte bei festem $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$.

terschiedliche Vorzeichen von Δu_v und Δd_v widerspiegelt, die in (2.38) eingehen. Beide Asymmetrien sind in einem Energiebereich $s \lesssim 200 \text{ GeV}^2$ groß ($\sim 40\%$), der durch heutige unpolarisierte Neutrinoexperimente zugänglich ist. Die einzelnen Querschnitte haben bei $s = 200 \text{ GeV}^2$ die Größenordnung $Q^2 d\Delta\sigma^{\nu P}/dQ^2 \approx 0.05 \text{ pb}$, $Q^2 d\Delta\sigma^{\bar{\nu} P}/dQ^2 \approx -0.06 \text{ pb}$, was im Prinzip meßbar sein sollte, wobei ein Beitrag von ungefähr 90% zum Wirkungsquerschnitt von $W^\pm \Delta q_v$ -Streuungen kommt. Betrachtet man (2.35, 2.38), so sieht man, daß die Summe $d\Delta\sigma^{\nu P}/dx dy + d\Delta\sigma^{\bar{\nu} P}/dx dy$ (oder auch $d\Delta\sigma^{e^- P \rightarrow \nu X}/dx dy + d\Delta\sigma^{e^+ P \rightarrow \bar{\nu} X}/dx dy$, falls polarisierte eP -Colliderexperimente in Zukunft möglich sein sollten) nur von polarisierten Valenzverteilungen abhängt, da sich die Beiträge von ΔX wegheben. Dies wurde auch schon in [58] diskutiert. Wie wir jedoch in den vorigen Abschnitten gesehen haben, ist es *nicht* möglich, durch geeignete Kombinationen von $\bar{\nu} P$ -Wirkungsquerschnitten eine mögliche polarisierte Seeverteilung $\Delta\xi$ zu extrahieren, da es stets die Größe $\Delta X(Q^2) = \Delta\xi - 1/2\Delta\Gamma(Q^2)$ ist, die in die Wirkungsquerschnitte eingeht. Dieses Ergebnis steht im Gegensatz zu dem in [58], da dort kein möglicher Gluonbeitrag zu den polarisierten Strukturfunktionen g_1^P , g_3^P und g_4^P berücksichtigt wurde.

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß in hochenergetischer (Anti)Neutrino Streuung an polarisierten Protontargets oder, vielleicht realistischer, in *charged current* eP -

Kollisionen mit einem polarisierten Protonstrahl zusätzliche Informationen über den Spinanteil des Protons gewonnen werden können, der von Valenzquarks getragen wird. Die Größe der Wirkungsquerschnitte ist vielversprechend, jedoch müssen hinreichend hohe Luminositäten zu ihrer Meßbarkeit realisiert werden.

2.6 Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir den gluonischen Beitrag zur longitudinal polarisierten, tief-inelastischen Lepton-Proton Streuung im Rahmen des Standardmodells untersucht, wobei alle *neutral*- und *charged current*- Kanäle berücksichtigt wurden. Dabei treten drei unabhängige Strukturfunktionen g_1^P , g_3^P und g_4^P auf, wobei die beiden letzten nicht zur elektromagnetischen Streuung beitragen. Das wesentliche Resultat der Untersuchungen ist, daß jedesmal dann, wenn die polarisierte Seequarkverteilung $\Delta\xi$ zum ersten Moment der Strukturfunktionen auf dem Bornniveau beiträgt, eine gluonische Korrektur in der Form auftritt, daß sie mit $\Delta\xi$ zusammen die Größe $\Delta X(Q^2) = \Delta\xi - \alpha_s(Q^2)\Delta G(Q^2)/4\pi$ bildet. In der Vergangenheit wurde dies bislang nur für g_1^P im elektromagnetischen Fall demonstriert, was eine Erklärung des überraschenden EMC-Resultats für $g_1^P(x, Q_0^2)$ durch verschiedene Spinszenarien zuläßt. Aus der auf den elektroschwachen Sektor erweiterten Rechnung folgt, daß hier polarisierte, tief-inelastische Streuung im allgemeinen ebenfalls nicht zwischen verschiedenen Spinszenarien unterscheiden kann (zumindest, was das erste Moment der Strukturfunktionen betrifft). Weiterhin haben wir gezeigt, daß die Messung der Strukturfunktionen g_3^P oder g_4^P in polarisierter Lepton-Proton Streuung zusätzliche Informationen über die polarisierten Valenzverteilungen im Proton liefern kann.

Kapitel 3

Resummation weicher Gluonen in polarisierten Drell-Yan Prozessen

Wie wir im letzten Kapitel gesehen haben, eignet sich die polarisierte inklusive, tiefinelastische Lepton-Nukleon Streuung nicht, um nähere Informationen über verschiedene Spinszenarien zu erhalten. Im folgenden wollen wir untersuchen, welche Möglichkeiten dazu in einer anderen experimentellen Situation, der Streuung zweier longitudinal polarisierter Hadronen bestehen. Speziell werden wir in diesem Kapitel den polarisierten Drell-Yan Prozeß (DY) detailliert studieren.

In Abschnitt 3.2 gehen wir auf die wesentlichen Rechenschritte ein und geben unser Resultat für den Wirkungsquerschnitt an. Abschnitt 3.3 befaßt sich mit der Implementierung von Korrekturen höherer Ordnung in den Formalismus. Dazu werden wir am Ende dieses Kapitels (Abschnitt 3.6) untersuchen, wie sich diese Korrekturen auf die Sensitivität des Wirkungsquerschnittes auf willkürliche Parameter (Faktorisierungs- und Renormierungsskala) auswirken. Der Gültigkeitsbereich unserer Resultate aus den Abschnitten 3.2, 3.3 wird kurz im Abschnitt 3.4 diskutiert, und Abschnitt 3.5 befaßt sich mit einigen numerischen Untersuchungen zum polarisierten Wirkungsquerschnitt $d\Delta\sigma/dQ^2 dq_T^2 dy$.

Der größte Teil dieses Kapitels ist in [59] veröffentlicht.

3.1 Einleitung und Vorstellung der Idee der Resummation

Ein naheliegendes Argument für die Untersuchung des polarisierter DY-Prozesse ist, daß diese in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Beiträge von Quark-Antiquark- und (Anti)Quark-Gluon- induzierten Subprozessen erhalten, wodurch man hoffen kann, zusätzliche Information über einen polarisierten See oder ein polarisiertes Gluon im Proton zu bekommen.

Aus der unpolarisierten DY-Physik ist darüber hinaus bekannt, daß der experimentell

gemessene Wirkungsquerschnitt für kleine Werte des Transversalimpulses q_T des auslaufenden Myonpaares (oder Eichbosons) maximal ist, d.h. daß die zu erwartenden Ereignisse hauptsächlich im Bereich kleiner und mittlerer q_T konzentriert sind [60]. Deshalb ist es notwendig, diesen q_T -Bereich theoretisch verläßlich zu behandeln¹.

Wie im unpolarisierten Fall [61, 62, 27], so läßt sich der polarisierte, q_T -differentielle DY-Wirkungsquerschnitt verläßlich innerhalb "konventioneller" Störungstheorie in dem Bereich berechnen, wo der Transversalimpuls q_T des Myonpaares (oder Eichbosons) in der Größenordnung seiner invarianten Masse Q ist, $q_T^2 \approx Q^2$ [63, 18, 20]. In diesem Bereich ist die Störungstheorie kontrolliert durch $\alpha_s(Q^2)$, was im allgemeinen klein ist.

Betrachten wir dagegen den Bereich kleiner q_T , $\Lambda_{QCD} \ll q_T \ll Q$, wo die Anzahl der Ereignisse am größten ist, so tritt neben Q eine zweite Massenskala auf, und der Wirkungsquerschnitt wird durch große Terme der Form

$$\frac{1}{q_T^2} \alpha_s^n(q_T^2) \ln^m(Q^2/q_T^2), \quad 0 \leq m \leq 2n - 1 \quad (3.1)$$

dominiert. Um den Ursprung dieser Terme zu verstehen, betrachten wir Fig. 3.1 (für die

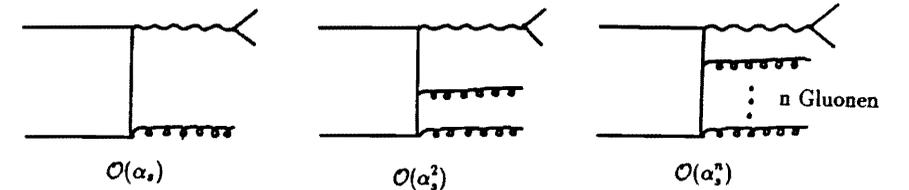


Abbildung 3.1: Multigluonemission in höheren Ordnungen in α_s .

folgende Diskussion vgl. auch [64]): Im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ hat der Wirkungsquerschnitt in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ das führende Verhalten $d\Delta\sigma/dq_T^2 \sim \alpha_s/q_T^2 \cdot \ln(Q^2/q_T^2)$. Mit der Abkürzung $L \equiv \ln(Q^2/q_T^2)$ läßt sich der Wirkungsquerschnitt als $d\Delta\sigma/dq_T^2 \sim \alpha_s/q_T^2 [\eta_{11}L + \eta_{10}]$ schreiben, wobei η_{11} und η_{10} störungstheoretisch berechenbar sind (η_{10} wird *subleading* zu $\eta_{11}L$ genannt). Beziehen wir nun höhere Ordnungen in α_s aus Fig. 3.1 ein, so liefert jedes zusätzlich abgestrahlte Gluon (oder auch ein auftretendes virtuelles, was in Fig. 3.1 nicht gezeigt ist) einen führenden Term $\sim \alpha_s L^2$ relativ zur vorhergehenden Ordnung, da

¹Solche Untersuchungen könnten im Hinblick auf die Streuung polarisierter Protonen und (Anti)Protonen mit $\sqrt{s_{pp}} = 20$ GeV am Fermilab nützlich sein [33]. Eine Analyse zu DY-Daten steht zur Zeit allerdings noch aus.

es sowohl weich, als auch kollinear sein kann. Damit läßt sich der Wirkungsquerschnitt folgendermaßen schreiben:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dq_T^2} \sim \frac{1}{q_T^2} \left[\alpha_s(\eta_{11}L + \eta_{10}) + \alpha_s^2(\eta_{23}L^3 + \eta_{22}L^2 + \eta_{21}L + \eta_{20}) + \dots \right. \\ \left. + \alpha_s^n(\eta_{n(2n-1)}L^{2n-1} + \eta_{n(2n-2)}L^{2n-2} + \dots + \eta_{n0}) \right]. \quad (3.2)$$

Dies ist genau die Struktur (3.1). In der Region $q_T^2 \ll Q^2$ ist die perturbative Entwicklung (3.2) in α_s sinnlos, da sie *nicht* mehr durch α_s kontrolliert ist, sondern durch $\alpha_s L^2$, was im allgemeinen groß ist. Deshalb müssen diese Beiträge in *allen* Ordnungen in α_s berücksichtigt werden. Dazu wird die Summe in (3.2) zunächst umgeordnet. Man schreibt:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dq_T^2} \sim \frac{1}{q_T^2} \left[\alpha_s Z_1 + \alpha_s^2 Z_2 + \alpha_s^3 Z_3 + \dots \right], \quad (3.3)$$

wobei

$$\begin{aligned} \alpha_s Z_1 &\sim \alpha_s(\eta_{11}L + \eta_{10}) + \alpha_s^2(\eta_{23}L^3 + \eta_{22}L^2) + \alpha_s^3(\eta_{35}L^5 + \eta_{34}L^4) + \dots \\ \alpha_s^2 Z_2 &\sim \alpha_s^2(\eta_{21}L + \eta_{20}) + \alpha_s^3(\eta_{33}L^3 + \eta_{32}L^2) + \dots \\ \alpha_s^3 Z_3 &\sim \alpha_s^3(\eta_{31}L + \eta_{30}) + \dots \end{aligned} \quad (3.4)$$

Die Partialsumme $\alpha_s Z_1$ summiert die ersten beiden Potenzen des Logarithmus L in allen Ordnungen von α_s , $\alpha_s^2 Z_2$ die beiden folgenden und so fort. Der entscheidende Punkt ist nun, daß jede Partialsumme Z_i um α_s relativ zu Z_{i-1} unterdrückt ist, d.h. (3.2) ist mit (3.3) durch eine perturbative Entwicklung in α_s nach den Partialsummen Z_i ausgedrückt. Die Umordnung (3.3) ist natürlich nur dann sinnvoll, wenn jedes Z_i exakt aufsummiert werden kann. Das bedeutet, daß alle η_{ij} in Z_1 nur von den ersten beiden Koeffizienten η_{11}, η_{10} , alle η_{ij} in Z_2 nur von η_{21}, η_{20} usw. abhängen. Glücklicherweise ist die möglich: im Fall des *unpolarisierten* DY-Prozesses wurde die Resummation in führender *double logarithmic approximation* (DLA), d.h. für $m = 2n - 1$ in (3.1), zuerst von Dokshitzer, D'Yakonov und Troyan [25] ausgeführt und später, in einer modifizierten Version, von Parisi und Petronzio [26]². Ein geschlossener Ausdruck für die Resummation der gesamten Reihe (3.3) wurde von Collins und Soper für den Fall der unpolarisierten Produktion von Eichbosonen entwickelt [65, 66].

Die bisherigen Betrachtungen zur Resummation beziehen sich *nur* auf den Bereich $q_T^2 \ll Q^2$. Auf der anderen Seite liefert die konventionelle Störungstheorie im Bereich $q_T^2 \approx Q^2$ eine adäquate Beschreibung des Wirkungsquerschnitts. Ein Ausdruck, der auch Gültigkeit im Bereich mittlerer q_T hat wurde für den *unpolarisierten* DY-Prozeß zuerst von

²Resummation in führender DLA bedeutet, daß nur die jeweils höchste L -Potenz in Z_1 , Gl. (3.4), aufsummiert wird, d.h. $\alpha_s \eta_{11}L + \alpha_s^2 \eta_{23}L^3 + \alpha_s^3 \eta_{35}L^5 + \dots$. Resummation in DLA heißt, daß *alle* Terme in Z_1 aufsummiert werden.

Altarelli, Ellis, Greco und Martinelli (AEGM) angegeben [67, 68]: Im Bereich $q_T \ll Q$ wurde die Resummation weicher Gluonen in DLA durchgeführt, und für $q_T \approx Q$ geht ihr Ausdruck in das bekannte perturbative Resultat in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ über. Eine Erweiterung dieser Technik auf die nächst-führende Ordnung der QCD (NLO) wurde von Arnold und Kauffman [64] ausgearbeitet und auf W^\pm, Z^0 -Produktion am Tevatron angewandt.

Das Ziel dieses Kapitels ist es, den Formalismus von AEGM auf den Fall des *polarisierten* DY-Prozesses anzuwenden.

3.2 Herleitung des q_T -differentiellen Wirkungsquerschnitts

In diesem Abschnitt skizzieren wir die Herleitung des polarisierten, q_T -differentiellen Wirkungsquerschnitts. Dazu folgen wir im wesentlichen der Notation und Methode der Arbeit von AEGM [67], wo die verschiedenen Rechenschritte in Form eines Rezeptes angegeben sind. Um die Rechnung abzukürzen, überspringen wir technische Details, die Anhang B entnommen werden können.

Wir betrachten zwei Hadronen H_1, H_2 , die mit einer Schwerpunktsenergie \sqrt{S} kollidieren und ein Myonpaar über ein virtuelles Photon (γ^*) produzieren:

$$H_1(P_1, \tilde{\lambda}_1) H_2(P_2, \tilde{\lambda}_2) \longrightarrow \gamma^*(q) X \longrightarrow \mu^+ \mu^- X,$$

wobei P_1, P_2 und $\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2$ die Viererimpulse und longitudinalen Polarisationen der einlaufenden Hadronen sind. Der Viererimpuls des γ^* ist q . Im Schwerpunktsystem der Hadronen haben die verschiedenen Viererimpulse die folgende Darstellung:

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{\sqrt{S}}{2}(1; 0, 0, 1), \\ P_2 &= \frac{\sqrt{S}}{2}(1; 0, 0, -1), \\ q &= (q_0; \vec{q}_T, q_3), \\ Q^2 &\equiv q^2, \quad q_T^2 \equiv (\vec{q}_T)^2. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Weiterhin definieren wir die hadronischen Mandelstamvariablen T, U und die Rapidität y des auslaufenden Myonpaares durch

$$\begin{aligned} T &= (P_1 - q)^2, \quad U = (P_2 - q)^2, \\ y &= \frac{1}{2} \ln \frac{q_0 + q_3}{q_0 - q_3} = \frac{1}{2} \ln \frac{Q^2 - U}{Q^2 - T}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Mit der Abkürzung für den polarisierten Wirkungsquerschnitt,

$$\frac{d\sigma^{H_1(\tilde{\lambda}_1)H_2(\tilde{\lambda}_2) \rightarrow \mu^+ \mu^- X}}{dQ^2 dy dq_T^2} \equiv d\sigma(\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2)$$

läßt sich nun die Differenz der Wirkungsquerschnitte, die uns im folgenden interessiert, ausdrücken:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dQ^2 dy dq_T^2} \equiv \frac{1}{4} [d\sigma(+, +) + d\sigma(-, -) - d\sigma(+, -) - d\sigma(-, +)]. \quad (3.7)$$

Im Rahmen des Partonmodells läßt sich (3.7) als

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma}{dQ^2 dy dq_T^2} &= \sum_{ij} \int dx_1 dx_2 \Delta f_i(x_1) \Delta f_j(x_2) \left[s \frac{d\Delta\sigma_{ij}}{dQ^2 dt du} \right]_{\substack{p_1 = x_1 P_1 \\ p_2 = x_2 P_2}}, \\ \Delta f_i(x) &= f_i^{(+)}(x) - f_i^{(-)}(x), \\ \Delta\sigma_{ij} &\equiv \frac{1}{4} [\sigma_{ij}^{(++)} + \sigma_{ij}^{(--)} - \sigma_{ij}^{(+-)} - \sigma_{ij}^{(-+)}], \end{aligned} \quad (3.8)$$

schreiben, wobei $f_i^{(\lambda)}(x)$, $\lambda = \pm$, die Partonverteilung vom Typ i mit Helizität λ im Hadron mit positiver Helizität bezeichnet, und $\sigma_{ij}^{(\lambda_1 \lambda_2)}$, $\lambda_{1,2} = \pm$, ist der partonische Wirkungsquerschnitt eines Partons i mit Helizität λ_1 und eines Partons j mit Helizität λ_2 . Die partonischen Mandelstamvariablen sind durch

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - q)^2, \quad u = (p_2 - q)^2, \quad (3.9)$$

definiert, wobei die partonischen Impulse p_1, p_2 wie in (3.8) angedeutet durch $p_1 = x_1 P_1$, $p_2 = x_2 P_2$ zu ersetzen sind.

In den folgenden Abschnitten wollen wir kurz die verschiedenen Schritte skizzieren, die schließlich zu einem resummierten Ausdruck für (3.8) führen.

3.2.1 Der Quark-Antiquark-Annihilationsbeitrag

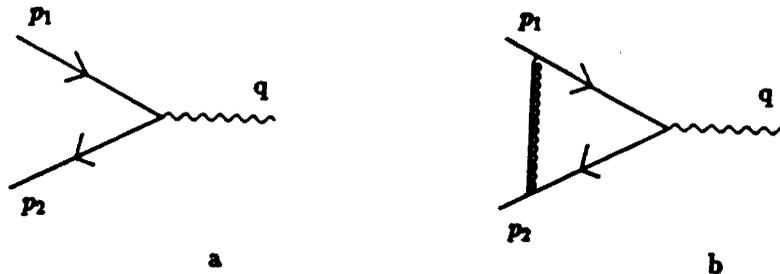


Abbildung 3.2: $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ -Beitrag (a) und Vertexkorrektur (b) zum DY-Prozess.

In nullter Ordnung in α_s erhalten wir nur einen Beitrag für $q_T^2 = 0$. Mit dem Diagramm aus Fig. 3.2a findet man:

$$\frac{d\Delta\sigma^0}{dQ^2 dy dq_T^2} = -N \Delta H(x_1^0, x_2^0) \delta(q_T^2), \quad (3.10)$$

mit

$$N = \frac{4\pi\alpha_s^2 e_q^2}{9SQ^2}, \quad \Delta H(x_1, x_2) = \sum_q e_q^2 (\Delta q^{H_1}(x_1) \Delta q^{H_2}(x_2) + 1 \leftrightarrow 2).$$

Die Definitionen der Variablen x_1^0, x_2^0 und solcher, die weiter unten noch eingeführt werden, sind identisch mit denen in [67] und sind der Übersichtlichkeit halber in Tabelle 3.1 zusammengefaßt. Vergleicht man (3.10) mit dem entsprechenden unpolarisierten Ausdruck

$$S = (P_1 + P_2)^2; \quad T = (P_1 - q)^2; \quad U = (P_2 - q)^2;$$

$$q^2 = Q^2; \quad r = \frac{Q^2}{S}; \quad \rho = \frac{q_T^2}{S}; \quad r_{12} = \frac{r}{x_1 x_2}; \quad \rho_{12} = \frac{\rho}{x_1 x_2};$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{Q^2 + q_T^2}{Q^2 - q_T^2}; \quad T - Q^2 = -\sqrt{S}(Q^2 + q_T^2)^{1/2} e^{-y}; \quad U - Q^2 = -\sqrt{S}(Q^2 + q_T^2)^{1/2} e^y;$$

$$z_1^0 = \sqrt{r} e^y; \quad z_2^0 = \sqrt{r} e^{-y}; \quad z_1^+ = \frac{Q^2 - U}{S}; \quad z_1^- = \frac{Q^2 - T}{S};$$

$$z_1^+ = \frac{x_2 z_1^+ - r}{x_1 - z_1^+}; \quad z_1^- = \frac{x_1 z_1^- - r}{x_2 - z_1^-};$$

$$A_T^2 = \frac{(S + Q^2)^2}{4S \cosh^2 y} - Q^2; \quad \sqrt{r_k} = \sqrt{r + \rho} \pm \sqrt{\rho};$$

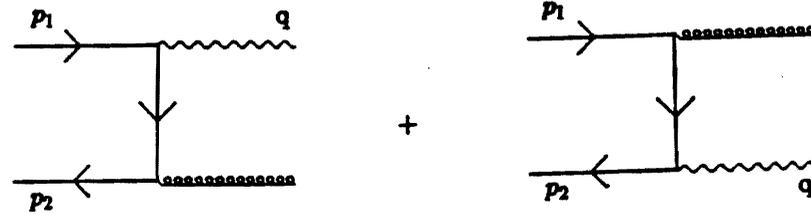
$$s = (p_1 + p_2)^2 = x_1 x_2 S; \quad t = (p_1 - q)^2 = x_1 (T - Q^2) + Q^2; \quad u = (p_2 - q)^2 = x_2 (U - Q^2) + Q^2$$

Tabelle 3.1: Definition kinematischer Größen.

in [67], so sieht man, daß sie sich nur um ein relatives Minuszeichen unterscheiden³. Dies folgt gerade aus der Tatsache, daß das annihilierende Quark und Antiquark verschiedene Helizität haben müssen, um ein virtuelles Photon zu erzeugen.

Wir kommen nun zu den $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Beiträgen zu Gl. (3.8). Dazu müssen wir die Annihilationsgraphen (Fig. 3.3) und die Vertexkorrektur (Interferenz der Graphen in Fig. 3.2a und 3.2b) berechnen. Um die auftretenden kollinearen und infraroten Divergenzen zu regularisieren, führen wir die Rechnung in $n = 4 - 2\epsilon$, $\epsilon < 0$ Dimensionen durch. An diesem Punkt tauchen sofort die Schwierigkeiten auf, die mit γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ in $n \neq 4$ Dimensionen

³Gleichzeitig ist natürlich in (3.10) $\Delta \frac{(-)}{q}$ durch $\frac{(-)}{q}$ zu ersetzen.

Abbildung 3.3: $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Annihilationsbeitrag zum DY-Prozeß.

verbunden sind. Diese Größen treten in den Rechnungen durch Helizitätsprojektoren der einlaufenden Quarks und Gluonen auf. In der Literatur werden verschiedene Schemata diskutiert, γ^5 in $n \neq 4$ Dimensionen zu behandeln. [69, 70, 71, 72]. In den folgenden Rechnungen werden wir parallel zwei verschiedene Schemata benutzen: Das Chanowitz, Furman, Hinchliffe (CFH) Schema [69] und das von 't Hooft und Veltman [70], welches später von Breitenlohner und Maison systematisiert wurde [71] (i.f. wird dieses Schema durch HVBM abgekürzt). Im Gegensatz zum CFH-Schema mit einem total antikommutierenden γ^5 ist das HVBM-Schema konsistent [73]. Ein Hauptgrund, weshalb wir die Rechnungen in beiden Schemata durchführen ist der, daß in der Literatur verschiedene Resultate für den gluonischen Wilsonkoeffizienten $\Delta c_G(z)$ in der polarisierten, tief-inelastischen Streuung existieren, die im CFH-Schema [40] und im HVBM-Schema [74, 39] gerechnet wurden. Insbesondere führen diese Resultate zu verschiedenen ersten Momenten $\Delta c'_G$, die sich vom Ergebnis in (2.15) unterscheiden können [74]. Wir werden auf diesen Punkt später noch einmal zurückkommen. Die Eigenschaften der verschiedenen γ^5 -Schemata sind kurz im Anhang A zusammengefaßt.

Mit Hilfe von [69]-[73] können wir nun die verschiedenen Schritte der Rechnung durchführen. Als Zwischenergebnis erhalten wir einen Ausdruck für den $q\bar{q}$ -Annihilationsbeitrag zu (3.8), der das gewöhnliche perturbative Ergebnis in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ im Bereich $q_T \approx Q$ darstellt. Der Bereich kleiner Transversalimpulse, $q_T \ll Q$, wird durch Terme der Form

$$\frac{\alpha_s(q_T^2)}{2\pi} \left[\frac{1}{q_T^2} \ln \frac{Q^2}{q_T^2} \right]_{reg}, \quad \frac{\alpha_s(q_T^2)}{2\pi} \left[\frac{1}{q_T^2} \right]_{reg}, \quad (3.11)$$

dominiert, wobei der Index 'reg' die Regularisierung bei $q_T^2 = 0$ im Distributionssinne bezeichnet. Die beiden Terme in (3.11), *leading* und *subleading* in DLA, entsprechen genau dem ersten Glied von $\alpha_s Z_1$ in (3.4). Sie werden anschließend zu allen Ordnungen

in α_s resummiert.

Aus den Annihilationsgraphen in Fig. 3.3 erhält man folgende Parton-Niveau Wirkungsquerschnitte in den beiden γ^5 -Schemata:

$$s \frac{d\Delta\sigma_{q\bar{q}}}{dQ^2 dt du} \Big|_{CFH} = -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \times \left\{ (1-\epsilon) \frac{(s-Q^2)^2}{ut} + \frac{2Q^2 s}{ut} - 2 \right\} \delta(s+t+u-Q^2), \quad (3.12)$$

$$s \frac{d\Delta\sigma_{q\bar{q}}}{dQ^2 dt du} \Big|_{HVBM} = -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} (-\epsilon q_T^{2\epsilon}) \int_0^{q_T^2} d\hat{q}^2 (\hat{q}^2)^{-1-\epsilon} \times \left\{ (1+\epsilon) \left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right) + \frac{2Q^2 s}{ut} - 2s\hat{q}^2 \left(\frac{1}{t^2} + \frac{1}{u^2} \right) \right\} \delta(s+t+u-Q^2), \quad (3.13)$$

mit dem Colorfaktor $C_F = \frac{4}{3}$. In (3.13) haben wir Terme $\sim \epsilon$ vernachlässigt, die nicht zum Endergebnis beitragen. Weiterhin wurde in (3.12) bzw. (3.13) ein genereller Vorfaktor $(1-\epsilon)$ bzw. $(1+\epsilon)$ weggelassen, der auch im Ergebnis nullter Ordnung (3.10) auftaucht, wenn man es in $n \neq 4$ Dimensionen in den beiden Schemata berechnet, und der dort ebenfalls unterdrückt wurde. Damit definieren wir unsere Normierung wie in [75, 40, 67]. Das verbleibende \hat{q}^2 -Integral in (3.13) ist ein Relikt des $2 \rightarrow 2$ Phasenraumes in n Dimensionen und die \hat{q}^2 -Abhängigkeit des Matrixelementes ist typisch für das HVBM-Schema (siehe dazu Anhang A).

Nach Durchführung der \hat{q}^2 -Integration in (3.13) erhalten wir (wiederum unter Vernachlässigung von Termen $\sim \epsilon$, die keinen Beitrag zum Endergebnis liefern):

$$s \frac{d\Delta\sigma_{q\bar{q}}}{dQ^2 dt du} \Big|_{HVBM} = -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \times \left\{ (1+3\epsilon) \frac{(s-Q^2)^2}{ut} + \frac{2Q^2 s}{ut} - 2 \right\} \delta(s+t+u-Q^2). \quad (3.14)$$

Vergleicht man (3.12) mit dem entsprechenden unpolarisierten Resultat aus [67], so stellt man fest, daß sie bis auf ein generelles Vorzeichen identisch sind. Dies ist eine direkte Konsequenz der Helizitätserhaltung am Quark-Gluon Vertex, die im CFH-Schema mit einem total antikommutierenden γ^5 nicht verletzt wird. Vergleicht man (3.12) und (3.14), so unterscheiden sie sich natürlich nur durch Terme der Ordnung ϵ . Die Konsequenzen, die sich daraus ergeben, diskutieren wir detailliert weiter unten.

Die weitere Rechnung verläuft nun analog zu der in [67]. Deshalb werden wir die technischen Details beiseite lassen und nur die wichtigen Schritte skizzieren. Die wesentlichen Züge der Rechnung sind im Anhang B zusammengestellt.

Zunächst setzt man (3.12), (3.14) in (3.8) ein und führt eine triviale Integration über die δ -Funktion aus. Die weichen und kollinearen Divergenzen, die bei Integration von (3.8)

über q_T^2 auftreten würden, sind in Termen mit $(q_T^2)^{-1-\epsilon}$ und $(q_T^2)^{-1-\epsilon} \cdot \ln q_T^2$ enthalten. Um sie explizit zu bestimmen, benutzen wir die Ersetzungen [67]

$$\begin{aligned} \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} &\equiv \frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln A_T^2 - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) + \mathcal{O}(\epsilon), \\ \frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} &\equiv \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ + \left(\frac{1}{\epsilon^2} - \frac{1}{\epsilon} \ln Q^2 + \frac{1}{2} \ln^2 Q^2 - \frac{1}{2} \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \delta(q_T^2) + \mathcal{O}(\epsilon), \end{aligned} \quad (3.15)$$

die im Anhang B hergeleitet werden. Dabei ist

$$A_T^2 = S \left(\frac{(1+\tau)^2}{4 \cosh^2 y} - \tau \right)$$

die kinematische Obergrenze von q_T^2 . Die '+'-Vorschrift in (3.15) ist für eine beliebige Funktion $g(q_T^2)$, die bei $q_T^2 = 0$ regulär ist durch

$$\int_0^{A_T^2} dq_T^2 (f(q_T^2))_+ g(q_T^2) = \int_0^{A_T^2} dq_T^2 f(q_T^2) [g(q_T^2) - g(0)] \quad (3.16)$$

definiert.

Nach dieser Behandlung der reellen Annihilationsgraphen aus Fig. 3.3 müssen wir schließlich noch die virtuelle Korrektur in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ addieren. Sie ergibt sich aus der Interferenz der Graphen in Fig. 3.2a und 3.2b und ist einfach das Produkt des Realteils der Vertexkorrektur, welche in [75, 40] angegeben ist, mit dem Wirkungsquerschnitt in nullter Ordnung. Abgesehen von einem generellen Vorfaktor $(1-\epsilon)$ bzw. $(1+\epsilon)$ ist die virtuelle Korrektur deshalb im CFH- bzw. HVBM-Schema dieselbe. In unserer Normierung von (3.10) und entsprechend der Diskussion nach (3.13) lautet sie in beiden γ^5 -Schemata:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma^V}{dQ^2 dy dq_T^2} &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \Delta H(x_1^0, x_2^0) \delta(q_T^2) \\ &\times \left(-\frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} - 8 + \pi^2 \right). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Die infraroten Pole $\sim 1/\epsilon^2$ in (3.17) heben sich gegen die in (3.8, 3.12, 3.14) weg, nachdem man dort die Relationen aus (3.15) eingesetzt hat (siehe Anhang B).

Damit erhalten wir für den kompletten Ausdruck des $q\bar{q}$ -Annihilationsbeitrags

$$\frac{d\Delta\sigma^A}{dQ^2 dy dq_T^2} = \Delta X_A(Q^2, y, q_T^2) + \Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2), \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \Delta X_A(Q^2, y, q_T^2) &= -N \Delta H(x_1^0, x_2^0) \delta(q_T^2) \\ &- N \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \Delta H(x_1^0, x_2^0) C_F \left[2 \left(\frac{\ln Q^2/q_T^2}{q_T^2} \right)_+ - \frac{3}{(q_T^2)_+} - \delta(q_T^2) \left(3 \ln \frac{A_T^2}{Q^2} + \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \right] \right. \\ &\left. + \left(\frac{1}{(q_T^2)_+} + \delta(q_T^2) \left(\ln \frac{A_T^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\times \left(\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \right) \\ &+ \delta(q_T^2) \cdot \left(\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta c_q(z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta c_q(z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \right) \Big\}, \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta P_{qq}(z) &= C_F \left(\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right), \\ \Delta c_q(z) &= C_F \left(-\xi(1-z) + \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 \right) \delta(1-z) \right), \\ \frac{1}{\bar{\epsilon}} &= \frac{1}{\epsilon} + \ln(4\pi) - \gamma_E. \end{aligned}$$

Der Faktor ξ in $\Delta c_q(z)$ ist der Faktor der ϵ -Terme in den Matrixelementen (3.12, 3.14). Für die beiden γ^5 -Schemata lautet er:

$$\begin{aligned} \xi_{CFH} &= -1, \\ \xi_{HVBM} &= +3. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Diese ϵ -Terme liefern in Verbindung mit den $1/\epsilon$ -Polen in (3.15) nichtverschwindende Beiträge $\sim \delta(q_T^2)$.

Die Funktion $\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2)$ in (3.18) enthält die Terme des Wirkungsquerschnitts, die im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ nicht singulärer als Potenzen von $\ln q_T^2$ sind. Sie ist am Ende dieses Abschnitts explizit angegeben.

Die formale Struktur von (3.18) ist identisch mit der für den unpolarisierten Fall [67]. Die ersten beiden Terme in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ in $\Delta X_A(Q^2, y, q_T^2)$, *leading* und *subleading* in DLA, sind genau diejenigen, deren Koeffizienten wir berechnen wollten (siehe (3.11)):

$$2C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+, \quad -3C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\frac{1}{q_T^2} \right)_+. \quad (3.20)$$

Damit haben wir die Koeffizienten der ersten beiden Terme von $\alpha_s Z_1$ in (3.4) gefunden: $\eta_{11} = 2C_F$, $\eta_{10} = -3C_F$.

3.2.2 Resummation im *impact*-Parameter Raum

Um die *leading* und *subleading* Terme in (3.18, 3.20) in allen Ordnungen α_s aufzusummieren, führen wir zuerst die Transformation in den *impact*-Parameter Raum (i.f. als *b*-Raum bezeichnet) durch. Diese Methode gewährleistet, daß der gesamte Transversalimpuls der ansonsten unabhängig voneinander abgestrahlten Gluonen den Transversalimpuls \vec{q}_T des Myonpaares (oder Eichbosons) exakt kompensiert [26, 76, 67, 81]. Dazu definieren wir:

$$\Delta X_A(Q^2, y, b^2) \equiv \int \frac{d^2\vec{q}_T}{\pi} e^{i\vec{b}\cdot\vec{q}_T} \Delta X_A(Q^2, y, q_T^2). \quad (3.21)$$

Setzen wir (3.18) ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \Delta X_A(Q^2, y, b^2) = & -N \left\{ \Delta H(x_1^0, x_2^0) \left[1 + F(Q^2, y) + S(Q^2, y, b^2) \right] \right. \\ & + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left(\ln \frac{P^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \cdot \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) \Delta P_{qg}(z) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \Delta P_{qg}(z) \right] \\ & \left. + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) \Delta c_q(z) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \Delta c_q(z) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.22)$$

mit

$$\begin{aligned} F(Q^2, y) &= -\frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left[3 \ln \frac{A_T^2}{Q^2} + \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right], \\ S(Q^2, y, b^2) &= C_F \int_0^{A_T^2} \frac{dq^2}{q^2} \frac{\alpha_s(q^2)}{2\pi} (J_0(bq) - 1) \cdot \left(2 \ln \frac{Q^2}{q^2} - 3 \right), \\ \ln \frac{P^2}{\mu^2} &= \ln \frac{A_T^2}{\mu^2} + \int_0^{A_T^2} \frac{d^2 \vec{q}_T}{\pi} \frac{1}{q_T^2} \left(e^{i\vec{b} \cdot \vec{q}_T} - 1 \right) \approx \ln \frac{b_0^2}{b^2}, \end{aligned}$$

wobei $b_0 = 2e^{-\gamma_E} \simeq 1.123$ [77]. Die eigentliche Resummation wird durch die Ersetzung

$$1 + S(Q^2, y, b^2) \longrightarrow \exp S(Q^2, y, b^2) \quad (3.23)$$

in (3.22) erreicht [26, 76, 67].

3.2.3 Faktorisierung

Als letzten Schritt faktorisieren wir die kollinearen Singularitäten aus (3.22) in die nackten Quarkverteilungen $\Delta q(x)$, die in $\Delta H(x_1^0, x_2^0)$ auftreten. Die physikalischen, skalenabhängigen Quarkverteilungen sind dann durch

$$\begin{aligned} \Delta q(x, Q^2) &= \Delta q(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[\left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \Delta P_{qg}(z) + \Delta d_q(z) \right] \Delta q(x/z) \\ &+ \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[\left(\ln \frac{Q^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \Delta P_{qG}(z) + \Delta d_G(z) \right] \Delta G(x/z), \\ \Delta P_{qG}(z) &= T_R(2z - 1), \quad T_R = \frac{1}{2}. \end{aligned} \quad (3.24)$$

gegeben. Der Term proportional zur polarisierten Gluonverteilung ist schon aus dem Compton-Beitrag zum Wirkungsquerschnitt vorweggenommen, der im nächsten Abschnitt behandelt wird.

Bezüglich der Funktionen $\Delta d_q(z)$, $\Delta d_G(z)$ in (3.24) besteht eine gewisse Freiheit in der Definition der Partonverteilungen jenseits der führenden Ordnung. Eine Fixierung von $\Delta d_q(z)$, $\Delta d_G(z)$ fixiert gleichzeitig die Form von $g_1^P(x, Q^2)$. Z.B. haben wir im \overline{MS} -Schema

$$\Delta d_q^{\overline{MS}}(z) = \Delta d_G^{\overline{MS}}(z) = 0 \quad (3.25)$$

und $g_1^P(x, Q^2)$ lautet

$$\begin{aligned} g_1^P(x, Q^2) &= \frac{1}{2} \left\{ \sum_q e_q^2 [\Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2)] \right. \\ &+ \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \sum_q e_q^2 \int_x^1 \frac{dz}{z} \Delta c'_q(z) [\Delta q(x/z, Q^2) + \Delta \bar{q}(x/z, Q^2)] \\ &\left. + \frac{\alpha_s(Q^2)}{2\pi} \left(2 \sum_q e_q^2 \right) \int_x^1 \frac{dz}{z} \Delta c'_G(z) \Delta G(x/z, Q^2) \right\}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Die tief-inelastischen Koeffizientenfunktionen $\Delta c'_q(z)$, $\Delta c'_G(z)$ wurden in beiden γ^5 -Schemata, CFH und HVBM, gerechnet. Im CFH-Schema lauten sie [40]

$$\begin{aligned} \Delta c'_q(z)|_{CFH} &= C_F \left[(1+z^2) \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ - \frac{3}{2} \frac{1}{(1-z)_+} \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1+z^2}{1-z} \right) \ln z + 2 + z - \left(\frac{9}{2} + \frac{1}{3} \pi^2 \right) \delta(1-z) \right], \\ \Delta c'_G(z)|_{CFH} &= T_R(2z-1) \left[\ln \frac{1-z}{z} - a \right], \end{aligned} \quad (3.27)$$

wobei a eine willkürliche Konstante ist, die auch im weiter unten berechneten DY-Compton Beitrag auftaucht. Sie resultiert aus der Mehrdeutigkeit von γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ im CFH-Schema [69, 40].

