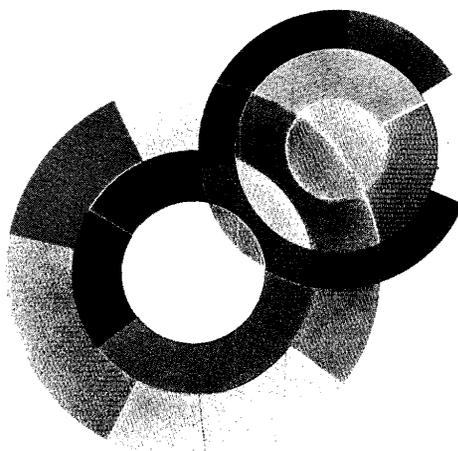
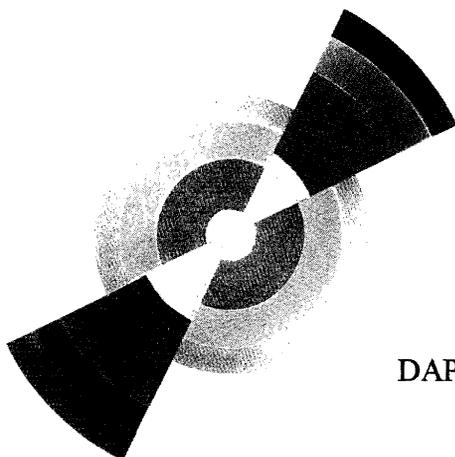
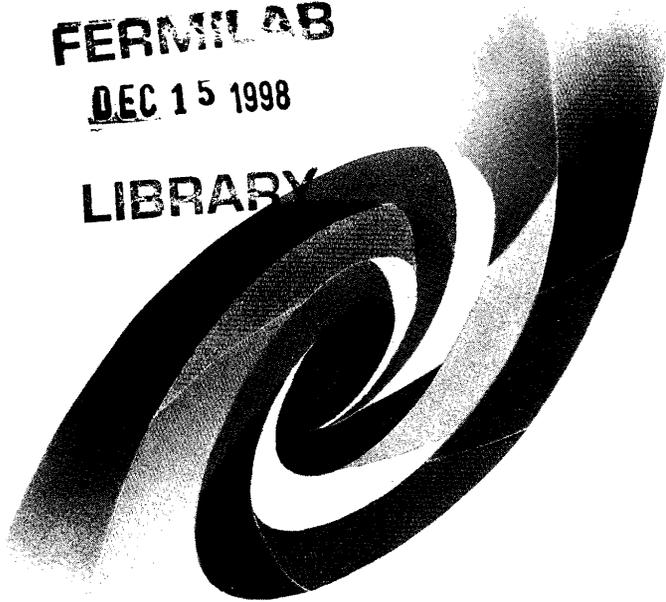


DAPNIA - STCM - 98 - 13

FERMILAB  
DEC 15 1998  
LIBRARY



DAPNIA/STCM 98-13

November 1998

PROJET DE QUADRUPOLE NIOBIUM-ÉTAIN  
ÉTUDE DE STABILITÉ EN RÉGIME TRANSITOIRE  
Influence du RRR et de la porosité à l'hélium

# DAPNIA

F.-P. Juster

**PROJET DE QUADRUPÔLE NIOBIUM-ÉTAIN**  
**ÉTUDE DE STABILITÉ EN RÉGIME TRANSITOIRE**  
**Influence du RRR et de la porosité à l'hélium**

**F.-P. Juster**

*CEA / Saclay, DSM/DAPNIA/STCM*

*F.91191 Gif sur Yvette, France*

**INTRODUCTION**

Ce rapport présente le résultats des études de **stabilité**, menées dans le cadre du projet de quadrupôle **Niobium-Étain**.

On déterminera, par un calcul par **éléments finis**, l'énergie minimale requise pour provoquer une transition irréversible du conducteur à l'état résistif (**Minimum Quench Energy**). On s'intéressera notamment aux influences sur cette MQE, de la porosité de l'isolation à l'hélium, de la présence d'hélium autour des brins et de la pureté du cuivre du conducteur.

**I) Géométrie du conducteur et hypothèses de calcul**

I-1) Géométrie

On se reportera, pour ce qui concerne la géométrie précise du conducteur (forme trapézoïdale) et les propriétés thermiques des matériaux, aux références précisées en fin de rapport. Rappelons toutefois que la section du conducteur nu est de 21.77 mm<sup>2</sup>, la section de l'isolant d'épaisseur 100 ou 130 microns selon les faces vaut 3.71 mm<sup>2</sup>. Le courant est supposé égal à 12000 ampères et le rapport Cu/non-Cu égal à 1.

