CEA/SACLAY
DSM

SERVICE TECHNIQUE DE CRYOGÉNIE ET DE MAGNÉTISME

DAPNIA - STCM - 99 - 06

FERMILAB
JUL 10 2000
LIBRARY

Fermilab Library
0 1160 0091465 9

DAPNIA/STCM-99-06 Juin 2000

POUR UN BON CHOIX DES CARACTERISTIQUES MECANIQUES LORS DE CALCULS THERMO-MECANIQUES AVEC CASTEM 2000

DAPNIA

C. Gourdin, P. Védrine

Département d'**A**strophysique, de Physique des **P**articules, de Physique **N**ucléaire et de l'**I**nstrumentation **A**ssociée
CEA/Saclay F-91191 Gif-sur-Yvette Cédex

Couverture : Sylvie Cabrit et Marc Sauvage

COMMISSARIAT A L'ENERGIE ATOMIQUE

DSM/DAPNIA/STCM

Rapport n° 06 - 1999
le 5 juin 2000

C. GOURDIN, P. VEDRINE

POUR UN BON CHOIX DES CARACTERISTIQUES MECANIQUES LORS DE CALCULS THERMO-MECANIQUES AVEC CASTEM 2000

Pour un bon choix des caractéristiques mécaniques lors de calculs thermo-mécaniques avec CASTEM2000

Cédric GOURDIN, Pierre VEDRINE
Service des Techniques de Cryogénie et de Magnétisme
Commissariat à l'Energie Atomique / Saclay
F-91191 Gif sur Yvette Cedex, France

Résumé

La conception et le dimensionnement des aimants supraconducteurs fait appel aux propriétés thermomécaniques des matériaux utilisés. Certaines propriétés sont dépendantes de la température. Cette note décrit comment la prendre en compte lors des simulations numériques.

Table des Matières

I Introduction 3

II La thermoélasticité 3
II.i Rappels théoriques 3
II.i.1 Loi de comportement élastique 3
II.i.2 Loi de comportement thermoélastique 3
II.ii Application de la thermoélasticité : la méthode de la contrainte d'origine thermique. 4
II.iii Application de la thermoélasticité : détermination du coefficient de retreint thermique 6

III Calculs thermoélastiques avec CASTEM2000 6
III.i Influence des propriétés mécaniques lors du refroidissement 6
III.ii Conclusion et analyse des résultats numériques 8
III.iii Détermination des modules tangents pour un câble supraconducteur type NbTi 8
III.iv Exploitation des résultats expérimentaux avec la prise en compte des bonnes propriétés mécaniques des matériaux 9

IV Conclusions et Perspectives 10

V Annexe 11

I Introduction

L'objectif de ce mémorandum est de mettre en évidence l'importance de la prise en compte des variations des propriétés mécaniques (modules de Young et coefficients de retreint thermique) en fonction de la température, notamment lors des simulations numériques du refroidissement de structures telles que les aimants supraconducteurs. Après un bref rappel sur la thermoélasticité, nous verrons à l'aide d'un exemple simple (montage permettant la mesure du coefficient de retreint thermique de câble supraconducteur) comment la variation des propriétés mécaniques en fonction de la température doit être prise en compte, principalement dans le code CASTEM2000. Ce mémorandum utilise comme fil conducteur le principe de mesure du coefficient de retreint thermique de câbles en NbTi et Nb3Sn utilisés dans les aimants quadripolaires.

II La thermoélasticité

II.i Rappels théoriques

Durant la phase de conception des aimants supraconducteurs, de nombreux calculs multiphysiques sont effectués. Lorsque l'on simule le refroidissement d'une structure, on fait intervenir une grandeur supplémentaire par rapport à la mécanique (dans un premier temps l'élasticité) : la température. La température induit une déformation supplémentaire de dilatation (chauffage) ou de rétraction (refroidissement) qui se rajoute aux déformations purement d'origine mécanique (liées aux efforts mécaniques). De plus, lorsqu'un aimant passe de la température ambiante à celle de l'Hélium liquide, ces propriétés mécaniques (modules de Young notamment) évoluent. La prise en compte de ces évolutions est nécessaire afin de permettre des simulations plus riches et plus proches de la physique.