Im HVBM-Schema finden wir

$$\begin{aligned} \Delta c'_q(z)|_{HVBM} &= \Delta c'_q(z)|_{CFH} - 4C_F(1-z), \\ \Delta c'_G(z)|_{HVBM} &= T_R \left[(2z-1) \left(\ln \frac{1-z}{z} - 1 \right) + 2(1-z) \right]. \end{aligned} \quad (3.28)$$

Das Resultat für $\Delta c'_G|_{HVBM}$ stimmt mit dem in Ref. [74] berechneten überein. Man beachte, daß der Unterschied $-4C_F(1-z)$ in den Ausdrücken für $\Delta c'_q(z)$ in (3.27, 3.28) auch in den DY-Ausdrücken für $\Delta c_q(Z)$ in (3.18, 3.19) auftaucht. In unserem Formalismus können wir darüber hinaus den Ursprung dieser Differenz ablesen. Sie resultiert aus dem weichen q_T^2 -Bereich, wie man an der Proportionalität zur $\delta(q_T^2)$ -Funktion in (3.18) sehen kann⁴.

Betrachten wir nun die beiden Resultate für die tief-inelastischen gluonischen Koeffizientenfunktionen $\Delta c'_G$ in (3.27, 3.28). Abgesehen von dem willkürlichen Parameter a , unterscheiden sie sich durch den Term $\sim 2(1-z)$, der für das Verschwinden des ersten Momentes von $\Delta c'_G(z)|_{HVBM}$ verantwortlich ist [74]. Das erste Moment von $\Delta c'_G(z)|_{CFH}$

⁴Man beachte, daß die γ^5 -Schema bedingten Differenzen $\sim (1-z)$ und $\sim (a-1) \cdot (2z-1)$ in (3.28, 3.29) durch geeignete Terme in den ebenfalls schemaaabhängigen 2-loop evolvierten Quarkverteilungen kompensiert werden sollten [49, 78, 46].

hingegen liefert den Wert $\Delta c'_G$ in (2.15). In Ref. [39] wurde gezeigt, daß der Term $2(1-z)$ in $\Delta c'_G(z)|_{HVBM}$ aus dem weichen Bereich kommt, d.h. daß sein erstes Moment hauptsächlich Beiträge aus der Region kleiner q_T bekommt. Weiterhin läßt sich zeigen (wir werden dies später explizit aus den Resultaten in Kapitel 4 sehen), daß ein Term $-(a-1) \cdot (2z-1)$ in $\Delta c'_G(z)|_{CFH}$ in (3.27) ebenfalls seinen Ursprung im weichen Bereich hat. Wie schon oben für den Fall der Quark-Koeffizientenfunktion, werden wir diese weichen Terme mit Hilfe von (3.24) in die Quarkdichten faktorisieren.⁴

Mit diesen Überlegungen treffen wir für unsere Rechnung im CFH- und HVBM-Schema folgende spezielle Wahl für $\Delta d_{q,G}(z)$ in (3.24):

$$\begin{aligned} \Delta d_q(z)|_{CFH} &= 0, & \Delta d_G(z)|_{CFH} &= T_R(a-1) \cdot (2z-1), \\ \Delta d_q(z)|_{HVBM} &= -4C_F(1-z), & \Delta d_G(z)|_{HVBM} &= 2T_R(1-z). \end{aligned} \quad (3.29)$$

Mit dieser speziellen Wahl hat $g_1^P(x, Q^2)$ die Form (3.26) mit den Koeffizientenfunktionen:

$$\begin{aligned} \Delta c'_q(z) &= \Delta c'_q(z)|_{CFH}, \\ \Delta c'_G(z) &= T_R(2z-1) \left(\ln \frac{1-z}{z} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.30)$$

3.2.4 Der Quark-Gluon Compton-Beitrag

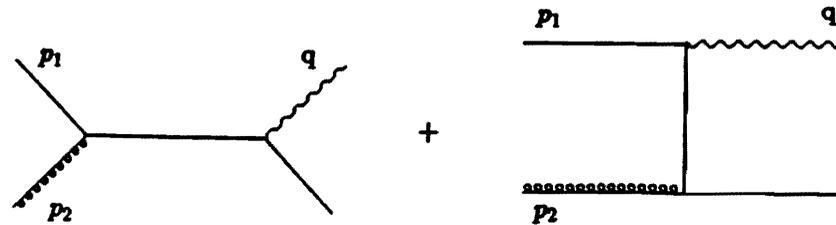


Abbildung 3.4: $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Compton-Beitrag zum DY-Prozess.

Um die Rechnung zu vervollständigen, müssen wir noch den Comptonbeitrag zu (3.8) berechnen. Mit den Graphen in Fig. 3.4 erhalten wir für den partonischen Wirkungsquerschnitt im CFH-Schema:

$$\begin{aligned} s \frac{d\Delta\sigma_{qG}}{dQ^2 dt du} \Big|_{CFH} &= N \frac{\alpha_s}{2\pi} T_R \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \\ &\times (1 + (a-1)\epsilon) \cdot \left\{ -\frac{2u+t}{s} + \frac{2u+s}{t} + 2\epsilon \right\} \delta(s+t+u-Q^2), \end{aligned} \quad (3.31)$$

Die Mehrdeutigkeit durch den Faktor a in (3.31) resultiert aus der Spur des total antikommütierenden γ^5 mit vier γ -Matrizen im CFH-Schema. Sie korrespondiert zur Ambiguität im tief-inelastischen Fall (3.27) (siehe Anhang A).

Im HVBM-Schema finden wir für den partonischen Wirkungsquerschnitt nach der zusätzlichen \hat{q}^2 -Integration wie in (3.13):

$$\begin{aligned} s \frac{d\Delta\sigma_{qG}}{dQ^2 dt du} \Big|_{HVBM} &= N \frac{\alpha_s}{2\pi} T_R \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \\ &\times \left\{ -(1-2\epsilon)\frac{t}{s} + \frac{s}{t} + 2(1+\epsilon)\frac{u}{t} - 2(1-\epsilon)\frac{u}{s} + 2\epsilon \right\} \delta(s+t+u-Q^2). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Die weitere Behandlung von (3.31, 3.32) verläuft analog zu dem im Anhang B erläuterten Verfahren.

Wir erhalten dann für den Compton-Beitrag zu (3.8)

$$\frac{d\Delta\sigma^C}{dQ^2 dy dq_T^2} = \Delta X_C(Q^2, y, q_T^2) + \Delta Y_C(Q^2, y, q_T^2), \quad (3.33)$$

wobei

$$\begin{aligned} \Delta X_C(Q^2, y, q_T^2) &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \left(\frac{1}{(q_T^2)_+} + \delta(q_T^2) \left(\ln \frac{A_T^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \right) \right. \\ &\times \left[\int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qG}(z) \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/z) + \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qG}(z) \Delta K_2(x_1^0/z, x_2^0) \right] \\ &\left. + \delta(q_T^2) \left[\int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta c_G(z) \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/z) + \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta c_G(z) \Delta K_2(x_1^0/z, x_2^0) \right] \right\}, \end{aligned}$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta K_1(x_1, x_2) &= \sum_q e_q^2 (\Delta q^{H_1}(x_1) + \Delta \bar{q}^{H_1}(x_1)) \Delta G^{H_2}(x_2), \\ \Delta K_2(x_1, x_2) &= \sum_q e_q^2 (\Delta q^{H_2}(x_2) + \Delta \bar{q}^{H_2}(x_2)) \Delta G^{H_1}(x_1), \\ \Delta c_G(z) &= T_R [2\xi_2(1-z) - \xi_1]. \end{aligned}$$

Die Funktion $\Delta Y_C(Q^2, y, q_T^2)$ entspricht $\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2)$ in (3.18) und ist im Endergebnis angegeben. Die Konstanten ξ_1, ξ_2 sind die ϵ -Faktoren, die die Polterme $s/t, 2u/t$ in (3.31, 3.32) multiplizieren. Sie führen deshalb zu weichen Beiträgen zum Wirkungsquerschnitt, analog zu ξ im Annihilationsbeitrag (3.18). In den beiden γ^5 -Schemata lauten sie

$$\begin{aligned} \xi_1^{CFH} &= \xi_2^{CFH} = (a-1), \\ \xi_1^{HVBM} &= 0, \quad \xi_2^{HVBM} = 0. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Damit sind die Faltungskerne $\Delta c_G(z)$ in (3.33) in beiden Schemata durch

$$\begin{aligned}\Delta c_G(z)|_{CFH} &= T_R(1-a)(2z-1), \\ \Delta c_G(z)|_{HVB M} &= 2T_R(1-z)\end{aligned}\quad (3.35)$$

gegeben. Vergleicht man nun (3.35) mit (3.29), so sieht man, daß genau diese Terme (nach Transformation von (3.33) in den b -Raum) mit Hilfe von (3.24) in die physikalischen Quarkverteilungen faktorisiert werden. Kehren wir noch einmal zurück zu der Diskussion, die auf (3.29) führte, so haben wir auch für den DY-Fall gezeigt, daß die Funktionen (3.35) weichen Ursprungs sind, wie die Proportionalität zu $\delta(q_T^2)$ in (3.33) zeigt.

Das Endergebnis erhält man schließlich durch Transformation von (3.33) in den b -Raum, Addition zum Resultat in (3.22), Faktorisierung der kollinearen Singularitäten und Rücktransformation in den q_T -Raum.

3.2.5 Endergebnis

Mit den Zwischenresultaten (3.22, 3.33) läßt sich unser Endergebnis in folgender Form angeben:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dQ^2 dy dq_T^2} = -N \left\{ \int \frac{d^2\vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S(Q^2, y, b^2)} R(Q^2, y, b^2) + \Delta Y(Q^2, y, q_T^2) \right\}, \quad (3.36)$$

wobei

$$\begin{aligned}R(Q^2, y, b^2) &= \Delta H(x_1^0, x_2^0, P^2) \left[1 + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \frac{4}{3} \left(3 \ln \frac{Q^2}{A_T^2} - \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \right] \\ &+ \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \cdot \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_q(z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0, P^2) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_q(z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z, P^2) \right. \\ &\left. + \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_G(z) \Delta K_2(x_1^0/z, x_2^0, P^2) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_G(z) \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/z, P^2) \right], \\ \Delta f_q(z) &= \frac{4}{3} \left[1 - z + \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 \right) \cdot \delta(1-z) \right], \\ \Delta f_G(z) &= 0,\end{aligned}$$

und $S(Q^2, y, b^2)$ in (3.22) gegeben ist. Die verbleibenden Terme $\Delta Y(Q^2, y, q_T^2)$ lauten

$$\Delta Y(Q^2, y, q_T^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \Delta Y_C(Q^2, y, q_T^2), \quad (3.37)$$

mit

$$\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2) = \frac{1}{q_T^2} \left\{ \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \left[\Delta H(x_1, x_2^+) \left(1 + \left(\frac{\tau}{x_1 x_2^+} \right)^2 \right) - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right] \right.$$

$$\begin{aligned}& - \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^0} \left[\Delta H(x_1, x_2^0) \left(1 + \left(\frac{x_1^0}{x_1} \right)^2 \right) - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right] \left. \right\} \\ & + \frac{1}{q_T^2} \left\{ \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^+} \left[\Delta H(x_1^+, x_2) \left(1 + \left(\frac{\tau}{x_1^+ x_2} \right)^2 \right) - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right] \right. \\ & - \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^0} \left[\Delta H(x_1^0, x_2) \left(1 + \left(\frac{x_2^0}{x_2} \right)^2 \right) - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right] \left. \right\} \\ & + \frac{2}{q_T^2} \Delta H(x_1^0, x_2^0) \ln \frac{(1-x_1^+)(1-x_2^+)}{(1-x_1^0)(1-x_2^0)} \\ & - \frac{2}{S} \left\{ \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \frac{\Delta H(x_1, x_2^+)}{x_1 x_2^+} + \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^+} \frac{\Delta H(x_1^+, x_2)}{x_1^+ x_2} \right\},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta Y_C(Q^2, y, q_T^2) &= \left\{ \frac{1}{q_T^2} \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \Delta K_1(x_1, x_2^+) \left[\frac{x_1^+ x_2^+ - \tau}{x_1 x_2^+} - \frac{2(\tau - x_1^+ x_2^+)^2}{(x_1 x_2^+)^2} \right] \right. \\ & + \frac{1}{q_T^2} \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^+} \Delta K_1(x_1^+, x_2) \left[\frac{x_1^+ x_2 - \tau}{x_1^+ x_2} - \frac{2(\tau - x_1^+ x_2)^2}{(x_1^+ x_2)^2} \right] \\ & - \frac{1}{q_T^2} \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta K_1(x_1^0, x_2) \left(2 \frac{x_2^0}{x_2} - 1 \right) \\ & + \frac{1}{S} \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \Delta K_1(x_1, x_2^+) \frac{3\tau - 2x_1^+ x_2^+ - x_2^+ x_1}{(x_1 x_2^+)^2} \\ & + \frac{1}{S} \int_{\sqrt{\tau}e^{-y}}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^+} \Delta K_1(x_1^+, x_2) \frac{3\tau - 2x_1^+ x_2 - x_2^+ x_1^+}{(x_1^+ x_2)^2} \left. \right\} \\ & + \{ 1 \leftrightarrow 2, \Delta K_1(x_1, x_2^+) \rightarrow \Delta K_2(x_1^+, x_2), \Delta K_1(x_1^+, x_2) \rightarrow \Delta K_2(x_1, x_2^+), \\ & \Delta K_1(x_1^0, x_2) \rightarrow \Delta K_2(x_1, x_2^0), y \leftrightarrow -y \}.\end{aligned}$$

Der Wirkungsquerschnitt ist mit der Faktorisierungsvorschrift (3.24, 3.29) berechnet. Dies korrespondiert zu einer Form von $g_P^i(x, Q^2)$ wie in (3.26) mit den Wilsonkoeffizienten (3.30). Natürlich läßt sich der Wirkungsquerschnitt mit Hilfe von (3.24) in jedes andere Faktorisierungsschema umrechnen. Wie in [67, 68] haben wir die Renormierungsskala in α_s der Faktorisierungsskala P^2 gleichgesetzt.

Zusätzlich zum DY-Resultat geben wir noch den Wirkungsquerschnitt für die Produktion von W^\pm (d.h. $d\Delta\sigma/dy dq_T^2$) an. Er ist durch (3.36) mit

$$\Lambda^{W^\pm} = \frac{\pi^2 \alpha_{e.m.}}{3S \sin^2 \theta_W}, \quad (3.38)$$

und den Partondichten

$$\Delta H^{W^\pm}(x_1, x_2) = \sum_{q, q'} [|V_{qq'}|^2 \Delta q^{H_1}(x_1) \Delta q^{H_2}(x_2) + 1 \leftrightarrow 2],$$

$$\begin{aligned}\Delta K_1^{W^\pm}(x_1, x_2) &= \sum_{q, q'} |V_{qq'}|^2 [\Delta q^{H_1}(x_1) + \Delta \bar{q}^{H_1}(x_1)] \Delta G^{H_2}(x_2), \\ \Delta K_2^{W^\pm}(x_1, x_2) &= \sum_{q, q'} |V_{qq'}|^2 [\Delta q^{H_2}(x_2) + \Delta \bar{q}^{H_2}(x_2)] \Delta G^{H_1}(x_1),\end{aligned}\quad (3.39)$$

gegeben, wobei $V_{qq'}$ das entsprechende CKM-Matrixelement ist. In (3.39) ist bei der Summation auf Ladungserhaltung zu achten. Die Gültigkeit von (3.36) für den Fall der W^\pm -Produktion (mit den Ersetzungen (3.38, 3.39)) beruht darauf, daß die Matrixelemente bis auf irrelevante Terme $\sim \epsilon$ in beiden Fällen gleich sind. Dies ist vor allem im HVBM-Schema mit der Symmetrisierung des W^\pm -Vertex und der zusätzlichen \hat{q}^2 -Integration bemerkenswert und nicht ohne weiteres ersichtlich (siehe Anhang A).

Der über die Rapidität y integrierte Ausdruck (3.36) ist im Anhang C angegeben.

Im folgenden wollen wir die Erweiterung unserer Resultate auf die Resummation jenseits der DLA diskutieren.

3.3 Resummation weicher Gluonen jenseits der DLA

Im letzten Abschnitt haben wir detailliert einen Ausdruck für den polarisierten DY-Wirkungsquerschnitt $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ hergeleitet, der in den Bereichen $q_T^2 \ll Q^2$ und $q_T^2 \approx Q^2$ gültig ist. Das Verhalten des perturbativen Wirkungsquerschnitts für kleine transversale Impulse q_T ist in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ durch die Terme in (3.11) mit ihren Koeffizienten in (3.18, 3.20) bestimmt. Diese Terme wurden anschließend zu allen Ordnungen in α_s im *impact*-Parameter Raum summiert. Daher ist unser Resultat für $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ korrekt in DLA im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$, d.h. es enthält die ersten beiden Potenzen von $\ln(Q^2/q_T^2)$ der perturbativen Resultate in allen Ordnungen in α_s .⁵ Im folgenden wollen wir die Frage diskutieren, wie man die Resummation über die DLA hinaus fortsetzen kann.

Im Falle des unpolarisierten DY-Prozesses haben Collins, Soper und Sterman [65, 66] formal einen Ausdruck für $d\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ angegeben, der im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ gültig ist und alle führenden Terme $\alpha_s^m(q_T^2)/q_T^2 \cdot \ln^m(Q^2/q_T^2)$, $m \leq 2n-1$ der perturbativen Resultate in allen Ordnungen in α_s berücksichtigt. Durch Vergleich mit einer perturbativen Rechnung in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ [62] haben Davies u.a. [79, 80] die Koeffizienten der vier höchsten Potenzen von $\ln(Q^2/q_T^2)$ für $q_T^2 \ll Q^2$ bestimmt⁶. Damit erhält man einen resummierten Ausdruck in *quadruple logarithmic approximation*, d.h. man hat die Partialsummen $\alpha_s Z_1$ und $\alpha_s^2 Z_2$ in (3.3) bestimmt.

Wir wollen nun studieren, wie sich dieser Formalismus auf den polarisierten Fall übertragen läßt und welche unpolarisierten Ergebnisse sich direkt übernehmen lassen.

⁵Mit anderen Worten: es reproduziert den Term $\alpha_s Z_1$ in dem ungeordneten Ausdruck (3.4).

⁶Dies sind $\eta_{21}, \eta_{22}, \eta_{21}, \eta_{20}, \eta_{11}, \eta_{10}$ im unpolarisierten Analogon zu (3.2).

3.3.1 Der Formalismus von Collins und Soper

Wenden wir den Formalismus aus [65, 66] auf den Fall des polarisierten DY-Prozesses an, so können wir für $q_T^2 \ll Q^2$ den *flavor non-singlet* Anteil des Wirkungsquerschnittes folgendermaßen schreiben:

$$\frac{d\Delta\sigma_{NS}}{dQ^2 dy dq_T^2} = -N \int \frac{d^2\vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{q}_T} W(b),$$

mit

$$\begin{aligned}W(b) &= \exp \left\{ - \int_{C_3^2/b^2}^{C_2^2 Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \left[\ln \left(\frac{C_2^2 Q^2}{q^2} \right) A(\alpha_s(q^2)) + B(\alpha_s(q^2)) \right] \right\} \\ &\times \sum_q e_q^2 \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta C_q \left(z, \alpha_s \left(\frac{C_3^2}{b^2} \right) \right) \Delta q_V^H \left(\frac{x_1^0}{z}, \frac{C_3^2}{b^2} \right) \right] \\ &\times \left[\int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta C_q \left(z, \alpha_s \left(\frac{C_3^2}{b^2} \right) \right) \Delta \bar{q}_V^H \left(\frac{x_2^0}{z}, \frac{C_3^2}{b^2} \right) \right],\end{aligned}\quad (3.40)$$

wobei die Summe nur über die *Quarkflavor* läuft.

Wir beschränken uns im folgenden auf den *flavor non-singlet* Teil des Wirkungsquerschnittes, da er schon alle Informationen über die führenden $\ln(Q^2/q_T^2)$ -Terme im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ enthält. Diese entstammen der Multigluonemission von einlaufenden Quarks. Betrachtet man die Erweiterung von (3.40) auf gluoninduzierte Graphen, so würden wir lediglich zusätzliche Koeffizientenfunktionen ΔC_G erhalten [66, 79, 80]. In $\mathcal{O}(\alpha_s)$ ist diese Struktur direkt aus unserem Endergebnis in Abschnitt 3.1 ersichtlich. Eine entsprechende NLO-Rechnung für den unpolarisierten DY-Prozess ist in [64] zu finden.

Die Konstanten C_1, C_2 und C_3 in (3.40) sind willkürliche Parameter, die verschiedenen Renormierungs- und Faktorisierungsvorschriften entsprechen. Im folgenden werden wir die übliche Wahl [79, 80]

$$C_2 = 1, \quad C_1 = C_3 = b_0 \quad (3.41)$$

treffen. Nachdem wir im nächsten Abschnitt eine numerische Analyse des polarisierten DY-Prozesses durchgeführt haben werden, werden wir in einer Betrachtung der theoretischen Unsicherheiten unserer Ergebnisse noch einmal auf die Bedeutung von C_1, C_2 und C_3 eingehen.

Die Funktionen A, B und ΔC_q in (3.40) haben die folgende perturbative Entwicklung in α_s :

$$A(\alpha_s) = \sum_{n=1}^{\infty} A^{(n)} \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n,$$

$$B(\alpha_s) = \sum_{n=1}^{\infty} B^{(n)} \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n,$$

$$\Delta C_q(x, \alpha_s) = \delta(1-x) + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta C_q^{(n)}(x) \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n. \quad (3.42)$$

Mit Hilfe der Techniken aus [77, 79, 80] lassen sich die Integrale in (3.40) ausführen, und wir erhalten mit (3.41) in $\mathcal{O}(\alpha_s)$:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma_{NS}^{(1)}}{dQ^2 dy dq_T^2} &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{q_T^2} \sum_q e_q^2 \left\{ \left[A^{(1)} \ln \frac{Q^2}{q_T^2} + B^{(1)} \right] \Delta q_V^H(x_1^0) \Delta \bar{q}_V^{\bar{H}}(x_2^0) \right. \\ &+ \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(x_1^0/z) \Delta q_V^H(z) \Delta \bar{q}_V^{\bar{H}}(x_2^0) \\ &+ \left. \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(x_2^0/z) \Delta \bar{q}_V^{\bar{H}}(z) \Delta q_V^H(x_1^0) \right\}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Vergleichen wir diesen Ausdruck mit der *non-singlet* perturbativen Rechnung in $\mathcal{O}(\alpha_s)$, welche leicht aus (3.18) gewonnen werden kann, so stimmt dieser in den Faltungintegralen über die Splittingfunktionen überein, und man liest zusätzlich ab:

$$\begin{aligned} A^{(1)} &= 2C_F, \\ B^{(1)} &= -3C_F. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Dies sind natürlich genau die Koeffizienten aus (3.20). Die Kenntnis von $A^{(1)}$, $B^{(1)}$ in (3.42) bedeutet die Resummation in DLA (d.h. $\alpha_s Z_1$ in (3.4) wird gebildet).

In ähnlicher Weise läßt sich durch Integration von (3.40) über q_T^2 bis zu einem endlichen Wert p_T^2 der Koeffizient $\Delta C_q^{(1)}(z)$ bestimmen, wenn man mit dem entsprechend integrierten *non-singlet* Teil von (3.18) vergleicht. Dadurch findet man, daß $\Delta C_q^{(1)}(z)$ gerade $\Delta c_q(z)$ in (3.18) ist⁷. Auf die rechnerischen Details und die Anwendung der Techniken aus [77, 79, 80] werden wir später noch einmal ausführlich zurückkommen, wenn wir die Resummation weicher Gluonen für den Fall der *single-spin* Produktion von W^\pm -Bosonen diskutieren.

Die oben erläuterte Prozedur zur Bestimmung der Koeffizienten $A^{(1)}$ und $B^{(1)}$ aus einer perturbativen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Rechnung kann nun auf höhere Ordnungen in α_s erweitert werden. Im allgemeinen hat der perturbative *non-singlet* Wirkungsquerschnitt bis $\mathcal{O}(\alpha_s^n)$ für $q_T^2 \ll Q^2$ die folgende asymptotische Form (siehe auch (3.1, 3.2)):

$$\frac{d\Delta\sigma_{NS}^{(n)}}{dQ^2 dy dq_T^2} = -N \frac{1}{q_T^2} \sum_{m=0}^{2n-1} \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n \eta_{nm} \ln^m \left(\frac{Q^2}{q_T^2} \right) \Delta q_V^H(x_1^0) \Delta \bar{q}_V^{\bar{H}}(x_2^0) \quad (3.45)$$

⁷Es sei bemerkt, daß für die Bestimmung von $\Delta C_q^{(1)}(z)$ die Kenntnis der virtuellen Korrektur in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ aus (3.17) unabdingbar ist.

Entwickelt man nun (3.40) bis $\mathcal{O}(\alpha_s^n)$ und vergleicht mit (3.45), so lassen sich die Koeffizienten $A^{(n)}$, $B^{(n)}$ und die Funktionen $\Delta C^{(n-1)}(z)$ durch die perturbativ berechneten η_{nm} ausdrücken. Im folgenden sind wir speziell an den Koeffizienten $A^{(2)}$ und $B^{(2)}$ interessiert.

Aus der Entwicklung von (3.40) bis $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$, die analog zu der im unpolarisierten DY-Fall verläuft [79, 80] liest man durch Vergleich mit (3.45) ab, daß $A^{(2)}$ nur von η_{23} , η_{22} und η_{21} abhängt, aber *nicht* von η_{20} . Diese Tatsache ist wichtig, da die Klasse der reellen und virtuellen Feynmandiagramme, die in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ zur Bestimmung von η_{23} , η_{22} und η_{21} berechnet werden müssen, auf solche beschränkt ist, wo die Quark-Antiquark Annihilation stattfindet, nachdem das virtuelle Photon und ein oder zwei Gluonen abgestrahlt wurden (Ein typischer Vertreter ist gerade der zweite Graph in Fig. 3.1). Im Schwerpunktsystem der einlaufenden Quarks bedeutet dies, daß der Transversalimpuls des erzeugten virtuellen Photons gerade durch den der emittierten Gluonen kompensiert wird. Um η_{23} , η_{22} und η_{21} zu berechnen, müßten wir die unpolarisierte Rechnung von Ellis u.a. [62] wiederholen, wobei nun das einlaufende Quark und Antiquark in einem spezifizierten Helizitätszustand ist. Glücklicherweise ist diese aufwendige Rechnung nicht nötig, wenn man im CFH-Schema mit einem total antikommutierenden γ^5 arbeitet. Dann nämlich läßt sich beispielsweise das γ^5 des Quark-Helizitätsprojektors stets durch die übrigen γ -Matrizen in der auftretenden Spur antikommutieren, bis es schließlich das γ^5 des Antiquark-Helizitätsprojektors mittels $(\gamma^5)^2 = 1$ eliminiert. Damit erhält man einen Beitrag zu $d\Delta\sigma_{NS}^{(2)}/dQ^2 dy dq_T^2$, der lediglich das Negative des Beitrages zu $d\sigma_{NS}^{(2)}/dQ^2 dy dq_T^2$ ist. Somit ist dann der Wert von $A^{(2)}$ derselbe wie im unpolarisierten Fall [79, 80]

$$A^{(2)} = 2C_F \left[N_c \left(\frac{67}{18} - \frac{\pi^2}{6} \right) - \frac{10}{18} n_f \right], \quad (3.46)$$

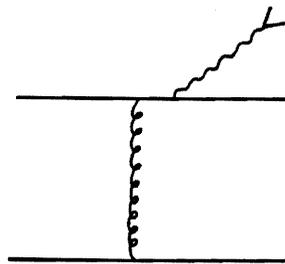
wobei N_c die Anzahl der *colors* und n_f die der aktiven Quarkflavors ist.

Betrachten wir nun den Koeffizienten $B^{(2)}$, so läßt sich dieser leider nicht direkt aus den unpolarisierten Rechnungen übernehmen. Dies hat zwei Gründe:

Einerseits hängt $B^{(2)}$ von η_{20} ab, zu dessen Berechnung eine größere Klasse von $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Diagrammen nötig ist, für die das obige einfache Argument mit einem antikommutierenden γ^5 nicht mehr anwendbar ist, da es zwei unabhängige Quarklinien gibt. Ein typisches Diagramm ist in Fig. 3.5 gezeigt.

Andererseits hängt $B^{(2)}$ von der polarisierten 2-loop *non-singlet* Altarelli-Parisi Splittingfunktion ab, welche bislang unbekannt ist [79].

Wir werden am Ende dieses Kapitels die phänomenologische Relevanz der Kenntnis von $B^{(2)}$ anhand des unpolarisierten Wirkungsquerschnitts untersuchen, in der Hoffnung, daß sich diese Ergebnisse zumindest qualitativ auf den polarisierten Fall übertragen lassen. Für die Zukunft wäre es interessant, $B^{(2)}$ auch für diesen Fall zu berechnen.

Abbildung 3.5: $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Beitrag zu $B^{(2)}$.

Zum Abschluß dieser Diskussion wollen wir noch zeigen, wie sich $A^{(2)}$ aus (3.46) in unser Endergebnis einbetten läßt.

3.3.2 Verbindung zum AEGM-Formalismus

Erweitern wir den Sudakov-Formfaktor aus (3.22) formal auf

$$\exp S(Q^2, y, b^2) \rightarrow \exp \left\{ \int_0^{A_T^2} \frac{dq^2}{q^2} (J_0(bq) - 1) \left[A(\alpha_s(q^2)) \ln \left(\frac{Q^2}{q^2} \right) + B(\alpha_s(q^2)) \right] \right\} \quad (3.47)$$

und machen wir die Ersetzung [67, 68]

$$\exp \left(\int_0^{A_T^2} \right) \rightarrow \left(1 + \int_0^{A_T^2} \right) \exp \left(\int_0^{Q^2} \right), \quad (3.48)$$

so erhalten wir in NLO für den *non-singlet* Anteil von (3.36):

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma_{NS}}{dQ^2 dy dq_T^2} = & -N \int \frac{d^2\vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} \exp \left\{ \int_0^{Q^2} \frac{dq^2}{q^2} (J_0(bq) - 1) \right. \\ & \times \left[A(\alpha_s(q^2)) \ln \left(\frac{Q^2}{q^2} \right) + B(\alpha_s(q^2)) \right] \left. \right\} \\ & \times \left\{ \Delta H_{NS}(x_1^0, x_2^0, P^2) \left[1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} C_F \int_0^{A_T^2} \frac{dq^2}{q^2} J_0(bq) \cdot \left(2 \ln \frac{Q^2}{q^2} - 3 \right) \right] \right. \\ & \left. + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_g(z) \Delta H_{NS}(x_1^0/z, x_2^0, P^2) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta f_g(z) \Delta H_{NS}(x_1^0, x_2^0/z, P^2) \right] \right\}. \quad (3.49) \end{aligned}$$

Entwickelt man nun (3.49) in α_s und vergleicht mit der entsprechenden Entwicklung von (3.40), so stimmen beide in NLO in den Termen $\sim 1/q_T^2$ überein. Beide Resummationsfor-

malismen sind also in der *quadruple logarithmic approximation* äquivalent⁸.

Damit können wir nun unseren Sudakov-Formfaktor aus (3.22) um $A^{(2)}$ erweitern:

$$S(Q^2, y, b^2) = \frac{C_F}{2\pi} \int_0^{A_T^2} \frac{dq^2}{q^2} \alpha_s(q^2) (J_0(bq) - 1) \cdot \left[(2 + \alpha_s(q^2) \tilde{A}) \ln \frac{Q^2}{q^2} - 3 \right] \quad (3.50)$$

mit

$$\tilde{A} = \frac{1}{2\pi C_F} A^{(2)} = \frac{1}{\pi} \left[\left(\frac{67}{6} - \frac{\pi^2}{2} \right) - \frac{5}{9} n_f \right].$$

Dies entspricht genau der Erweiterung im unpolarisierten Fall in [67, 68]. Die Form von $\exp S(Q^2, y, b^2)$ ist hauptsächlich durch die Terme $2/q_T^2 \cdot \ln Q^2/q_T^2$ und $-3/q_T^2$ im Integranden von (3.50) bestimmt. \tilde{A} verändert diese Form nur leicht [79], und wir werden diesen Effekt im Rahmen der numerischen Analyse im übernächsten Abschnitt diskutieren.

3.4 Gültigkeitsbereich der Resultate

In den letzten Abschnitten haben wir detailliert einen Ausdruck für den resummierten, polarisierten DY-Wirkungsquerschnitt in DLA hergeleitet und die Erweiterung über die DLA hinaus diskutiert. Die Motivation dazu war, mit (3.36) einen Ausdruck zu haben, der sowohl im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$, als auch für $q_T^2 \approx Q^2$ Gültigkeit hat. Wir wollen nun untersuchen, inwieweit (3.36) diesen Ansprüchen genügt, d.h. wann die Interpolation (*matching*) zwischen den beiden extremen kinematischen Bereichen wirklich realisiert ist, und wann sie versagt. Diese Frage ist zuerst von Arnold und Kauffman in NLO im Zusammenhang mit der W^\pm - und Z^0 -Produktion bei Colliderenergien untersucht worden [64]. In der Folgezeit fand ihre Analyse auch Anwendung bei der Resummation weicher Gluonen im Falle der hadronischen Higgs- [83] und Z^0 -Paar-Produktion [84].

Erinnern wir uns noch einmal an die Rechnung, die zum Endergebnis in (3.36) führte, so haben wir die beitragenden differentiellen Wirkungsquerschnitte in Terme zerlegt, die sich wie $\alpha_s (\ln q_T^2)^n / q_T^2$, $n = 0, 1$ im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ verhalten (ΔX_A und ΔX_C in (3.18, 3.33)) und solche, die nicht stärker als $\alpha_s (\ln q_T^2)^i$ im selben Limes divergieren (ΔY_A und ΔY_C in (3.18, 3.33)). Tatsächlich ist ΔY in (3.36) nichts anderes als das perturbative Resultat in $\mathcal{O}(\alpha_s)$, von dem die stärksten Divergenzen eliminiert worden sind (d.h. die regulären Teile von ΔX_A und ΔX_C in (3.18, 3.33)). Nach der Resummation der Terme $\sim \alpha_s (\ln q_T^2)^n / q_T^2$, $n = 0, 1$ in allen Ordnungen in α_s spiegelt das Ergebnis (3.36) diese Zerlegung bei kleinen q_T wieder.

Betrachten wir nun den Bereich $q_T^2 \approx Q^2$, so erwarten wir, daß $d\Delta\sigma/dq_T^2$ aus (3.36) das rein perturbative Resultat reproduziert. Aus folgenden Gründen kann dies jedoch nur

⁸Die Entwicklung läßt sich mit Hilfe der in [77, 64] entwickelten Techniken durchführen. Während jedoch (3.40) nur Terme $\sim 1/q_T^2$ enthält, ergeben sich bei der Entwicklung von (3.49) zusätzlich Terme $\sim 1/Q^2$, welche für $q_T^2 \ll Q^2$ unterdrückt sind [64].

näherungsweise erreicht werden: für mittlere und große Werte von q_T^2 ($q_T^2 \lesssim Q^2$) fällt der perturbative Wirkungsquerschnitt schneller als α_s/q_T^2 ab. Auf der anderen Seite wird das Verhalten von ΔY in (3.36) in diesem Bereich durch die Terme bestimmt, die im kleinen q_T -Bereich den Wirkungsquerschnitt dominieren⁹. Daher verhält sich ΔY wie α_s/q_T^2 . Um jedoch ein Abfallen des gesamten Wirkungsquerschnitts in (3.36) zu erreichen, welches schneller als α_s/q_T^2 ist (d.h. um das perturbative Resultat zu reproduzieren), müssen der resummierte Term in (3.36) und ΔY so zusammenwirken, daß das führende α_s/q_T^2 -Verhalten von ΔY in diesem Bereich eliminiert wird. Diese empfindliche Kompensation kann in der Praxis jedoch nicht stattfinden. Entwickelt man den Formfaktor und führt die \vec{b} -Integration in (3.36) durch, so führt dies beispielsweise auf Terme $\sim \alpha_s^2 (\ln q_T^2)^3 / q_T^2$, die *nicht* durch entsprechende Terme im $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Ausdruck für ΔY kompensiert werden. Daher ist das oben erwähnte *matching* nur näherungsweise erfüllt, wenn ΔY nur bis zu einer festen Ordnung in α_s bekannt ist.

Es stellt sich daher die Frage, in welchem q_T -Bereich unser Ergebnis (3.36) eine verlässliche Beschreibung des Wirkungsquerschnitts liefert. Im Kontext des unpolarisierten DY-Prozesses wurde dies im Detail in [64] diskutiert: Da die führenden Terme in ΔY im Bereich $q_T^2 \lesssim Q^2$ proportional zu α_s/q_T^2 sind, führt das Auftreten von Termen $\sim \alpha_s^2 (\ln q_T^2)^3 / q_T^2$ durch die Resummation zu einem Fehler der Größenordnung $\alpha_s \Delta Y$ in diesem Bereich. Arnold und Kauffman ziehen den Schluß, daß dann, wenn ΔY selbst den gesamten Wirkungsquerschnitt bei einem q_T^{switch} zu dominieren beginnt, das rein perturbative Resultat eine bessere Beschreibung des Querschnitts darstellt als das durch *matching* erhaltene Ergebnis (3.36). Die Differenz beider Querschnitte bei q_T^{switch} ist dann ein Maß für die theoretischen Unsicherheiten durch Beiträge höherer Ordnung in α_s .

In der folgenden numerischen Analyse werden wir dieses Kriterium für den Übergang von (3.36) auf den $\mathcal{O}(\alpha_s)$ perturbativen Wirkungsquerschnitt übernehmen.

3.5 Phänomenologische Aspekte

In diesem Abschnitt wollen wir auf einige phänomenologische Aspekte unserer Resultate (3.36, 3.50) eingehen, insbesondere im Hinblick auf die Unterscheidbarkeit verschiedener Spinszenarien in künftigen DY-Experimenten.

Bevor wir jedoch zu den Details der Untersuchung kommen, wollen wir noch einen Punkt erwähnen, welcher die Anwendbarkeit unserer Resultate gegenwärtig einschränkt. Die perturbative Rechnung in Abschnitt 3.2, die schließlich auf das resummierte Resultat (3.36) führte, welches Q^2 -abhängige, polarisierte Partonverteilungen enthält, ist

⁹Dies ist klar, da die Zerlegung des Wirkungsquerschnittes im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ durchgeführt wurde.

korrekt in $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Dementsprechend müssen die Partonverteilungen den polarisierten Altarelli-Parisi-Gleichungen in zweiter Ordnung genügen. Da aber die polarisierten 2-loop anomalen Dimensionen zur Zeit noch unbekannt sind, sind wir nicht in der Lage, die Q^2 -Entwicklung konsistent durchzuführen¹⁰. Wir müssen uns daher im folgenden auf polarisierte Partonverteilungen beschränken, die den 1-loop Altarelli-Parisi Gleichungen genügen [37, 76, 5]. Konsequenterweise sollten die Resultate nicht als Vorhersagen für polarisierte DY-Wirkungsquerschnitte verstanden werden, sondern eher als Beschreibung einiger allgemeiner Eigenschaften, in der Hoffnung, daß diese auch dann bestehen bleiben, wenn eine Analyse mit konsistent evolvierten Partonverteilungen durchgeführt werden kann.

Abgesehen von dieser allgemeinen Einschränkung existieren einige technische Schwierigkeiten in der Behandlung von (3.36), die im folgenden kurz diskutiert werden.

3.5.1 Technische Vorbemerkungen

Betrachten wir den Formfaktor $S(Q^2, y, b^2)$ in (3.22, 3.50), so müssen wir dort $\alpha_s(q^2)$ über den Bereich kleiner q^2 integrieren. Der Einfluß dieses Bereiches auf unsere Ergebnisse ist klein. Um jedoch numerische Schwierigkeiten zu vermeiden, folgen wir dem Vorgehen in [67, 68] und frieren $\alpha_s(Q^2)$ ein, wenn q^2 im Bereich $q^2 \simeq \Lambda_{QCD}^2$ liegt. Ein weiteres Problem ist mit der Skala der Partonverteilungen, $P^2 = b_0^2/b^2$ in (3.22, 3.36) verbunden. Für große b , $b \gtrsim 1/\Lambda_{QCD}$ wird P^2 klein und liegt im nicht-perturbativen Bereich. Wir schneiden diese Region durch die folgende Ersetzung in (3.36) ab [66, 79, 64]:

$$\int d^2\vec{b} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S(Q^2, y, b^2)} R(Q^2, y, b^2) \longrightarrow \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S(Q^2, y, b_s^2)} R(Q^2, y, b_s^2), \quad (3.51)$$

wobei

$$b_s = \frac{b}{\sqrt{1 + b^2/b_{max}^2}}.$$

Dadurch erreicht man, daß die Skala P^2 in α_s und den Partonverteilungen stets größer als b_0^2/b_{max}^2 ist. Für unsere numerischen Rechnungen wählen wir $b_{max} = 1/Q_0$, wobei Q_0 die Impulsskala der verschiedenen Partonverteilungen ist, oberhalb derer sie evolviert wurden. Im folgenden nehmen wir $Q_0 = 2$ GeV an. Wir werden den nichtperturbativen Bereich nicht durch eine *smearing*-Funktion parametrisieren, die auch Effekte intrinsischer transversaler Impulse beschreibt (für den unpolarisierten DY-Prozeß wurde diese alternative Methode in [26, 66, 79, 64] diskutiert). Den Einfluß einer *smearing*-Funktion auf den Querschnitt werden wir später im Rahmen der Resummation im tief-inelastischen

¹⁰In Falle des unpolarisierten DY-Prozesses wurde in [64] betont, daß eine konsistente 2-loop Evolution der Partonverteilungen vor allem für das Einsetzen des *matching* wichtig ist.

und *single-spin* Fall studieren. Im Prinzip sollte der Einfluß des nichtperturbativen Bereiches auf den Wirkungsquerschnitt durch den für große b rasch abfallenden Formfaktor $\exp S(Q^2, y, b^2)$ in (3.36, 3.50) reduziert werden. Inwieweit das tatsächlich für verschiedene kinematische Situationen zutrifft, werden wir noch untersuchen.

Die numerische Behandlung der inversen Fouriertransformation in (3.36, 3.51) ist besonders für große q_T schwierig. Schreiben wir

$$\frac{1}{4\pi} \int d^2\bar{b} e^{-i\bar{q}_T \cdot \bar{b}} e^{S(Q^2, y, b^2)} R(Q^2, y, b^2) = \frac{1}{2} \int_0^\infty b db J_0(q_T b) e^{S(Q^2, y, b^2)} R(Q^2, y, b^2)$$

so sieht man, daß der Integrand für große q_T eine schnell variierende Funktion in b ist. Um ein stabiles Ergebnis für das Integral zu erhalten, müßten wir über sehr viele Perioden der Besselfunktion J_0 integrieren, da sich die Beiträge einzelner Halbperioden weitgehend gegeneinander aufheben. Um dieses sehr zeitaufwendige Verfahren zu umgehen, folgen wir der Methode aus [64], d.h. wir teilen das Integral in zwei Teile,

$$\int_0^\infty db J_0(q_T b) f(b) = \int_0^{\hat{b}} db J_0(q_T b) f(b) + \int_{\hat{b}}^\infty db J_0(q_T b) f(b)$$

und entwickeln den zweiten Teil asymptotisch [64]¹¹

$$\int_{\hat{b}}^\infty db J_0(q_T b) f(b) = \sqrt{\frac{2}{\pi q_T}} \sum_{n=0}^\infty \frac{1}{q_T^{n+1}} \sum_{k=0}^n \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + k)}{2^k k! \Gamma(\frac{1}{2} - k)} \times \cos\left(q_T \hat{b} + (2n+1)\frac{\pi}{4}\right) \frac{d^{(n-k)}}{dz^{(n-k)}} \left[\frac{f(z)}{z^{k+1/2}} \right] \Big|_{z=\hat{b}}, \quad (3.52)$$

Gl. (3.52) ist nur dann sinnvoll, wenn $q_T \gg 1/\hat{b}$ ist. In allen folgenden Rechnungen verwenden wir (3.52) mit $\hat{b} q_T = 20$ und führen die Summation bis $n = 2$ aus. Weiterhin machen wir die Ersetzung (3.48) für den Formfaktor und wählen Q^2 als Skala für α_s und die Partonverteilungen in $\Delta Y(Q^2, y, q_T^2)$ aus (3.36).

3.5.2 Numerische Resultate

Im folgenden wollen wir den Fall der polarisierten pp -Streuung betrachten, für den der DY-Prozeß direkt sensitiv auf eine mögliche polarisierte Seequarkverteilung im Proton ist, und wir wollen untersuchen, wie sich ein gluonischer Beitrag bemerkbar macht. Die Situation ist weniger interessant im Falle der polarisierten $p\bar{p}$ -Streuung, da diese durch Valenzquarks dominiert wird. Für die polarisierten Partonverteilungen wählen wir zwei Sätze, welche das EMC-Resultat auf verschiedene Weise erklären:

¹¹(3.52) ist bis auf ein generelles Vorzeichen identisch mit der entsprechenden Formel in [64]. Dies ist auf einen Druckfehler in [64] zurückzuführen, was auch in [84] bemerkt wurde.

Im Szenario von Ellis u.a. [7] wird das EMC-Resultat vollständig durch eine große, negativ polarisierte Seequarkverteilung erklärt. Ein x -abhängiger Fit der polarisierten Partonverteilungen an die EMC-Daten bei $Q_0^2 = 10 \text{ GeV}^2$ ist in [38] angegeben (im folgenden als GRV bezeichnet).

Im zweiten Szenario von Altarelli und Stirling (AS) [10] ist der See bei einer Skala von $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$ unpolarisiert, und man braucht eine große Gluonpolarisation ($\Delta G(Q_0^2) = 5$) um den überraschen kleinen Wert von $\langle g_1^p(x, Q_0^2) \rangle$ zu erklären. Es sei hier bemerkt, daß die x -Abhängigkeit von $\Delta G(x, Q_0^2)$ in [10] mit Hilfe einer Koeffizientenfunktion $\sim \delta(1-x)$ aus den EMC-Daten bestimmt wurde. Es läßt sich jedoch umgekehrt zeigen, daß das so gewonnene $\Delta G(x, Q_0^2)$ ebenfalls gut mit den Daten übereinstimmt, wenn es mit der tief-inelastischen Koeffizientenfunktion (3.30) zu $g_1^p(x, Q_0^2)$ beiträgt [97].

Fig. 3.6 zeigt $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T$ für $\sqrt{S} = 27 \text{ GeV}$, $Q^2 = 100 \text{ GeV}^2$ und $y = 0$ für den in führender Ordnung evolvierten GRV-Fit. Der resummierte Wirkungsquerschnitt hat ein

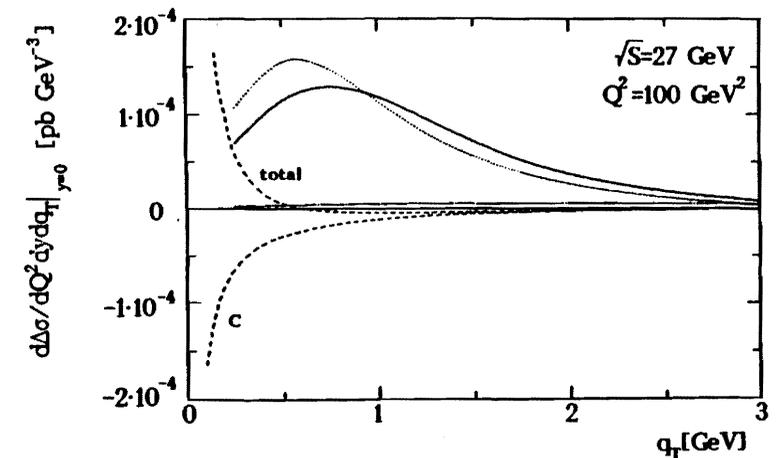


Abbildung 3.6: Der q_T -differentielle Wirkungsquerschnitt für $\sqrt{S} = 27 \text{ GeV}$ mit den Partonverteilungen aus [38]: volles ($qq+qG$) resummiertes Resultat (durchgezogen), resummierter Compton-Beitrag (strichpunktiert), $\mathcal{O}(\alpha_s)$ perturbativer (nicht resummierter) Compton- (C) und Gesamtbeitrag (gestrichelt). DLA-Resultat ($A = 0$ in (3.50)) (punktiert).

Maximum bei $q_T \simeq 1 \text{ GeV}$ und ist im aufgetragenen q_T -Intervall positiv. Dieses Verhalten resultiert aus der Dominanz des Annihilationsbeitrages mit einem großen, negativ polarisierten See (Man beachte, daß der Querschnitt in (3.36) ein globales Minuszeichen relativ

zum Unpolarisierten in [67] hat). Im Vergleich dazu zeigt der perturbative Wirkungsquerschnitt ein völlig anderes Verhalten. Er fällt rasch ab und wechselt das Vorzeichen bei $q_T \simeq 0.5$ GeV. Darüber hinaus tritt kein *matching* zwischen dem perturbativen und resummierten Resultat ein. Um das zu verstehen, erinnern wir uns noch einmal an den letzten Abschnitt, wo wir den Gültigkeitsbereich von (3.36) diskutiert und ein Kriterium zum Übergang auf den rein perturbativen Querschnitt angegeben haben. Im vorliegenden Fall beginnt ΔY aus (3.36) den Querschnitt schon bei $q_T^{switch} \simeq 1$ GeV zu dominieren. Dieses kleine q_T^{switch} liegt aber in einem Bereich, der hauptsächlich durch nicht-perturbative Beiträge zum Wirkungsquerschnitt gekennzeichnet ist. Große Werte von b in der inversen Fouriertransformation von $R(Q^2, y, b^2)$ in (3.36) beeinflussen die Region kleiner q_T , und der Wirkungsquerschnitt hängt davon ab, wie wir den Bereich großer b behandeln, d.h. er ist in unserem Fall sensitiv zum willkürlichen Abschneiden mittels (3.51). Wie wir bereits im letzten Abschnitt angemerkt haben, sollte der Formfaktor $\exp S(Q^2, y, b^2)$ in (3.36, 3.50) helfen, den Einfluß großer Werte von b zu unterdrücken. Sein Abfallen für $Q^2 = 100$ GeV² ist jedoch nicht hinreichend schnell, um das zu gewährleisten. Folglich ist es nicht verwunderlich, daß kein *matching* zwischen dem rein perturbativen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Resultat und dem resummierten einsetzt, welches hauptsächlich durch *nicht-perturbative* Effekte beeinflusst wird. Nichtsdestotrotz ließen sich in Zukunft Daten zu $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ bei niedrigen Energien wie $\sqrt{S} = 27$ GeV dazu benutzen, nicht-perturbative Beiträge und Beiträge durch intrinsische transversale Impulse zum Wirkungsquerschnitt zu bestimmen (für den unpolarisierten DY-Prozess wurde genau dies von Davies u.a. [79] bei $\sqrt{S} = 27.4$ GeV und kleinen Werten von Q^2 getan).

Die Situation ändert sich, wenn wir zu höheren Energien gehen. In Fig. 3.7 zeigen wir $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ für $\sqrt{S} = 100$ GeV, wieder für den GRV-Fit und $Q^2 = 100$ GeV², $y = 0$. Der resummierte Querschnitt hat ein Maximum bei $q_T \simeq 1$ GeV und fällt anschließend ab, wobei er für große q_T die Größenordnung des perturbativen Resultats erreicht. In diesem Fall beginnt ΔY aus (3.36) den Querschnitt bei $q_T^{switch} \simeq 4$ GeV zu dominieren, d.h. in einem Bereich, wo nicht-perturbative Effekte von untergeordneter Bedeutung sind und große Werte von b (oder gleichbedeutend die cut-off Bedingung (3.51)) den Wirkungsquerschnitt nur schwach beeinflussen¹². Der resummierte und perturbative Querschnitt unterscheiden sich bei $q_T^{switch} \simeq 4$ GeV um einen Faktor zwei. Dieser Unterschied läßt sich, wie im letzten Abschnitt erwähnt, durch Beiträge höherer Ordnung in α_s erklären, und seine Größe ist plausibel, wenn man bedenkt, daß α_s bei q_T^{switch} nicht klein ist. Weiterhin ist in den Figuren 3.6, 3.7 der Comptonbeitrag zum resummierten und perturbativen

¹²Siehe dazu auch die Abschätzung der theoretischen Unsicherheiten in [64].

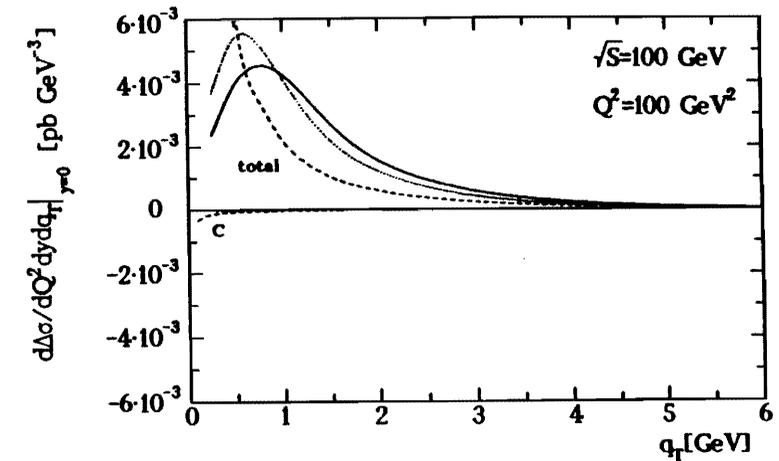


Abbildung 3.7: Dasselbe wie in Fig. 3.6, aber für $\sqrt{S} = 100$ GeV.

Wirkungsquerschnitt gezeigt. Im resummierten Fall kommt er ausschließlich vom Term ΔY_C in (3.37), was an unserer Wahl der Faktorisierung (3.29) liegt. Sein Beitrag zum totalen Wirkungsquerschnitt ist klein. Der Grund dafür ist, daß er lediglich von einer kleinen, radiativ erzeugten Gluonverteilung stammt.

Zur Illustration zeigen wir in den Figuren 3.6, 3.7 noch den Effekt, wenn wir den Koeffizienten \tilde{A} im Formfaktor (3.50) vernachlässigen, d.h. die Resummation nur in DLA durchführen (gepunktete Linie). Für $\tilde{A} = 0$ wird der resummierte Querschnitt schmaler und sein Maximum liegt bei kleineren Werten von q_T . Auf die Bedeutung der Koeffizienten in der Resummation jenseits der DLA soll im folgenden Abschnitt eingegangen werden.

Kommen wir nun zum AS-Szenario, welches in führender Ordnung evolviert wurde, so zeigt der Wirkungsquerschnitt ein völlig anderes Verhalten. Dies sieht man in den Figuren 3.8, 3.9, wo wir $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ für $\sqrt{S} = 27$ GeV, 100 GeV und $Q^2 = 100$ GeV², $y = 0$ zeigen. Der Wirkungsquerschnitt ist im gesamten q_T -Bereich negativ, was sich leicht auf eine *positiv* polarisierte Seeverteilung zurückführen läßt. Diese rührt im x -Bereich $x \gtrsim 0.01$, welcher der relevante für unsere kinematischen Parameter ist, durch radiative Erzeugung von der großen, positiv polarisierten Gluonverteilung her. An dieser Stelle sei bemerkt, daß die radiative Erzeugung einer *positiv* polarisierten Seeverteilung nicht typisch für das AS-Szenario ist, sondern auch in anderen Szenarien mit einer großen

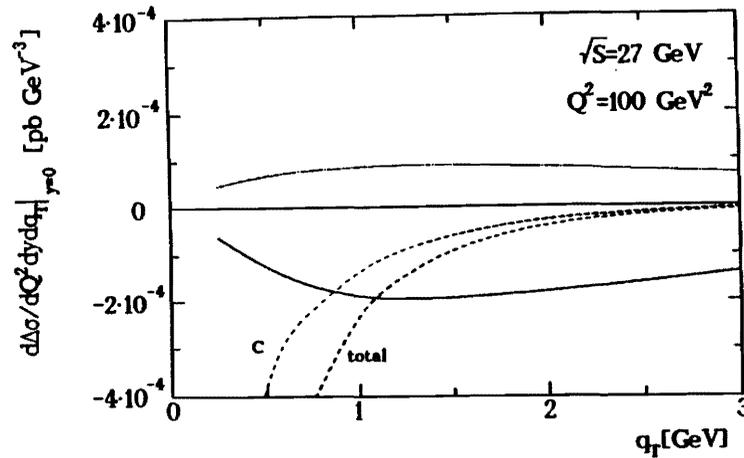


Abbildung 3.8: Der q_T -differentielle Wirkungsquerschnitt für $\sqrt{S} = 27 \text{ GeV}$ mit den Partonverteilungen aus [10]: volles ($q\bar{q}+qG$) resummiertes Resultat (durchgezogen), resummiertes Compton-Beitrag (strichpunktiert), $\mathcal{O}(\alpha_s)$ perturbativer (nicht resummiertes) Compton- (C) und Gesamtbeitrag (gestrichelt).

Gluonpolarisation tritt auf [12]. Wir würden dann qualitativ ähnliche Resultate wie oben erhalten, wobei der Wirkungsquerschnitt kleiner wäre, da das AS-Szenario im Vergleich zu [12] eine härtere Gluonverteilung im relevanten x -Bereich hat, was zu einer größeren polarisierten Seeverteilung führt.

Der resummierte Compton-Beitrag zum Querschnitt ist groß und positiv und stammt, wie oben schon erwähnt, ausschließlich von ΔY_C in (3.37). Im Gegensatz dazu ist der perturbative Compton-Querschnitt groß und *negativ* im Bereich kleiner und moderater q_T . Das unterschiedliche Vorzeichen dieser beiden Beiträge resultiert daraus, daß das singuläre Verhalten $\sim 1/q_T^2$ des perturbativen Compton-Querschnitts in die Definition der skalenabhängigen, polarisierten Quarkverteilungen absorbiert wurde.

Trotz der Tatsache, daß wir gegenwärtig nicht in der Lage sind, die polarisierten Partonverteilungen konsistent zu evolvieren, liegt es nahe, aus den obigen Ergebnissen zu schließen, daß schon eine Messung des *Vorzeichens* des q_T -differentiellen Wirkungsquerschnitts im Bereich kleiner und moderater q_T Auskunft darüber geben kann, ob der See im Proton stark negativ polarisiert ist oder ob er, radiativ durch ein großes, positiv polarisiertes Gluon erzeugt, ebenfalls positiv polarisiert ist. Ähnliche Schlußfolgerungen wurden

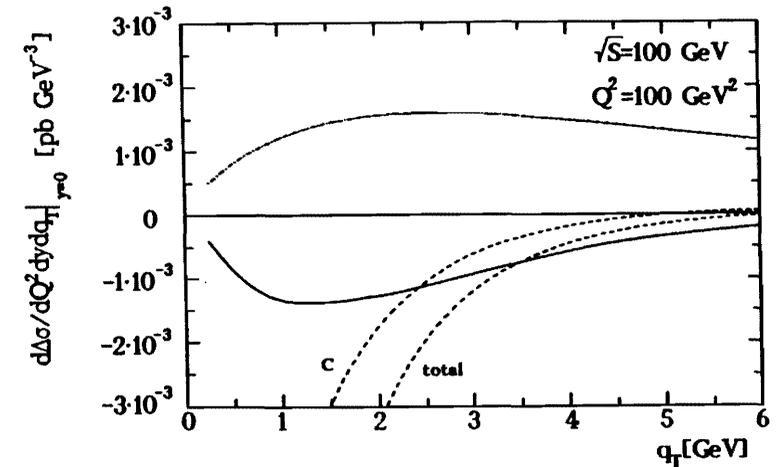


Abbildung 3.9: Dasselbe wie in Fig. 3.8, aber für $\sqrt{S} = 100 \text{ GeV}$.

auch in [24] gezogen, wo die Spin-Spin-Asymmetrie A_{LL}^{DY} für den totalen DY-Prozeß untersucht wurde.

Zum Schluß dieses Abschnitts wollen wir noch einen Punkt diskutieren, der unsere bisherige Analyse betrifft. Die Größe $\Delta\Gamma(Q^2) = \alpha_s(Q^2)\Delta G(Q^2)$, die in (2.15) durch die axiale Anomalie eingeht, ist nur schwach Q^2 -abhängig [5, 10] (siehe auch (2.29), d.h. ein mögliches großes polarisiertes Gluon bei $Q_0^2 \simeq 10 \text{ GeV}^2$ ist bei großen Q^2 nicht unterdrückt. Diese Eigenschaft, die zunächst nur für das erste Moment $\Delta G(Q^2)$ Gültigkeit hat, suggeriert, daß eine $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Gluon-Korrektur zu einem quarkinduzierten polarisierten Prozeß auf der selben Stufe behandelt werden sollte, wie der Prozeß selbst und nicht als eigentliche Korrektur höherer Ordnung [85]. Für den DY-Prozeß heißt das, daß der höhere Ordnungsbeitrag $\mathcal{O}(\alpha_s^2\Delta G\Delta G)$ zum Wirkungsquerschnitt von derselben Größenordnung wie der $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Compton Beitrag sein könnte. Um eine grobe Abschätzung für die Größenordnung eines solchen Beitrags zu erhalten, machen wir die (x -abhängige) Ersetzung $\Delta q(x, Q^2) \rightarrow \Delta q(x, Q^2) - \alpha_s/4\pi \cdot \Delta G(x, Q^2)$ im Ausdruck für den Comptonprozeß (3.36). Für die AS-Verteilungen [10] mit einem großen polarisierten Gluon erhalten wir so einen zusätzlichen negativen Beitrag zum Wirkungsquerschnitt in Fig. 3.8, 3.9, der ungefähr 15% des Compton-Beitrags ist und das qualitative Verhalten des Gesamtquerschnitts nicht berührt. Natürlich kann diese Abschätzung nur ein Gefühl für die

Größenordnung eines solchen Beitrages vermitteln, und es wäre in Zukunft interessant, eine komplette NLO-Rechnung durchzuführen, die $\Delta G \Delta G$ -induzierte Beiträge zum q_T -differenziellen Wirkungsquerschnitt einschließt.

3.6 Bedeutung von $B^{(2)}$ und Stabilität der Resultate

Gehen wir noch einmal zurück zu den Figuren 3.6, 3.7 des letzten Abschnitts, so haben wir dort gesehen, daß der resummierte Wirkungsquerschnitt in DLA (gepunktete Linie, $\hat{A} = 0$ in (3.50)) im Bereich $q_T \lesssim 4$ GeV qualitativ und quantitativ ein anderes Verhalten hat als unser Endresultat (durchgezogene Linie, $\hat{A} \neq 0$ in (3.50)). Der Koeffizient $\hat{A} \sim A^{(2)}$ konnte aus der unpolarisierten NLO-Rechnung [79] übernommen werden. Damit ist unser Endresultat (3.36) mit (3.50) korrekt in *triple logarithmic approximation* (TLA)¹³, was eine Verbesserung der Resummation darstellt. Da der Effekt auf den resummierten Wirkungsquerschnitt relativ groß ist, stellt sich die Frage, wie stabil unsere Ergebnisse in TLA in Fig. 3.6, 3.7 im Hinblick auf den im polarisierten Fall noch unbekanntenen Koeffizienten $B^{(2)}$ sind.

Um ein Gefühl für die Abhängigkeit des resummierten Wirkungsquerschnittes von der Ordnung der Resummation zu bekommen, wollen wir im folgenden den unpolarisierten Querschnitt betrachten, für den wir $B^{(2)}$ kennen [79, 83]. Der resummierte Querschnitt ist in [64] für den Fall der W^\pm -, Z^0 -Produktion angegeben, und der entsprechende Ausdruck für den DY-Fall läßt sich daraus leicht durch Änderung der Normierung und der eingehenden Partonverteilungen erhalten. Er hat dieselbe Gestalt wie in (3.40), wobei noch zusätzliche Koeffizientenfunktionen durch gluoninduzierte Prozesse auftreten (siehe Gln. (A.2) und (A.5) in [64]). Für die unpolarisierten (2-loop evolvierten) Partonverteilungen wählen wir den Satz B aus [86] (HMRS(B)) mit $\Lambda_{QCD}^{flavor} = 190$ MeV und einer Inputskala $Q_0^2 = 4$ GeV². Weiterhin behalten wir die übliche Wahl (3.41) für die unphysikalischen Parameter C_1 , C_2 und C_3 zunächst bei.

Fig. 3.10 zeigt die verschiedenen Resultate für $d\sigma/dQ^2 dy dq_T$ bei $\sqrt{S} = 100$ GeV, $y = 0$ und $Q^2 = 100$ GeV², wenn man sukzessive die Summationskoeffizienten $B^{(1)}$, $A^{(2)}$, $B^{(2)}$ zum *leading-DLA* Resultat (nur $A^{(1)}$ im Exponenten in (3.40)) hinzunimmt. Aus der Figur sehen wir, daß vor allem die Hinzunahme von $B^{(1)}$ (gestrichelte Linie) und $A^{(2)}$ (gepunktete Linie) die Form und q_T -Abhängigkeit des *leading-DLA* Resultats (strichpunktierte Linie) maßgeblich beeinflussen. Der Unterschied zwischen den Ergebnissen in TLA und DLA ist vergleichbar mit dem im polarisierten Fall in den Figuren 3.6, 3.7. Weiterhin erkennt man, daß das sukzessive Hinzufügen der Koeffizienten den Wirkungsquerschnitt

¹³D.h. $\alpha_s Z_1$ und der führende Teil von $\alpha_s^2 Z_2$ in (3.4) werden in allen Ordnungen in α_s summiert.

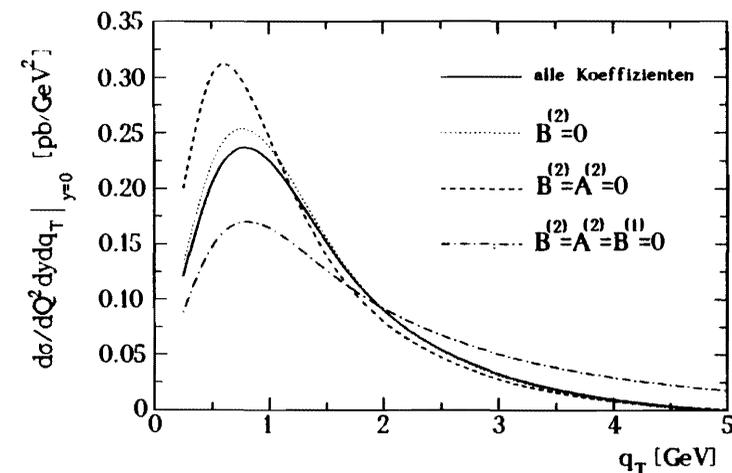


Abbildung 3.10: $d\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ für $\sqrt{S} = 100$ GeV, $y = 0$, $Q^2 = 100$ GeV² mit den HMRS(B)-Verteilungen aus [86]: $B^{(1)} = A^{(2)} = B^{(2)} = 0$ (strichpunktiert), $A^{(2)} = B^{(2)} = 0$ (gestrichelt), $B^{(2)} = 0$ (punktiert), alle Koeffizienten (durchgezogen) im Formfaktor (3.40).

stabilisiert. Schließlich bewirkt die Hinzunahme von $B^{(2)}$ (d.h. Resummation in *quadruple logarithmic approximation*) nur noch eine marginale Änderung. Die phänomenologische Relevanz dieser Verbesserung der Ordnung der Resummation ist fraglich angesichts der Tatsache, daß der Bereich kleiner q_T durch nicht-perturbative Effekte beeinflusst wird, und daß der Wirkungsquerschnitt Unsicherheiten durch Partonverteilungen und Λ_{QCD} besitzt, die groß sein können [64].

Wenn wir diese Beobachtungen auf den Fall des polarisierten Querschnitts übertragen, so läßt sich folgern, daß die Übernahme des Koeffizienten $A^{(2)}$ in (3.50) den Wirkungsquerschnitt stabilisiert hat, daß man jedoch von der (aufwendigen) Berechnung von $B^{(2)}$ keine phänomenologisch relevante Verbesserung erwarten können.

Die bisherige Diskussion basierte auf der üblichen Wahl (3.41) der Parameter C_1 , C_2 und C_3 . Wir wollen nun die Stabilität des unpolarisierten Querschnitts unter Variation dieser Parameter in Abhängigkeit der Koeffizienten $A^{(i)}$, $B^{(i)}$ im Formfaktor (3.40) untersuchen.

In den Figuren 3.11–3.13 zeigen wir $d\sigma/dQ^2 dy dq_T$ für festes $q_T = 2$ GeV in Abhängigkeit von C_1 , C_2 , C_3 . Aus Fig. 3.11, 3.12 sehen wir, daß das Hinzufügen von $A^{(2)}$ zum

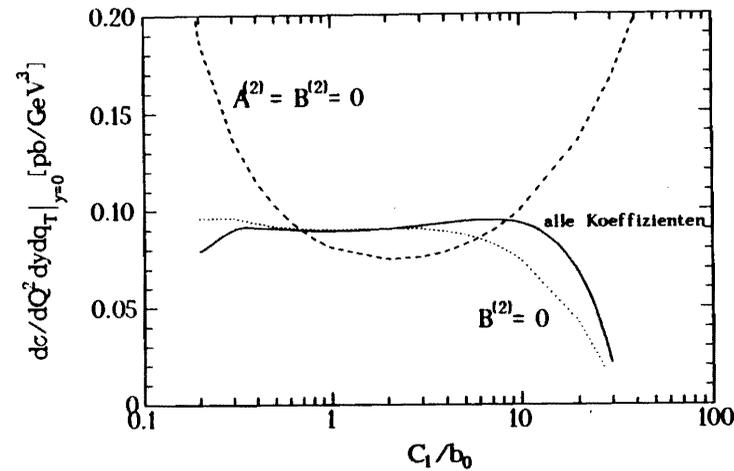


Abbildung 3.11: $d\sigma/dQ^2 dy dq_T$ wie in Fig. 3.10, jedoch für festes $q_T = 2$ GeV als Funktion von C_1/b_0 : $A^{(2)} = B^{(2)} = 0$ (gestrichelt), $B^{(2)} = 0$ (punktiert), alle Koeffizienten (durchgezogen) im Formfaktor (3.40).

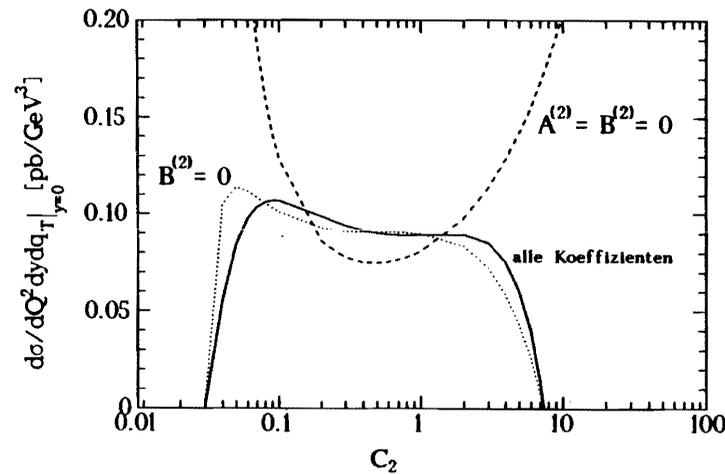


Abbildung 3.12: Dasselbe wie in Fig. 3.11, jedoch als Funktion von C_2 .

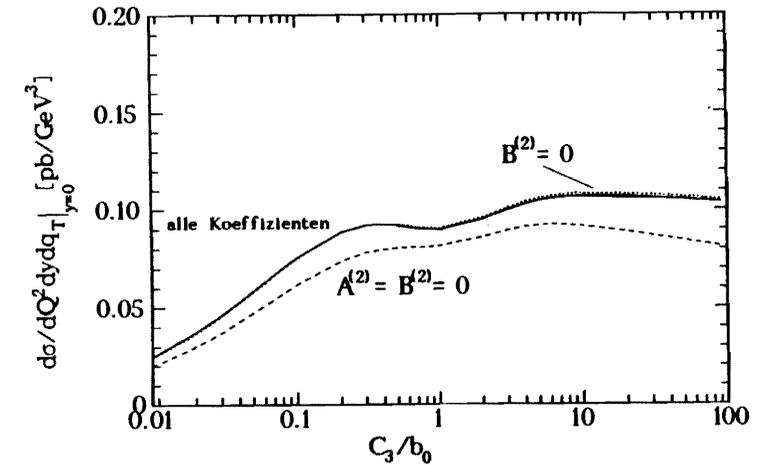


Abbildung 3.13: Dasselbe wie in Fig. 3.11, jedoch als Funktion von C_3/b_0 .

Formfaktor (3.40) die Stabilität des Wirkungsquerschnittes gegen Variation in C_1 , C_2 maßgeblich verbessert (gepunktete Linien)¹⁴. Dies ist plausibel, da $A^{(2)}$ aus einem NLO-Resultat bestimmt wurde [79], wo die Skalenabhängigkeit des Wirkungsquerschnitts gegenüber dem $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Resultat reduziert sein sollte. Die zusätzliche Kenntnis von $B^{(2)}$ stabilisiert den Wirkungsquerschnitt vor allem im Bereich großer C_1 , C_2 .

Im Vergleich dazu ist die Stabilität des Wirkungsquerschnittes bzgl. C_3 nicht so deutlich ausgeprägt, wie wir in Fig. 3.13 sehen¹⁵. Insbesondere ändert die Hinzunahme von $B^{(2)}$ den Wirkungsquerschnitt über einen weiten Bereich von C_3 nur unwesentlich. Das liegt darin begründet, daß der Wirkungsquerschnitt bei $q_T = 2$ GeV noch von nicht-perturbativen Effekten (d.h. dem Bereich großer b) beeinflusst wird.

Um die Stabilitätsanalyse konsistent durchführen zu können, haben wir unpolarisierte Partonverteilungen zugrunde gelegt, die entsprechend in 2-loop-Ordnung evolviert sind. Unsere Ergebnisse bleiben qualitativ ungeändert, wenn wir z.B. die Partonverteilungen höherer Ordnung aus [87] verwenden.

Es ist daher derzeit nicht möglich, eine entsprechende Analyse für den polarisierten Fall konsistent durchzuführen, wir können jedoch erwarten, daß auch hier die Kenntnis von

¹⁴Eine Variation in C_1 , C_2 ist gleichbedeutend mit einer Änderung der Skala von $\alpha_s(Q^2)$ im Formfaktor (3.40).

¹⁵Änderungen in C_3 entsprechen einer Änderung der Faktorisierungsskala.

$B^{(2)}$ die Abhängigkeit des Wirkungsquerschnitts von unphysikalischen Parametern reduzieren wird. Inwieweit das praktische Bedeutung hat muß eine zukünftige Untersuchung zeigen.

3.7 Zusammenfassung

In diesem Kapitel haben wir den polarisierten DY-Wirkungsquerschnitt $d\Delta\sigma/dQ^2 dy dq_T^2$ berechnet. Dazu haben wir die im unpolarisierten Fall entwickelten Methoden [67] verwendet. Die beitragenden partonischen Wirkungsquerschnitte wurden in $n \neq 4$ Dimensionen für zwei verschiedene γ^5 -Schemata berechnet [69]-[71]. Die jeweiligen Ergebnisse für die Koeffizientenfunktionen $\Delta c_{q,G}(z)$ des Wirkungsquerschnitts unterscheiden sich nur um Terme, die aus dem weichen Bereich ($q_T^2 \simeq 0$) des Phasenraumes stammen. Genau diese Terme treten auch als weiche Beiträge der Koeffizientenfunktionen von $g_1^P(x, Q^2)$ auf [39]. Sie wurden entsprechend in die Definition der polarisierten Quarkverteilungen absorbiert. Der resultierende Wirkungsquerschnitt ist im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ durch große Terme der Form $\alpha_s(q_T^2)/q_T^2 \cdot \ln^n Q^2/q_T^2$, $n = 0, 1$ dominiert, welche in allen Ordnungen in α_s summiert wurden. Damit ist unser Resultat (3.36) korrekt in *double logarithmic approximation* (DLA).

Die Frage, wie die Resummation über die DLA hinaus zu erstrecken ist, wurde im Rahmen des Formalismus in [65, 66] diskutiert. Wir haben gezeigt, daß der Koeffizient $A^{(2)}$ in (3.46) aus der unpolarisierten Rechnung in [79] auf unseren Fall übertragen werden kann. Um einen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, der korrekt in *quadruple logarithmic approximation* ist, wäre eine umfangreiche $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ -Rechnung wie in [62, 79, 80] nötig, die der Bestimmung des nächst-führenden Koeffizienten $B^{(2)}$ in (3.40) dient. Aus einer Stabilitätsuntersuchung des resummierten unpolarisierten Querschnitts läßt sich jedoch folgern, daß die Kenntnis von $B^{(2)}$ zwar die Abhängigkeit des Querschnitts von unphysikalischen Parametern reduziert, daß seine phänomenologische Bedeutung, bedingt durch nicht-perturbative Effekte und Unsicherheiten in den Partonverteilungen aber nur gering ist.

Mit unserem Ergebnis aus (3.36, 3.46) haben wir die Produktion von Myonpaaren in polarisierter pp -Streuung untersucht. Dazu haben wir zwei verschiedene Sätze von Partonverteilungen gewählt, die das EMC-Resultat [1] für g_1^P entweder durch einen negativ polarisierten See [7, 38] oder eine große polarisierte Gluonverteilung im Proton erklären [10]. Trotz der gegenwärtigen Einschränkungen bezüglich der Anwendbarkeit unserer Resultate (eine konsistente 2-loop Evolution der Partonverteilungen ist zur Zeit noch nicht möglich), läßt sich aus unserer numerischen Analyse schließen, daß schon eine Messung

des Vorzeichens von $d\Delta\sigma/Q^2 dy dq_T^2$ für kleine und mittlere q_T die Anwesenheit (oder Abwesenheit) einer negativ polarisierten Seequarkverteilung anzeigen würde und damit zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien beitragen könnte.

Kapitel 4

Resummation weicher Gluonen in polarisierter tief-inelastischer Jetproduktion

4.1 Einleitung und Motivation

In Kapitel 2 haben wir gesehen, daß das überraschend kleine EMC-Resultat für $\langle g_1^P(x, Q_0^2) \rangle$, $Q_0^2 \simeq 10 \text{ GeV}^2$ durch eine große Gluonpolarisation $\Delta G(Q^2)$ im Proton erklärt werden kann [5, 6, 10, 9, 11]. Einer der ersten Vorschläge zur experimentellen Bestimmung eines möglichen großen $\Delta G(Q^2)$ war die Jetproduktion in polarisierter Lepton-Proton Streuung [10, 6]. Die relevanten Subprozesse in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ sind in Fig. 4.1a,b zu sehen. Die in [10]

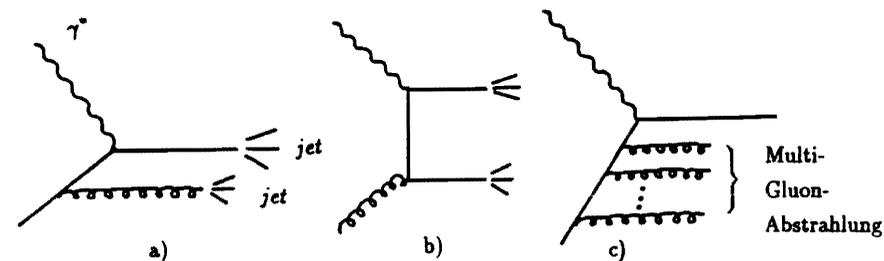


Abbildung 4.1: Subprozesse für die Jetproduktion in polarisierter Lepton-Hadron Streuung: (a) quarkinduziert, (b) gluoninduziert, (c) Multigluonabstrahlung.

betrachtete Größe ist $d\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle / dq_T^2$, wobei q_T der Transversalimpuls eines auslaufenden Partons im Schwerpunktsystem des einlaufenden Partons und des γ^* relativ zu dessen Achse ist. Das auslaufende Parton fragmentiert anschließend und führt zu einem Jet im Endzustand. In führender Ordnung der QCD tragen der quarkinduzierte (Fig. 4.1a)

und der gluoninduzierte Graph (Fig. 4.1b) zu $d\langle g_1^P(x, Q^2, q_T^2) \rangle / dq_T^2$ bei. Der wesentliche Punkt ist, daß die beiden Subquerschnitte $\gamma^*q \rightarrow \text{jets}$ und $\gamma^*G \rightarrow \text{jets}$ unterschiedliche Vorzeichen haben [10]. Nimmt man nun eine große Gluonpolarisation $\Delta G(Q^2)$ im Proton an, so überwiegt der gluoninduzierte Prozeß über den quarkinduzierten und führt zu einem großen negativen Signal für $d\langle g_1^P(x, Q^2, q_T^2) \rangle / dq_T^2$ im Bereich mittlerer und großer Werte für q_T . Daher schlossen die Autoren in [10], daß dieser Prozeß im Prinzip zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien geeignet sein sollte.