II.i.1 Loi de comportement élastique

Tous les matériaux solides possèdent un domaine dans lequel les sollicitations n'entraînent qu'une variation de déformation élastique. Cette déformation est réversible, elle est purement d'origine mécanique, due à des efforts sur la structure. En se plaçant dans un cadre isotherme, et en faisant l'hypothèse des petites perturbations (on reste dans le domaine de l'élasticité), on peut relier les déformations aux contraintes par une loi de comportement :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\,\delta_{ij} \qquad (1)$$

ou ε_{ij} représente le tenseur des déformations,
σ_{ij} le tenseur des contraintes,
E le module d'élasticité,
ν le coefficient de Poisson,
δ_{ij} le symbole de Kronecker.

II.i.2 Loi de comportement thermoélastique

La thermoélasticité fait intervenir une variable de plus par rapport à l'élasticité : la température. Cette grandeur physique peut avoir des influences prépondérantes sur le comportement d'un matériau ou d'une structure. A titre d'exemple, le module d'élasticité d'un bronze passe de 130 GPa à 20°C à 61 GPa à 180°C. Il n'y a pas que le module d'élasticité et le coefficient de Poisson qui dépendent de la température. Une déformation supplémentaire, d'origine purement thermique intervient, c'est la dilation thermique (applications à hautes températures) ou le retreint thermique (applications cryogéniques). Afin de prendre en compte ce phénomène supplémentaire, la relation qui relie les déformations aux contraintes doit prend en compte la température. C'est la loi de comportement thermoélastique.
Soit une température de référence T_0 d'un élément de volume d'un matériau élastique, et T la température à un instant postérieur. On note $\theta = T - T_0$, l'écart de température tel que θ soit petit devant T_0. La loi de comportement thermoélastique s'écrit alors :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}\sigma_{ij} - \frac{\nu}{E}\sigma_{kk}\,\delta_{ij} + \alpha\theta\,\delta_{ij} \qquad (2)$$

ou ε_{ij} représente le tenseur des déformations,
σ_{ij} le tenseur des contraintes,
δ_{ij} le symbole de Kronecker,
E le module d'élasticité qui dépend de la température,
ν le coefficient de Poisson qui dépend de la température,
α le coefficient de dilatation thermique.

Dans un souci de simplification, on se place dans un cadre unidimensionnelle (cas de la traction/compression), on obtient alors l'expression de la loi de comportement thermoélastique suivante déduite de (2) :

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \int_{T_0}^{T} \alpha \, dT \qquad (3)$$

II.ii Application de la thermoélasticité : la méthode de la contrainte d'origine thermique.

Cette méthode, décrite dans Mécanique des Matériaux Solides de J. Lemaitre er J.L. Chaboche (1988), permet de déterminer les évolutions du module d'élasticité et du coefficient de retreint thermique en fonction de la température.
Elle est basée sur la mesure de la contrainte induite par un changement d'état thermique pour une géométrie déterminée et figée.
Le principe consiste en une éprouvette de compression (1) en série avec un dynamomètre (2) placée entre deux plateaux (3A et 3b). Ces plateaux sont assujettis à un déplacement nul ($\Delta d = 0$).

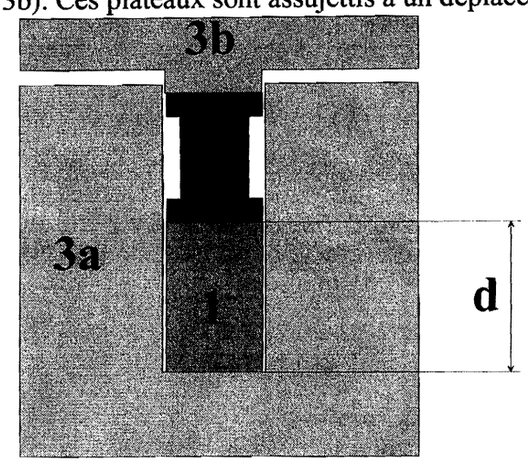

Figure 1 : Dispositif d'essai

L'éprouvette est soumise à un champ de température homogène, des contraintes supplémentaires (d'origine thermique) vont être induites par ce changement d'état de référence.

La déformation de référence ou initiale ε_i de l'éprouvette est alors ($T = T_0$) :

$$\varepsilon_i = \frac{F_i}{E_i S} \qquad (4)$$

avec F_i Force de compression initiale,
E_i module tangent à la température T_0,
S Surface de l'éprouvette.