In der Folgezeit wurde dieses Ergebnis jedoch im Rahmen einer detaillierten Analyse kritisiert [13], da es auf idealisierten Annahmen beruht. Tatsächlich wäre nämlich zur Messung von $d\langle g_1^P(x, Q^2, q_T^2) \rangle / dq_T^2$ (z.B. in *fixed-target* Experimenten) eine unendlich große Leptonenergie notwendig, da der experimentell zugängliche x -Bereich durch $Q^2/S \equiv x_0 \leq x \leq 1$ beschränkt ist. D.h. bei der Bestimmung des ersten Momentes $\langle g_1^P(x, Q^2) \rangle = \int_0^1 dx g_1^P(x, Q^2)$ muß S bei festem Q^2 unendlich groß sein. Um die tief-inelastische Jetproduktion für eine realistische experimentelle Situation zu studieren wurde daher in [13] der Fall für ein geschnittenes erstes Moment, $d\left(\int_{x_0}^1 dx g_1^P(x, Q^2, q_T^2)\right) / dq_T^2$, untersucht. Es stellte sich heraus, daß ein durch eine große Gluonpolarisation bedingtes negatives Signal bei großen q_T erst für sehr kleine Werte von x_0 , $x_0 \lesssim 0.001$, ausgeprägt wird, was für $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ eine Leptonenergie von $E_l \gtrsim 5 \text{ TeV}$ erfordern würde¹. Im Hinblick auf gegenwärtig erreichbare Energien polarisierter Leptonen [88] läßt sich eine solche experimentelle Konstellation auch in absehbarer Zukunft kaum realisieren.

Betrachtet man nun niedrigere Leptonenergien (z.B. $E_l \approx 500 \text{ GeV}$, was immer noch oberhalb gegenwärtig erreichbarer E_l von 200 – 250 GeV liegt [88]), so schränkt dies den zugänglichen x -Bereich auf $x \gtrsim x_0 = 0.01$ ein ($Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$). Das negative Signal für $d\left(\int_{x_0}^1 dx g_1^P(x, Q^2, q_T^2)\right) / dq_T^2$ durch ein großes polarisiertes Gluon ist dann nur noch schwach ausgeprägt und auf den Bereich $q_T \lesssim 4 \text{ GeV}$ beschränkt [13]. Die Region kleiner transversaler Jetimpulse ist jedoch experimentell schwer zugänglich, da nach der Fragmentation des auslaufenden Partons keine ausgeprägte Jetstruktur mehr vorliegt. Zusätzlich ist es schwierig, die Jets, die aus harten Stoßprozessen resultieren, von solchen durch die Protonfragmente zu isolieren und anschließend den Transversalimpuls des zugrundeliegenden Partons zu rekonstruieren [89]². Ein weiteres Problem, das mit der Region kleiner q_T verknüpft ist, ist der nicht zu vernachlässigende Einfluß nicht-perturbativer Effekte, wie in [13] gezeigt wurde.

Abgesehen von den erwähnten Schwierigkeiten, die den Bereich kleiner q_T betreffen, ist

¹Die Analyse in [13] zeigt, daß der in [10] gefundene Effekt praktisch nur aus Beiträgen zu $dg_1^P(x, Q^2)/dq_T^2$ resultiert, die aus dem Bereich kleiner x , $x \lesssim 0.001$ kommen.

²Siehe dazu auch die entsprechenden Abschnitte in [76].

dieser jedoch von theoretischer Seite aus interessant. Wir finden hier wieder eine typische Skalenhierarchie vor, $q_T^2 < Q^2$, die die Beschreibung durch perturbative Rechnungen in fester Ordnung in α_s unbrauchbar macht, und die es erfordert, Multigluonemissionen wie in Fig. 4.1c zu berücksichtigen.

In diesem Kapitel wollen wir den Formalismus der Resummation weicher Gluonen, den wir im letzten Kapitel für den DY-Prozeß vorgestellt haben, auf die polarisierte, tief-inelastische Situation anwenden. Von theoretischer Seite aus ist diese Übertragung prinzipiell möglich, jedoch bereitet, wie oben diskutiert, gerade der Bereich kleiner q_T experimentelle Schwierigkeiten, da die Identifikation von Jets und, mehr noch die Rekonstruktion des Transversalimpulses des auslaufenden Partons aus den gemessenen Impulsen der Hadronen im Jet problematisch ist. Dies steht im Gegensatz zum DY-Prozeß, wo das produzierte Myonpaar eine klare experimentelle Signatur hat und man im Prinzip auch Ereignisse rekonstruieren kann, bei denen das auslaufende γ^* mit $q_T = 0$ produziert wird.

Im nächsten Abschnitt geben wir zunächst die resummierte Form für $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$ in DLA an (die Details der Herleitung sind im Anhang D ausgeführt). Danach untersuchen wir, wie die rein perturbativen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Beiträge zur Jetproduktion durch die Resummation modifiziert werden und diskutieren den Beitrag nichtperturbativer Effekte zu $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$.

4.2 Die resummierte Form von $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$

Analog zur Rechnung in Kapitel 3 wollen wir im folgenden einen Ausdruck für $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$ herleiten, der sowohl für $q_T^2 \ll Q^2$, als auch für $q_T^2 \approx Q^2$ gültig ist. Im Bereich $q_T^2 \ll Q^2$ wird die Resummation weicher Gluonen in DLA durchgeführt.

Der Phasenraum des $2 \rightarrow 2$ Prozesses in $n \neq 4$ Dimensionen für den Fall, daß beide auslaufenden Teilchen masselos sind, läßt sich aus (A.20) mit der Ersetzung $Q^2 = 0$ ablesen. Schreiben wir die dortigen Integrationsvariablen $|q|$ und $\cos \theta$ um auf $q_T = |q| \sin \theta$ und $\hat{y} = \frac{1}{2}(1 + \cos \theta)$, so folgt

$$\begin{aligned} \frac{dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} &= \frac{1}{4\pi} \frac{(4\pi)^\epsilon}{\Gamma(1-\epsilon)} \int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \int_0^1 \frac{d\hat{y}}{2\hat{y}(1-\hat{y})} \frac{q_T^2}{s} \frac{1}{\sqrt{1-4q_T^2/s}} \frac{1}{(q_T^2)^\epsilon} \\ &\times (\delta(\hat{y}-\hat{y}_-) + \delta(\hat{y}-\hat{y}_+)) \frac{1}{4\pi} \sum_q \left[\Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^q}^2(s, t, u) \left(\Delta q \left(\frac{x}{z} \right) + \Delta \bar{q} \left(\frac{x}{z} \right) \right) \right. \\ &\left. + \Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^G}^2(s, t, u) \Delta G \left(\frac{x}{z} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.1)$$

mit

$$\hat{y}_\pm = \frac{1}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - 4q_T^2/S} \right), \quad x_{\max} = \frac{1}{1 + 4q_T^2/Q^2},$$

$$\begin{aligned} s &= Q^2 \frac{1-z}{z}, \quad t = -\frac{Q^2}{z}(1-\hat{y}), \quad u = -\frac{Q^2}{z}\hat{y}, \\ 0 &\leq q_T^2 \leq q_{T, \max}^2 = \frac{Q^2(1-x)}{4}. \end{aligned}$$

Die Matrixelemente $\Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^q}^2$, $P = \bar{q}$, G ergeben sich aus den Graphen in Fig. 4.1a,b, wobei die Polarisationssumme $\epsilon^\mu(q)\epsilon^{\nu}(q)$ des virtuellen Photons durch den Projektor $\Pi_{\mu\nu}^1$ aus (2.20) zu ersetzen ist. Zur Regularisierung kollinear und infraroter Divergenzen rechnen wir wieder in $n = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen und behandeln γ^5 parallel sowohl im CFH-[69] als auch im HVBM-Schema [70, 71]. Die Matrixelemente für den Prozeß $\gamma^*q \rightarrow qG$ (Fig. 4.1a) lauten:

$$\begin{aligned} \Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^q}^2|_{CFH}(s, t, u) &= 2g_s^2(\mu^2)^\epsilon e_q^2 C_F \left\{ (1-\epsilon) \left(-\frac{s}{t} - \frac{t}{s} \right) + \frac{2uQ^2}{st} \right. \\ &\left. + 2(1-\epsilon) \frac{Q^2+t}{Q^2+s} \right\}, \\ \Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^q}^2|_{HVBM}(s, t, u) &= 2g_s^2(\mu^2)^\epsilon e_q^2 C_F \left\{ (1-\epsilon) \left(-\frac{s}{t} - \frac{t}{s} \right) + \frac{2uQ^2}{st} \right. \\ &\left. + 2(1-\epsilon) \frac{Q^2+t}{Q^2+s} + \frac{2\epsilon}{Q^2+s} \left(\frac{2}{1-\epsilon} \frac{us}{t} + Q^2 - u \right) \right\}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Diejenigen für den gluoninduzierten Prozeß $\gamma^*G \rightarrow q\bar{q}$ sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^G}^2|_{CFH}(s, t, u) &= 2g_s^2(\mu^2)^\epsilon e_q^2 T_R (1 + (a-1)\epsilon) \left\{ -\left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right) - \frac{2Q^2(u+t)}{ut} \right. \\ &\left. - \frac{4Q^2}{s+Q^2} \right\}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\Delta|\mathcal{M}|_{\Pi_{\mu\nu}^G}^2|_{HVBM}(s, t, u) = 2g_s^2(\mu^2)^\epsilon e_q^2 T_R \frac{1}{1-\epsilon} \left\{ -\left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right) - \frac{2Q^2(u+t)}{ut} - \frac{4Q^2}{s+Q^2} \right\}.$$

Dabei resultiert der Term $\sim (a-1)\epsilon$ im CFH-Matrixelement in (4.3) wieder aus der Ambiguität von γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ in diesem Schema [40, 90]. Man beachte, daß in den Matrixelementen in (4.2) und (4.3) die verbleibende \hat{q}^2 -Integration aus (A.20) schon ausgeführt wurde. Es sei bemerkt, daß (4.1) mit (4.2, 4.3) für $\epsilon = 0$ nach einigen Manipulationen mit den entsprechenden Ausdrücken in [13, 91] übereinstimmt.

Setzt man nun (4.2, 4.3) in (4.1) ein, so ergibt sich nach einigen Umformungen

$$\begin{aligned} \frac{dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} &= \frac{1}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{(4\pi\mu^2)^\epsilon}{\Gamma(1-\epsilon)} \int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}} (q_T^2)^{1+\epsilon}}} \\ &\times \left\{ C_F \left[(1-\epsilon) \left((1-z)^2 + \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} \right) + 2z \left(1 - 2\frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} \right) + 2z \frac{q_T^2}{Q^2} (2z-1) \right. \right. \\ &\left. \left. + 4\zeta^q \epsilon (1-z)^2 \right] \sum_f e_f^2 \left(\Delta q_f \left(\frac{x}{z} \right) + \Delta \bar{q}_f \left(\frac{x}{z} \right) \right) \right. \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$+T_R \left[(1 + \xi_1^G \epsilon) \left(4z \frac{q_T^2}{Q^2} - 2(1-z) \right) + (1 + \xi_2^G \epsilon) 4z(1-z) - 8z^2 \frac{q_T^2}{Q^2} \right] \sum_f e_f^2 \Delta G \left(\frac{x}{z} \right) \Bigg\},$$

mit

$$\begin{aligned} \xi_{CFH}^q &= 0, \quad \xi_{HVB M}^q = 1, \\ \xi_{1,CFH}^G &= \xi_{2,CFH}^G = a - 1, \quad \xi_{1,HVB M}^G = 2, \quad \xi_{2,HVB M}^G = 1. \end{aligned} \quad (4.5)$$

In (4.4) haben wir Terme $\sim \epsilon$ vernachlässigt, die nicht zu einem finiten Beitrag im Endresultat führen.

Gl. (4.4) zerlegt man nun in Terme, die die sich wie $1/q_T^2$ oder $\ln(q_T^2)/q_T^2$ für $q_T^2 \rightarrow 0$ verhalten und in solche, die im selben Limes höchstens wie Potenzen von $\ln q_T^2$ gehen. Diese Separation ist im Anhang D näher beschrieben.

Nach der anschließenden Aufsummation der (im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$) führenden Logarithmen $\ln^i q_T^2$, $i = 0, 1$ erhalten wir dann folgendes Ergebnis in DLA:

$$\frac{dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} = \frac{1}{2} \left\{ \int \frac{d^2 \vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S(x, Q^2, b^2)} R^{D1}(x, Q^2, b^2) + \Delta Y^{D1}(x, Q^2, q_T^2) \right\}, \quad (4.6)$$

mit

$$S(x, Q^2, b^2) = \frac{4}{3} \int_0^{q_{T,max}^2} \frac{dq^2}{q^2} \frac{\alpha_s(q^2)}{2\pi} (J_0(bq) - 1) \cdot \left(2 \ln \frac{Q^2}{q^2} - 3 \right), \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} R^{D1}(x, Q^2, b^2) &= \Delta H^{D1}(x, P^2) \left[1 + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \frac{4}{3} \left(3 \ln \frac{Q^2}{q_{T,max}^2} - \ln^2 \frac{Q^2}{q_{T,max}^2} \right) \right] \\ &+ \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \left[\int_x^1 \frac{dz}{z} \Delta c_q^{D1}(z) \Delta H^{D1}(x/z, P^2) + \int_x^1 \frac{dz}{z} \Delta c_G^{D1}(z) \Delta K^{D1}(x/z, P^2) \right], \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\Delta c_q^{D1}(z) = \frac{4}{3} \left(1 - z - \frac{15}{2} \delta(1-z) - 4\xi^q(1-z) \right) - \Delta d_q(z), \quad (4.9)$$

$$\Delta c_G^{D1}(z) = \frac{1}{2} (\xi_1^G - 2\xi_2^G z) - \Delta d_G(z), \quad (4.10)$$

$$\Delta H^{D1}(x, Q^2) = \sum_q e_q^2 (\Delta q(x, Q^2) + \Delta \bar{q}(x, Q^2)),$$

$$\Delta K^{D1}(x, Q^2) = 2 \sum_q e_q^2 \Delta G(x, Q^2), \quad (4.11)$$

und den $\Delta d_{q,G}(z)$ aus (3.29). Der Sudakov-Formfaktor $\exp S(x, Q^2, b^2)$ in (4.6, 4.7) ist, abgesehen vom rein kinematisch bedingten maximalen Transversalimpuls $q_{T,max}^2$, identisch mit dem im DY-Fall (3.22). Dies spiegelt die Tatsache wieder, daß die Multigluonemission von einer Quarklinie *unabhängig* vom anschließenden harten Streuprozeß ist³. In DLA

³Dies wurde auch im Rahmen der hadronischen $Z^0 Z^0$ -Produktion [84] angemerkt.

und TLA gilt dies auch unabhängig von der Helizität des betrachteten Quarks, wie wir in Abschnitt 3.2 ausführlich diskutiert haben.

In (4.9, 4.10) wurde schon die Faktorisierungsvorschrift (3.29) des DY-Prozesses eingesetzt, die wir so konstruiert hatten, daß sie die Beiträge zu den Koeffizientenfunktionen, die aus dem weichen Bereich $q_T \approx 0$ kommen, in der Definition der polarisierten Quarkverteilungen absorbiert. Betrachtet man (4.5, 4.9, 4.10) genauer, so stellt man fest, daß mit (3.29) *exakt* die Terme $\sim \xi$ weggehoben werden. Genau diese Terme haben aber einen weichen Ursprung, da sie aus $1/\epsilon$ -Polen $\sim \delta(q_T^2)$ resultieren, wie man im Anhang D genauer sieht. Wir finden hier also noch einmal eine unabhängige Bestätigung der entsprechenden Resultate in [39] und vor allem für unsere Diskussion in Abschnitt 3.2.3 zum DY-Prozeß, die gerade auf (3.29) führte.

Einsetzen von (3.29) in (4.9, 4.10) liefert dann:

$$\begin{aligned} \Delta c_q^{D1}(z) &= \frac{4}{3} \left(1 - z - \frac{15}{2} \delta(1-z) \right), \\ \Delta c_G^{D1}(z) &= 0. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Die verbleibenden Terme $\Delta Y^{D1}(x, Q^2, q_T^2)$ entsprechen denen des DY-Prozesses in (3.37) und lauten

$$\Delta Y^{D1}(x, Q^2, q_T^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \Delta Y_A^{D1}(x, Q^2, q_T^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \Delta Y_C^{D1}(x, Q^2, q_T^2), \quad (4.13)$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta Y_A^{D1}(x, Q^2, q_T^2) &= \frac{1}{q_T^2} \left\{ \int_x^{x_{max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1-4q_T^2/s}} \left[\left(1 + z^2 + (1-4z) \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} \right. \right. \right. \\ &+ 2z(2z-1) \frac{q_T^2}{Q^2} \left. \left. \left. \Delta H^{D1}(x/z) - 2\Delta H^{D1}(x) \right) \right. \right. \\ &- \left. \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \left[(1+z^2) \Delta H^{D1}(x/z) - 2\Delta H^{D1}(x) \right] + \frac{3}{2} \Delta H^{D1}(x) \right\} \\ &+ \frac{2}{q_T^2} \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{x_{max}-x}{(1-x)x_{max}}} \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{x}{1-x}}{1 - \sqrt{\frac{x_{max}-x}{(1-x)x_{max}}} \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{x}{1-x}} \right) \Delta H^{D1}(x), \\ \Delta Y_C^{D1}(x, Q^2, q_T^2) &= \frac{1}{q_T^2} \left\{ \int_x^{x_{max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1-4q_T^2/s}} (2z-1) \left(1 - z - 2z \frac{q_T^2}{Q^2} \right) \Delta K^{D1}(x/z) \right. \\ &- \left. \int_x^1 \frac{dz}{z} (2z-1) \Delta K^{D1}(x/z) \right\}. \end{aligned}$$

4.3 Phänomenologische Aspekte

4.3.1 Vorbemerkungen

Bevor wir einige physikalische Anwendungen von (4.6) diskutieren, wollen wir zunächst auf die damit verbundenen Schwierigkeiten eingehen.

Erinnern wir uns an die Diskussion in Abschnitt 3.4, wo wir den Gültigkeitsbereich des resummierten und durch *matching* erweiterten DY-Wirkungsquerschnitts untersucht haben, so lassen sich diese Betrachtungen direkt auf den vorliegenden Fall der tief-inelastischen Resummation übertragen: Das *matching* zwischen dem resummierten Ausdruck für $q_T^2 \ll Q^2$ und dem $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativen für $q_T^2 \approx Q^2$, das mit (4.6) explizit konstruiert wurde, gelingt nicht vollständig, da wir den perturbativen Wirkungsquerschnitt immer nur bis zu einer festen Ordnung in α_s kennen⁴. Wir verfahren deshalb im folgenden analog zum DY-Prozeß, d.h. wir werden nach den Kriterien in Abschnitt 3.4 bei einem $q_T^{\text{match}} \lesssim Q$ vom Ausdruck (4.6) zum rein perturbativen Resultat (4.1) übergehen. Ferner werden wir in (4.6) die Ersetzungen (3.48, 3.51) benutzen und das b -Integral analog zu (3.52) für große b asymptotisch entwickeln.

4.3.2 Numerische Resultate

Im folgenden wollen wir die Größe $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ für festes $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ bei verschiedenen Werten von x untersuchen. Damit haben wir die Möglichkeit, die Beiträge, die aus verschiedenen x -Bereichen zum negativen Gesamtsignal für $d\left(\int_{x_0}^1 dx g_1^P(x, Q^2, q_T^2)\right)/dq_T^2$ führen, getrennt zu untersuchen [13].

Für ein Szenario mit einer großen Gluonpolarisation verwenden wir, wie auch in [13] und im DY-Fall, die Partonverteilungen aus [10], die in führender Ordnung evolviert wurden. Für die *leading order* QCD unbestimmte Skala der Partonverteilungen und α_s in den Termen ΔY in (4.13) wählen wir $Q^2 + q_T^2$.

Fig. 4.2 zeigt die rein perturbativen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Resultate für $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ gemäß (4.1) zusammen mit den resummierten nach (4.6). Betrachten wir zunächst die perturbativen Resultate für verschiedene x -Werte (gestrichelte Linien), so stimmen diese qualitativ mit denen aus [13, 91] überein. Unterschiede, die vor allem im Bereich kleiner q_T auftreten, lassen sich auf Evolutionseffekte zurückführen. Wir sehen aus Fig. 4.2, daß $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ für $x \lesssim 0.01$ negative Werte annimmt. Dieses Verhalten resultiert, wie weiter oben schon bemerkt, aus dem großen gluonischen Beitrag zu (4.1) und ist relativ unabhängig vom speziellen $x \rightarrow 0$ -Verhalten der betrachteten polarisierten Gluonverteilung

⁴Wie wir für den DY-Fall diskutiert haben, liegt der Grund dafür darin, daß der resummierte Querschnitt Terme höherer Ordnung in α_s enthält, die im $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Ausdruck für ΔY^{D1} in (4.13) bei $q_T^2 = \mathcal{O}(Q^2)$ nicht kompensiert werden.

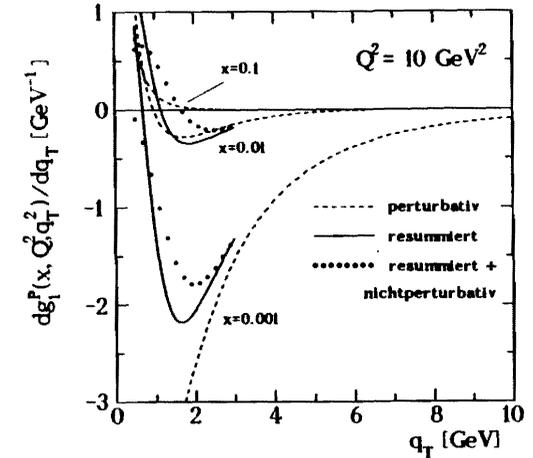


Abbildung 4.2: $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ für die polarisierten Partonverteilungen aus [10]: $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbatives Resultat (4.1) (gestrichelt), resummiertes Resultat (4.6) (durchgezogen), nichtperturbative Beiträge (volle Kreise).

lung [13]. Der gezeigte negative Beitrag resultiert im wesentlichen aus dem (singulären) Verhalten der individuellen quark- und gluoninduzierten Subquerschnitte (4.2, 4.3) für $u, t \rightarrow 0$, d.h. $q_T^2 \rightarrow 0$. Gehen wir zu sehr kleinen q_T so überwiegt schließlich der (positive) Quarkbeitrag zu $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ aufgrund der anderen Singularitätsstruktur in (4.2). Dieses Verhalten läßt sich deutlich aus dem Ergebnis für $x = 0.01$ entnehmen. Betrachten wir dagegen das perturbative Resultat für $x = 0.1$, so ist dieses durch Quarkbeiträge dominiert und daher stets positiv.

Die perturbativen Ergebnisse zeigen also, daß $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ erst im Bereich $x \lesssim 0.01$ sensitiv auf eine große polarisierte Gluonverteilung im Proton wird. Für *fixed-target*-Experimente und $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ bedeutet dies eine Leptonenergie von $E_l \gtrsim 500 \text{ GeV}$.

Betrachten wir nun die resummierten Resultate für $x = 0.01, 0.001$ nach (4.6), so modifizieren sie natürlich insbesondere das Verhalten von $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ bei kleinen $q_T \lesssim 2 \text{ GeV}$, da in diesem Bereich Resummationseffekte wichtig werden. Dies wird besonders deutlich für $x = 0.001$: Das resummierte Resultat hat ein Minimum bei $q_T \simeq 1.5 \text{ GeV}$ und wird für kleinere q_T schnell positiv⁵. Dieses Verhalten ist plausibel, da durch die

⁵Es hat ein Maximum bei $q_T \lesssim 1 \text{ GeV}$ und geht für $q_T \rightarrow 0$ ebenfalls gegen Null. Dies ist in Fig. 4.2 nicht mehr gezeigt.

Resummation der divergente Teil $\sim 1/q_T^2$ des gluoninduzierten Beitrags (4.2) (der nach Integration über q_T^2 eine kollineare Singularität liefern würde) in die Definition der Skalenabhängigen Quarkverteilungen absorbiert wurde. Das bedeutet, daß für $q_T \lesssim 1.5$ GeV der Quarkbeitrag zu $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ dominiert, dessen führende $1/q_T^2$ -Singularitäten nun zu allen Ordnungen in α_s berücksichtigt wurden. Ein ähnliches Verhalten, jedoch nicht so stark ausgeprägt, beobachten wir auch beim resummierten Resultat für $x = 0.01$.

Gehen wir nun zu größeren q_T , $q_T \approx Q$, so kommen wir in einen Bereich, wo das *matching* des Ausdruckes (4.6) mit dem perturbativen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ Resultat (4.1) versagt. Nach den Kriterien in Abschnitt 3.4 ist dies für $x = 0.01$ (0.001) bei $q_T^{\text{switch}} \approx 2.2$ (2.6) GeV der Fall. Die Unterschiede zwischen dem durch *matching* gewonnenen und dem perturbativen Resultat an diesen Stellen geben ein Gefühl für die Größenordnung von Beiträgen höherer Ordnung in α_s .

Der Formalismus der Resummation im b -Raum erlaubt es uns nun, eine Abschätzung des Einflusses nicht-perturbativer Effekte auf $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ zu geben. Dazu führen wir eine *smearing*-Funktion $S_{np}(b)$ wie im DY-Fall ein [66] und ersetzen (4.6) durch:

$$\int \frac{d^2\vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S(x, Q^2, b^2)} R^{D1}(x, Q^2, b^2) \rightarrow \frac{1}{2} \int_0^\infty b db J_0(q_T b) e^{S(x, Q^2, b^2)} R^{D1}(x, Q^2, b^2) e^{-S_{np}(b)}, \quad (4.14)$$

mit b_* aus (3.51). Die nicht-perturbative *smearing*-Funktion $S_{np}(b)$ in (4.14) parametrisiert den Einfluß des Bereiches großer b , den wir durch die Einführung des cut-offs b_* in (3.51) künstlich eliminiert hatten, auf den resummierten Ausdruck für $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$ in (4.6). Davies u.a. [79] haben einen Fit von $S_{np}(b)$ an niederenergetische DY-Daten bei verschiedenen Myonpaarmassen durchgeführt und geben folgende Form an:

$$S_{np}(b) = [0.15 + 0.4 \ln(b_{max} Q/2)] b^2 \cdot \text{GeV}^2 \quad (4.15)$$

mit⁶ $b_{max} = (2\text{GeV})^{-1}$. Obwohl diese Parametrisierung des nicht-perturbativen Bereiches im Rahmen des unpolarisierten DY-Prozesses durchgeführt und auch in anderen zeitartigen Prozessen verwendet wurde [64, 84], erscheint es naheliegend, sie auch in unserem (raumartigen) Kontext zu benutzen. Wir hatten schließlich schon gesehen, daß der Sudakov-Formfaktor der Quarks für raum- und zeitartige Prozesse (4.7, 3.23) derselbe ist.

Die Resultate der Ersetzung (4.14, 4.15) in (4.6) sind für $x = 0.01$, 0.001 in Fig. 4.2 gezeigt. Die resummierten Ergebnisse werden im Bereich kleiner q_T stark durch nicht-perturbative Effekte beeinflusst. Betrachten wir $x = 0.01$, so führt dies für $q_T \lesssim 1.5$ GeV sogar zur vollständigen Kompensation des negativen Gluonsignals. Für wachsende q_T nimmt der Einfluß nicht-perturbativer Effekte ab und wir reproduzieren für $q_T \gtrsim 3$ GeV

⁶Siehe die (3.51) folgende Diskussion.

das alte resummierte Ergebnis. Dieses Verhalten stimmt mit der Abschätzung nicht-perturbativer Effekte in [13] überein.

4.4 Zusammenfassung

Zusammenfassend läßt sich sagen, daß es von theoretischer Seite aus möglich ist, die Resummation weicher Gluonen bei $q_T^2 \ll Q^2$ und das *matching* mit dem perturbativen Wirkungsquerschnitt bei $q_T^2 \approx Q^2$ auf den Fall der tief-inelastischen Jetproduktion zu übertragen⁷. Die praktische Bedeutung der Resultate ist jedoch zumindest fragwürdig aufgrund der Probleme bei der Identifikation von Jets bei kleinen q_T .

Die Messung einer großen Gluonpolarisation im Proton in polarisierter, tief-inelastischer Jetproduktion ist unter realistischen experimentellen Umständen [88] auf den Bereich $x \gtrsim 0.01$ beschränkt, wenn wir ein festes $Q^2 = 10 \text{ GeV}^2$ annehmen. Wir haben gezeigt, daß das ohnehin kleine negative Signal der $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativen Beiträge zu $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T$ durch Resummationseffekte und nicht-perturbative Beiträge verwaschen wird, sodaß dieser Prozeß zur Bestimmung einer möglichen großen Gluonpolarisation im Proton ungeeignet erscheint [13].

⁷Ursprünglich wurde dies von Altarelli und Stirling in [10] vorgeschlagen.

Kapitel 5

Hadronische single-spin Produktion von W^\pm -Bosonen

5.1 Einleitung

Wir wollen in diesem Kapitel einen Prozeß studieren, der eng verwandt ist mit dem DY-Prozeß aus Kapitel 3, und zwar die Produktion eines W^\pm -Bosons in der Kollision eines *longitudinal polarisierten* und eines *unpolarisierten* Hadrons (*single-spin* Produktion). Dieser Prozeß könnte zur Unterscheidung verschiedener Spinszenarien wichtig werden, vor allem im Hinblick auf zukünftige polarisierte Hadronbeschleuniger wie RHIC, die eine hohe Schwerpunktsenergie haben [32]. Ein Vorteil dieses Prozesses ist der, daß man zur W^\pm -Produktion lediglich *einen* Hadronstrahl longitudinal polarisieren muß. Der Grund dafür ist der, daß die Produktion eines W^\pm ein *paritätsverletzender* Prozeß ist, d.h. die $V - A$ Kopplung der W^\pm projiziert auf spezifische Helizitätszustände der Partonen im polarisierten Hadron. Möglicherweise ist eine solche experimentelle Situation leichter realisierbar als die Polarisation beider Strahlen. Im Gegensatz dazu war beim (rein elektromagnetischen) DY-Prozeß in Kapitel 3. die Polarisation beider einlaufender Hadronen unabdingbar.

In einer kürzlichen Analyse der *single-spin* Asymmetrie für W^+ - (W^-)-Produktion in pp -Kollisionen bei RHIC-Energien [16] wurde gezeigt, daß diese im wesentlichen durch die Verhältnisse $\Delta u(x)/u(x)$ ($\Delta d(x)/d(x)$) dominiert sind und daß Beiträge durch eine polarisierte Gluonverteilung keine signifikante Rolle spielen¹. Die in [16] gefundenen Asymmetrien sind über einen weiten q_T -Bereich groß (20-30 %). Betrachtet man jedoch die individuellen (einfach polarisierten (*single-spin*) und unpolarisierten) Wirkungsquerschnitte, so dominieren sie den Bereich kleiner q_T , $q_T^2 \ll M_W^2$ und fallen anschließend steil ab. Dieses Verhalten ist uns schon aus der Untersuchung des polarisierten DY-Prozesses in Kapitel

¹Die *single-spin* Produktion von W^\pm wurde auch in [92] im Hinblick auf die Bestimmung polarisierter Partonverteilungen im Photon bei HERA studiert.

3 bekannt und motivierte die Resummation weicher Gluonen zum besseren theoretischen Verständnis des kleinen q_T -Bereiches. Wir werden daher in diesem Kapitel den Resummationsformalismus auf die *single-spin* Produktion von W^\pm ausdehnen und anschließend die Möglichkeiten diskutieren, mit Hilfe dieses Prozesses zwischen verschiedenen Spinszenarien zu unterscheiden.

Im Gegensatz zu Kapitel 3 werden wir diesmal die Resummation im Formalismus von Collins, Soper und Sterman (CSS) in TLA durchführen [65, 66] und anschließend die Bereiche $q_T^2 \ll M_W^2$ und $q_T^2 \simeq M_W^2$ wie in [64] anpassen. Es sei jedoch nochmals betont, daß beide Formalismen, CSS [65, 66] und AEGM [67], in der betrachteten Ordnung (TLA) äquivalent sind.

In Abschnitt 5.2 stellen wir den Formalismus vor, der auf einen resummierten Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt der *single-spin* Produktion von W^\pm führt. Weiterhin erläutern wir für diesen Fall das Verfahren des *matching*. In Abschnitt 5.3 diskutieren wir einige phänomenologische Aspekte unserer Resultate im Hinblick auf die Unterscheidbarkeit verschiedener Spinszenarien und in Abschnitt 5.4 fassen wir unsere Ergebnisse zusammen. Die technischen Details der Rechnungen in diesem Kapitel sind im Anhang E erläutert.

5.2 Resummation für die *single-spin* W^\pm -Produktion

Das Ziel dieses Abschnittes ist es, einen Ausdruck für den q_T -differentiellen, resummierten Wirkungsquerschnitt der *single-spin* W^\pm -Produktion herzuleiten, der sowohl im Bereich kleiner q_T ($q_T \ll M_W$), als auch im moderaten q_T -Bereich ($q_T \lesssim M_W$) Gültigkeit hat.

Wir betrachten die Streuung eines Hadrons $H_1(P_1, \vec{\lambda}_1)$ mit Impuls P_1 und longitudinaler Polarisation $\vec{\lambda}_1$ mit einem unpolarisierten Hadron $H_2(P_2)$ und die anschließende Produktion eines W^\pm der Masse M_W ($Q^2 \equiv M_W^2$):

$$H_1(P_1, \vec{\lambda}_1)H_2(P_2) \longrightarrow W^\pm(q)X.$$

Die interessierende Größe ist die Differenz der Wirkungsquerschnitte,

$$\frac{d\Delta_L\sigma}{dydq_T^2} \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{d\sigma^{H_1(\lambda_1=1)H_2 \rightarrow W^\pm X}}{dydq_T^2} - \frac{d\sigma^{H_1(\lambda_1=-1)H_2 \rightarrow W^\pm X}}{dydq_T^2} \right], \quad (5.1)$$

welche sich im Partonmodell als:

$$\frac{d\Delta_L\sigma}{dydq_T^2} = \sum_{i,j} \int dx_1 dx_2 \Delta f_i^{H_1}(x_1) f_j^{H_2}(x_2) \left[s \frac{d\Delta_L\sigma_{ij}}{dtdu} \right] \Bigg|_{\substack{p_1 = x_1 P_1 \\ p_2 = x_2 P_2}}, \quad (5.2)$$

mit

$$\Delta_L \sigma_{ij} \equiv \frac{1}{4} \left(\sigma_{ij}^{(++)} + \sigma_{ij}^{(+-)} - \sigma_{ij}^{(-+)} - \sigma_{ij}^{(--)} \right).$$

schreiben läßt. $\sigma_{ij}^{(\lambda_1, \lambda_2)}$ bezeichnet den (perturbativen) partonischen Wirkungsquerschnitt, wobei das Parton i die Helizität λ_1 und das Parton j die Helizität λ_2 hat. Gln. (5.1, 5.2) haben formale Ähnlichkeit mit (3.7, 3.8), und wir benutzen dieselben kinematischen Relationen (3.5, 3.6) und die Definitionen der verschiedenen Variablen aus Tabelle 3.1 in Kapitel 3.

Um nun einen resummierten Ausdruck für (5.2) zu bestimmen, der in den Bereichen $q_T^2 \ll Q^2$ und $q_T^2 \lesssim Q^2$ Gültigkeit hat (*matching*), zerlegen wir (5.2) zunächst formal in einen Teil, der das singuläre Verhalten $\sim 1/q_T^2$ im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ enthält (asymptotischer Teil) und einen Rest, der höchstens wie $\ln^4 q_T^2$ im selben Limes divergiert:

$$\frac{d\Delta_L \sigma}{dy dq_T^2} = \frac{d\Delta_L \sigma^{asym}}{dy dq_T^2} + \Delta_L Q(\alpha_s). \quad (5.3)$$

Diese Zerlegung ist analog zum DY-Fall, wo wir den asymptotischen Wirkungsquerschnitt durch $\Delta X_A, \Delta X_C$ in (3.18, 3.33) explizit bestimmt haben.

Anschließend führen wir die Resummation des dominanten Terms $d\Delta_L \sigma^{asym}/dy dq_T^2$ in allen Ordnungen in α_s durch,

$$\frac{d\Delta_L \sigma^{asym}}{dy dq_T^2} \longrightarrow \frac{d\Delta_L \sigma^{resum}}{dy dq_T^2}. \quad (5.4)$$

Aus der Definition von (5.3) folgt, daß der Rest $\Delta_L Q(\alpha_s)$ einfach gegeben ist durch die Differenz des perturbativen Resultats (5.2) und des asymptotischen in einer vorgegebenen Ordnung von α_s . Damit liegt es nahe, für einen Ausdruck, der in beiden Bereichen $q_T^2 \ll Q^2$ und $q_T^2 \approx Q^2$ gültig ist folgende Form anzunehmen

$$\frac{d\Delta_L \sigma^{match}}{dy dq_T^2} = \frac{d\Delta_L \sigma^{resum}}{dy dq_T^2} + \frac{d\Delta_L \sigma^{pert}}{dy dq_T^2} - \frac{d\Delta_L \sigma^{asym}}{dy dq_T^2}. \quad (5.5)$$

An Gl. (5.5) sieht man das *matching* explizit: Für $q_T^2 \ll Q^2$ heben sich die Terme $d\Delta_L \sigma^{pert}$ und $d\Delta_L \sigma^{asym}$ gegenseitig auf, und der Wirkungsquerschnitt wird durch den resummierten Ausdruck bestimmt. Für $q_T^2 \lesssim Q^2$ kompensieren sich $d\Delta_L \sigma^{resum}$ und $d\Delta_L \sigma^{asym}$ in der Ordnung in α_s , in der $d\Delta_L \sigma^{asym}$ berechnet wurde, und der Wirkungsquerschnitt ist durch das perturbative Resultat gegeben.

Diese Prozedur des *matching* wurde zuerst in [64] im Rahmen der unpolarisierten W^\pm -Produktion in NLO angewendet².

Wenn wir uns an die Konstruktion des *matching* für den DY-Wirkungsquerschnitt (3.36) in Kapitel 3 erinnern, so sehen wir, daß beide Verfahren völlig äquivalent sind. Wir

²D.h. die Resummation wurde in quadrupel logarithmischer Ordnung durchgeführt und $\Delta_L Q(\alpha_s)$ bis zur Ordnung α_s^2 berechnet.

werden jedoch im folgenden feststellen, daß Gl. (5.5) den Vorteil hat, daß wir $\Delta_L Q(\alpha_s)$ durch relativ kompakte Formeln für $d\Delta_L \sigma^{pert}$ und $d\Delta_L \sigma^{asym}$ ausdrücken können. Dagegen hatten wir im AEGM-Formalismus ΔY in (3.36) (was hier $\Delta_L Q$ entspricht) durch eine aufwendige Rechnung explizit angegeben. Der Vorteil von (5.5) gegenüber der Technik von AEGM wird vor allem dann deutlich, wenn man $d\Delta_L \sigma^{match}$ in NLO berechnen will, was die Kenntnis von $\Delta_L Q$ in $\mathcal{O}(\alpha_s^2)$ erfordert [64].

Unsere Aufgabe ist es nun, die Resummation in (5.5) zunächst in DLA durchzuführen und $d\Delta_L \sigma^{pert}, d\Delta_L \sigma^{asym}$ in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ zu berechnen.

Wir beginnen mit dem $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativen Wirkungsquerschnitt. Die Beiträge der einzelnen Subprozesse zu (5.2) lassen sich aus den Feynmangraphen in den Figuren (3.3, 3.4) bestimmen. Bei der späteren Berechnung der Koeffizientenfunktionen des resummierten Querschnitts müssen wir die im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ auftretenden kollinearen und infraroten Singularitäten regularisieren. Deshalb geben wir die Matrixelemente wieder in $n = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen an, wobei wir γ^5 im HVBM-Schema [70, 71] behandeln. Wir verzichten auf eine parallele Behandlung von γ^5 im CFH-Schema [69], gehen jedoch auf die auftretenden Unterschiede im Anhang E näher ein.