L'ensemble est ensuite soumis à un champ de température différent de l'état de référence T_2, la déformation de l'éprouvette se met sous la forme suivante, en utilisant l'expression de la thermoélasticté et en supposant une raideur du montage infinie :

$$\varepsilon_2 = \frac{F_2}{E_2 S} + \int_{T_2}^{T_2} \alpha_{2i}\, dT \qquad (5)$$

où α_{2i} représente le coefficient de retreint thermique entre l'état initial et l'état actuel.

En exprimant l'égalité des déformations et en tenant en compte des déformations du moule, on obtient l'expression qui nous permettra de déterminer la variation de la force de compression :

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_i + \left(\frac{F_2 - F_i}{R_{mold}} + \int_{T_i}^{T_2} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (6)$$

En utilisant la loi de la thermoélasticité, on a alors :

$$\frac{F_2}{E_2 S} + \int_{T_i}^{T_2} \alpha_{coil}\, dT = \frac{F_i}{E_i S} + \left(\frac{F_2 - F_i}{R_{mold}} + \int_{T_i}^{T_2} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (7)$$

On remarque que cette expression fait intervenir les modules de Young à la température T_i et T_2. En réitérant plusieurs fois cette opération, on peut exprimer l'égalité des déformations entre la température ambiante (300K) et la température de l'Hélium liquide (4K), par exemple :

$$\varepsilon_{4K} = \varepsilon_{300K} + \left(\frac{F_{4K} - F_{300K}}{R_{mold}} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (8)$$

et obtenir ainsi l'expression de la variation d'effort de compression induit par le changement de température :

$$\frac{F_{4K}}{E_{4K} S} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{coil}\, dT = \frac{F_{300K}}{E_{300K} S} + \left(\frac{F_{4K} - F_{300K}}{R_{mold}} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (9)$$

II.iii Application de la thermoélasticité : détermination du coefficient de retreint thermique

La détermination du coefficient de retreint thermique intégré entre la température finale T_f et la température initiale T_i est obtenue à l'aide de la formule précédente, sous réserve de connaître les modules tangent aux contraintes et températures initiale et finale et en tenant compte des déformations du moule d'essai, telle que :

$$\frac{F_{4K}}{E_{4K} S} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{coil}\, dT = \frac{F_{300K}}{E_{300K} S} + \left(\frac{F_{4K} - F_{300K}}{R_{mold}} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (10)$$

ce qui donne :

$$\int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{coil}\, dT = \frac{F_{300K}}{E_{300K} S} - \frac{F_{4K}}{E_{4K} S} + \left(\frac{F_{4K} - F_{300K}}{R_{mold}} + \int_{T_{300K}}^{T_{4K}} \alpha_{mold}\, dT \right) \qquad (11)$$

L'exploitation correcte de cette méthodologie nécessite une bonne connaissance des modules tangent à l'état initial et l'état final.
La raideur du moule R_{mold} a été déterminée en remplaçant l'éprouvette par un matériau dont les caractéristiques sont connues (E_i, E_2, α_{2i}).

III Calculs thermoélastiques avec CASTEM2000

III.i Influence des propriétés mécaniques lors du refroidissement

L'exemple du dispositif d'essai a été simulé par éléments finis avec CASTEM 2000. La géométrie étudiée est illustrée sur la figure suivante. Elle représente la section d'une éprouvette en matériau homogène (Aluminium ou Titane) utilisée pour la calibration du montage d'essai de retreint thermique.
Les conditions aux limites utilisées sont :

- Blocage en déplacement sur la face inférieure,
- Blocage en déplacement ou libre sur les faces latérales,
- Distance **d** imposée de manière à obtenir un état de contrainte à température initiale et maintenue fixe durant tous le chargement thermique.