Für den Prozeß $\Delta q \bar{q}' \rightarrow W^\pm G$ erhalten wir

$$\begin{aligned} s \frac{d\Delta_L \sigma_{q\bar{q}}}{dudt}(\Delta q \bar{q}' \rightarrow W^\pm G) &= -s \frac{d\Delta_L \sigma_{q\bar{q}}}{dudt}(\Delta \bar{q} q' \rightarrow W^\pm G) \\ &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \left\{ (1+\epsilon) \left(\frac{u}{t} + \frac{t}{u} \right) + \frac{2Q^2 s}{ut} - 2\epsilon \left(\frac{u}{t} - \frac{t}{u} \right) - 2\epsilon \right\} \\ &\quad \times \delta(s+t+u-Q^2). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Die Subquerschnitte für die Prozesse $\Delta G q, \Delta q G \rightarrow W^\pm q'$ lauten

$$\begin{aligned} s \frac{d\Delta_L \sigma_{Gq}}{dudt}(\Delta G q \rightarrow W^\pm q') &= -s \frac{d\Delta_L \sigma_{Gq}}{dudt}(\Delta G \bar{q} \rightarrow W^\pm q') \\ &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} T_R \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \left\{ -\frac{u}{s} + \frac{s}{u} + 2(1+\epsilon) \left(\frac{t}{u} - \frac{t}{s} \right) \right\} \\ &\quad \times \delta(s+t+u-Q^2), \end{aligned} \quad (5.7)$$

$$\begin{aligned} s \frac{d\Delta_L \sigma_{qG}}{dudt}(\Delta q G \rightarrow W^\pm q') &= -s \frac{d\Delta_L \sigma_{qG}}{dudt}(\Delta \bar{q} G \rightarrow W^\pm q') \\ &= -N \frac{\alpha_s}{2\pi} T_R \left(\frac{4\pi\mu^2}{q_T^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \frac{S}{s} \left\{ -(1+\epsilon) \frac{t}{s} - (1-\epsilon) \frac{s}{t} - \frac{2Q^2 u}{ts} - 2\epsilon \frac{u}{s} \right\} \\ &\quad \times \delta(s+t+u-Q^2). \end{aligned} \quad (5.8)$$

In (5.6-5.8) wurde die Integration über \hat{q}^2 aus (A.20) schon ausgeführt. Die Normierung N der Subquerschnitte ist

$$N = \frac{\pi^2 \alpha_{e.m.}}{3S \sin^2 \theta_W}. \quad (5.9)$$

Betrachten wir (5.7), so ist der Ausdruck bis auf Terme $\sim \epsilon$ und die andere Normierung nach Vertauschung von $u \leftrightarrow t$ identisch mit dem negativen polarisierten DY-Resultat (3.32). Dies ist intuitiv klar, da nur linkshändige (rechtshändige) Quarks (Antiquarks) an das W^\pm koppeln und daher der "Anfangszustand" $\Delta G_q = \Delta G_{q^-}$ gerade das umgekehrte Vorzeichen wie $\Delta G_{\Delta q} = -\Delta G_{q^-}$ liefert. Auf die gleiche Weise überlegt man sich, daß (5.8) (wieder bis auf ϵ -Terme und die Normierung) das negative, unpolarisierte DY-Resultat [75, 67] reproduziert und daß die Subquerschnitte (5.6-5.8) für Quarks und Antiquarks unterschiedliche Vorzeichen haben³.

Mit (5.2, 5.6-5.8) und $\epsilon = 0$ läßt sich nun der perturbative Wirkungsquerschnitt angeben:

$$\frac{d\Delta_{L\sigma}^{pert}}{dydq_T^2} = \frac{N \alpha_s(M^2)}{S} \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{x_1^-}{1-x_2^+}}^1 \frac{dx_1}{x_1 x_2^+ x_1 - x_1^+} \left\{ h_{\Delta q}(s, t, u) \Delta_L H(x_1, x_2^+, M^2) \right. \\ \left. + h_{\Delta G_q}(s, t, u) \Delta_L K_2(x_1, x_2^+, M^2) + h_{\Delta qG}(s, t, u) \Delta_L K_1(x_1, x_2^+, M^2) \right\} \quad (5.10)$$

mit

$$h_{\Delta q}(s, t, u) = C_F \left\{ \frac{u}{t} + \frac{t}{u} + \frac{2Q^2 s}{ut} \right\}, \\ h_{\Delta G_q}(s, t, u) = T_R \left\{ -\frac{u}{s} + \frac{s}{u} + 2\frac{t}{u} - 2\frac{t}{s} \right\}, \\ h_{\Delta qG}(s, t, u) = T_R \left\{ -\frac{t}{s} - \frac{s}{t} - 2\frac{Q^2 u}{ts} \right\},$$

und den Partonverteilungen

$$\Delta_L H(x_1, x_2, M^2) = \sum_{q, q'} |V_{qq'}|^2 [\Delta \hat{q}^{H_1}(x_1, M^2) \hat{q}^{H_2}(x_2, M^2) - \Delta q^{H_1}(x_1, M^2) \hat{q}^{H_2}(x_2, M^2)], \\ \Delta_L K_1(x_1, x_2, M^2) = \sum_{q, q'} |V_{qq'}|^2 [\Delta \hat{q}^{H_1}(x_1, M^2) - \Delta q^{H_1}(x_1, M^2)] G^{H_2}(x_2, M^2), \quad (5.11) \\ \Delta_L K_2(x_1, x_2, M^2) = \sum_{q, q'} |V_{qq'}|^2 \Delta G^{H_1}(x_1, M^2) [\hat{q}^{H_2}(x_2, M^2) - q^{H_2}(x_2, M^2)].$$

Dabei ist M^2 eine nicht näher bestimmte Massenskala. Die Definitionen der Mandelstamvariablen und anderer Größen in (5.10) lassen sich der Tabelle 3.1 in Kapitel 3 entnehmen. Gl. (5.10) ist identisch mit den entsprechenden Ausdrücken in [16, 92].

Als nächsten Teil von (5.5) bestimmen wir den asymptotischen Wirkungsquerschnitt. Die Herleitung ist im Anhang E angegeben. Mit (E.2, E.3) finden wir

$$\frac{d\Delta_{L\sigma}^{asym}}{dydq_T^2} = N \frac{\alpha_s(M^2)}{2\pi} \frac{1}{q_T^2} \left\{ C_F \left(2 \ln \frac{Q^2}{q_T^2} - 3 \right) \Delta_L H(x_1^0, x_2^0, M^2) \right.$$

³Diese Analogien gelten nicht für die vollen n -dimensionalen Matrixelemente, da im HVBM-Schema die reinen (links-rechts-händigen Kopplungen von Quarks (Antiquarks) an die W^\pm durch das nicht vollständig antikommutierende γ^5 zerstört werden.

$$+ \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta_L H(x_1^0/z, x_2^0, M^2) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z, M^2) \quad (5.12) \\ - \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qG}(z) \Delta_L K_2(x_1^0/z, x_2^0, M^2) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} P_{qG}(z) \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/z, M^2) \left. \right\},$$

wobei die unpolarisierten Splittingfunktion durch

$$P_{qq}(z) = C_F \left(\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right), \\ P_{qG}(z) = T_R (z^2 + (1-z)^2)$$

gegeben sind.

Als letzter Bestandteil von (5.5) fehlt noch der resummierte Wirkungsquerschnitt. Wir folgen [65, 66, 79, 64] und machen den Ansatz

$$\frac{d\Delta_{L\sigma}^{resum}}{dydq_T^2} = N \int \frac{d^2 \vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{b} \cdot \vec{q}_T} \sum_{i,j} e_{i,j}^2 W^{ij}(b)$$

mit

$$W^{ij}(b) = \exp \left\{ - \int_{C_1^2/b^2}^{C_2^2 Q^2} \frac{dq^2}{q^2} \left[\ln \frac{C_2^2 Q^2}{q^2} A(\alpha_s(q)) + B(\alpha_s(q)) \right] \right\} \\ \times \sum_f [\Delta C_{i-f}(\alpha_s(C_3/b)) \circ \Delta f^{H_1}](x_1^0, C_3/b) \\ \times \sum_{f'} [C_{i-f'}(\alpha_s(C_3/b)) \circ f'^{H_2}](x_2^0, C_3/b). \quad (5.13)$$

Hier sind $\Delta f, f'$ die polarisierten und unpolarisierten Partonverteilungen im Hadron H_1, H_2 und $(f \circ g)(x) = \int_x^1 dz/z f(x/z)g(z)$ bezeichnet die übliche Faltung. Die Kopplungen $e_{i,j}^2$ in (5.13) sind die der Quarks und Antiquarks an die W^\pm -Bosonen. Es gilt: $e_{ij}^2 = e_{ji}^2$, $e_{q\bar{q}}^2 = |V_{qq'}|^2$. $A(\alpha_s)$ und $B(\alpha_s)$ haben dieselbe α_s -Entwicklung wie in (3.42) und die der übrigen Koeffizienten lautet

$$C_{i-f}(x, \alpha_s) = C_{i-f}^{(0)} \delta(1-x) + \sum_{n=1}^{\infty} C_{i-f}^{(n)}(x) \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n, \\ \Delta C_{i-f}(x, \alpha_s) = \Delta C_{i-f}^{(0)} \delta(1-x) + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta C_{i-f}^{(n)}(x) \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^n. \quad (5.14)$$

Es gibt nun eine einfache Möglichkeit, die Koeffizienten $A^{(1)}, B^{(1)}$ und die Funktionen $(\Delta)C_{i-f}^{(0,1)}(z)$ in (5.13) gleichzeitig zu erhalten [79, 80]. Dazu integrieren wir (5.13) über q_T^2 bis zu einer oberen Grenze $p_T^2 \ll Q^2$ und entwickeln den resultierenden Ausdruck bis $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Ein Vergleich mit dem entsprechend integrierten und entwickelten Querschnitt

(5.2) liefert dann die folgenden Koeffizienten:

$$\begin{aligned}
 A^{(1)} &= 2C_F, \quad B^{(1)} = -C_F \left(3 + 4 \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right), \\
 C_{i-q}^{(0)} &= -\Delta C_{i-q}^{(0)} = \delta_{iq}, \quad C_{i-\bar{q}}^{(0)} = \Delta C_{i-\bar{q}}^{(0)} = \delta_{i\bar{q}}, \\
 C_{q-q}^{(1)}(x) &= -\Delta C_{q-q}^{(1)}(x) = C_{q-\bar{q}}^{(1)}(x) = \Delta C_{q-\bar{q}}^{(1)}(x) \\
 &= C_F \left[(1-x) + \delta(1-x) \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 - 2 \ln^2 \frac{C_2 b_0}{C_1} - 3 \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) \right] - 2 \ln \frac{C_3}{b_0} P_{qq}(x), \\
 C_{q-G}^{(1)}(x) &= C_{\bar{q}-G}^{(1)}(x) = T_R - 2 \ln \frac{C_3}{b_0} P_{qG}(x), \\
 \Delta C_{q-G}^{(1)}(x) &= -\Delta C_{\bar{q}-G}^{(1)}(x) = 2 \ln \frac{C_3}{b_0} \Delta P_{qG}(x). \tag{5.15}
 \end{aligned}$$

Alle weiteren Koeffizientenfunktionen $C_{q-\bar{q}}^{(1)}$, $\Delta C_{q-\bar{q}}^{(1)}$ etc. sind Null in dieser Ordnung.

Die Koeffizientenfunktionen in (5.15) sind für unpolarisierte Partonverteilungen angegeben, die im \overline{MS} -Schema und für polarisierte, die gemäß (3.24, 3.29) faktorisiert wurden. Ein Schemawechsel läßt sich leicht mit den im Anhang E angegebenen Ausdrücken vornehmen. Dort sind auch die Details zur Herleitung von (5.15) beschrieben.

Damit sind alle Bestandteile von (5.5) bekannt, und wir werden im folgenden Abschnitt einige phänomenologische Aspekte der *single-spin* W^\pm -Produktion untersuchen.

5.3 Phänomenologische Aspekte

In diesem Abschnitt wollen wir die Möglichkeiten untersuchen, die die *single-spin* Produktion von W^\pm bietet, um zwischen verschiedenen Spinszenarien zu unterscheiden. Zu diesem Zweck werden wir für die folgende Analyse, wie schon in Kapitel 3 ein Szenario mit einem großen, negativ polarisierten See (GRV, [38]) und eins mit einer großen Gluonpolarisation verwenden (AS, [10]).

Betrachten wir die zugrunde liegende physikalische Situation zunächst noch einmal global, so haben wir einen "unsymmetrischen" Anfangszustand: ein Strahl longitudinal polarisierter Hadronen H_1 wechselwirkt mit einem Strahl unpolarisierter Hadronen H_2 und produziert dabei ein W^\pm . Es hat sich in der Vergangenheit gezeigt, daß es bei einer unsymmetrischen Konstellation günstig ist, die Wirkungsquerschnitte differentiell in der Rapidität y (oder alternativ in Feynman- x_F) zu betrachten. In verschiedenen y - oder x_F -Bereichen lassen sich dann die Partonverteilungen der Hadronen H_1 , H_2 bei verschiedenen Borken- x testen, so daß man z.B. den Einfluß von See- oder Gluonverteilungen des Hadrons H_1 auf den Querschnitt in einem y -Bereich reduzieren kann. In [30]

wurde diskutiert, wie man zumindest prinzipiell einen Zugang zur Gluonverteilung im Photon durch Dimyonproduktion in hochenergetischer $e p$ -Streuung erhalten kann, wenn man Myonpaare betrachtet, die vorwiegend in Protonrichtung (d.h. bei negativen Werten von y oder x_F) auslaufen⁴. Wir wollen daher im folgenden für die beiden Spinszenarien die Rapiditätsabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes (5.5) bei festen Werten von q_T untersuchen. Wir betrachten die Gesamtproduktion, $W^+ + W^-$ in pp -Streuung bei einer hadronischen Schwerpunktsenergie von $\sqrt{S} = 500$ GeV, wie sie in Zukunft bei RHIC realisiert werden könnte [32, 16].

Im resummierten Querschnitt (5.13), der mit den Koeffizienten (5.15) korrekt in DLA ist, fügen wir wieder zusätzlich den TLA-Koeffizienten $A^{(2)}$ aus (3.46) ein, der in [79, 80] aus dem unpolarisierten DY-Wirkungsquerschnitt [62] bestimmt wurde. Die Übernahme von $A^{(2)}$ in unser DLA-Resultat (5.13) läßt sich analog zur Diskussion in Abschnitt 3.3.1 rechtfertigen.

Die polarisierten Partonverteilungen evolvieren wir in führender Ordnung und verwenden für die unpolarisierten zunächst Set 1 aus [93]⁵.

Im resummierten Querschnitt machen wir wieder die Ersetzung (3.51) und behandeln die inverse Fouriertransformation wie in Kapitel 3.5.1.

Es stellt sich zunächst die Frage, bei welchen Werten von q_T eine Untersuchung der Rapiditätsverteilung von (5.5) sinnvoll ist. Da die Ereignisraten möglichst groß sein sollen, wäre es naheliegend, zu kleinen q_T ($q_T \simeq 2$ GeV) zu gehen. Wir wissen jedoch aus Kapitel 3, 4, daß gerade dieser q_T -Bereich durch nicht-perturbative Effekte beeinflusst wird, die zu Unsicherheiten in der Berechnung des Querschnittes führen. Um ein Gefühl für den Einfluß dieser Effekte zu bekommen, folgen wir [66, 79, 64] und führen wie in (4.14) eine *smearing*-Funktion $S_{np}(b)$ ein, d.h. wir machen in (5.13) die Ersetzung:

$$\int \frac{d^2 \vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{b} \cdot \vec{q}_T} W^{ij}(b) \rightarrow \int \frac{d^2 \vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{b} \cdot \vec{q}_T} W^{ij}(b_*) e^{-S_{np}(b)} \tag{5.16}$$

mit b_* aus (3.51). Für den Fall der W^\pm -Produktion hat $S_{np}(b)$ die Gestalt [79, 64]

$$S_{np}(b) = (1.36 \text{ GeV}^2) b^2. \tag{5.17}$$

In Fig. 5.1 zeigen wir $d\Delta_L \sigma^{match} / dy dq_T$ für $y = 0$ und das Spinszenario aus [38]. Betrachten wir zunächst die beiden resummierten Ergebnisse, so sehen wir eine starke Abhängigkeit von nicht-perturbativen Effekten vor allem im Bereich $q_T \lesssim 2$ GeV. Gehen wir zu größeren q_T , so nimmt ihr Einfluß erwartungsgemäß ab und ist bei $q_T \simeq 10$ GeV nur noch

⁴Ähnliche Analysen wurden in [92] im Zusammenhang mit der Bestimmung einer polarisierten Gluonverteilung im Photon durch die Produktion von direkten Photonen und W^\pm -Bosonen gemacht.

⁵Die polarisierten Partonverteilungen aus [10, 38] erfüllen die notwendigen Bedingungen $|\Delta q^i(x, Q^2)| \leq q^i(x, Q^2)$, $|\Delta G(x, Q^2)| \leq G(x, Q^2)$ für Set 1 der unpolarisierten Partonverteilungen aus [93].

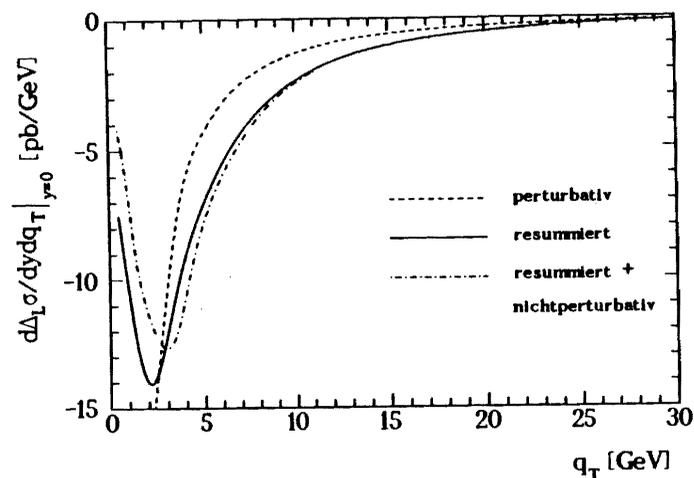


Abbildung 5.1: $d\Delta_L\sigma/dy dq_T$ für $W^+ + W^-$ -Produktion bei $y = 0$, $\sqrt{S} = 500$ GeV. Polarisierte Partonverteilungen: GRV [38], unpolarisierte Verteilungen: Set 1 aus [93]. Resummiertes Querschnitt (durchgezogen) nach (5.5), $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativer Querschnitt (gestrichelt) nach (5.10), nicht-perturbative Beiträge (strichpunktiert) nach (5.5, 5.16, 5.17).

$\simeq 2\%$.⁶ Hier ist der Wirkungsquerschnitt im Verhältnis zu seinem Maximum bei $q_T \simeq 2$ GeV jedoch um einen Faktor 5 abgefallen. Zum Vergleich ist auch der $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbative Querschnitt gezeigt. Im mittleren q_T -Bereich, $5 \lesssim q_T \lesssim 20$ GeV, liegt er unterhalb von $\Delta_L\sigma^{match}$ aus (5.5). Dies ist gerade der Bereich, in dem das durch *matching* gewonnene Resultat eine genauere Beschreibung des Querschnitts liefert als das perturbative. Nach den Kriterien aus Kapitel 3.4 versagt das *matching* bei $q_T \simeq 22$ GeV und man sollte zur perturbativen Beschreibung übergehen. Der Unterschied beider an dieser Stelle, der wieder als Maß für die Unsicherheit durch Korrekturen höherer Ordnung in α_s dienen kann, ist $\simeq 30\%$

Aus den Betrachtungen der Unsicherheiten durch nicht-perturbative Effekte wählen wir für die folgende Analyse der Rapiditätsverteilungen von (5.5) zwei verschiedene q_T -Werte.

Für $q_T = 4$ GeV ist der Wirkungsquerschnitt noch hinreichend groß und der Einfluß nicht-perturbativer Effekte ist im Vergleich zum Maximum bei $q_T \simeq 2$ GeV reduziert.

Für $q_T = 10$ GeV ist der Wirkungsquerschnitt mit (5.5) zuverlässig berechenbar, jedoch ist die zu erwartende Ereignisrate nur moderat.

⁶Dieses Verhalten stimmt qualitativ mit dem in [64] für die unpolarisierte W^\pm -Produktion gefundenen überein.

In den Figuren 5.2, 5.3 zeigen wir $d\Delta\sigma/dy dq_T$ für die beiden Spinszenarien bei $q_T = 4, 10$ GeV. Bei negativen y zeigen die entsprechenden Wirkungsquerschnitte ein völlig unterschiedliches Verhalten, während sie für positive y nahezu identisch sind. Um das zu verstehen, betrachten wir die Kombination der Quarkverteilungen, die in $\Delta_L H(x_1, x_2)$ aus (5.11) eingehen.

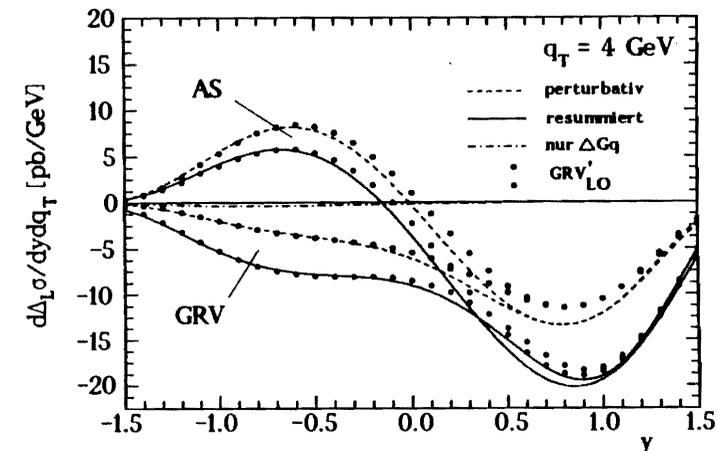


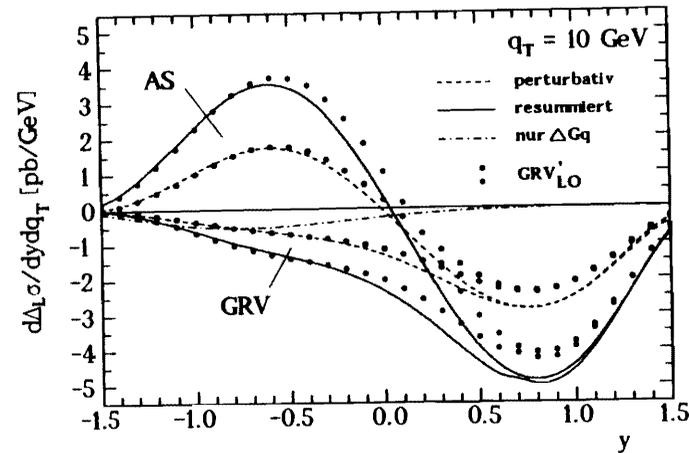
Abbildung 5.2: $d\Delta_L\sigma/dy dq_T$ für $W^+ + W^-$ -Produktion bei $q_T = 4$ GeV, $\sqrt{S} = 500$ GeV mit den polarisierten Partonverteilungen aus [10] (AS), [38] (GRV) und den unpolarisierten Partonverteilungen aus [93]: resummiert (durchgezogen) nach (5.5), $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativ (gestrichelt) nach (5.10), resummiertes ΔGq -Beitrag (AS) (strichpunktiert). Dieselben polarisierten Verteilungen, aber die unpolarisierten LO-Verteilungen aus [87] (GRV_{LO}: perturbativ (o), resummiert (•)).

Aus den Integrationsgrenzen für x_1 in (5.10, 5.12) sieht man, daß für große y nur große Werte von x_1 in den Querschnitt eingehen und x_2 entsprechend kleine Werte annehmen kann. Somit hat $\Delta_L H(x_1, x_2)$ qualitativ folgendes Verhalten:

$$y \text{ klein } (< 0) : \Delta_L H(x_1, x_2) \sim \Delta \bar{q}^P(x_1) q_v^P(x_2) \quad (5.18)$$

$$y \text{ gross } (> 0) : \Delta_L H(x_1, x_2) \sim \Delta q_v^P(x_1) \bar{q}^P(x_2) \quad (5.19)$$

Damit wird die generelle Form der Querschnitte in den Figuren 5.2, 5.3 klar: Für kleine y , z.B. $y = 1$, wird der Querschnitt nach (5.18) durch die Annihilation eines polarisierten Seequarks $\Delta \bar{q}^P(x_1 \gtrsim 0.05)$ mit einem unpolarisierten Valenzquark $q_v^P(x_2 \gtrsim 0.7)$ bestimmt. Für den großen, negativ polarisierten See aus [38] wird der Querschnitt daher negativ,

Abbildung 5.3: Dasselbe wie in Fig. 5.2, jedoch für $q_T = 10$ GeV.

wohingegen das große polarisierte Gluon aus [10] radiativ einen *positiv* polarisierten See im relevanten x -Bereich $x \gtrsim 0.03$ generiert, der zu einem positiven Wirkungsquerschnitt führt⁷.

Auf der anderen Seite wird für große y , $y > 0$, nach (5.19) der Querschnitt im wesentlichen durch die polarisierten Valenzverteilungen dominiert, die für beide Sätze von Partonverteilungen, AS und GRV, sehr ähnlich sind.

Bei den obigen Betrachtungen haben wir stillschweigend vorausgesetzt, daß die Wirkungsquerschnitte durch die Annihilationsbeiträge in $\Delta_L H(x_1, x_2)$ dominiert werden. Diese Annahme ist jedoch gerechtfertigt: für $-1 \lesssim y \lesssim 0$ ist der Compton-Beitrag zu (5.5) durch das große AS-Gluon klein (strichpunktierte Linie in den Figuren 5.2, 5.3). Im Bereich $0 \lesssim y \lesssim 1$ ist der Compton-Beitrag durch das unpolarisierte Gluon ungefähr 20% des Gesamtquerschnitts und verstärkt den beschriebenen Effekt noch.

Wählen wir anstatt der unpolarisierten Verteilungen aus [93] die LO-Verteilungen aus [87] (GRV'_{LO}), so erhalten wir die Ergebnisse, die in den Figuren 5.2, 5.3 durch Symbole angedeutet sind. Für negative y sind die Resultate praktisch identisch, da nach (5.18) der Querschnitt durch die unpolarisierten Valenzverteilungen bestimmt wird. Für $y > 0$

⁷Derselbe Effekt war schon in der numerischen Analyse in Kapitel 3.5 für die unterschiedlichen Vorzeichen der DY-Querschnitte der beiden Szenarien verantwortlich.

sind die GRV'_{LO} -Resultate betragsmäßig kleiner. Das ist verständlich, da nach (5.19) der Querschnitt von unpolarisierten Seeverteilungen abhängig ist, die im relevanten x_2 -Bereich von $x_2 \gtrsim 0.03$ bei den Verteilungen aus [93] größer sind als bei GRV'_{LO} . Zusätzlich ist der Beitrag unpolarisierter Gluonen zum Wirkungsquerschnitt etwa 20%, was mit der harten Gluonverteilung aus [93] zu einer weiteren Ausprägung des negativen Gesamtquerschnitts führt.

Die Figuren 5.4, 5.5 schließlich zeigen die Asymmetrien $(d\Delta_L\sigma)/(d\sigma)$. Sie sind im interessanten Bereich $-1 \lesssim y \lesssim -0.5$ von der Größenordnung 8 – 20%, sodaß man hinreichend hohe Ereignisraten erwarten kann, wenn man mit unpolarisierten Daten zur W^\pm -Produktion vergleicht [94].

5.4 Zusammenfassung

Wir haben in diesem Kapitel den Resummationsformalismus aus [66, 66, 64] auf den Fall der *single-spin* Produktion von W^\pm in hadronischen Kollisionen angewendet. Damit haben wir eine Ausdruck für den Wirkungsquerschnitt hergeleitet, der in den Bereichen $q_T^2 \ll Q^2$ und $q_T^2 \approx Q^2$ gültig ist (5.5).

Die numerische Analyse des *single-spin* Wirkungsquerschnitts $d\Delta_L\sigma/dy dq_T$ für die Produktion von W^\pm -Bosonen hat gezeigt, daß es möglich sein sollte in künftigen polarisierten Hadronkollidern wie RHIC zwischen verschiedenen Spinszenarien zu unterscheiden.

Wir haben gesehen, daß es sinnvoll ist, dazu den Wirkungsquerschnitt als Funktion der Rapidität y bei festem $q_T \simeq 4 - 10$ GeV zu studieren. Im Bereich negativer y , $-1 \lesssim y \lesssim -0.5$ ist schon eine Messung des Vorzeichens von $d\Delta_L\sigma/dy dq_T$ signifikant für die Existenz (oder Abwesenheit) einer großen Gluonpolarisation im Proton. Darüber hinaus ist dieser Rapiditätsbereich nicht zu Unsicherheiten sensitiv, die bei unpolarisierten Partonverteilungen bestehen.

Trotz der eingangs und in Kapitel 3 näher diskutierten theoretischen Unsicherheiten (eine konsistente NLO-Entwicklung der polarisierten Partonverteilungen ist derzeit nicht möglich), sollten die Ergebnisse zumindest die generellen Eigenschaften des Wirkungsquerschnittes für verschiedene Spinszenarien wiedergeben. Unsere Ergebnisse könnten schon in näherer Zukunft an polarisierten Hadronkollidern wie RHIC überprüft werden.

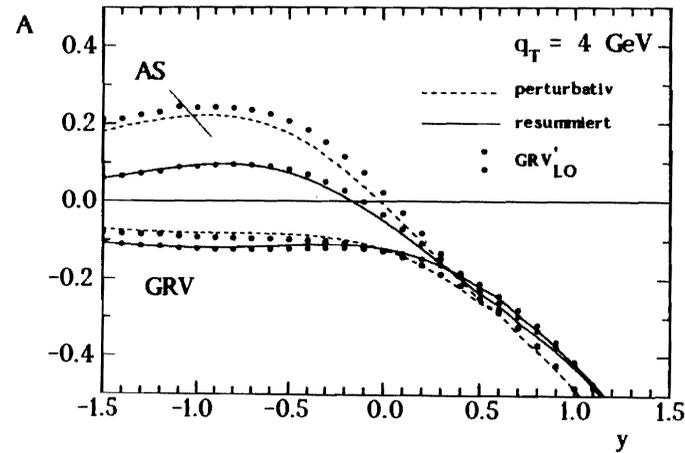


Abbildung 5.4: Die Asymmetrie $(d\Delta_L\sigma)/(d\sigma)$ mit denselben Parametern wie in Fig. 5.2. Der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt $d\sigma/dy dq_T$ wurde [64] entnommen.

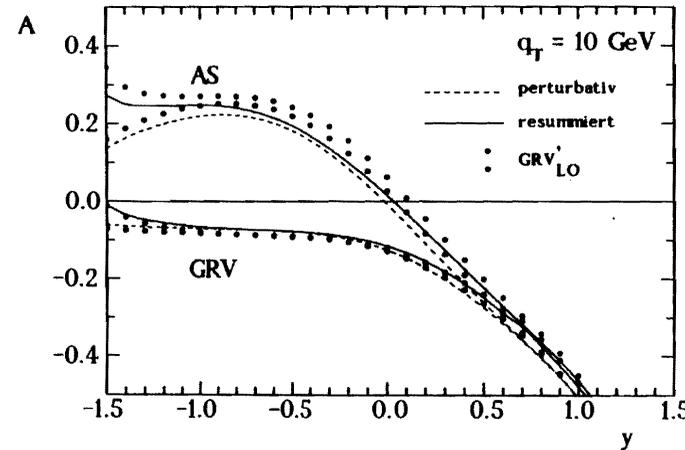


Abbildung 5.5: Dasselbe wie in Fig. 5.4, jedoch für $q_T = 10$ GeV.

Kapitel 6

Polarisierte inklusive π^0 – Produktion und eine große Gluonpolarisation

6.1 Einleitung und Motivation

In diesem abschließenden Kapitel wollen wir auf die Implikationen eines Experimentes eingehen, das kürzlich an Fermilab durchgeführt wurde, und zwar die inklusive π^0 -Produktion in pp ($p\bar{p}$) Kollisionen. Ausgehend von einem Vorschlag von Ramsey und Sivers [34] hat die E581/704- Kollaboration die *two-spin* Asymmetrien $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ und $A_{LL}^{\pi^0}(p\bar{p})$ für die Kollision zweier longitudinal polarisierter Proton- (Anti)Proton- Strahlen bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 20$ GeV im Intervall $1 \lesssim p_T \lesssim 3.5$ GeV gemessen [33], wobei p_T der Transversalimpuls des π^0 relativ zur Strahlachse ist. Aus dem Vergleich der gemessenen Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ mit den theoretischen Vorhersagen in [34] für verschiedene Spinszenarien schließen die Autoren in [33], daß eine große Gluonpolarisation im Proton ausgeschlossen ist. Darüber hinaus schließen sie, daß Spinszenarien mit einer verschwindenden oder kleinen Gluonpolarisation mit den Daten verträglich sind, aufgrund der großen statistischen Fehler jedoch nicht unterschieden werden können.

Wir wollen in diesem Kapitel die Analyse aus [34] wiederholen, hauptsächlich aus zwei Gründen:

Zum einen ist für eine hadronische Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 20$ GeV und in dem experimentell untersuchten p_T -Bereich die Björken- x Region, in der die polarisierten Partonverteilungen getestet werden, auf $x \gtrsim 0.1$ beschränkt. Es hat sich in der Vergangenheit gezeigt, daß es viele verschiedene Szenarien mit einer großen Gluonpolarisation gibt [10, 12, 97, 34], die das überraschende EMC-Resultat [1] erklären können. Alle haben die gemeinsame Eigenschaft, daß der Absolutwert ihres x -Integrals über den von EMC gemessenen Bereich ($0.01 \lesssim x \lesssim 1$)[1] groß ist, $\langle \Delta G(x, Q_0^2) \rangle_{0.01} \equiv \int_{0.01}^1 dx \Delta G(x, Q_0^2) \simeq 3 - 5$

bei $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$,¹ jedoch zeigen diese "großen" Gluonszenarien ein völlig unterschiedliches Verhalten im Bereich $0.1 \lesssim x \lesssim 1$. Es erscheint daher sinnvoll, die Analyse in [34] mit verschiedenen "großen" Gluonszenarien zu wiederholen, um zu sehen, welche von ihnen tatsächlich von den Daten zur π^0 -Produktion ausgeschlossen sind.

Zum anderen stellt sich die Frage, wie zuverlässig die Vorhersagen für $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ im Bereich $1 \lesssim p_T \lesssim 3.5 \text{ GeV}$ sind. Es ist bekannt, daß frühere Untersuchungen der π -Produktion in unpolarisierter pp -Streuung, die nur auf störungstheoretischen QCD-Rechnungen aufbauten [95], nicht in Übereinstimmung mit den Daten im Bereich $p_T \lesssim 2 \text{ GeV}$ waren [99]. Berücksichtigt man jedoch Effekte intrinsischer transversaler Impulse k_T bei den einlaufenden Partonen und dem π -Fragmentationsprozeß, so läßt sich Übereinstimmung mit den Daten erzielen, falls $\langle k_T \rangle \sim 1 \text{ GeV}$ ist [100, 101]. Deshalb sollte man auch bei Vorhersagen für $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ Effekte durch intrinsische transversale Impulse berücksichtigen, obwohl dies etwas altmodisch erscheint, da es sich im unpolarisierten Fall gezeigt hat, daß die Hinzunahme von QCD-Korrekturen höherer Ordnung, die in [102, 103] berechnet wurden, eine bessere Übereinstimmung mit den Daten liefert und die benötigte Größenordnung (k_T) intrinsischer Transversalimpulse reduziert [104]. Solange jedoch die Korrekturen höherer Ordnung zur polarisierten π -Produktionen unbekannt sind, ist eine konsistente Analyse von $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ in höherer Ordnung nicht möglich, und es erscheint vernünftig, wieder ein intrinsisches k_T als phänomenologisches Hilfsmittel einzuführen, so daß bekannte unpolarisierte Daten reproduziert werden.

Im folgenden werden wir diese Punkte detailliert diskutieren. Abschnitt 6.2 enthält die grundlegenden Formeln der polarisierten und unpolarisierten Wirkungsquerschnitte, und wir werden erläutern, wie ein intrinsisches k_T der wechselwirkenden Partonen zu implementieren ist. In Abschnitt 6.3 spezifizieren wir die Wahl unserer Parameter und Partonverteilungen und analysieren sorgfältig die Abhängigkeit von $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ von den verschiedenen Gluonverteilungen [10, 12, 97, 34] und von einem intrinsischen k_T . In Abschnitt 6.4 fassen wir die Ergebnisse zusammen.

Der Inhalt dieses Kapitels ist in [96] veröffentlicht.

6.2 Grundlegende Formeln

In diesem Abschnitt spezifizieren wir unsere Notation und geben die notwendigen Ausdrücke der Wirkungsquerschnitte für unsere spätere numerische Analyse an.

Die *two-spin* Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(HH')$ für inklusive π^0 -Produktion durch zwei kollidie-

¹Dies erklärt im folgenden den Ausdruck "große Gluonpolarisation".

rende, (longitudinal) polarisierte Spin-1/2 - Hadronen H, H' ist durch:

$$A_{LL}^{\pi^0}(HH') \equiv \frac{Ed\Delta\sigma(HH' \rightarrow \pi^0 X)/d^3\vec{p}}{Ed\sigma(HH' \rightarrow \pi^0 X)/d^3\vec{p}}, \quad (6.1)$$

definiert, wobei

$$E \frac{d\Delta\sigma}{d^3\vec{p}}(HH' \rightarrow \pi^0 X) \equiv \frac{1}{2} \left[E \frac{d^3\sigma}{d^3\vec{p}}(H_+ H'_+ \rightarrow \pi^0 X) - E \frac{d^3\sigma}{d^3\vec{p}}(H_+ H'_- \rightarrow \pi^0 X) \right], \quad (6.2)$$

$$E \frac{d\sigma}{d^3\vec{p}}(HH' \rightarrow \pi^0 X) \equiv \frac{1}{2} \left[E \frac{d^3\sigma}{d^3\vec{p}}(H_+ H'_+ \rightarrow \pi^0 X) + E \frac{d^3\sigma}{d^3\vec{p}}(H_+ H'_- \rightarrow \pi^0 X) \right] \quad (6.3)$$

der polarisierte und unpolarisierte Wirkungsquerschnitt für die Produktion eines π^0 mit Energie E und Impuls \vec{p} sind. $H_+(H_-)$ zeigt an, daß der Spin des Hadrons H parallel (antiparallel) zu seinem Impuls ist.

Im (QCD-korrigierten) Partonmodell sind die Wirkungsquerschnitte durch

$$E \frac{d^3\Delta\sigma}{d^3\vec{p}} = \frac{1}{\pi} \sum_{ab \rightarrow cd} \int_{\xi_1}^1 dx_1 \int_{\xi_2}^1 dx_2 \Delta f_a^H(x_1, Q^2) \Delta f_b^{H'}(x_2, Q^2) \times \frac{d\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \frac{1}{z} D_{\pi^0}^c(z, Q^2), \quad (6.4)$$

$$E \frac{d^3\sigma}{d^3\vec{p}} = \frac{1}{\pi} \sum_{ab \rightarrow cd} \int_{\xi_1}^1 dx_1 \int_{\xi_2}^1 dx_2 f_a^H(x_1, Q^2) f_b^{H'}(x_2, Q^2) \times \frac{d\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \frac{1}{z} D_{\pi^0}^c(z, Q^2). \quad (6.5)$$

gegeben. Die polarisierten Partonverteilungen $\Delta f_a^H(x, Q^2)$ für ein Parton des Typs a mit longitudinalem Impulsanteil x des Hadrons H sind wie in (3.8) definiert. $D_{\pi^0}^c(z, Q^2)$ ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung dafür, daß ein Parton des Typs c in ein π^0 mit Impulsanteil z des Partonimpulses fragmentiert, und Q^2 bezeichnet eine typische Skala des Prozesses.

Bezeichnen wir den Subprozeß-Wirkungsquerschnitt für zwei einlaufende Partonen a, b mit den Helizitäten λ, λ' durch

$$\frac{d\hat{\sigma}^{a(\lambda)b(\lambda') \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) = \frac{\pi}{\hat{s}^2} \alpha_s^2(Q^2) |M_{a(\lambda)b(\lambda') \rightarrow cd}^2(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u})|, \quad (6.6)$$

so sind die Wirkungsquerschnitte, die in (6.4, 6.5) eingehen, durch

$$\frac{d\Delta\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{d\hat{\sigma}^{a(+)b(+)-cd}}{d\hat{t}} - \frac{d\hat{\sigma}^{a(+)-b(-)-cd}}{d\hat{t}} \right],$$

$$\frac{d\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \equiv \frac{1}{2} \left[\frac{d\hat{\sigma}^{a(+)b(+)-cd}}{d\hat{t}} + \frac{d\hat{\sigma}^{a(+)-b(-)-cd}}{d\hat{t}} \right] \quad (6.7)$$

gegeben. Die (*color*-gemittelten) Helizitätsabhängigen Matrixelemente $|M_{a(\lambda)b(\lambda') \rightarrow cd}^2|$ in (6.6) für die verschiedenen beitragenden Subprozesse können Ref. [105] entnommen werden.

Führen wir nun den Transversalimpuls p_T des auslaufenden π^0 relativ zur Strahlachse und seine Rapidität $y = -\ln \tan(\theta/2)$ ein (θ ist der Winkel des auslaufenden π^0 im Schwerpunktsystem (c.m.s.) der einlaufenden Hadronen relativ zur Strahlachse), so lassen sich die Mandelstamvariablen \hat{s} , \hat{t} , \hat{u} und die unteren Integrationsgrenzen in (6.4) und (6.5) folgendermaßen ausdrücken:

$$\begin{aligned}\hat{s} &= x_1 x_2 s, \quad \hat{t} = -\frac{s x_1 x_T}{2z} e^{-y}, \quad \hat{u} = -\frac{s x_2 x_T}{2z} e^y, \\ z &= \frac{1}{2} x_T \left(\frac{e^y}{x_1} + \frac{e^{-y}}{x_2} \right), \\ \xi_1 &= \frac{x_T e^y}{2 - x_T e^{-y}}, \quad \xi_2 = \frac{x_1 x_T e^{-y}}{2x_1 - x_T e^y}.\end{aligned}\quad (6.8)$$

Dabei ist $x_T \equiv 2p_T/\sqrt{s}$.

Bislang haben wir einen möglichen transversalen Impuls \vec{k}_T^i , $i = a, b$ der einlaufenden Partonen relativ zum Impuls der Hadronen, oder ein \vec{k}_T^c des auslaufenden Pions relativ zu seinem "Mutter"-Parton unberücksichtigt gelassen. Es stellt nun aber kein Problem dar, (6.4, 6.5) so zu erweitern, das sie einem solchen k_T -smearing Rechnung tragen. Dazu folgen wir [100] und [101] und verallgemeinern (6.4) und (6.5) folgendermaßen:

$$\begin{aligned}E \frac{d^3 \Delta \sigma^{kr}}{d^3 \vec{p}} &= \frac{1}{\pi} \sum_{ab \rightarrow cd} \int d^2 \vec{k}_T^a \int d^2 \vec{k}_T^b \int d^2 \vec{k}_T^c \int dx_1 \int dx_2 \\ &\times \Delta \tilde{f}_a^H(x_1, \vec{k}_T^a, Q^2) \Delta \tilde{f}_b^H(x_2, \vec{k}_T^b, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \frac{1}{z} \tilde{D}_{\pi^0}^c(z, \vec{k}_T^c, Q^2),\end{aligned}\quad (6.9)$$

$$\begin{aligned}E \frac{d^3 \sigma^{kr}}{d^3 \vec{p}} &= \frac{1}{\pi} \sum_{ab \rightarrow cd} \int d^2 \vec{k}_T^a \int d^2 \vec{k}_T^b \int d^2 \vec{k}_T^c \int dx_1 \int dx_2 \\ &\times \tilde{f}_a^H(x_1, \vec{k}_T^a, Q^2) \tilde{f}_b^H(x_2, \vec{k}_T^b, Q^2) \frac{d\hat{\sigma}^{ab \rightarrow cd}}{d\hat{t}}(\hat{s}, \hat{t}, \hat{u}) \frac{1}{z} \tilde{D}_{\pi^0}^c(z, \vec{k}_T^c, Q^2).\end{aligned}\quad (6.10)$$

Die Partonverteilungen und Fragmentationsfunktionen in (6.9) und (6.10) haben nun eine zusätzliche k_T -Abhängigkeit erhalten, die wir jetzt näher spezifizieren. Dazu folgen wir in Notation und Methode Ref. [101]. Die einfachste Möglichkeit, eine k_T -Abhängigkeit in $\Delta \tilde{f}_i^H(x, \vec{k}_T^i, Q^2)$, $\tilde{f}_i^H(x, \vec{k}_T^i, Q^2)$ und $\tilde{D}_{\pi^0}^c(z, \vec{k}_T^c, Q^2)$ zu implementieren ist ein faktorisierte Ansatz der Form

$$\begin{aligned}\Delta \tilde{f}_i^H(x, \vec{k}_T^i, Q^2) &= \rho(\vec{k}_T^i) \Delta f_i^H(x, Q^2), \\ \tilde{f}_i^H(x, \vec{k}_T^i, Q^2) &= \rho(\vec{k}_T^i) f_i^H(x, Q^2), \\ \tilde{D}_{\pi^0}^c(z, \vec{k}_T^c, Q^2) &= \rho(\vec{k}_T^c) D_{\pi^0}^c(z, Q^2).\end{aligned}\quad (6.11)$$

Dabei ist die intrinsische Impulsverteilung $\rho(\vec{k}_T^i)$ auf eins normiert,

$$\int d^2 \vec{k}_T \rho(\vec{k}_T) = 1. \quad (6.12)$$

Da wir keine weitere Information haben, ist es naheliegend, dieselbe intrinsische Impulsverteilung $\rho(\vec{k}_T)$ sowohl für $\Delta \tilde{f}_i^H$ und $\tilde{D}_{\pi^0}^c$, als auch für \tilde{f}_i^H in (6.11) zu wählen. Die letzte Annahme ist plausibel, da ein intrinsischer Transversalimpuls eines Partons unabhängig von seiner Helizität sein sollte.

In den um die zusätzlichen \vec{k}_T^i -Integrationen erweiterten Gleichungen (6.9, 6.10) tauchen zwei Probleme auf.

Zum einen sind durch die unteren Grenzen der x_1, x_2 Integrationen nicht länger durch (6.8) gegeben, sondern sie sind komplizierte Funktionen der \vec{k}_T^i und können für große $|\vec{k}_T^i|$ sogar Null werden. Um die Singularitäten, die dadurch bei $\Delta f_i^H(x, Q^2)$, $f_i^H(x, Q^2)$ an der Stelle $x = 0$ in (6.9, 6.10) auftreten zu regularisieren, dämpfen wir diesen Bereich durch die Ersetzung [101]

$$\begin{aligned}\Delta f_i^H(x, Q^2) &\rightarrow \frac{x}{(x^2 + 4(\vec{k}_T^i)^2/s)^{1/2}} \Delta f_i^H(x, Q^2), \\ f_i^H(x, Q^2) &\rightarrow \frac{x}{(x^2 + 4(\vec{k}_T^i)^2/s)^{1/2}} f_i^H(x, Q^2).\end{aligned}\quad (6.13)$$

Zum anderen kann es vorkommen, daß die Mandelstamvariablen in (6.9), (6.10), die wir weiter unten angeben, klein werden können, was zu Divergenzen in den Matrixelementen aus [105] führen kann. Wir machen deshalb jedesmal dann, wenn \hat{s} , \hat{t} und \hat{u} im Nenner in $d\hat{\sigma}/d\hat{t}$ und $d\Delta\hat{\sigma}/d\hat{t}$ aus (6.7) auftreten, die Ersetzung [100, 101]

$$\hat{s} \rightarrow \hat{s} + M^2, \quad \hat{t} \rightarrow \hat{t} - M^2, \quad \hat{u} \rightarrow \hat{u} - M^2. \quad (6.14)$$

M^2 sollte von der Größenordnung 1 GeV² sein und wird im nächsten Abschnitt näher spezifiziert. Wir diskutieren dann auch den Einfluß von M^2 auf den Bereich kleiner p_T .

Um (6.9, 6.10) zu vervollständigen, müssen wir noch die auftretenden partonischen Mandelstamvariablen angeben. Dazu übernehmen wir die kompakte Notation aus [100, 101]. Wir betrachten den (masselosen) partonischen Subprozeß $ab \rightarrow cd$ im c.m.s. der einlaufenden Hadronen und definieren die relativen Winkel ihrer Transversalimpulse,

$$\epsilon_{ab} = \frac{\vec{k}_T^a \cdot \vec{k}_T^b}{k_T^a \cdot k_T^b}, \quad \epsilon_{ic} = \frac{\vec{k}_T^i \cdot \vec{p}_T^c}{k_T^i \cdot p_T^c} \quad (i = a, b) \quad (6.15)$$

und ihre Rapiditäten

$$\sinh y_a = \frac{x_1 \sqrt{s}}{2k_T^a}, \quad \sinh y_b = -\frac{x_2 \sqrt{s}}{2k_T^b}, \quad \sinh y_c = \frac{p_T^c}{p_T^c}. \quad (6.16)$$

\hat{s} , \hat{i} und \hat{u} sind dann durch

$$\begin{aligned}\hat{s} &= 2k_T^a k_T^b [\cosh(y_a - y_b) - \epsilon_{ab}], \\ \hat{i} &= -2k_T^a p_T^c [\cosh(y_a - y_c) - \epsilon_{ac}], \\ \hat{u} &= -2k_T^b p_T^c [\cosh(y_b - y_c) - \epsilon_{bc}],\end{aligned}\quad (6.17)$$

gegeben, wobei die Ersetzung in (6.14) gegebenenfalls berücksichtigt werden muß. Der Impuls \vec{p} des auslaufenden π^0 ist durch $\vec{p} = z\vec{p}_c + \vec{k}_T$ mit $\vec{p}_c \cdot \vec{k}_T = 0$ bestimmt. z läßt sich durch die Bedingung $\hat{s} + \hat{i} + \hat{u} = 0$ erhalten. Wählen wir nun eine explizite Darstellung für die Impulse der einlaufenden Hadronen und für \vec{p} , \vec{k}_T wie in [101], so lassen sich die Integrationen in (6.9, 6.10) als Integrationen über Winkel und Beträge der Impulse schreiben und mit Monte Carlo Techniken ausführen. Die noch fehlenden Grenzen der x_1, x_2 -Integrationen in (6.9, 6.10) sind implizit durch die Bedingung $0 \leq z \leq 1$ gegeben. Alle weiteren numerischen Details lassen sich Appendix A aus [101] entnehmen.

6.3 Numerische Resultate

Nachdem wir im letzten Abschnitt die grundlegenden Formeln angegeben haben, kommen wir nun zur Diskussion der *two-spin* Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(\vec{p}\vec{p})$.

Wir hatten schon in der Einleitung erwähnt, das die Daten aus [33] bei einer hadronischen c.m.s. Energie $\sqrt{s} = 20$ GeV nur den Bereich kleiner p_T , $1 \lesssim p_T \lesssim 3.5$ GeV der produzierten π^0 's abdecken. Betrachten wir (6.4, 6.5), so impliziert das, daß die polarisierten und unpolarisierten Partonverteilungen $\Delta f_i^H(x, Q^2)$, $f_i^H(x, Q^2)$ nur im Bereich großer x , $x \gtrsim 0.1$ getestet werden. Aus der Literatur ist bekannt, daß verschiedene Spinszenarien [10, 9, 38, 34, 98, 97, 106] für die x -abhängigen polarisierten Partonverteilungen die EMC-Daten [1] gut beschreiben. Darunter ist eine Klasse von Szenarien mit einer großen Gluonpolarisation $\Delta G(x, Q_0^2)$, deren *geschnittene* erste Momente $|\langle \Delta G(x, Q_0^2) \rangle_{0.01}| \simeq 3-5$ groß sind, die aber ein sehr unterschiedliches x -Verhalten haben können, vor allem im Bereich von $x \gtrsim 0.1$. Diese "großen" Gluonszenarien sind im Hinblick auf die Ergebnisse in [33] von besonderem Interesse, da diese Autoren sie durch die Daten zur π^0 -Produktion ausschließen. Das Ziel der folgenden Untersuchung ist es zu zeigen, daß diese allgemeine Aussage nicht gültig ist, sondern daß es sehr wohl große Gluonszenarien gibt, die mit den Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(\vec{p}\vec{p})$ verträglich sind.

Wir wollen zunächst verschiedene große Gluonverteilungen angeben, die die EMC-Daten aus [1] gut beschreiben. Alle sind in der Form $\Delta G(x, Q_0^2)/G(x, Q_0^2)$ bei $Q_0^2 = 4$ GeV² angegeben.

a) Ein Ansatz, der auf Kunszt [12] zurückgeht:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta G^a(x, Q_0^2)}{G(x, Q_0^2)} &= 22x(1-x)^{10}, \\ \langle \Delta G^a(x, Q_0^2) \rangle_{0.01} &= 2.89.\end{aligned}\quad (6.18)$$

b) Eine Gluonasymmetrie, wie sie von Ramsey und Sivers vorgeschlagen wurde [34]:

$$\begin{aligned}\frac{\Delta G^b(x, Q_0^2)}{G(x, Q_0^2)} &= \begin{cases} 12.5x, & x \leq 0.08 \\ 1, & x > 0.08, \end{cases} \\ \langle \Delta G^b(x, Q_0^2) \rangle_{0.01} &= 3.25.\end{aligned}\quad (6.19)$$

(Es sei bemerkt, daß die von uns oft benutzte Gluonverteilung von Altarelli und Stirling [10] ähnlich hart ist wie $\Delta G^b(x, Q_0^2)$ und daher zu einem qualitativ ähnlichen Resultat für $A_{LL}^{\pi^0}(\vec{p}\vec{p})$ weiter unten führt.)

c) Die polarisierten Gluonverteilungen von Glück, Reya und Vogelsang aus [97]:

$$\begin{aligned}\text{i)} \quad \frac{\Delta G^{c(+)}(x, Q_0^2)}{G(x, Q_0^2)} &= 12.2x^{0.6}(1-x)^{14}, \\ \langle \Delta G^{c(+)}(x, Q_0^2) \rangle_{0.01} &= 4.61.\end{aligned}\quad (6.20)$$

$$\begin{aligned}\text{ii)} \quad \frac{\Delta G^{c(-)}(x, Q_0^2)}{G(x, Q_0^2)} &= -13.2x^{0.7}(1-x)^{10}, \\ \langle \Delta G^{c(-)}(x, Q_0^2) \rangle_{0.01} &= -4.41.\end{aligned}\quad (6.21)$$

Für die unpolarisierte Gluonverteilung $G(x, Q_0^2)$ haben wir die aus [107] (KMRS(B₋)) für alle Modelle (a)-(c) gewählt. Man beachte an dieser Stelle, daß sowohl die unpolarisierte Gluonverteilung, als auch die Werte von Q_0^2 , die in den Originalmodellen (a), (c) ([12, 34]) verwendet wurden, von unserer Wahl abweichen. Wir werden jedoch weiter unten sehen, daß dies für unsere numerischen Resultate nicht relevant ist und die Schlußfolgerungen nicht beeinträchtigt. Der Grund dafür, daß wir eine einheitliche Gluonverteilung und Skala Q_0^2 gewählt haben, liegt in der Möglichkeit, so verschiedene polarisierte Gluonverteilungen leichter vergleichen zu können. Darüber hinaus erscheint es vernünftig, bei der Berechnung der Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(\vec{p}\vec{p})$ jeweils dieselbe unpolarisierte Gluonverteilung zu verwenden, um die Abhängigkeit von den verschiedenen polarisierten Gluonverteilungen besser studieren zu können.

In Fig. 6.1 zeigen wir $x\Delta G(x, Q_0^2)$ für die verschiedenen Szenarien (a)-(c). Wir sehen, daß die Verteilungen (a) und (c) im Vergleich zu der aus (b) klein im relevanten x -Bereich $x \gtrsim 0.1$ sind.

Für die folgende Auswertung verwenden wir neben den oben spezifizierten polarisierten und unpolarisierten Gluonverteilungen die unpolarisierten Quarkverteilungen von

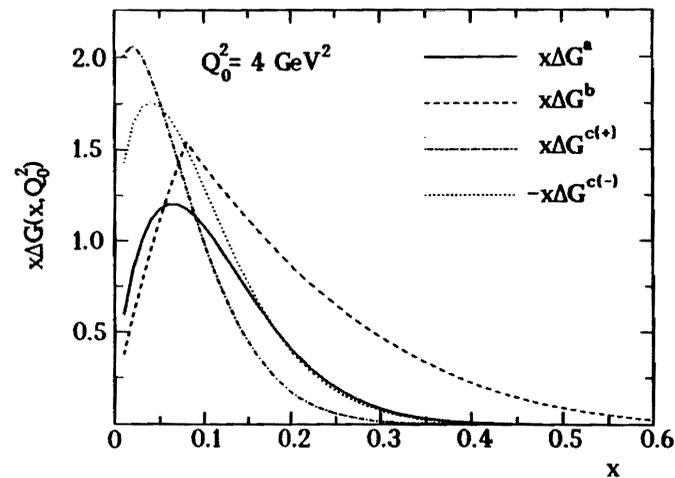


Abbildung 6.1: $x\Delta G(x, Q_0^2)$ für die verschiedenen großen Gluon Szenarien (a)-(c) nach (6.18-6.21) bei $Q_0^2 = 4 \text{ GeV}^2$.

KMRS(B₋) [107] und die Spin-abhängigen Valenzquarkverteilungen von Ross und Roberts [9], Set (b), wo eine verschwindende Seequarkpolarisation angenommen wird. Für spätere Vergleiche benutzen wir zusätzlich ein Szenario mit einem großen, negativ polarisierten See $\Delta\xi(x, Q_0^2)$ (Set (a) aus [9]) und einer verschwindenden Gluonpolarisation $\Delta G(x, Q_0^2)$. Alle verwendeten Szenarien liefern eine gute Beschreibung der EMC-Daten für $g_1^p(x, Q^2)$ [1].²

In Fig. 6.2 zeigen wir $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ bei $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$ und $y = 0$ für die verschiedenen Szenarien (a)-(c) und für das $\Delta G = 0$ -Szenario mit einem großen negativ polarisierten See. Für die Fragmentationsfunktionen $D_{\pi^0}^a(z, Q^2)$ in (6.4, 6.5) haben wir den Satz aus [108] zusammen mit $D_{\pi^0}^G(z, Q^2)$ aus [45] genommen. $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ ist jedoch praktisch unabhängig von dieser Wahl, was wir mit anderen Fragmentationsfunktionen überprüft haben [105, 45]. Außerdem haben wir die Abhängigkeit von $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ von der Skala Q^2 getestet, die in die Partonverteilungen und Fragmentationsfunktionen in (6.4, 6.5) eingeht. Unterschiedliche Wahlen für Q^2 ($Q^2 = Q_0^2, p_T^2, (\hat{s}\hat{t}\hat{u})^{1/3}$, oder $-\hat{t}$) ändern $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$

²Da die polarisierten Partonverteilungen aus [9] die unpolarisierten aus [107] für $x \rightarrow 1$ übersteigen, haben wir $\Delta u^{(-)}(x, Q_0^2) = u^{(-)}(x, Q_0^2)$ und $\Delta d^{(-)}(x, Q_0^2) = -d^{(-)}(x, Q_0^2)$ gesetzt, wann immer dies eintritt, um $A_{LL}^{\pi^0}(pp) \leq 1$ auch bei großen p_T zu garantieren. In jedem Fall ist diese Modifikation für die Diskussion irrelevant.

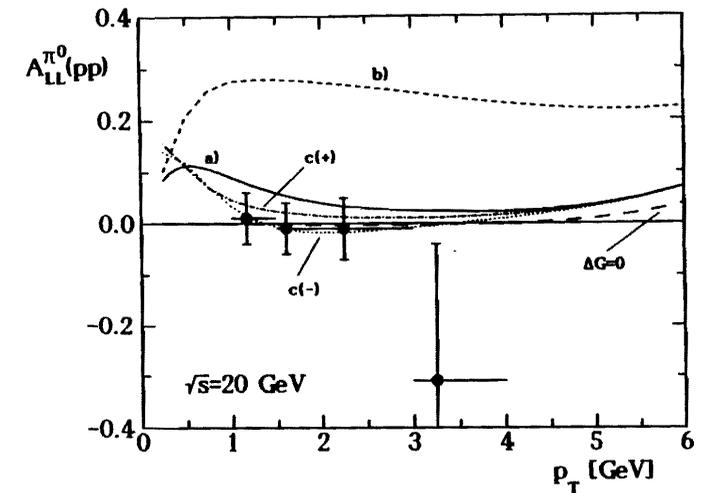


Abbildung 6.2: Die *two-spin* Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ bei $\sqrt{s} = 20 \text{ GeV}$ und $y = 0$ nach (6.1), (6.4), (6.5) für die verschiedenen Spinszenarien: Szenario (a) (durchgezogen), Szenario (b) (gestrichelt), Szenario c(+), (strichpunktirt), Szenario c(-) (gepunktet). Zum Vergleich ist auch das $\Delta G = 0$ -Szenario gezeigt (langgestrichelt). Die Datenpunkte sind aus [33].

nur unwesentlich, wohingegen die individuellen Wirkungsquerschnitte σ und $\Delta\sigma$ natürlich stark von Q^2 abhängen. Für unsere Zwecke ist es daher ausreichend, die Partonverteilungen und Fragmentationsfunktionen sowie $\alpha_s(Q^2)$ bei der fixierten Inputskala Q_0^2 zu nehmen, solange wir $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ diskutieren.

Betrachten wir Fig. 6.2, so sehen wir, daß $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ für die Szenarien (a) und (c) im Bereich $1 \lesssim p_T \lesssim 4 \text{ GeV}$ klar unter 0.1 liegt und verträglich mit den Daten ist. Im Gegensatz dazu liefert Szenario (b) ein Resultat, das im selben p_T -Bereich viel größer ist und oberhalb der Datenpunkte liegt³. Dieses Resultat läßt sich verstehen, da im Bereich kleiner p_T die dominanten Beiträge zu den Wirkungsquerschnitten (6.4), (6.5) vom Quark-Gluon-Subprozeß in (6.6) stammen. Deshalb führt ein Szenario wie das in (6.19), dessen Gluonpolarisation im relevanten x -Bereich groß ist zu einem großen polarisierten Querschnitt $\Delta\sigma$ und damit zu einer großen Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$. Weiterhin sehen wir in der Figur, daß das Szenario mit einem großen polarisierten See⁴ und $\Delta G(x, Q_0^2) = 0$ zu

³Wie wir bereits erwähnt haben liefern die Verteilungen aus [10] ein ähnliches Resultat für $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$.

⁴Es sei bemerkt, daß die Größe der polarisierten Seeverteilung nur wichtig für die Übereinstimmung mit den EMC-Daten ist, aber numerisch unbedeutend für die Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$, da der relevante Bereich der großer x ist [34].

einer Asymmetrie von nur einigen Prozent führt, die mit den Daten verträglich ist. Daher ist es gegenwärtig von großen Gluonszenarien wie (a) und (c) nicht unterscheidbar.

Weiterhin sehen wir aus Fig. 6.2, daß $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ zunächst anwächst, wenn wir zum Bereich kleiner p_T , $p_T \lesssim 1$ GeV gehen. Dieses Verhalten resultiert aus der wachsenden Bedeutung der $\Delta G \Delta G$ -Beiträge zu (6.4) und läßt sich am besten am Vorzeichenwechsel der Kurve für das negative Gluonszenario erkennen, die die Verschiebung des Gewichtes von $\Delta q \Delta G$ -Beiträgen zu $\Delta \sigma$ (negatives $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$) zu $\Delta G \Delta G$ -Beiträgen (positives $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$) deutlich anzeigt. Allgemein zeigt der Vergleich von Fig. 6.1 und Fig. 6.2, wie sich das Verhalten der verschiedenen polarisierten Gluonverteilungen bei kleinen x ($x < 0.1$) am Verlauf der Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ bei kleinen p_T manifestiert.

Aus unserer bisherigen Diskussion läßt sich schließen, daß die Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ mit einem großen Gluonszenario konsistent sind, wenn $\Delta G(x, Q_0^2)$ im Bereich kleiner x konzentriert ist ($x \leq 0.1$, Szenario (a) und (c)), aber solche Szenarien ausschließt, deren polarisierte Gluonverteilung im großen x -Bereich ($x \geq 0.1$, Szenario (b)) groß, d.h. vergleichbar mit der unpolarisierten Gluonverteilung ist. Tatsächlich wird die Asymmetrie hauptsächlich durch das Verhältnis $\Delta G/G$ bestimmt und nicht durch die einzelnen Größen $\Delta G(x, Q_0^2)$, $G(x, Q_0^2)$. Dies ist in Fig. 6.3 zu sehen, wo wir wieder die Resultate für $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ für die Modelle (a) und (b) zeigen, diesmal jedoch im Rahmen der ursprünglichen Vorschläge [12, 34] für $G(x, Q_0^2)$ und Q_0^2 in (6.18, 6.19) (gepunktete Linien), d.h. mit $G(x, Q_0^2 = 100 \text{ GeV}^2)$ aus [109] für Modell (a) [12] und mit $G(x, Q_0^2 = 10.7 \text{ GeV}^2)$ aus [93] für Modell (b) [34]. Man erkennt, daß die entsprechenden Kurven aus Fig. 6.2, die auch in Fig. 6.3 eingezeichnet sind, nur leicht modifiziert werden⁵ und daher ist es klar, daß die spezifische Wahl von $G(x, Q_0^2)$ und Q_0^2 irrelevant für unsere Schlußfolgerungen ist.

An diesem Punkt stellt sich die Frage, wie zuverlässig unsere bisherigen Resultate sind. Es ist bekannt, daß in dem p_T -Bereich, den wir betrachten ($p_T \gtrsim 1$ GeV) frühere Resultate zur unpolarisierten π -Produktion [99] nicht hinreichend durch reine (QCD-verbesserte) harte Streuquerschnitte wie in (6.5) beschrieben werden konnten [95, 100, 101], sondern daß man gezwungen war, ein intrinsisches k_T der wechselwirkenden Partonen einzuführen, um die Daten bei kleinen p_T hinreichend gut zu beschreiben [100, 101].

Im folgenden wollen wir die Effekte intrinsischer Transversalimpulse auf unsere Resultate für $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ untersuchen. Als ersten Schritt bestimmen wir die *smearing*-Funktion $\rho(\vec{k}_T^{i,c})$ in (6.11) so, daß der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt $d\sigma^{k_T}$ in (6.10) die Daten

⁵Vergleicht man die Kurven in Fig. 6.3 mit den Resultaten aus [34], so stimmen sie im Bereich kleiner p_T nicht überein. Wir erzielen jedoch qualitative Übereinstimmung mit den Vorhersagen zur *two-spin* Asymmetrie für *single-Jet* Produktion in [16].

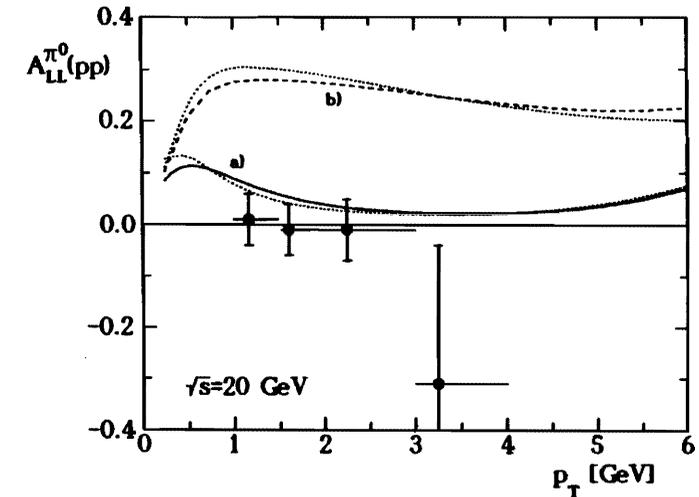


Abbildung 6.3: $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ für \sqrt{s} , $y = 0$ für die Szenarien (a) (durchgezogen) und (b) (gestrichelt) zusammen mit den Resultaten für eine andere Wahl der unpolarisierten Gluonverteilung und Q_0^2 in (6.18) und (6.19) (gepunktet). Vergleiche die Diskussion im Text. Die Datenpunkte sind aus [33].

aus [99] für verschiedene Schwerpunktsenergien ($\sqrt{s} = 10, 44, 53$ GeV) gut beschreibt. Machen wir einen exponentiellen Ansatz [100, 101]

$$\rho(\vec{k}_T) = \frac{b^2}{2\pi} e^{-b|\vec{k}_T|}, \quad (6.22)$$

wobei b und das mittlere k_T durch $b = 2/\langle k_T \rangle$ verknüpft sind, so finden wir gute Übereinstimmung mit den Daten aus [99] für

$$\langle k_T \rangle = 0.45 \text{ GeV}, \quad M^2 = 0.5 \text{ GeV}^2, \quad (6.23)$$

wobei M^2 in (6.14) eingeführt wurde, um zu verhindern, daß die Integranden in (6.9), (6.10) für $p_T \rightarrow 0$ unnatürlich groß werden. Man beachte, daß im sehr kleinen p_T -Bereich, $p_T \lesssim 1$ GeV, die Größe von $d\sigma^{k_T}$ in (6.10) hauptsächlich durch die Wahl von M^2 bestimmt ist und nicht durch $\rho(\vec{k}_T)$ in (6.22).

In Fig. 6.4 zeigen wir die k_T -verschmierte Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ zusammen mit der ungeschmierten aus Fig. 6.2 für die Szenarien (a) und (b) und das $\Delta G = 0$ -Szenario. Für den polarisierten Wirkungsquerschnitt $d\Delta\sigma^{k_T}$ haben wir dieselbe Wahl der Parameter $\langle k_T \rangle$ und M^2 getroffen wie in (6.23). In allen Fällen ist die Asymmetrie im Bereich $p_T \lesssim 3$ GeV reduziert. Dieses Verhalten macht man sich anhand von (6.10) klar: Weil die

Partonen schon einen transversalen Impuls \vec{k}_T haben, bevor sie wechselwirken, kann der perturbative Wirkungsquerschnitt $d\hat{\sigma}$ an den Rändern des Phasenraumes getestet werden, wo \hat{l}, \hat{u} gegen Null gehen. In dieser Region wird $d\hat{\sigma}$ durch Gluon-Gluon-Beiträge dominiert, was zu einem großen $d\sigma^{k_T}$ in (6.10) führt. Dieser Effekt ist für $d\Delta\sigma^{k_T}$ in (6.9) weniger stark ausgeprägt, was aus der unterschiedlichen Singularitätsstruktur der polarisierten und unpolarisierten Parton-Wirkungsquerschnitte und dem unterschiedlichen Verhalten von $G(x, Q_0^2)$ und $\Delta G(x, Q_0^2)$ bei kleinen x folgt. Daraus resultiert schließlich eine kleinere Asymmetrie.

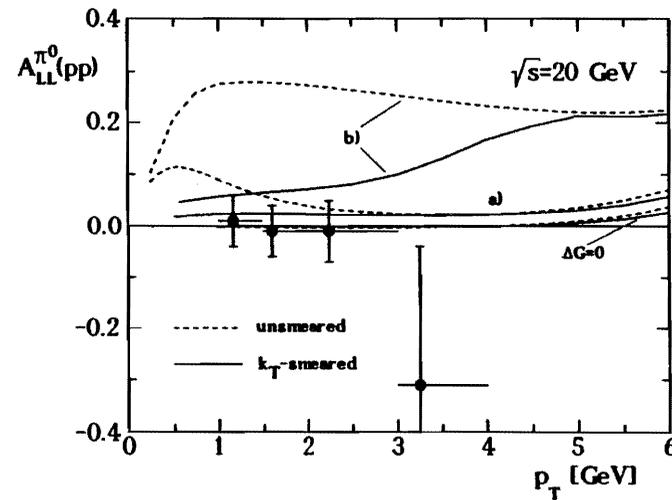


Abbildung 6.4: Vergleich der geschmierten (durchgezogene Linie nach (6.1), (6.9), (6.10)) und ungeschmierten (gestrichelte Linie nach (6.1), (6.4), (6.5)) Resultate für $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ bei $\sqrt{s} = 20$ GeV und $y = 0$ für die Szenarien (a) und (b) und das $\Delta G = 0$ -Szenario. Die Datenpunkte sind aus [33].

Gehen wir nun zum Bereich großer p_T , $p_T \gtrsim 3-4$ GeV, so werden die geschmierte und ungeschmierte Asymmetrie gleich, da das kleine intrinsische k_T diesen Bereich nicht beeinflusst. Es ist interessant zu sehen, daß $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ für Szenario (b) nicht länger vollständig ausgeschlossen zu sein scheint, wenn man Effekte durch intrinsische k_T berücksichtigt, obwohl es von den Daten auch nicht favorisiert ist. Weiterhin läßt sich aus Fig. 6.4 schließen, daß die gegenwärtigen Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(p)$ nicht geeignet sind, um zwischen den verschiedenen Spinszenarien zu unterscheiden⁶.

⁶ Alle Eigenschaften von Fig. 6.4 lassen sich auch reproduzieren, wenn wir die anderen unpolarisierten Partonverteilungen wie in Fig. 6.3 nehmen.

Der Vollständigkeit halber zeigen wir in Fig. 6.5 die geschmierten und ungeschmierten Resultate für $A_{LL}^{\pi^0}(p\bar{p})$ in $p\bar{p}$ -Kollisionen für die Szenarien (a) und (b) und das $\Delta G = 0$ -Szenario, zusammen mit den Daten aus [33]. Aus denselben Gründen wie oben wird $A_{LL}^{\pi^0}(p\bar{p})$ im Bereich $p_T \lesssim 3$ GeV reduziert, wenn man intrinsische k_T -Effekte berücksichtigt und bleibt ungeändert im Bereich $p_T \gtrsim 3-4$ GeV. Durch Vergleich mit den Daten lassen sich dieselben Schlußfolgerungen ziehen wie für $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$.

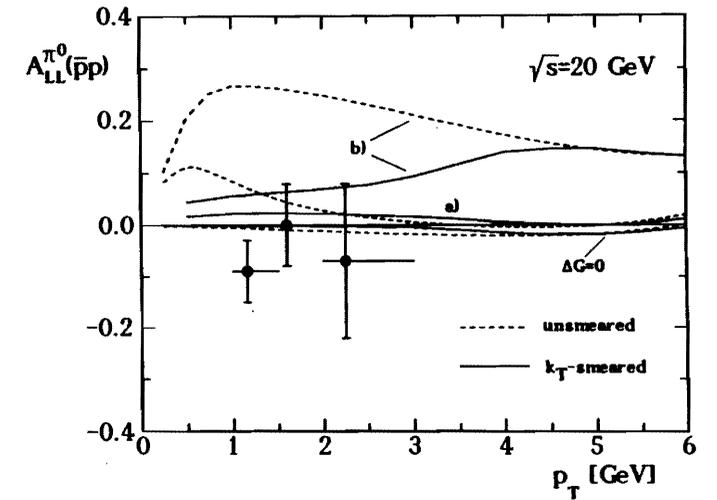
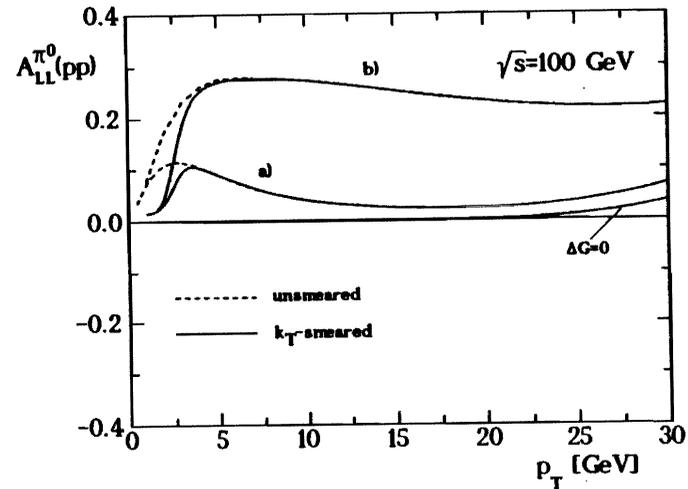


Abbildung 6.5: Dasselbe wie in Fig. 6.4, jedoch für die Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(p\bar{p})$.

Zum Abschluß dieses Abschnitts wollen wir kurz die Frage diskutieren, ob zukünftige Messungen von $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ hilfreich für die Unterscheidung verschiedener Spinszenarien sein könnten. Betrachten wir (6.4, 6.5, 6.6) und (6.8), so hängt die ungeschmierte Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$, abgesehen von Skalenverletzungen in den Partonverteilungen und Fragmentationsfunktionen, nur von $x_T = 2p_T/\sqrt{s}$ (und von einem festen y) ab. Daher sollten für wachsendes \sqrt{s} die Kurven in Fig. 6.2 zu größeren p_T verschoben werden, wo Effekte durch intrinsische k_T unwichtig werden. Dies sieht man in Fig. 6.6, wo wir $A_{LL}^{\pi^0}(pp)$ für die Szenarien (a) und (b) und das $\Delta G = 0$ -Szenario bei $\sqrt{s} = 100$ GeV zeigen. Für $p_T \gtrsim 5$ GeV sind die intrinsischen k_T -Effekte auf die Asymmetrie vernachlässigbar und das rein-perturbative Resultat wird reproduziert. Daher sollte die große Asymmetrie für Szenario (b), die schon in Fig. 6.2 sichtbar war, von der für Szenario (a) und das

Abbildung 6.6: Dasselbe wie in Fig. 6.4, jedoch für $\sqrt{s} = 100$ GeV.

$\Delta G = 0$ - Szenario unterscheidbar sein, wenn man den p_T -Bereich $5 \lesssim p_T \lesssim 10$ GeV untersucht, vorausgesetzt, das man hinreichend hohe Statistik erreichen kann.

6.4 Zusammenfassung

Wir haben die *two-spin* Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ für inklusive π^0 -Produktion in longitudinal polarisierter Proton-(Antiproton) Streuung im Bezug auf die Frage untersucht, ob kürzliche Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ [33] eine große Gluonpolarisation im Proton ausschließen. Wir haben gezeigt, daß im Gegensatz zur Schlußfolgerung in [33], die auf der Analyse in [34] basierte, eine große Gluonpolarisation verträglich mit den Daten ist, wenn sie nur im Bereich $0.01 \lesssim x \lesssim 0.1$ groß, aber klein für $x \gtrsim 0.1$ ist. Der Bereich $x \gtrsim 0.1$ wird von den Fermilab Daten abgedeckt. Auf dieselbe Weise ist auch ein Szenario mit einer verschwindenden Gluonpolarisation, aber einem negativ polarisierten See, welches die EMC-Daten für g_1^p beschreibt, konsistent mit den Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$. Die Fermilab-Daten für $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ bei $\sqrt{s} = 20$ GeV können daher nicht zwischen Spinszenarien mit einer großen oder verschwindenden Gluonpolarisation unterscheiden.

Da die Daten zu $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ im Bereich kleiner p_T , $1 \lesssim p_T \lesssim 3.5$ GeV gemessen wurden, haben wir die Frage untersucht, wie stabil dort die theoretischen Ergebnisse für

die Asymmetrie sind. Dazu haben wir Effekte durch intrinsische transversale Impulse in der Weise berücksichtigt, daß der unpolarisierte Wirkungsquerschnitt existierende Daten zur π Produktion [99] befriedigend beschreibt. Nehmen wir dieselben intrinsischen k_T -Effekte für den polarisierten Wirkungsquerschnitt an, so finden wir, daß die Asymmetrie $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ für die verschiedenen Szenarien im Bereich $p_T \gtrsim 3 - 4$ GeV ungeändert bleibt, im Bereich kleiner p_T aber reduziert wird. Damit wird die Unterscheidbarkeit verschiedener Spinszenarien noch weiter verschlechtert. Daher bleiben die Schlußfolgerungen, die wir aufgrund der rein perturbativen Resultate gezogen haben, bei Berücksichtigung eines k_T -smearing ungeändert. Da die Effekte durch intrinsische Transversalimpulse für die π^0 -Produktion bei großen p_T des π^0 vernachlässigbar sind, schlagen wir vor, $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$ für große Schwerpunktsenergien zu messen (z.B. $\sqrt{s} = 100$ GeV), da die gegenwärtigen Unterschiede verschiedener Szenarien für $A_{LL}^{\pi^0}(\bar{p}p)$, die bei $\sqrt{s} = 20$ GeV durch intrinsische k_T verschmiert sind, bei größeren p_T meßbar sein sollten, falls die experimentelle Genauigkeit verbessert werden kann.

Kapitel 7

Zusammenfassung

Wir haben in dieser Arbeit verschiedene physikalische Prozesse auf ihre Möglichkeit hin untersucht, zusätzliche Informationen zur Spinverteilung der Quarks und Gluonen im Proton zu liefern und damit Licht auf das überraschende EMC-Resultat [1] zu werfen.

Eine auf elektroschwache Wechselwirkungen verallgemeinerte Analyse der polarisierten inklusiven tief-inelastischen Lepton-Proton Streuung hat gezeigt, daß dieser Prozeß nicht dazu geeignet ist, zwischen der Polarisation von Seequarks oder Gluonen im Proton zu unterscheiden. Durch die Messung elektroschwacher Strukturfunktionen lassen sich aber zusätzliche Informationen über die Polarisation von Valenzquarks erhalten, wenn sich die polarisierte tief-inelastische Streuung von (Anti)Neutrinos oder Elektronen(Positronen) an Protonen bei großen Werten von Q^2 , $Q^2 \approx 1000 \text{ GeV}^2$ experimentell realisieren läßt.