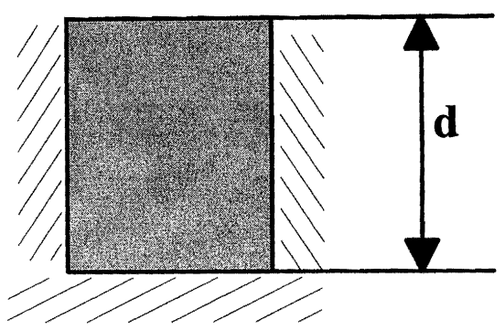

Figure 2 : Géométrie modélisée avec CASTEM2000

Le matériau constituant l'éprouvette est de type aluminium. Le module d'élasticité varie avec la température. Différents types d'évolutions ont été simulées, (cf. figure suivante) afin de rendre compte de l'influence des variations des caractéristiques en fonction de la température sur le résultat obtenu.

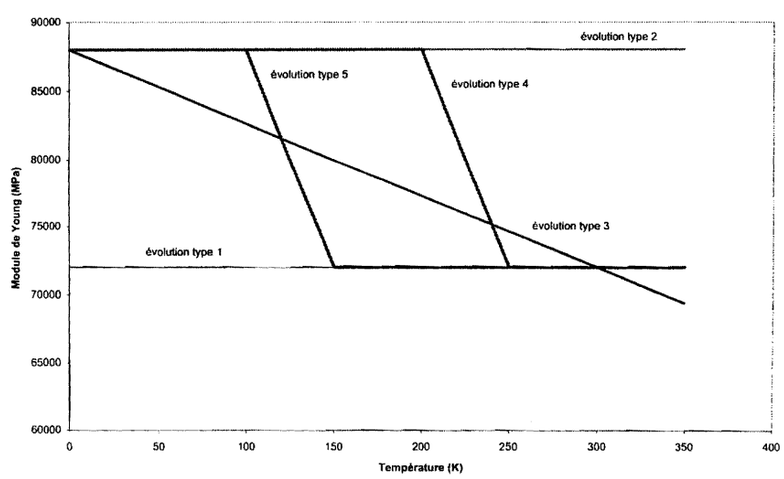

Figure 3 : Evolutions du module de Young en fonction de la température

Les conditions de chargement imposées sont :

- une précompression à 300K puis blocage des déplacements,
- et mise à froid jusqu'à 4K (la distance d est fixe).

Les contraintes initiales et finales sont calculées et comparées en fonction du type d'évolution du module d'élasticité utilisé pour les différentes simulations. Le fichier CASTEM utilisé pour cet exemple est en annexe.
Le tableau suivant rassemble les résultats obtenus.

Type d'évolution du module de Young	Contrainte à 300K (GPa)	Contrainte à 4K (GPa)	Ecart
1	-72	-38	34
2	-88	-47	41
3	-72	-47	25
4	-72	-47	25
5	-72	-47	25

Tableau 1 : Influence des propriétés mécaniques pendant le refroidissement

III.ii Conclusion et analyse des résultats numériques

Au vue des résultats obtenus, on remarque qu'un mauvais choix de module de Young peut engendrer un écart important (de 25 MPa à 41 MPa).

La prise en compte de la variation du module de Young entre la température initiale et finale est prépondérante dans la justesse des simulations.

Par contre, la forme de l'évolution du module de Young en fonction de la température est négligeable, on ne s'intéresse qu'aux états finaux et initiaux.

III.iii Détermination des modules tangents pour un câble supraconducteur type NbTi

L'étude de l'essai de retreint thermique appliqué au câble supraconducteur en NbTi effectué au STCM, permet de mettre en évidence la nécessité de prendre en compte l'évolution des modules de Young en fonction de la température et de la déformation. En effet, l'évolution du module de Young n'est pas linéaire pour le câble supraconducteur. Son comportement mécanique est fortement hystérétique, ce qui implique une réponse différente lors du chargement ou lors du déchargement (cf. figure suivante). On peut analyser, par exemple, le trajet de chargement et les valeurs de modules de Young durant l'essai de retreint thermique :

1. mise en place de l'éprouvette dans l'état de référence (à température initiale = T ambiante)
2. mise sous compression, le trajet de chargement subit par l'éprouvette est alors positif ($d\sigma/dt > 0$), on suit la courbe jusqu'au point A de la figure 2.
3. lors de l'essai, le refroidissement entraîne une diminution de la contrainte, donc le trajet de chargement subit par le câble est inversé, on décharge ($d\sigma/dt < 0$).
   On suit la courbe du point B au point E.

Les caractéristiques mécaniques a prendre en compte pour la détermination du coefficient de retreint thermique sont donc celles mesurées lors du déchargement entre 300K et 4K.

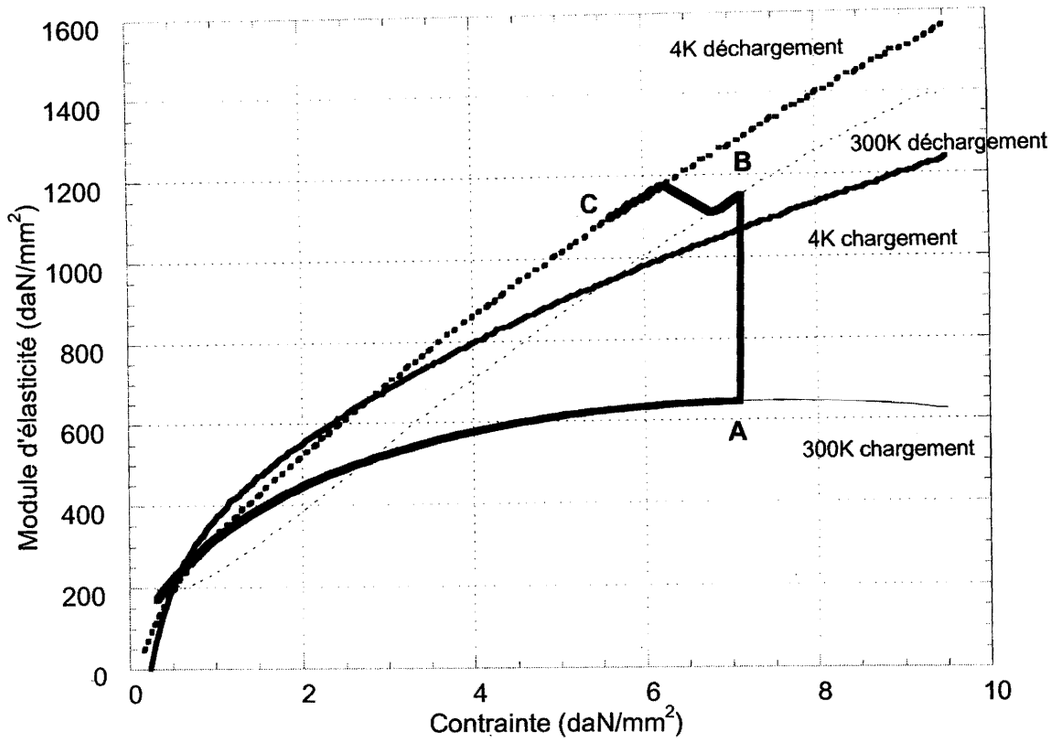

Figure 4 : Evolution des modules d'élasticité en fonction de la température (300K et 4K)

III.iv Exploitation des résultats expérimentaux avec la prise en compte des bonnes propriétés mécaniques des matériaux

Le tableau suivant regroupe les différents coefficients de retreint thermique intégré entre 300K et 4K calculés avec les propriétés adéquates. Les trois premiers matériaux permettent la caractérisation de la raideur du moule d'essai.

Ensuite, des mesures ont été effectuées sur le câble supraconducteur (cas du NbTi).

Matériaux	E300 MPa	E4,2 MPa	alpha exp.	delta force N	1/Rmoule
AISI 304L	1,90E+05	2,01E+05	-2,75E-03	17382	1,60E-08
Titane	1,09E+05	1,15E+05	-1,66E-03	66404	1,60E-08
Aluminium	7,20E+04	8,70E+04	-4,19E-03	-40237	1,60E-08
Câble NbTi	1,13E+04	1,13E+04	-4,74E-03	-22617	1,60E-08

Tableau 2 : Coefficients de retreint thermique intégré entre 300K et 4K

IV Conclusions et Perspectives

A l'aide d'un exemple simple, nous avons vu l'importance de prendre en compte la variation du module de Young entre la température initiale et finale. En effet, un mauvais choix ou une non prise en compte du phénomène de renforcement du module peut entraîner des erreurs de l'ordre de plusieurs dizaines de MPa.
Un exemple de programme CASTEM, en annexe, expose une méthodologie afin de prendre en compte le renforcement du module avec la température.