Als einen weiteren möglichen Prozeß haben wir die Produktion von Myonpaaren in der Streuung polarisierter Hadronen (Drell-Yan Prozeß) untersucht. Da aus der unpolarisierten Drell-Yan Physik bekannt ist, daß der größte Teil der Myonpaare der Masse $\sqrt{Q^2}$ mit kleinen oder mittleren transversalen Impulsen q_T produziert wird, haben wir die für diesen Fall entwickelten theoretischen Konzepte der *soft gluon resummation* auf den polarisierten Fall übertragen, um hier verläßliche Vorhersagen machen zu können. Von besonderem Interesse war dabei die Frage, wie sich die theoretische Beschreibung der Bereiche $q_T^2 \ll Q^2$ und $q_T^2 \approx Q^2$ miteinander in Verbindung bringen läßt (*matching*). Außerdem haben wir die Einbeziehung von Korrekturen höherer Ordnung in unsere Resultate diskutiert. In einer numerischen Analyse konnten wir zeigen, daß die Untersuchung des polarisierten Drell-Yan Prozesses in künftigen Experimenten neue Informationen über die Polarisation der Seequarks im Proton liefern kann.

Weiterhin haben wir diskutiert, wie sich der Formalismus der *soft gluon resummation*

und des *matching* auf die polarisierte tief-inelastische Produktion von Jets übertragen läßt, die mit kleinen und mittleren transversalen Impulsen q_T produziert werden. In einer numerischen Analyse haben wir die ursprüngliche Idee [10], daß die Messung der Größe dg_1^P/dq_T^2 Aufschluß über eine große Gluonpolarisation im Proton liefern kann, näher untersucht. In [13] wurde bereits gezeigt, daß die Sensitivität von dg_1^P/dq_T^2 auf eine große Gluonpolarisation durch die Annahme endlicher Beschleunigerenergien stark eingeschränkt wird und höchstens im Bereich kleiner q_T erhalten bleibt. Wir haben darüber hinausgehend durch die Berücksichtigung der Resummation und nichtperturbativer Effekte gefunden, daß dg_1^P/dq_T^2 auch im Bereich kleiner q_T nicht hilfreich für die Unterscheidung verschiedener Spinszenarien ist. Damit bestätigen wir die Schlußfolgerungen der Analyse in [13].

Als ein weiteres Anwendungsgebiet für die *soft gluon resummation* haben wir die Produktion von W^\pm -Bosonen in der Kollision eines polarisierten und eines unpolarisierten Hadronstrahls untersucht. Dieser Prozeß ist eng mit dem Drell-Yan Prozeß der Myonpaarproduktion verwandt. Eine detaillierte Analyse der Rapiditätsverteilung der auslaufenden W^\pm -Bosonen hat gezeigt, daß es in künftigen Experimenten an polarisierten Hadronspeicherringen möglich sein sollte, verschiedene Spinszenarien zu unterscheiden. Insbesondere haben wir gezeigt, daß in dem dafür relevanten Rapiditätsbereich der Einfluß der Unsicherheiten unpolarisierter Partonverteilungen auf den Wirkungsquerschnitt nur gering ist.

Abschließend haben wir eine detaillierte Analyse der π^0 -Asymmetrie in polarisierten Proton-(Anti)Proton Kollisionen durchgeführt, die kürzlich am Fermilab gemessen wurde [33]. Durch Vergleich mit den experimentellen Daten haben wir gezeigt, daß diese gegenwärtig keine Unterscheidung verschiedener Spinszenarien ermöglichen. Wir konnten allerdings zeigen, daß eine Messung der π^0 -Asymmetrie bei höheren Hadronenergien in dieser Hinsicht vielversprechend wäre.

Anhang A

Behandlung von γ^5 in $n \neq 4$ Dimensionen

Die Berechnung der Matrixelemente und des Phasenraumes in den verschiedenen Kapiteln haben wir zur Regularisierung von infraroten und kollinearen Singularitäten in $n \neq 4$ Dimensionen durchgeführt. Es gelten die üblichen Relationen der dimensional Regularisierung:

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu} &= g_{\nu\mu}, \quad g_{\mu\rho}g_{\nu}^{\rho} = g_{\mu\nu}, \quad g_{\mu}^{\mu} = \delta_{\mu}^{\mu} = n, \\ \{\gamma_{\mu}, \gamma_{\nu}\} &= 2g_{\mu\nu}I, \\ \text{Tr}[I] &= 4, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

wobei $g_{\mu\nu}$ der auf n Dimensionen verallgemeinerte metrische Tensor ist. Diese Relationen sind hinreichend für eine konsistente Regularisierung, solange keine axialen Kopplungen in den betrachteten Prozessen auftreten oder diese unpolarisiert sind.

Für die uns interessierenden physikalischen Prozesse ist (A.1) jedoch unzureichend, da durch die Projektion auf spezifische Helizitäten von Quarks und Gluonen und durch die $V - A$ -Kopplung von W^{\pm} an Quarks Objekte wie γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ auftauchen, die zunächst nicht in $n \neq 4$ Dimensionen definiert sind.

In vier Dimensionen gilt:

$$\gamma^5 \equiv i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \frac{i}{4!}\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_{\mu}\gamma_{\nu}\gamma_{\rho}\gamma_{\sigma}, \quad (\gamma^5)^2 = I, \quad (\text{A.2})$$

$$\{\gamma^{\mu}, \gamma^5\} = 0, \quad (\mu = 0, 1, 2, 3), \quad (\text{A.3})$$

$$\text{Tr}[\gamma^5] = \text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}] = \text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu_1}\gamma^{\mu_2}\dots\gamma^{\mu_{2n+1}}] = 0, \quad (n \in \mathcal{N}), \quad (\text{A.4})$$

$$\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}] = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (\text{A.5})$$

Eine naheliegende Möglichkeit wäre nun, (A.3) auf n Dimensionen auszudehnen,

$$\{\gamma^{\mu}, \gamma^5\} = 0, \quad (\mu = 0, 1, \dots, n-1). \quad (\text{A.6})$$

Dies führt jedoch zu Problemen bei der Spurbildung (A.5):

$$\begin{aligned} n\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}] &= \text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}\gamma^{\alpha}] \\ &= -\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\alpha}\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}], \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

wobei wir (A.6) und die Zyklizität der Spur ausgenutzt haben. Vertauschen wir γ^{α} mit den anderen γ -Matrizen und verwenden (A.4) auch in n Dimensionen, so erhalten wir

$$(n-4)\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}] = 0 \quad (\text{A.8})$$

Da die Spur von γ^5 mit vier γ -Matrizen stetig von vier auf n Dimensionen fortgesetzt werden sollte, haben wir mit (A.8) einen Widerspruch zu (A.5). Dies resultiert gerade aus der Tatsache, daß γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ Objekte sind, die in vier Dimensionen definiert sind und sich nicht natürlich auf $n \neq 4$ Dimensionen fortsetzen lassen. Um dennoch mit diesen Objekten in $n \neq 4$ Dimensionen rechnen zu können, bleiben folgende Möglichkeiten:

- Man kann die Antikommutatorrelation (A.6) beibehalten und die durch (A.8) aufgezeigte Ambiguität der Spur von γ^5 mit vier γ -Matrizen akzeptieren [69].
- Man kann die Antikommutatorrelation (A.6), welche für die Inkonsistenz (A.8) verantwortlich ist verwerfen und γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ formal in $n \neq 4$ Dimensionen definieren [70].

Wir wollen zunächst die erste Möglichkeit diskutieren.

A.1 Das Chanowitz-Furman-Hinchliffe- (CFH) Schema

In [69] wird vorgeschlagen, γ^5 wie in (A.6) antikommutierend zu behandeln und die in (A.8) zutage getretene Ambiguität explizit zu berücksichtigen. Ein solches γ^5 ist im mathematischen Sinne nicht wohldefiniert [69], und man verwendet (A.6) als reine Rechenvorschrift.

In einer Quarkspur, die γ^5 -Matrizen enthält, verfährt man dann wie folgt:

- vertausche alle γ^5 zum linken Ende der Spur und nutze $(\gamma^5)^2 = I$ aus.
- Schreibe für die Spur von γ^5 mit vier γ -Matrizen den Ausdruck:

$$\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}] = 4i(1 + a\epsilon)\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}, \quad \left(\epsilon = \frac{4-n}{2}\right), \quad (\text{A.9})$$

wobei a ein willkürlicher Parameter ist, der gerade die Ambiguität der Spur ausdrückt. Für $n = 4$ geht (A.9) dann in das bekannte (vierdimensionale) Resultat (A.5) über. Hat man nun eine Spur mit einer geraden Anzahl von γ^5 , läßt sie sich nach Anwendung der

ersten Vorschrift wie gewöhnlich mit (A.1) auswerten. Bei einer ungeraden Anzahl von γ^5 gelangt man letztendlich immer zu (A.9), und das Resultat ist ambigüös.

Mit dieser Vorschrift der Behandlung von γ^5 ist in [69] die VVA-Dreiecksanomalie berechnet worden. Das Resultat ist abhängig von dem in (A.9) eingeführten willkürlichen Parameter a , und man kann durch verschiedene a entweder die vektoriellen Wardidentitäten ($a = 0$) oder die axiale Wardidentität ($a = 3/4$) erfüllen, aber nicht beide gleichzeitig. Dies ist gerade die Eigenschaft der Anomalie [110]. Ihre Existenz steht in direkter Verbindung mit der Unmöglichkeit, ein vollständig antikommutierendes γ^5 in $n \neq 4$ Dimensionen eindeutig zu definieren [69]. Es sei hier noch bemerkt, daß es für die obige Vorschrift der Behandlung von γ^5 nicht klar ist, ob sie in allen Ordnungen der Störungstheorie eine brauchbare Regularisierung darstellt [73].

In jüngster Zeit wurde eine Modifikation des CFH-Schemas vorgeschlagen, die *nicht* zu der ambigüösen Spur in (A.9) führt [111]. Dabei wird die vollständige Antikommutativität (A.6) in n Dimensionen beibehalten, jedoch wird auf die Zyklizitätseigenschaft der Spur verzichtet (diese hatten wir z.B. in der Umformung (A.7) benutzt). Mit dieser Einschränkung läßt sich dann (A.5) *definieren*, ohne daß dies zu Inkonsistenzen führt. Die Aufgabe der Zyklizität der Spur erfordert jedoch eine Vorschrift, wie diese zu "lesen" ist. Dazu muß nach [111] ein *reading point* definiert werden, von dem es z.B. abhängt, welche Wardidentität bei der VVA-Anomalie erfüllt wird. Wählt man z.B. als *reading point* den axialen Vertex, so reproduziert man die axiale Anomalie und die vektoriellen Wardidentitäten sind erhalten [72].

A.2 Das 't Hooft-Veltman-Breitenlohner-Maison- (HVBM) Schema

Dieses Schema wurde ursprünglich von 't Hooft und Veltman in [70] vorgeschlagen und später von Breitenlohner und Maison systematisiert [71]. Im Unterschied zum CFH-Schema wird γ^5 hier mittels (A.2) *definiert* und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ als Objekt behandelt, welches nur in vier Dimensionen existiert¹. Damit hat man eine explizite Unterscheidung zwischen den "gewöhnlichen" vier und den zusätzlichen $(n-4)$ Raum-Zeit Dimensionen. Dies wird realisiert durch die Zerlegung der n -dimensionalen Metrik $g_{\mu\nu}$,

$$g_{\mu\nu} = \hat{g}_{\mu\nu} + \hat{\hat{g}}_{\mu\nu} \quad (\text{A.10})$$

in ein vierdimensionales $\hat{g}_{\mu\nu}$ und ein $(n-4)$ -dimensionales $\hat{\hat{g}}_{\mu\nu}$. Diese erfüllen dann die Relationen:

$$\hat{\hat{g}}_{\mu\nu} = \hat{g}_{\nu\mu}, \quad \hat{g}_{\mu\rho}\hat{\hat{g}}_{\nu}^{\rho} = \hat{g}_{\mu\nu},$$

¹ $\epsilon^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}$ ist für $\mu_i \in \{0, 1, 2, 3\}$ $\forall i$ wie in vier Dimensionen definiert und für jeden anderen Index identisch Null.

$$g_{\mu\rho}\hat{\hat{g}}_{\nu}^{\rho} = \hat{\hat{g}}_{\mu\rho}\hat{g}_{\nu}^{\rho} = \hat{\hat{g}}_{\mu\nu}, \quad (\text{A.11})$$

und entsprechend für $\hat{g}_{\mu\nu}$ durch die Ersetzung $\hat{\hat{g}} \rightarrow \hat{g}$ in (A.11). Um die Zerlegung vollständig zu machen, gilt weiterhin:

$$\begin{aligned} \hat{g}_{\mu\rho}\hat{\hat{g}}_{\nu}^{\rho} &= 0, \\ \hat{\hat{g}}_{\mu}^{\mu} &= 4, \quad \hat{g}_{\mu}^{\mu} = n - 4. \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Mit (A.11) läßt sich beispielsweise γ^{μ} zerlegen in:

$$\gamma^{\mu} = g_{\rho}^{\mu}\gamma^{\rho} = \left(\hat{g}_{\rho}^{\mu} + \hat{\hat{g}}_{\rho}^{\mu}\right)\gamma^{\rho} = \hat{\gamma}^{\mu} + \hat{\hat{\gamma}}^{\mu}.$$

Dies verdeutlicht noch einmal die strikte Trennung der Objekte in vier und $(n-4)$ Dimensionen.

Als Konsequenz der Zerlegung ergibt sich nun, daß γ^5 nicht mehr mit allen γ -Matrizen antikommutiert,

$$\{\hat{\hat{\gamma}}^{\mu}, \gamma^5\} = 0, \quad [\hat{\gamma}^{\mu}, \gamma^5] = 0. \quad (\text{A.13})$$

Der Preis für ein wohldefiniertes γ^5 und $\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$ in $n \neq 4$ Dimensionen ist also die Aufgabe der vollständigen Antikommutativität (A.6). Für das so definierte γ^5 gilt $(\gamma^5)^2 = 1$. Weiterhin verschwindet die Spur von γ^5 mit zwei γ -Matrizen und es gilt *eindeutig*:

$$\text{Tr}[\gamma^5\gamma^{\mu}\gamma^{\nu}\gamma^{\rho}\gamma^{\sigma}] = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}. \quad (\text{A.14})$$

Mit (A.13) ergibt sich unmittelbar die Schwierigkeit, einen chiralen Vertex $\gamma^{\mu}\gamma^5$ in n Dimensionen zu formulieren. Z.B. ist für den Quarkvertex eines W^{\pm} im HVBM-Schema:

$$i\frac{g}{2\sqrt{2}}\gamma_{\mu}(1-\gamma^5) \neq i\frac{g}{2\sqrt{2}}(1+\gamma^5)\gamma_{\mu}. \quad (\text{A.15})$$

Es hat sich in der Vergangenheit gezeigt [111, 112], daß es bei Rechnungen im HVBM-Schema nötig ist, den Vertex zu symmetrisieren,

$$i\frac{g}{4\sqrt{2}}(1+\gamma^5)\hat{\gamma}_{\mu}(1-\gamma^5) = i\frac{g}{2\sqrt{2}}\hat{\hat{\gamma}}_{\mu}(1-\gamma^5). \quad (\text{A.16})$$

Die symmetrisierte Form des Vertex (A.16) wurde in unseren Rechnungen zur *double-* und *single-spin-* Produktion von W^{\pm} berücksichtigt.

Eine weitere Neuerung ergibt sich durch die explizite Unterscheidung von vier- und $(n-4)$ -dimensionalen Impulskomponenten bei der Phasenraumintegration. Betrachten wir den $2 \rightarrow 2$ Prozeß

$$A(p_1)B(p_2) \longrightarrow C(k)D(q),$$

und gehen ins c.m.s. der Teilchen A, B , so können wir für die n -dimensionalen Impulse p_1, p_2, k, q die folgende Darstellung wählen:

$$\begin{aligned} p_1 &= (p_1^0; \vec{p}_1, \vec{0}), \quad p_2 = (p_2^0; -\vec{p}_1, \vec{0}), \\ q &= (q^0; \vec{q}, \vec{q}), \quad k = (k^0; -\vec{q}, -\vec{q}). \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

Das $2 \rightarrow 2$ Matrixelement des Prozesses wird i.a. sowohl von den n -dimensionalen Skalarprodukten $(p_1 \cdot p_2), (p_1 \cdot q)$ usw. abhängen², als auch von der vierdimensionalen Größe $(\hat{q})^2 = (q^0)^2 - (\vec{q})^2$. Die Abhängigkeit von $(\hat{q})^2$ läßt sich durch $q^2 = (q^0)^2 - (\vec{q})^2 - (\vec{q})^2$ eliminieren, und wir verbleiben schließlich mit einer zusätzlichen $(\vec{q})^2$ -Abhängigkeit im Matrixelement, über die nicht mehr trivial integriert werden kann (i.f. schreiben wir für \vec{q} der Einfachheit halber \hat{q}). Betrachten wir nun konkret den Fall eines massiven auslaufenden Teilchens D , welcher für alle unsere Rechnungen hinreichend ist, so haben wir:

$$p_1^2 = p_2^2 = k^2 = 0, \quad q^2 = Q^2, \quad (p_1 + p_2)^2 = s. \quad (\text{A.18})$$

Damit erhalten wir für den Phasenraum in $n = 4 - 2\epsilon$ Dimensionen:

$$d(PS)_2 = \int \frac{d^n k}{(2\pi)^{n-1}} \int \frac{d^n q}{(2\pi)^{n-1}} (2\pi)^n \delta^{(n)}(p_1 + p_2 - k - q) \delta_+(k^2) \delta_+(q^2 - Q^2). \quad (\text{A.19})$$

Nach Durchführung aller trivialen Winkelintegrationen folgt schließlich:

$$\begin{aligned} d(PS)_2 &= \frac{(4\pi)^{\epsilon-1}}{\Gamma(1-\epsilon)} \int_{-1}^1 d \cos \theta (1 - \cos^2 \theta)^{-\epsilon} \int_0^\infty d|q| |q|^{1-2\epsilon} \delta(s - Q^2 - 2\sqrt{s}|q|) \\ &\times \left\{ (-\epsilon) \int_0^{|\hat{q}|^2 \sin^2 \theta} d(\hat{q})^2 (\hat{q})^{-2-2\epsilon} (|q|^2 \sin^2 \theta)^\epsilon \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

mit

$$|q|^2 = (\hat{q})^2 + (\vec{q})^2, \quad \cos \theta = \frac{\vec{p}_1 \cdot \vec{q}}{|\vec{p}_1| |q|} = \frac{\vec{p}_1 \cdot \hat{q}}{|\vec{p}_1| |\hat{q}|}$$

Integriert man in (A.20) über $(\hat{q})^2$, so reproduziert man das bekannte Resultat aus [75].

²die Mandelstamvariablen sind weiterhin durch die n -dimensionalen Impulse definiert: $s = (p_1 + p_2)^2, t = (p_1 - k)^2$ usw.

Anhang B

Zerlegung des perturbativen DY-Wirkungsquerschnitts

In diesem Anhang sollen kurz die wesentlichen Schritte zur Zerlegung des perturbativen DY-Wirkungsquerschnitts in $\mathcal{O}(\alpha_s)$ beschrieben werden. Mit den Resultaten reproduziert man dann leicht die Gleichungen (3.18, 3.33).

Ausgangspunkt ist der Ausdruck für den hadronischen Wirkungsquerschnitt (3.8). Setzen wir die partonischen Wirkungsquerschnitte (3.12, 3.14) in (3.8) ein, so tritt allgemein folgendes Integral auf:

$$I = \int dx_1 dx_2 f(x_1, x_2) \delta(s + t + u - Q^2) \quad (\text{B.1})$$

Mit den Ausdrücken für s, t und u aus Tabelle 3.1 führen wir eine Integration trivial über die δ -Funktion durch. Das verbleibende Integral läßt sich in zwei Teile zerlegen,

$$I = \frac{1}{S} \left\{ \int_{\sqrt{\tau_+} e^y}^1 dx_1 \frac{f(x_1, x_2)}{x_1 - x_1^+} + \int_{\sqrt{\tau_+} e^{-y}}^1 dx_2 \frac{f(x_1^+, x_2)}{x_2 - x_2^+} \right\}, \quad (\text{B.2})$$

wobei die verschiedenen Variablen in Tabelle 3.1 definiert sind. Betrachten wir zunächst das erste Integral in (B.2) und setzen die Querschnitte (3.12, 3.14) explizit ein, so führt das auf (der Vorfaktor $-N\alpha_s/(2\pi)C_F(4\pi\mu^2)^\epsilon/\Gamma(1-\epsilon)$ wird zunächst unterdrückt):

$$\frac{1}{(q_T^2)^\epsilon} \int_{\sqrt{\tau_+} e^y}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \Delta H(x_1, x_2) \left\{ (1 + \xi\epsilon) \left(1 - \frac{\tau}{x_1 x_2^+}\right)^2 \frac{1}{q_T^2} + \frac{2\tau}{x_1 x_2^+ q_T^2} - \frac{2}{x_1 x_2^+ S} \right\}. \quad (\text{B.3})$$

Dabei wurde die Relation $ut = q_T^2 s$ ausgenutzt. Im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ divergiert das Integral in (B.3) an der unteren Grenze logarithmisch ($\sim \ln q_T^2$), da dann $\sqrt{\tau_+} e^y \rightarrow x_1^0, x_1^+ \rightarrow x_1^0$. Weil wir das singuläre Verhalten von (B.3) $\sim \ln(q_T^2)/q_T^2, 1/q_T^2$ explizit machen wollen,

regularisieren wir die Singularität des Integrals und addieren sie explizit als $f_2(q_T^2)$:

$$(B.3) = \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \int_{\sqrt{x_1^+ x_2^+}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \left\{ \underbrace{\Delta H(x_1, x_2^0) \left[(1 + \xi\epsilon) \left(1 - \frac{\tau}{x_1 x_2^+} \right)^2 + \frac{2\tau}{x_1 x_2^+} \right]}_{f_1(q_T^2)} - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right\} \\ + \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \underbrace{2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \int_{\sqrt{x_1^+ x_2^+}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+}}_{f_2(q_T^2)} - 2 \underbrace{\int_{\sqrt{x_1^+ x_2^+}}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^+} \frac{\Delta H(x_1, x_2^0)}{x_1 x_2^+ S}}_{f_3(q_T^2)}. \quad (B.4)$$

Ein analoges Resultat liefert das zweite Integral in (B.2). Wir wollen nun jeden einzelnen der Terme in (B.4) getrennt behandeln.

Für den ersten Term $f_1(q_T^2)/(q_T^2)^{1+\epsilon}$ benutzen wir die Zerlegung in (3.15). Diese läßt sich leicht mit einer beliebigen, für $q_T^2 = 0$ regulären, Testfunktion herleiten:

$$\int_0^{A_T^2} dq_T^2 \frac{f(q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} = \int_0^{A_T^2} dq_T^2 \frac{f(q_T^2) - f(0)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} + f(0) \int_0^{A_T^2} \frac{dq_T^2}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \\ \xrightarrow{0} \int_0^{A_T^2} dq_T^2 \frac{f(q_T^2)}{(q_T^2)_+} + f(0) \left(-\frac{1}{\epsilon} (A_T^2)^{-\epsilon} \right) \xrightarrow{0} \int_0^{A_T^2} dq_T^2 f(q_T^2) \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(-\frac{1}{\epsilon} + \ln A_T^2 \right) \delta(q_T^2) \right],$$

woraus sich (3.15) ablesen läßt.

Damit haben wir:

$$\frac{f_1(q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} = \frac{f_1(q_T^2)}{(q_T^2)_+} + f_1(0) \left(\ln A_T^2 - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \\ = \frac{f_1(q_T^2) - f_1(0)}{q_T^2} + f_1(0) \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln A_T^2 - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right], \quad (B.5)$$

wobei $f_1(0)$ endlich ist. Damit ist für $q_T^2 \rightarrow 0$ auch der erste Term in (B.5) endlich und er trägt zu $\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2)$ in (3.18, 3.37) bei.

Das Integral im zweiten Term $f_2(q_T^2)/(q_T^2)^{1+\epsilon}$ in (B.4) kann direkt ausgeführt werden. Zusammen mit dem entsprechenden Term aus (B.2) erhalten wir

$$\frac{f_2(q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} = \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \ln \frac{(1 - x_1^+)(1 - x_2^+) S}{q_T^2} \\ \stackrel{(B.5)}{=} 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \left\{ \frac{1}{q_T^2} \ln \frac{(1 - x_1^+)(1 - x_2^+)}{(1 - x_1^0)(1 - x_2^0)} + \ln \frac{(1 - x_1^0)(1 - x_2^0)}{x_1^0 x_2^0} \right. \\ \left. \times \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln A_T^2 - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right] + \frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \right\}. \quad (B.6)$$

Der erste Term in (B.6) ist wieder endlich für $q_T^2 \rightarrow 0$ und trägt daher zu $\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2)$ bei. Für den dritten Term in (B.6) läßt sich die zweite Zerlegung in (3.15) verwenden.

Diese erhält man wiederum für eine beliebige Testfunktion $f(q_T^2)$:

$$\int_0^{A_T^2} dq_T^2 f(q_T^2) \frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} = \int_0^{A_T^2} dq_T^2 (f(q_T^2) - f(0)) \frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} + f(0) \int_0^{A_T^2} dq_T^2 \frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \\ \xrightarrow{0} \int_0^{A_T^2} dq_T^2 f(q_T^2) \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ + f(0) (A_T^2)^{-\epsilon} \frac{1}{\epsilon} \left(\ln(A_T^2/Q^2) + \frac{1}{\epsilon} \right) \\ \xrightarrow{0} \int_0^{A_T^2} dq_T^2 f(q_T^2) \left[\left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ + \left(-\frac{1}{2} \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} + \frac{1}{2} \ln^2 Q^2 - \frac{1}{\epsilon} \ln Q^2 + \frac{1}{\epsilon^2} \right) \delta(q_T^2) \right], \quad (B.7)$$

woraus man (3.15) ablesen kann.

Schließlich ist der dritte Term $f_3(q_T^2)$ in (B.4) $\sim \ln q_T^2$ für $q_T^2 \rightarrow 0$, er wird also auch in $\Delta Y_A(Q^2, y, q_T^2)$ absorbiert.

Sammeln wir nun alle führenden Terme im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ aus (B.4, B.5, B.6), so erhalten wir für die reellen $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -Beiträge zu $\Delta X_A(Q^2, y, q_T^2)$ in (3.18):

$$\Delta X_A^{\text{reell}}(Q^2, y, q_T^2) = -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \frac{(4\pi\mu^2)^\epsilon}{\Gamma(1-\epsilon)} \\ \times \left\{ \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln A_T^2 - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right] \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^0} \left\{ \Delta H(x_1, x_2^0) \left[(1 + \xi\epsilon) \left(1 - \frac{x_1^0}{x_1} \right)^2 + 2 \frac{x_1^0}{x_1} \right] \right. \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right\} + \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2 - x_2^0} \left\{ \Delta H(x_1^0, x_2) \left[(1 + \xi\epsilon) \left(1 - \frac{x_2^0}{x_2} \right)^2 + 2 \frac{x_2^0}{x_2} \right] - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right\} \right. \right. \\ \left. \left. + 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \ln \frac{(1 - x_1^0)(1 - x_2^0)}{x_1^0 x_2^0} \right] \right. \\ \left. + 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \left[\left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ + \left(-\frac{1}{2} \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} + \frac{1}{2} \ln^2 Q^2 - \frac{1}{\epsilon} \ln Q^2 + \frac{1}{\epsilon^2} \right) \delta(q_T^2) \right] \right\}. \quad (B.8)$$

Die ersten beiden Integrale in (B.8) lassen sich noch mit Hilfe der polarisierten Splittingfunktion $\Delta P_{qq}(z)$ umschreiben:

$$\int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1 - x_1^0} \left\{ \Delta H(x_1, x_2^0) \left[(1 + \xi\epsilon) \left(1 - \frac{x_1^0}{x_1} \right)^2 + 2 \frac{x_1^0}{x_1} \right] - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0) \right\} \\ = \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} [\Delta H(x_1^0/z, x_2^0)(1+z^2) - 2\Delta H(x_1^0, x_2^0)] \\ + \xi\epsilon \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0/z, x_2^0)(1-z) \\ = \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) + \Delta H(x_1^0, x_2^0) \left(2 \ln \frac{x_1^0}{1-x_1^0} - \frac{3}{2} \right) \\ + \xi\epsilon \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta H(x_1^0/z, x_2^0)(1-z), \quad (B.9)$$

und analog für das zweite Integral in (B.8).

Normieren wir den Vorfaktor in (B.8) auf den der virtuellen Korrektur (3.17) und führen in allen anderen Termen eine Entwicklung in ϵ durch, so erhalten wir für (B.8) mit (B.9):

$$\begin{aligned} \Delta X_A^{\text{reell}}(Q^2, y, q_T^2) = & -N \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \left\{ \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln \frac{A_T^2}{Q^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right] \right. \\ & \times \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \right] \\ & - \delta(q_T^2) \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \xi(1-z) \Delta H(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} \xi(1-z) \Delta H(x_1^0, x_2^0/z) \right] \\ & \left. + \Delta H(x_1^0, x_2^0) \left[2 \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ - \frac{3}{(q_T^2)_+} - \left(\ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} + 3 \ln \frac{A_T^2}{Q^2} - \frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Addiert man nun zu (B.10) die virtuelle Korrektur (3.17), so heben sich die weichen Singularitäten $\sim \delta(q_T^2) \cdot (2/\epsilon^2 + 3/\epsilon)$ weg.

Nach Entwicklung des Vorfaktors in (B.10) und Addition des Querschnitts nullter Ordnung (3.10) erhält man schließlich das Resultat (3.18).

Anhang C

y-integrierte und q_T -unabhängige Wirkungsquerschnitte

In diesem Anhang wollen wir unser Endresultat (3.36) um den rapiditätsintegrierten Wirkungsquerschnitt ergänzen. Der Ausdruck könnte sich bei der zukünftigen Analyse von polarisierten DY-Daten als nützlich erweisen.

Alle folgenden Ausdrücke gelten auch für den Fall der W^\pm -Produktion, wenn man d/dQ^2 unterdrückt und die Normierung und die eingehenden Partonverteilungen nach (3.38, 3.39) abändert.

Wir integrieren zunächst (3.8) über die Rapidität y und wiederholen die Schritte, wie sie nach (3.8) und im Anhang B erläutert sind. Der in diesem Fall auftretende maximale Transversalimpuls des auslaufenden Myonpaares errechnet sich mit Hilfe von Tabelle 3.1 zu $A_T^2 = S(1-\tau)^2/4$. Für den Wirkungsquerschnitt erhalten wir:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dQ^2 dq_T^2} = -N \left\{ \int \frac{d^2\vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{q}_T \cdot \vec{b}} e^{S'(Q^2, b^2)} R'(Q^2, b^2) + \Delta Y'(Q^2, q_T^2) \right\}, \quad (\text{C.1})$$

mit

$$S'(Q^2, b^2) = \frac{C_F}{2\pi} \int_0^{A_T^2} \frac{dq^2}{q^2} \alpha_s(q^2) (J_0(bq) - 1) \left[\left(2 + \alpha_s(q^2) \hat{A} \right) \ln \frac{Q^2}{q^2} - 3 \right]$$

und \hat{A} aus (3.50). Der Ausdruck für $R'(Q^2, b^2)$ lautet:

$$\begin{aligned} R'(Q^2, b^2) = & \int_\tau^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta H(x_1, \tau/x_1, P^2) \\ & \times \left[1 + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \frac{4}{3} \left(3 \ln \frac{Q^2}{A_T^2} - \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \right] \\ & + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \int_\tau^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta H(x_1, x_2, P^2) 2\Delta f_q(\tau_{12}) \\ & + \frac{\alpha_s(P^2)}{2\pi} \int_\tau^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \end{aligned}$$

$$\times \left[\Delta K_1(x_1, x_2, P'^2) + \Delta K_2(x_1, x_2, P'^2) \right] \Delta f_G(\tau_{12}). \quad (\text{C.2})$$

Die Koeffizientenfunktionen $\Delta f_{q,G}(z)$ sind in (3.36) definiert. Die verbleibenden Terme $\Delta Y'$ in (C.1) lauten:

$$\Delta Y'(Q^2, q_T^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \Delta Y'_A(Q^2, q_T^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \Delta Y'_C(Q^2, q_T^2), \quad (\text{C.3})$$

mit

$$\begin{aligned} \Delta Y'_A(Q^2, q_T^2) &= \frac{4}{q_T^2} \left\{ \int_{\tau_+}^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta H(x_1, \tau/x_1) \ln \frac{\sqrt{(x_1 - \tau_+)(x_1 - \tau_-)} + x_1 - \tau - 2\rho}{2\sqrt{\rho(\tau + \rho)}} \right. \\ &\quad \left. - \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta H(x_1, \tau/x_1) \ln \frac{x_1 - \tau}{\sqrt{\rho\tau}} \right\} \\ &\quad - \frac{4}{S} \int_{\tau_+}^1 \frac{dx_1}{x_1^2} \int_{\tau_+/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2^2} \frac{\Delta H(x_1, x_2)}{\sqrt{(1 - \tau_{12})^2 - 4\rho_{12}}} \\ &\quad + \frac{2}{q_T^2} \left\{ \int_{\tau_+}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau_+/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{(1 + \tau_{12}^2) \Delta H(x_1, x_2) - 2\Delta H(x_1, \tau/x_1)}{\sqrt{(1 - \tau_{12})^2 - 4\rho_{12}}} \right. \\ &\quad \left. - \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{(1 + \tau_{12}^2) \Delta H(x_1, x_2) - 2\Delta H(x_1, \tau/x_1)}{1 - \tau_{12}} \right\}, \\ \Delta Y'_C(Q^2, q_T^2) &= \left\{ \frac{1}{q_T^2} \left[\int_{\tau_+}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau_+/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{\Delta K_1(x_1, x_2)}{\sqrt{(1 - \tau_{12})^2 - 4\rho_{12}}} \right. \right. \\ &\quad \times ((1 - \tau_{12})(2\tau_{12} - 1) + 4\rho_{12}) \\ &\quad \left. - \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta K_1(x_1, x_2)(2\tau_{12} - 1) \right] \\ &\quad \left. + \frac{1}{S} \int_{\tau_+}^1 \frac{dx_1}{x_1^2} \int_{\tau_+/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2^2} \frac{\Delta K_1(x_1, x_2)}{\sqrt{(1 - \tau_{12})^2 - 4\rho_{12}}} \cdot 3(\tau_{12} - 1) \right\} \\ &\quad + \{ \Delta K_1(x_1, x_2) \rightarrow \Delta K_2(x_1, x_2) \}. \end{aligned}$$

Der Vollständigkeit halber geben wir auch die q_T^2 -integrierten Resultate der Gleichungen (3.36) und (C.1, C.3) an. Für den y -differentiellen Wirkungsquerschnitt erhalten wir:

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta\sigma}{dQ^2 dy} &= -N \left\{ \Delta H(x_1^0, x_2^0, Q^2) \left(1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} 2 \ln \frac{x_1^0}{1 - x_1^0} \ln \frac{x_2^0}{1 - x_2^0} \right) \right. \\ &\quad + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta H(x_1^0/x_1, x_2^0, Q^2) \left(\Delta f_q(x_1) + \frac{4}{3}(1 + x_1^2) \left(\frac{\ln(1 - x_1)}{1 - x_1} \right)_+ \right) \right. \\ &\quad \left. + \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta H(x_1^0, x_2^0/x_2, Q^2) \left(\Delta f_q(x_2) + \frac{4}{3}(1 + x_2^2) \left(\frac{\ln(1 - x_2)}{1 - x_2} \right)_+ \right) \right] \\ &\quad \left. + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta K_2(x_1^0/x_1, x_2^0, Q^2) \left(\Delta f_G(x_1) + \frac{1}{2}(2x_1 - 1) \ln \frac{2(1 - x_1)(1 - x_2^0)}{x_2^0(1 + x_1)} \right) \right. \right. \end{aligned}$$

$$\left. + \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/x_2, Q^2) \left(\Delta f_G(x_2) + \frac{1}{2}(2x_2 - 1) \ln \frac{2(1 - x_2)(1 - x_1^0)}{x_1^0(1 + x_2)} \right) \right] \\ + \Delta W(Q^2, y) \}, \quad (\text{C.4})$$

mit

$$\Delta W(Q^2, y) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{4}{3} \Delta W_q(Q^2, y) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{1}{2} \Delta W_G(Q^2, y), \quad (\text{C.5})$$

$$\begin{aligned} \Delta W_q(Q^2, y) &= \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{h_1(x_1, x_2) - h_1(x_1, 1) - h_1(1, x_2) + h_1(1, 1)}{(1 - x_1)(1 - x_2)} \\ &\quad + \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \frac{h_2(x_1, 1, x_2^0) - h_2(1, 1, x_2^0)}{1 - x_1} \\ &\quad + \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{h_2(1, x_2, x_1^0) - h_2(1, 1, x_1^0)}{1 - x_2} \\ &\quad - 2 \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta H(x_1, x_2, Q^2) \frac{2\tau(x_1 x_2 + \tau)}{(x_1 x_2^0 + x_2 x_1^0)^2}, \\ \Delta W_G(Q^2, y) &= \left\{ \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \frac{1}{1 - x_1} [\Delta K_1(x_1^0/x_1, x_2^0/x_2, Q^2) \right. \\ &\quad \times \frac{2(1 + x_1 x_2)(-x_1 + x_2(1 + 2x_1 x_2))x_1}{(1 + x_1)(x_1 + x_2)^2} \\ &\quad \left. - \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/x_2, Q^2)(2x_2 - 1) \right] \\ &\quad + \int_{x_1^0}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{x_2^0}^1 \frac{dx_2}{x_2} \Delta K_1(x_1^0/x_1, x_2^0/x_2, Q^2) \\ &\quad \times \frac{2x_1 x_2(1 + x_1 x_2)(x_1 x_2(2x_2 + x_1) - (2x_1 + x_2))}{(x_1 + x_2)^3} \left. \right\} \\ &\quad + \{ 1 \leftrightarrow 2, \Delta K_1(x_1^0/x_1, x_2^0/x_2, Q^2) \rightarrow \Delta K_2(x_1^0/x_1, x_2^0/x_2, Q^2), \\ &\quad \Delta K_1(x_1^0, x_2^0/x_2, Q^2) \rightarrow \Delta K_2(x_1^0/x_1, x_2^0, Q^2) \}. \end{aligned}$$

In (C.5) haben wir die Abkürzungen

$$\begin{aligned} h_1(x_1, x_2) &= \Delta H(x_1^0/x_1, x_2^0/x_2, Q^2) \frac{2(1 + x_1 x_2)}{(1 + x_1)(1 + x_2)} (1 + x_1^2 x_2^2), \\ h_2(x_1, x_2, x_3) &= h_1(x_1, x_2) \ln \frac{2(1 - x_3)}{x_3(1 + x_1 x_2)}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

eingeführt. Integriert man schließlich (C.4-C.6) über y , so erhält man für den totalen DY-Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\Delta\sigma}{dQ^2} = -N \left\{ \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \Delta H(x_1, \tau/x_1, Q^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{\tau}^1 \frac{dx_1}{x_1} \int_{\tau/x_1}^1 \frac{dx_2}{x_2} [\Delta H(x_1, x_2, Q^2) \Delta f_q^T(\tau_{12}) \right.$$

$$+ \left. \left(\Delta K_1(x_1, x_2, Q^2) + \Delta K_2(x_1, x_2, Q^2) \right) \Delta f_G^T(\tau_{12}) \right\}, \quad (\text{C.7})$$

mit:

$$\begin{aligned} \Delta f_q^T(z) &= \frac{4}{3} \left[4(1+z^2) \left(\frac{\ln(1-z)}{1-z} \right)_+ - 2 \frac{(1+z^2)}{1-z} \ln z + \left(\frac{2}{3} \pi^2 - 8 \right) \delta(1-z) \right], \\ \Delta f_G^T(z) &= \frac{1}{2} \left[(2z-1) \ln \frac{(1-z)^2}{z} - \frac{3}{2} z^2 + z + \frac{1}{2} \right]. \end{aligned}$$

Die Koeffizientenfunktionen $\Delta f_{q,G}^T$ sind im Rahmen unserer Faktorisierung (3.29) angegeben. Wenn wir eine reine \overline{MS} -Faktorisierung vornehmen, d.h. $\Delta d_{q,G}(z)$ wie in (3.25) wählen, so reproduziert (C.7) im CFH-Schema den entsprechenden Ausdruck in [40]. Im HVBM-Schema finden wir für $\Delta f_G^T(z)$ Übereinstimmung mit der entsprechenden Koeffizientenfunktion in [113].

Anhang D

Zerlegung der Beiträge zu dg_1^P/dq_T^2

In diesem Anhang wollen wir kurz die wesentlichen Schritte vorstellen, die zum resummierten Ausdruck für $dg_1^P(x, Q^2, q_T^2)/dq_T^2$ in (4.6) führen. Die einzelnen Umformungen sind ähnlich wie die für die Zerlegung beim DY-Prozeß im Anhang B, jedoch treten zusätzlich einige Neuerungen auf.