V Annexe

```
*****************************************************
*
* Simulation de la manipulation de retreint thermique
* sur des conducteurs supra
*
* version, calcul elastique
* descente en temperature, module et alpha dependant de
* la temperature
*
*
*
*
* Unites mm, Pa
*
*C.G. , le 26 Mai 1999
*****************************************************
*
* Parametres generaux
OPTI 'DIME' 2 'ELEM' QUA8 'MODE' PLAN CONT ;
DENS 1.;
*
* Definition de la geometrie
*
*
* largeur conducteur
larg = 15.45 ;
* nb d'element dans la largeur
nb1 = 5 ;
*
* hauteur conducteur
haut = 17.95 ;
* nb d'element dans la hauteur
nb2 = 3 ;
*
* Points
A = larg 0. ;
B = larg haut ;
C = 0. haut ;
D = 0. 0. ;
*
* lignes
*
L1 = DROITE nb1 D A;
L2 = DROITE nb2 A B ;
L3 = DROITE nb1 B C;
L4 = DROITE nb2 C D ;
cont1 = L1 ET L2 ET L3 ET L4;
*trac cont1;
*
* Surfaces
*
surf1 = 'DALLER' L1 L2 L3 L4 'PLAN' ;
*trac surf1 ;
*
* fin geometrie
*-----------------------------------------------
*
*
* Debut du calcul elastique
*
* Definition du modele
*
* Definition de l'evolution des caracteristiques
* du materiau en fonction de la temperature
*
litemp = PROG 0.0 150.0 300.0 ;
liyoung = PROG 88000. 72000. 72000. ;
ev_cara = EVOL MANU 'T' litemp YOUN liyoung ;
*dess ev_cara;
MOD1 = 'MODE' surf1 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' 'ISOTROPE'
;
MAT1 = 'MATE' MOD1 YOUN ev_cara NU 0.3 ALPHA 1.56E-6;
*
*
* definition des conditions limites
*
*CL1 = 'BLOQUER' UX L2 ;
*CL2 = 'BLOQUER' UX L4 ;
CL2 = BLOQUER UX A;
CL3 = 'BLOQUER' UY L1 ;
*CLT = CL1 ET CL2 ET CL3 ;
CLT = CL2 ET CL3  ;
*
* chargement mecanique constant
* deplacement impose
*
BLO1 = 'BLOQUER' UY L3 ;
BLO2 = 'BLOQUER' UX L3 ;
FTOT = (DEPI BLO1 -1.8E-2) ;
LI1 = PROG 0. 0.2 1. ;
LI2 = PROG 0. 1. 1. ;
EV = EVOL MANU 'Temps' LI1 'F(t)' LI2 ;
CHA1 = CHAR 'MECA' FTOT EV ;
*
* definition de la partie chargement thermique
* pour prise en compte du changement
* de proprietes materielles
* principe :
* creation d'un champ par element
* evolution constante
* chargement
*
T0 = 'MANU' 'CHPO' surf1 1 'T' 300.0 'NATURE' 'DISCRET' ;
LI1 = PROG 0. 0.4 1. ;
LI3 = PROG 1. 1. 0.0 ;
EVT = EVOL MANU 'T' LI1 'F(t)' LI3 ;
CHAT0 = char 'T'  T0 evt ;
*
*
*
* Resolution du pb
*
*
*-------------------------CALCUL PAS A PAS-------------------------*
*
LIS_TPS = PROG 0. PAS 0.1 1. ;
TAB1 = TABLE ;
TAB1.'MODELE'            = MOD1 ;
TAB1.'CARACTERISTIQUES'   = MAT1 ;
TAB1.'CHARGEMENT'         = CHA1 ET CHAT0 ;
TAB1.'BLOCAGES_MECANIQUES' = CLT ET BLO1 ;
TAB1.'TEMPS_CALCULES'     = LIS_TPS ;
TAB1.'TEMPS_SAUVES'       = LIS_TPS ;
*
*
PASAPAS TAB1 ;
*
*-------------------------TEST CALCUL -------------------------*
*
SI (TAB1.ERREUR) ;
  MESS 'Erreur reperee lors de l execution du calcul' ;
SINON ;
  MESS 'Aucune erreur lors de l execution du calcul' ;
  SI TAB1.CONV ;
    MESS 'Convergence du calcul' ;
  SINON ;
    MESS 'Pas de convergence du calcul pour le nombre d'iterations
demande' ;
  FINSI ;
FINSI ;
*
*-------------------------POST TRAITEMENT-------------------------*
*
TAB2 = TAB1.DEPLACEMENTS ;
tab3 = tab1.REACTIONS;
tab4 = tab1.CONTRAINTES ;
NDIM = DIME TAB2 ;
IB = 0 ;
*
*
REPETER BOUC1 (NDIM) ;
RES1 = TAB2.IB ;
SIG1 = tab4.IB ;
FREA = tab3.IB ;
*
* Courbe F en fonction du temps
*
'SI' ('NEG' IB 0 );
mod2 = MODE L1 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' ;
essai1 = REDU FREA L1 ;
essai2 = chan 'CHAM' mod2 essai1 'STRESSES';
essai3 = INTG mod2 essai2 FY;
mess IB 'effort' essai3;
essai4 = INTG mod2 essai2 FX;
list essai4;
'FINSI';
```

```
*
*
*
'SI' ('EGA' IB 2 );
*

*
**
* courbe force - deplacement surface sup
*
* Deformee
*
DEF0 = DEFO RES1 surf1 0. ;
DEF1 = DEFO RES1 surf1 5.E6 'ROUGE' ;
'TITRE' 'Deformee du cable en compression -elastique-';
*TRAC (DEF0 ET DEF1);
*
* contrainte
*
SIGXX = 'EXCO' SMXX SIG1 ;
SIGYY = 'EXCO' SMYY SIG1 ;
SIGXY = 'EXCO' SMXY SIG1 ;
'TITRE' 'contrainte xx du cable en compression -elastique-';
*TRAC MOD1 SIGXX surf1 ;
'TITRE' 'contrainte yy du cable en compression -elastique-';
*TRAC MOD1 SIGYY surf1 ;
'TITRE' 'contrainte xy du cable en compression -elastique-';
*TRAC MOD1 SIGXY surf1 ;
'FINSI';
*
* Contrainte moyenne
*
tempo1 = 'MANU' 'CHML' mod1 'SCAL' 1. ;
isurf = 'INTG' MOD1 tempo1 'SCAL' ;
isig = 'INTG' MOD1 SIG1 'SMYY' ;
mess  ' contrainte moy : ' IB (isig / isurf);
*
* Deplacement moyen
*
mod2 = MODE L3 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' ;
tempo2 = 'MANU' 'CHML' mod2 'SCAL' 1. ;
ilong = 'INTG' MOD2 tempo2 'SCAL' ;
dep1 = chan 'CHAM' mod2 RES1 'STRESSES' ;
idep= 'INTG' MOD2 dep1 'UY' ;
mess  ' deplacement moy : ' IB (idep / ilong);
*
mess  ' longueur : ' IB  ilong ;
*
* Assemblage de la courbe
*
'SI' ('EGA' IB 0 );
lis1 = PROG (idep / ilong) ;
lis2 = PROG (isig / isurf) ;
'FINSI';
*
lis1 = lis1 'ET' (PROG (idep / ilong));
lis2 = lis2 'ET' (PROG (isig / isurf));
evsd = 'EVOL' 'MANU'  'Deplacements' lis1 'Contraintes' lis2;
*dess evsd;
*
*
IB = IB + 1 ;
FIN BOUC1;
dess evsd;
*
lis3 = ENLEVER lis2 1;
evtd = 'EVOL' 'MANU' 'Temps' LIS_TPS 'Contraintes' lis3 ;
dess evtd ;
list lis3;
*
OPTI DONN 3;
tab3 = tab1.REACTIONS;
essai = tab3.2 ;
mod2 = MODE L1 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' ;
essai1 = REDU essai L1 ;
essai2 = chan 'CHAM' mod2 essai1 'STRESSES';
essai3 = INTG mod2 essai2 FY;
list essai3;
essai4 = INTG mod2 essai2 FX;
list essai4;
*
*
mod3 = MODE L3 'MECANIQUE' 'ELASTIQUE' ;
ftot1 = REDU essai L3 ;
ftot2 = chan 'CHAM' mod3 ftot1;
ftot3 = INTG mod3 ftot2 FY;
list ftot3;
*
*
OPTI DONN 3;
```