Ausgangspunkt für die Extraktion des führenden Verhaltens im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$ ist (4.4). Wir wollen zunächst die quarkinduzierten Terme $\sim C_F$ betrachten. Wegen des $1/(1-z)$ -Faktors im Integranden divergiert das z -Integral für $q_T^2 \rightarrow 0$ an der oberen Integrationsgrenze logarithmisch ($\sim \ln q_T^2$). Zur Regularisierung addieren und subtrahieren wir deshalb den Integranden für $q_T^2 \rightarrow 0$, $z \rightarrow 1$ explizit. Damit erhalten wir für das erste Integral in (4.4):

$$\begin{aligned} & \frac{C_F}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}}}} \left\{ \left[(1-\epsilon) \left((1-z)^2 + \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} \right) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + 2z \left(1 - 2 \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} \right) + 2z(2z-1) \frac{q_T^2}{Q^2} + 4\xi^{\text{reg}} \epsilon (1-z)^2 \right] \Delta H^{D1}(x/z) - 2\Delta H^{D1}(x) \right\} \\ & + \frac{C_F}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} 2 \ln \frac{1 + \sqrt{\frac{x_{\max}-x}{(1-x)x_{\max}}}}{1 - \sqrt{\frac{x_{\max}-x}{(1-x)x_{\max}}}}. \end{aligned} \quad (\text{D.1})$$

Der Logarithmus in (D.1) verhält sich für $q_T^2 \rightarrow 0$ wie $\ln \left(\frac{Q^2}{q_T^2} \frac{1-x}{x} \right)$. Diesen Term spalten wir explizit ab und nutzen die Entwicklungen für $1/(q_T^2)^{1+\epsilon} \cdot \ln(Q^2/q_T^2)$, $1/(q_T^2)^{1+\epsilon}$ aus (3.15). (Die kinematische Grenze A_T^2 ist in unserem Fall $q_{T,\max}^2$). Im ersten Teil von (D.1) können wir zunächst nicht so verfahren, da die Terme $\sim \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z}$ gesondert behandelt werden müssen. Durch Variablentransformation läßt sich für sie die Ersetzung

explizit berechnen:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}}}} \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} f(z) \\ &= \frac{1}{(q_T^2)^{1+\epsilon}} \int_{\frac{q_T^2}{Q^2}}^1 \frac{dy}{4\sqrt{1-y}} f\left(\left(1 + 4\frac{q_T^2}{Q^2} \frac{1}{y}\right)^{-1}\right) \\ &\xrightarrow{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{(q_T^2)_+} \int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}}}} \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} f(z) + \frac{1}{2} f(1) \left(\ln \frac{q_T^2}{Q^2} - \frac{1}{\epsilon}\right) \delta(q_T^2) \end{aligned} \quad (D.2)$$

Nutzen wir noch (B.5) aus, so ergibt sich für den quarkinduzierten Teil von (4.4) nach einigen Manipulationen:

$$\begin{aligned} \frac{dg_1^{P,q}(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} &= \frac{1}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2}\right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \left\{ \frac{1}{q_T^2} \left[\int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}}}} \right. \right. \\ & \left. \left[\left((1+z^2) + (1-4z) \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{z}{1-z} + 2z(2z-1) \frac{q_T^2}{Q^2} \right) \Delta H^{DI}(x/z) - 2\Delta H^{DI}(x) \right] \right. \\ & \left. - \int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \left[(1+z^2) \Delta H^{DI}(x/z) - 2\Delta H^{DI}(x) \right] + \frac{3}{2} \Delta H^{DI}(x) \right. \\ & \left. + 2 \ln \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{x_{\max}-x}{(1-x)x_{\max}}}}{1 - \sqrt{\frac{x_{\max}-x}{(1-x)x_{\max}}}} \frac{q_T^2}{Q^2} \frac{x}{1-x} \right) \Delta H^{DI}(x) \right] \\ & + \left(\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln \frac{q_T^2}{Q^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right) \left[\int_x^1 \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \left((1+z^2) \Delta H^{DI}(x/z) - 2\Delta H^{DI}(x) \right) \right. \\ & \left. + \left(\frac{3}{2} + 2 \ln \frac{1-x}{x} \right) \Delta H^{DI}(x) \right] \\ & + \delta(q_T^2) \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[(1-z)(1-4\xi^9) + \frac{1}{2} \delta(1-z) \right] \Delta H^{DI}(x/z) \\ & \left. + \left[2 \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ - \frac{3}{(q_T^2)_+} + \left(-\ln^2 \frac{q_T^2}{Q^2} - 3 \ln \frac{q_T^2}{Q^2} + \frac{3}{\epsilon} + \frac{2}{\epsilon^2} \right) \delta(q_T^2) \right] \Delta H^{DI}(x) \right\} \end{aligned} \quad (D.3)$$

Die ersten Terme in den eckigen Klammern $\sim 1/q_T^2$ finden sich in ΔY_A^{DI} in unserem Endresultat (4.13). Addiert man die virtuelle Korrektur [40] zusammen mit dem $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ -Beitrag

$$\frac{dg_1^{P,V}(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} = \frac{1}{2} \delta(q_T^2) \left[1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2}\right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \left(-\frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} - 8 \right) \right] \Delta H^{DI}(x) \quad (D.4)$$

zu (D.3), so heben sich die infraroten Divergenzen weg. Nach Einführung der polarisierten Splittingfunktion $\Delta P_{qq}(z)$ wie in (B.9) erhält man schließlich ein Resultat, welches

vollkommen analog zum entsprechenden DY-Resultat in (3.18) aufgebaut ist. Damit läßt sich die Resummation im b -Raum aus Kapitel 3.1.2 und die anschließende Faktorisierung direkt übernehmen, und man findet leicht das Ergebnis in (4.6). Überdies liest man in (D.3) explizit den weichen Ursprung des Terms $\sim \xi^9$ ab, wie schon im Anschluß an (4.11) diskutiert wurde.

Zuletzt muß noch der gluoninduzierte Beitrag behandelt werden. Betrachten wir den entsprechenden Ausdruck in (4.4), so sehen wir, daß er für $q_T^2 \rightarrow 0$ an der oberen Integrationsgrenze nicht divergiert. Im Gegensatz zum quarkinduzierten Beitrag (D.1) können wir gleich die Entwicklung (3.15) für $1/(q_T^2)^{1+\epsilon}$ ausnutzen und erhalten mit (B.5) für (4.4):

$$\begin{aligned} \frac{dg_1^{P,G}(x, Q^2, q_T^2)}{dq_T^2} &= \frac{1}{2} \frac{\alpha_s}{2\pi} T_R \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2}\right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \left\{ \frac{1}{q_T^2} \left[\int_x^{x_{\max}} \frac{dz}{z} \frac{1}{1-z} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{(1-x_{\max})z}{(1-z)x_{\max}}}} \right. \right. \\ & \left. \left. \times \left((2z-1) \left(1-z-2z\frac{q_T^2}{Q^2} \right) \Delta K^{DI}(x/z) \right) - \int_x^1 \frac{dz}{z} (2z-1) \Delta K^{DI}(x/z) \right] \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{(q_T^2)_+} + \left(\ln \frac{q_T^2}{Q^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \delta(q_T^2) \right) \int_x^1 \frac{dz}{z} (2z-1) \Delta K^{DI}(x/z) \right. \\ & \left. + \delta(q_T^2) \int_x^1 \frac{dz}{z} \left(\xi_1^G - 2\xi_2^G z \right) \Delta K^{DI}(x/z) \right\} \end{aligned} \quad (D.5)$$

Der erste Term in (D.5) ist genau ΔY_C^{DI} in (4.13). Die Struktur der restlichen Terme ist in vollständiger Analogie zum DY-Fall (3.33) und die weitere Behandlung kann entsprechend durchgeführt werden. Damit erhält man schließlich das komplette Resultat (4.6).

Wie schon im quarkinduzierten Fall (4.6) liest man aus (D.5) den weichen Ursprung der Terme $\sim \xi_{1,2}^G$ ab, da sie $\sim \delta(q_T^2)$ sind.

Anhang E

Resummation und matching für die single-spin W^\pm -Produktion

In diesem Anhang werden wir die Anwendung des Resummationsformalismus von Collins und Soper [65, 66] auf den Fall der hadronischen *single-spin* Produktion von W^\pm diskutieren. Das Ziel ist, die einzelnen Bestandteile von $\Delta_L \sigma^{\text{match}}$ in (5.5) zu bestimmen. Dazu leiten wir in Abschnitt E.1 zunächst den asymptotischen Wirkungsquerschnitt her. Anschließend berechnen wir die Koeffizienten $A^{(1)}$, $B^{(1)}$ und $(\Delta)C_{i,-f}^{(0,1)}(z)$ in (5.13, 5.15) aus dem perturbativen Resultat in $\mathcal{O}(\alpha_s)$.

E.1 Der asymptotische Wirkungsquerschnitt

Der erste Schritt ist die Extraktion der führenden Terme des $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -perturbativen Querschnitts (5.2) im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$. Wir hatten schon gesehen, daß die relevanten Subquerschnitte (5.6-5.8) im wesentlichen die des polarisierten und unpolarisierten DY-Prozesses aus Kapitel 3 und Ref. [67] sind, so daß wir die Ergebnisse von dort direkt übernehmen können. Der einzige zusätzliche Beitrag kommt von dem Term $-2\epsilon(u/t - t/u)$ in (5.6). Dafür läßt sich die Zerlegung wie im Anhang B vornehmen. Da wir auch die Koeffizienten $(\Delta)C_{i,-f}^{(1)}(x)$ in (5.13) bestimmen wollen, müssen wir den Wirkungsquerschnitt nullter Ordnung und die $\mathcal{O}(\alpha_s)$ -virtuelle Korrektur zu (5.2) kennen [64, 79, 80, 66]. Analog zu (3.10, 3.17) finden wir

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta_L \sigma^{0+V}}{dy dq_T^2} &= N \Delta_L H(x_1^0, x_2^0) \delta(q_T^2) \left[1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{Q^2} \right)^\epsilon \frac{1}{\Gamma(1-\epsilon)} \right. \\ &\quad \left. \times \left(-\frac{2}{\epsilon^2} - \frac{3}{\epsilon} - 8 + \pi^2 \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Damit erhalten wir für (5.2) im Limes $q_T^2 \rightarrow 0$:

$$\frac{d\Delta_L \sigma^{q_T^2 \rightarrow 0}}{dy dq_T^2} + \frac{d\Delta_L \sigma^{0+V}}{dy dq_T^2} = N \Delta_L H(x_1^0, x_2^0) \delta(q_T^2) \quad (\text{E.2})$$

$$\begin{aligned} &+ N \frac{\alpha_s}{2\pi} \left\{ \Delta_L H(x_1^0, x_2^0) C_F \left[2 \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ - \frac{3}{(q_T^2)_+} - \delta(q_T^2) \left(3 \ln \frac{A_T^2}{Q^2} + \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \right] \right. \\ &+ \left(\frac{1}{(q_T^2)_+} + \delta(q_T^2) \left(\ln \frac{A_T^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \right) \\ &\times \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta_L H(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) \Delta_L H(x_1^0, x_2^0/z) \right. \\ &- \left. \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} \Delta P_{qq}(z) \Delta_L K_2(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} P_{qG}(z) \Delta_L K_1(x_1^0, x_2^0/z) \right] \\ &+ \delta(q_T^2) \left[\int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} C_F \left[-4(1-z) + (1-z) + \delta(1-z) \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 \right) \right] \Delta_L H(x_1^0/z, x_2^0) \right. \\ &+ \left. \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} C_F \left[1-z + \delta(1-z) \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 \right) \right] \Delta_L H(x_1^0, x_2^0/z) \right. \\ &\left. \left. - \int_{x_1^0}^1 \frac{dz}{z} T_R \cdot 2(1-z) \Delta_L K_2(x_1^0/z, x_2^0) + \int_{x_2^0}^1 \frac{dz}{z} T_R \Delta_L K_1(x_1^0, x_2^0/z) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Für $q_T^2 > 0$ ist $\delta(q_T^2) = 0$ und $(f(q_T^2))_+ = f(q_T^2)$ in (E.2), und man erhält das asymptotische Resultat (5.12). Um später die Koeffizientenfunktionen $(\Delta)C_{i,-f}^{(1)}(x)$ bestimmen zu können, benötigen wir noch das Integral von (E.2) über q_T^2 bis zu einem kleinen Wert $p_T^2 \ll Q^2$. Da alle q_T^2 -Abhängigkeiten separiert sind, können wir das Integral leicht durchführen. Es hat dieselbe Form wie (E.2) mit den folgenden Ersetzungen:

$$\begin{aligned} \int_0^{p_T^2} dq_T^2 \left[2 \left(\frac{\ln(Q^2/q_T^2)}{q_T^2} \right)_+ - \frac{3}{(q_T^2)_+} - \delta(q_T^2) \left(3 \ln \frac{A_T^2}{Q^2} + \ln^2 \frac{A_T^2}{Q^2} \right) \right] &= 3 \ln \frac{Q^2}{p_T^2} - \ln^2 \frac{Q^2}{p_T^2}, \\ \int_0^{p_T^2} dq_T^2 \left[\frac{1}{(q_T^2)_+} + \delta(q_T^2) \left(\ln \frac{A_T^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \right] &= \ln \frac{p_T^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon}, \\ \int_0^{p_T^2} dq_T^2 \delta(q_T^2) &= 1. \end{aligned} \quad (\text{E.3})$$

E.2 Entwicklung des resummierten Wirkungsquerschnitts

Der zweite Schritt besteht nun darin, den resummierten Wirkungsquerschnitt (5.13) bis $\mathcal{O}(\alpha_s)$ zu entwickeln. Ein Vergleich mit dem q_T^2 -integrierten perturbativen Ausdruck (E.2) erlaubt es uns dann, die Koeffizienten $A^{(1)}$, $B^{(1)}$, $(\Delta)C_{i,-f}^{(0,1)}(x)$ in (5.13) zu bestimmen.

Wir integrieren (5.13) über q_T^2 bis $p_T^2 \ll Q^2$ und erhalten:

$$\int_0^{p_T^2} \frac{d\Delta_L \sigma^{\text{resum}}}{dy dq_T^2} dq_T^2 = N \int_0^{p_T^2} dq_T^2 \int \frac{d^2 \vec{b}}{4\pi} e^{-i\vec{b} \cdot \vec{q}_T} \sum_{i,j} e_{ij}^2 W^{ij}(b)$$

$$= N \int_0^\infty d\eta J_1(\eta) \sum_{i,j} e_{ij}^2 W^{ij} \left(\frac{\eta}{p_T} \right). \quad (\text{E.4})$$

Bevor wir die η -Integration durchführen, entwickeln wir den Integranden bis zu $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Dazu entwickeln wir die Partonverteilungen in (5.13) um eine feste Skala M^2 :

$$(\Delta)f^H(x, C_3^2/b^2) \approx (\Delta)f^H(x, M^2) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_{f'} ((\Delta)P_{ff'} \circ (\Delta)f^{H'}) (x, M^2) \ln \frac{C_3^2}{b^2 M^2}. \quad (\text{E.5})$$

Wir wählen M^2 als Faktorisierungsskala und schreiben für die Quarkverteilungen (und analog für die Antiquarkverteilungen):

$$\begin{aligned} (\Delta)q^H(x, M^2) &= (\Delta)q_0^H(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_{f=q,G} \left[\left(\ln \frac{M^2}{\mu^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) ((\Delta)P_{qf} \circ (\Delta)f_0^H)(x) \right. \\ &\quad \left. + ((\Delta)R_{qf} \circ (\Delta)f_0^H)(x) \right]. \end{aligned} \quad (\text{E.6})$$

Die Terme $(\Delta)R_{qf}(x)$ in (E.6) sind die zusätzliche Freiheit, die wir in der Wahl unseres Faktorisierungsschemas haben.

Nach den Ersetzungen (E.5, E.6) sind die in (E.4) auftretenden η -Integrale vom Typ

$$c_r \equiv \int_0^\infty d\eta J_1(\eta) \ln^r \left(\frac{\eta}{b_0} \right) \quad (\text{E.7})$$

und lassen sich mit der c_r erzeugenden Funktion

$$\sum_{r=0}^{\infty} \frac{1}{r!} y^r c_r = \exp \left[-2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\zeta(2m+1)}{2m+1} (y/2)^{2m+1} \right] \quad (\text{E.8})$$

auswerten. Nach einigen Manipulationen erhält man schließlich für (5.13) in $\mathcal{O}(\alpha_s)$:

$$\begin{aligned} \int_0^{p_T^2} \frac{d\Delta L_{\text{resum}}}{dy dq_T^2} dq_T^2 &= N \sum_{i,j,f',f''} e_{ij}^2 \left\{ \Delta C_{i-f}^{(0)} C_{j-f'}^{(0)} \Delta f^{H_1}(x_1^0) f^{H_2}(x_2^0) \right. \\ &\quad + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\Delta C_{i-f}^{(0)} C_{j-f'}^{(0)} \Delta f^{H_1}(x_1^0) f^{H_2}(x_2^0) \left(\left(-\frac{1}{2} A^{(1)} \right) \ln^2 \frac{Q^2}{p_T^2} + \left(-B^{(1)} - 2A^{(1)} \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) \ln \frac{Q^2}{p_T^2} \right) \right. \\ &\quad + \Delta C_{i-f}^{(0)} C_{j-f'}^{(0)} f^{H_2}(x_2^0) (\Delta P_{ff''} \circ \Delta f^{H_1})(x_1^0) \left(\ln \frac{p_T^2 C_3^2}{\mu^2 b_0^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \\ &\quad + \Delta C_{i-f}^{(0)} C_{j-f'}^{(0)} \Delta f^{H_1}(x_1^0) (P_{ff''} \circ f^{H_2})(x_2^0) \left(\ln \frac{p_T^2 C_3^2}{\mu^2 b_0^2} - \frac{1}{\epsilon} \right) \\ &\quad + C_{j-f'}^{(0)} f^{H_2}(x_2^0) \left[\left((\Delta C_{i-f}^{(1)} + \Delta R_{if}) \circ \Delta f^{H_1} \right) (x_1^0) \right. \\ &\quad \left. - \Delta C_{i-f}^{(0)} \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \left(B^{(1)} + A^{(1)} \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) \Delta f^{H_1}(x_1^0) \right] \\ &\quad + \Delta C_{i-f}^{(0)} \Delta f^{H_1}(x_1^0) \left[\left((C_{j-f'}^{(1)} + R_{jf'}) \circ f^{H_2} \right) (x_2^0) \right. \\ &\quad \left. - C_{j-f'}^{(0)} \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \left(B^{(1)} + A^{(1)} \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) f^{H_2}(x_2^0) \right] \left. \right\}. \end{aligned} \quad (\text{E.9})$$

Vergleichen wir nun mit (E.2, E.3), so folgt aus den ersten beiden Zeilen in (E.9) o.B.d.A. unmittelbar:

$$\begin{aligned} C_{i-q}^{(0)} &= -\Delta C_{i-q}^{(0)} = \delta_{iq}, \quad C_{i-\bar{q}}^{(0)} = \Delta C_{i-\bar{q}}^{(0)} = \delta_{i\bar{q}}, \quad C_{i-G}^{(0)} = \Delta C_{i-G}^{(0)} = 0, \\ A^{(1)} &= 2C_F, \quad B^{(1)} = -3C_F - 4C_F \ln \frac{C_2 b_0}{C_1}. \end{aligned} \quad (\text{E.10})$$

Der Rest von (E.9) hat bezüglich p_T^2 dieselbe Struktur wie (E.2). Mit (E.10) liefert ein weiterer Vergleich:

$$\begin{aligned} C_{q-q}^{(1)}(z) = C_{\bar{q}-\bar{q}}^{(1)}(z) &= C_F \left[(1-z) + \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 - 2 \ln^2 \frac{C_2 b_0}{C_1} - 3 \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) \delta(1-z) \right] \\ &\quad - 2 \ln \frac{C_3}{b_0} P_{qq}(z) - R_{qq}(z), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta C_{q-q}^{(1)}(z) = -\Delta C_{\bar{q}-\bar{q}}^{(1)}(z) &= -C_F \left[-4(1-z) + (1-z) + \left(\frac{\pi^2}{2} - 4 - 2 \ln^2 \frac{C_2 b_0}{C_1} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - 3 \ln \frac{C_2 b_0}{C_1} \right) \delta(1-z) \right] + 2 \ln \frac{C_3}{b_0} \Delta P_{qq}(z) + \Delta R_{qq}(z), \end{aligned}$$

$$C_{q-G}^{(1)}(z) = C_{\bar{q}-G}^{(1)}(z) = T_R - 2 \ln \frac{C_3}{b_0} P_{qG}(z) - R_{qG}(z),$$

$$\Delta C_{q-G}^{(1)}(z) = -\Delta C_{\bar{q}-G}^{(1)}(z) = -T_R \cdot 2(1-z) + 2 \ln \frac{C_3}{b_0} \Delta P_{qG}(z) + \Delta R_{qG}(z). \quad (\text{E.11})$$

Faktorisieren wir die unpolarisierten Quarkverteilungen im \overline{MS} -Schema und die polarisierten so, wie es in (3.29) definiert ist, so haben wir:

$$R_{qq}(z) = R_{qG}(z) = 0,$$

$$\Delta R_{qq}(z) = -4C_F(1-z), \quad \Delta R_{qG}(z) = 2T_R(1-z). \quad (\text{E.12})$$

Damit ist die Bestimmung der Koeffizienten abgeschlossen und (5.15) folgt aus (E.11) mit (E.12).

Betrachten wir noch einmal $\Delta C_{q-q}^{(1)}(z)$ in (E.11), so ist der wesentliche Unterschied zum unpolarisierten Koeffizienten $C_{q-q}^{(1)}(z)$ der Term $4C_F(1-z)$. Dieser Term ist uns schon wiederholt begegnet (3.28, 4.9). Aus (E.2) sehen wir wieder, daß er weichen Ursprungs ist und mittels (E.12) in die Definition der polarisierten Quarkverteilungen absorbiert wird. Erwartungsgemäß taucht er im Kontext der *single-spin* Produktion auch nur "einmal" auf. Weiterhin finden wir in $\Delta C_{q-G}^{(1)}(z)$ den Term $T_R \cdot 2(1-z)$ wieder, der schon im polarisierten DY- (3.35) und tief-inelastischen Fall (4.10) auftauchte. Auch er wird mittels (E.12) faktorisiert.

Die bisherige Rechnung wurde im HVBM-Schema durchgeführt. Wiederholen wir sie im CFH-Schema, so ändern sich nur die Koeffizientenfunktionen in (E.11):

$$\begin{aligned}\Delta C_{\bar{q}-q}^{(1)}(z)|_{CFH} &= -\Delta C_{\bar{q}-q}^{(1)}(z)|_{CFH} = \Delta C_{\bar{q}-q}^{(1)}|_{HVBM} - 4C_F(1-z), & (E.13) \\ \Delta C_{q-G}^{(1)}(z)|_{CFH} &= -\Delta C_{\bar{q}-G}^{(1)}(z)|_{CFH} = -T_R(a-1)(2z-1) + 2\ln\frac{C_3}{b_0}\Delta P_{qG}(z) + \Delta R_{qG}(z)\end{aligned}$$

Mit der entsprechenden Modifikation der Faktorisierung der polarisierten Quarkverteilungen wie in (3.29) bleibt unser Endergebnis (5.15) jedoch ungeändert.

Literaturverzeichnis

- [1] J. Ashman u.a., EMC Collab., Phys. Lett. **B206** (1988) 364; Nucl. Phys. **B328** (1989) 1.
- [2] J.D. Björken, Phys. Rev. **148** (1966) 1467; *ibid.* **D1** (1970) 1376.
- [3] L.M. Sehgal, Phys. Rev. **D10** (1974) 1663; Erratum **D11** (1975) 2016;
H.J. Lipkin, Phys. Lett. **B214** (1988) 429; **B230** (1989) 135;
M. Anselmino, B.L. Ioffe und E. Leader, Sov. J. Nucl. Physics **49** (1989) 136.
- [4] M. Gourdin, Nucl. Phys. **B38** (1972) 418;
J. Ellis und R.L. Jaffe, Phys. Rev. **D9** (1974) 1444; Erratum **D10** (1974) 1669.
- [5] G. Altarelli und G.G. Ross, Phys. Lett. **B212** (1988) 391;
A.V. Efremov und O.V. Teryaev, Dubna Report E2-88-287 (1988), publiziert in *Proceedings of the Int. Hadron Symposium*, Bechyně, Tschechoslowakei, 1988, eds. X. Fischer u.a. (Czech. Academy of Science, Prague, 1989), p. 302.
- [6] R.D. Carlitz, J.C. Collins und A.H. Mueller, Phys. Lett. **B214** (1988) 229.
- [7] J. Ellis, R.A. Flores und S. Ritz, Phys. Lett. **B198** (1987) 393;
J. Ellis und R.A. Flores, Nucl. Phys. **B307** (1988) 883;
M. Glück und E. Reya, Univ. Dortmund Report DO-TH 87/14 (1987).
- [8] M. Glück und E. Reya, Z. Phys. **C39** (1988) 569.
- [9] G.G. Ross und R.G. Roberts, Rutherford Report RAL-90-062 (1990).
- [10] G. Altarelli und W.J. Stirling, Particle World **1** (1989) 40.
- [11] M. Glück und E. Reya, Z. Phys. **C43** (1989) 679.
- [12] Z. Kunszt, Phys. Lett. **B218** (1989) 243.
- [13] M. Glück, E. Reya und W. Vogelsang, Nucl. Phys. **B351** (1991) 579.
- [14] A.P. Contogouris, S. Papadopoulos und B. Kamal, Phys. Lett. **B246** (1990) 523.

- [15] H.Y. Cheng, S.R. Hwang und S.N. Lai, Phys. Rev. **D42** (1990) 2243; M.A. Doncheski, R.W. Robinett und L. Weinkauff, Pennsylvania State Univ. Report PSU/TH/85 (1991); Phys. Rev. **D44** (1991) 2717.
- [16] C. Bourrely, J. Ph. Guillet und J. Soffer, Nucl. Phys. **B361** (1991) 72.
- [17] E.L. Berger und J. Qiu, Phys. Rev. **D40** (1989) 778.
- [18] S. Gupta, D. Indumathi und M.V.N. Murthy, Z. Phys. **C42** (1989) 493; Erratum **C44** (1989) 356.
- [19] M. Glück und W. Vogelsang, Phys. Lett. **B277** (1992) 515.
- [20] P. Mathews und R. Ramachandran, Z. Phys. **C53** (1992) 305.
- [21] J.C. Collins, Argonne Report ANL-HEP-CP-90-52, publiziert in *Proceedings of the Workshop on Hadron Structure Functions and Parton Distributions*, eds. D. Geesaman, J. Morfin, C. Sazama und W.-K. Tung, (World Scientific, Singapore 1990).
- [22] K. Sridhar, E. Leader und M.C. Bento, Birkbeck College Report 91/4 (1991).
- [23] A.P. Contogouris und S. Papadopoulos, Phys. Lett. **B260** (1991) 204.
- [24] H.Y. Cheng und S.N. Lai, Phys. Rev. **D41** (1990) 91.
- [25] Yu.L. Dokshitzer, D.I. D'Yakonov und S.I. Troyan, Phys. Lett. **B78** (1978) 290; Phys. Reports **58** (1980) 269.
- [26] G. Parisi und R. Petronzio, Nucl. Phys. **B154** (1979) 427.
- [27] P.B. Arnold und M.H. Reno, Nucl. Phys. **B319** (1989) 37; R.J. Gonsalves, J. Pawlowski und C.-F. Wai, Phys. Rev. **D40** (1989) 2245.
- [28] R.K. Ellis und P. Nason, Nucl. Phys. **B312** (1989) 551; P. Nason, S. Dawson und R.K. Ellis, Nucl. Phys. **B303** (1988) 607.
- [29] Z. Kunszt und W.J. Stirling, Phys. Lett. **B217** (1989) 563.
- [30] M. Glück, E. Reya und A. Weber, Univ. Dortmund Report DO-TH-92/18 (1992), erscheint in Phys. Lett. **B**.
- [31] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, Phys. Rev. **D45** (1992) 3986; **D46** (1992) 1973.
- [32] RHIC Spin Collab., D. Hill u.a., Letter of intent RHIC-SPIN-LOI-1991; Ya.S. Derbenev und A.M. Kondratenko, Part. Accel. **8** (1978) 115;

- A.D. Krisch u.a., Phys. Rev. Lett. **63** (1989) 1137; J.E. Goodwin u.a., Phys. Rev. Lett. **64** (1990) 2779; D. Underwood u.a., Particle World **3** (1992) 1.
- [33] Fermilab E581/704 Collab., D.L. Adams u.a., Phys. Lett. **B261** (1991) 197.
- [34] G.P. Ramsey und D. Sivers, Phys. Rev. **D43** (1991) 2861.
- [35] M. Anselmino und E. Leader, Z. Phys. **C41** (1988) 239.
- [36] V.W. Hughes u.a., Phys. Lett. **B212** (1988) 511; G. Baum u.a., Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1135.
- [37] G. Altarelli und G. Parisi, Nucl. Phys. **B126** (1977) 298.
- [38] M. Glück, E. Reya und W. Vogelsang, Nucl. Phys. **B329** (1990) 347.
- [39] W. Vogelsang, Z. Phys. **C50** (1991) 275.
- [40] P. Ratcliffe, Nucl. Phys. **B223** (1983) 45.
- [41] L. Mankiewicz und A. Schäfer, Phys. Lett. **B242** (1990) 455.
- [42] W. Vogelsang und A. Weber, Nucl. Phys. **B362** (1991) 3.
- [43] N.S. Craigie, K. Hidaka, M. Jacob und F.M. Renard, Phys. Reports **99** (1983) 69.
- [44] J.P. Leveille und T. Weiler, Nucl. Phys. **B147** (1979) 147.
- [45] E. Reya, Phys. Reports **69** (1981) 195.
- [46] G. Altarelli und B. Lampe, Z. Phys. **C47** (1990) 315.
- [47] A.D. Watson, Z. Phys. **C12** (1982) 123.
- [48] B. Lampe, Phys. Lett. **B227** (1989) 469.
- [49] J. Kodaira, S. Matsuda, K. Sasaki und T. Uematsu, Nucl. Phys. **B159** (1979) 99; J. Kodaira, Nucl. Phys. **B165** (1980) 129.
- [50] H.J. Lipkin, Phys. Lett. **B256** (1991) 284.
- [51] R.M. Barnett, Phys. Rev. Lett. **36** (1976) 1163.
- [52] M. Glück, R.M. Godbole und E. Reya, Z. Phys. **C38** (1988) 441; Erratum **C39** (1988) 590.

- [53] P. Mathews und V. Ravindran, *Int. J. Mod. Phys.* **A7** (1992) 6371; *Phys. Lett.* **B278** (1992) 175.
- [54] G. Kramer und B. Lampe, *Z. Phys.* **C54** (1992) 139.
- [55] J. Blümlein, M. Klein und T. Riemann, *Proceedings of the HERA-Workshop*, Hamburg 1987, Vol. 2, p. 687, ed. R.D. Peccei.
- [56] A. Weber, *Int. J. Mod. Phys.* **A5** (1990) 3155.
- [57] M. Glück, E. Hoffmann und E. Reya, *Z. Phys.* **C13** (1982) 119.
- [58] V. Ravishankar, *Nucl. Phys.* **B374** (1992) 309.
- [59] A. Weber, *Nucl. Phys.* **B382** (1992) 63.
- [60] C. Kourkoumelis u.a., *Phys. Lett.* **B91** (1980) 475;
D. Antreasyan u.a., *Phys. Rev. Lett.* **47** (1981) 12; **48** (1982) 302;
A.S. Ito u.a., *Phys. Rev.* **D23** (1981) 604.
- [61] G. Altarelli, G. Parisi und R. Petronzio, *Phys. Lett.* **B76** (1978) 351, 356.
- [62] R.K. Ellis, G. Martinelli und R. Petronzio, *Nucl. Phys.* **B211** (1983) 106.
- [63] H.S. Mani und M. Noman, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1223.
- [64] P.B. Arnold und R.P. Kauffman, *Nucl. Phys.* **B349** (1991) 381.
- [65] J.C. Collins und D.E. Soper, *Nucl. Phys.* **B193** (1981) 381; **B194** (1982) 445; **B197** (1982) 446.
- [66] J.C. Collins, D.E. Soper und G. Sterman, *Nucl. Phys.* **B250** (1985) 199.
- [67] G. Altarelli, R.K. Ellis, M. Greco und G. Martinelli, *Nucl. Phys.* **B246** (1984) 12.
- [68] G. Altarelli, R.K. Ellis und G. Martinelli, *Z. Phys.* **C27** (1985) 617; *Phys. Lett.* **B151** (1985) 457;
M. Greco, *Proceedings of the 4th Topical Workshop on Proton-Antiproton Collider Physics*, Bern (1984), p.202.
- [69] M. Chanowitz, M. Furman und I. Hinchliffe, *Phys. Lett.* **B78** (1978) 285; *Nucl. Phys.* **B159** (1979) 225.
- [70] G. 't Hooft und M. Veltman, *Nucl. Phys.* **B44** (1972) 189;
D. Akyeampong und R. Delbourgo, *Nuovo Cim.* **17A** (1973) 578; **18A** (1973) 94;
19A (1974) 219.

- [71] P. Breitenlohner und D. Maison, *Comm. Math. Phys.* **52** (1977) 11, 39, 55.
- [72] D. Kreimer, *Phys. Lett.* **B237** (1990) 59;
J.G. Körner, D. Kreimer und K. Schilcher, *Z. Phys.* **C54** (1992) 503.
- [73] G. Bonneau, *Phys. Lett.* **B96** (1980) 147; Paris-LPTHE Report PAR LPTHE 88-52;
Int. J. Mod. Phys. **A5** (1990) 3831.
- [74] G.T. Bodwin und J. Qiu, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 2755.
- [75] G. Altarelli, R.K. Ellis und G. Martinelli, *Nucl. Phys.* **B157** (1979) 461.
- [76] G. Altarelli, *Phys. Reports* **81** (1982) 1.
- [77] S.D. Ellis, N. Fleishon und W.J. Stirling, *Phys. Rev.* **D24** (1981) 1386.
- [78] M. Glück und E. Reya, *Phys. Rev.* **D25** (1982) 1211.
- [79] C.T.H. Davies und W.J. Stirling, *Nucl. Phys.* **B244** (1984) 337;
C.T.H. Davies, B.R. Webber und W.J. Stirling, *Nucl. Phys.* **B256** (1985) 413.
- [80] C.T.H. Davies, *Dissertation*, University of Cambridge (1984).
- [81] M. Greco, G. Pancheri und Y. Srivastava, *Phys. Lett.* **B56** (1975) 367; *Nucl. Phys.* **B101** (1975) 234;
M. Greco, F. Palumbo, G. Pancheri-Srivastava und Y. Srivastava, *Phys. Lett.* **B77** (1978) 282.
- [82] J. Kodaira und L. Trentadue, *Phys. Lett.* **B112** (1982) 66; **B123** (1983) 335.
- [83] R.P. Kauffman, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 1512.
- [84] T. Han, R. Meng und J. Ohnemus, *Nucl. Phys.* **B384** (1992) 59.
- [85] M. Glück, private Diskussion.
- [86] P.N. Harriman, A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 798.
- [87] M. Glück, E. Reya und A. Vogt, *Z. Phys.* **C53** (1992) 127.
- [88] R. Voss, *Proceedings of the workshop on the future of Muon Physics*, Heidelberg 1991, eds. K. Jungmann, V.W. Hughes und G. zu Putlitz, erschienen in *Z. Phys.* **C56** (1992) S169.
- [89] A.V. Manohar, *Phys. Lett.* **B255** (1991) 579.

- [90] W. Vogelsang, Diplomarbeit, Univ. Dortmund (1990).
- [91] W. Vogelsang, *Proceedings of the Workshop Physics at HERA*, Hamburg 1991, Vol.1, p. 389, eds. W. Buchmüller und G. Ingelman.
- [92] M. Glück und W. Vogelsang, *Z. Phys.* **C55** (1992) 353.
- [93] D.W. Duke und J.F. Owens, *Phys. Rev.* **D30** (1984) 49.
- [94] G. Arnison u.a. (UA1 Collab.), *Phys. Lett.* **B129** (1983) 273; **B134** (1984) 469;
C. Albajar u.a. (UA1 Collab.), *Z. Phys.* **C44** (1989) 15;
R. Ansari u.a. (UA2 Collab.), *Phys. Lett.* **B194** (1987) 158;
J. Alitti u.a. (UA2 Collab.), *Z. Phys.* **C47** (1990) 523.
- [95] B.L. Combridge, J. Kripfganz und J. Ranft, *Phys. Lett.* **B70** (1977) 234;
J.F. Owens, E. Reya und M. Glück, *Phys. Rev.* **D18** (1978) 1501.
- [96] W. Vogelsang und A. Weber, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 4069.
- [97] M. Glück, E. Reya und W. Vogelsang, *Phys. Rev.* **D45** (1992) 2552.
- [98] P. Chiappetta und G. Nardulli, *Z. Phys.* **C51** (1991) 435.
- [99] British-Scandinavian ISR Collaboration, B. Alper u.a., *Phys. Lett.* **B44** (1973) 521;
F.W. Büsser u.a., *ibid.* **B46** (1973) 471;
D.C. Carey u.a., *Phys. Rev.* **D14** (1976) 1196.
- [100] R.P. Feynman, R.D. Field und G.C. Fox, *Nucl. Phys.* **B128** (1977) 1.
- [101] A.P. Contogouris, R. Gaskell und S. Papadopoulos, *Phys. Rev.* **D17** (1978) 2314.
- [102] R.K. Ellis, M.A. Furman, H.E. Haber und I. Hinchliffe, *Nucl. Phys.* **B173** (1980) 397;
W. Furmanski und W. Slominski, *Krakow Report TPJU-11/81* (1981), nicht veröffentlicht;
R.K. Ellis und J.C. Sexton, *Nucl. Phys.* **B269** (1986) 445.
- [103] F. Aversa, P. Chiappetta, M. Greco und J.Ph. Guillet, *Phys. Lett.* **B210** (1988) 225; **B211** (1988) 465; *Nucl. Phys.* **B327** (1989) 105; *Z. Phys.* **C46** (1990) 253.
- [104] F. Aversa, M. Greco, P. Chiappetta und J.Ph. Guillet, *Phys. Rev. Lett.* **65** (1990) 401.
- [105] J. Babcock, E. Monsay und D. Sivers, *Phys. Rev.* **D19** (1979) 1483.

- [106] J. Qiu, G.P. Ramsey, D. Richards und D. Sivers, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 65;
S. Gupta, J. Pasupathy und J. Szwed, *Z. Phys.* **C46** (1990) 111;
C. Bourrely, J.Ph. Guillet und P. Chiappetta, *Nuovo Cim.* **103A** (1990) 1337;
P. Chiappetta und G. Girardi, *Phys. Lett.* **B225** (1989) 437.
- [107] J. Kwiecinski, A.D. Martin, W.J. Stirling und R.G. Roberts, *Phys. Rev.* **D42** (1990) 3645.
- [108] R.D. Field und R.P. Feynman, *Phys. Rev.* **D15** (1977) 2590.
- [109] È.J. Eichten, I. Hinchliffe, K.D. Lane und C. Quigg, *Rev. Mod. Phys.* **56** (1984) 579; Erratum **58** (1986) 1065.
- [110] S.L. Adler, *Phys. Rev.* **177** (1969) 2426;
J.S. Bell, R. Jackiw, *Nuovo Cim.* **60A** (1969) 47.
- [111] J.G. Körner, N. Nasrallah und K. Schilcher, *Phys. Rev.* **D41** (1990) 888.
- [112] A.J. Buras und P.H. Weisz, *Nucl. Phys.* **B333** (1990) 66.
- [113] P. Mathews und V. Ravindran, *Mod. Phys. Lett.* **A7** (1992) 2695.

Danksagung

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Prof. Dr. E. Reya für die Betreuung dieser Arbeit, für viele fruchtbare Diskussionen und die kontinuierliche Unterstützung während der gesamten Zeit der Projekte. Darüber hinaus möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr. M. Glück für zahlreiche Diskussionen und wertvolle Anregungen bedanken.

Weiterhin möchte ich Werner Vogelsang und Andreas Vogt für eine konstruktive Zusammenarbeit und die kritische Durchsicht des Manuskripts danken. An dieser Stelle sei auch allen namentlich nicht genannten Mitarbeitern der Lehrstühle T3 und T4 für die gute Arbeitsatmosphäre herzlich gedankt.

Besonders danke ich Werner Vogelsang für seine Kollaboration bei einigen Teilen dieser Arbeit und für seine ständige Diskussionsbereitschaft. Sein Elan war während der gesamten Zeit mitreißend.

Diese Arbeit wurde durch Mittel des 'Bundesministerium für Forschung und Technologie', Bonn finanziell unterstützt.