Trois cas sont envisagés :

- 1) cas du conducteur imprégné où 12.5 % de la section de conducteur nu est constituée de résine époxyde,
- 2) cas du conducteur imprégné comme ci-dessus mais dont l'isolation poreuse contient 10 % d'hélium liquide,
- 3) cas du conducteur lui-même "poreux à l'hélium" contenant 5% d'hélium liquide et dont l'isolation contient également 10 % d'hélium liquide.

I-2) Hypothèses

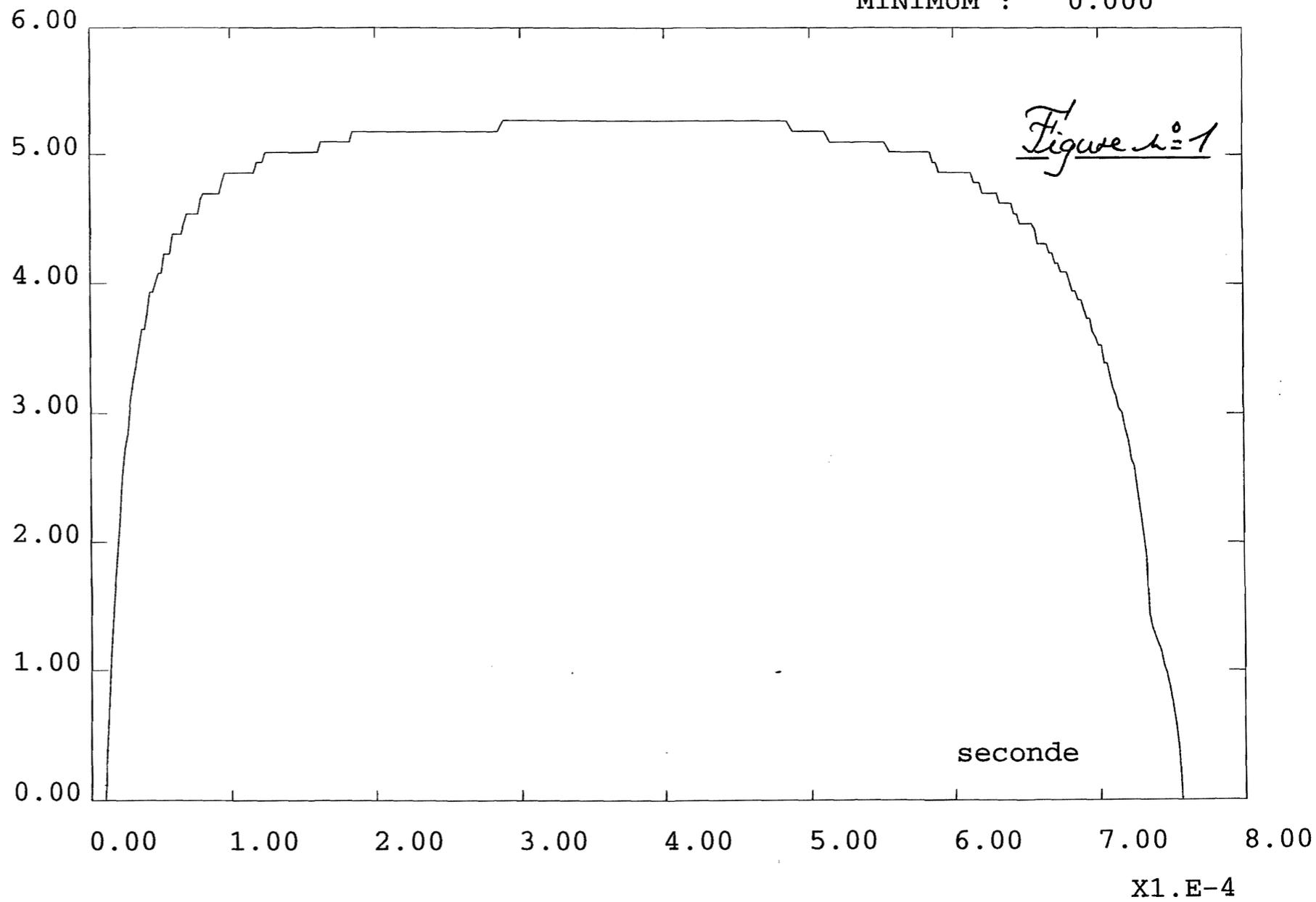
La température de fonctionnement vaut 4.2 K.

Le calcul par éléments finis 3d (CASTEM 2000) prend en compte la dépendance des propriétés thermiques des matériaux selon la température et le champ, il est effectué pour le conducteur voyant le champ le plus élevé (conducteur n° 10, cf. réf.) donc le moins stable thermiquement.

---

X1.E-3 metre

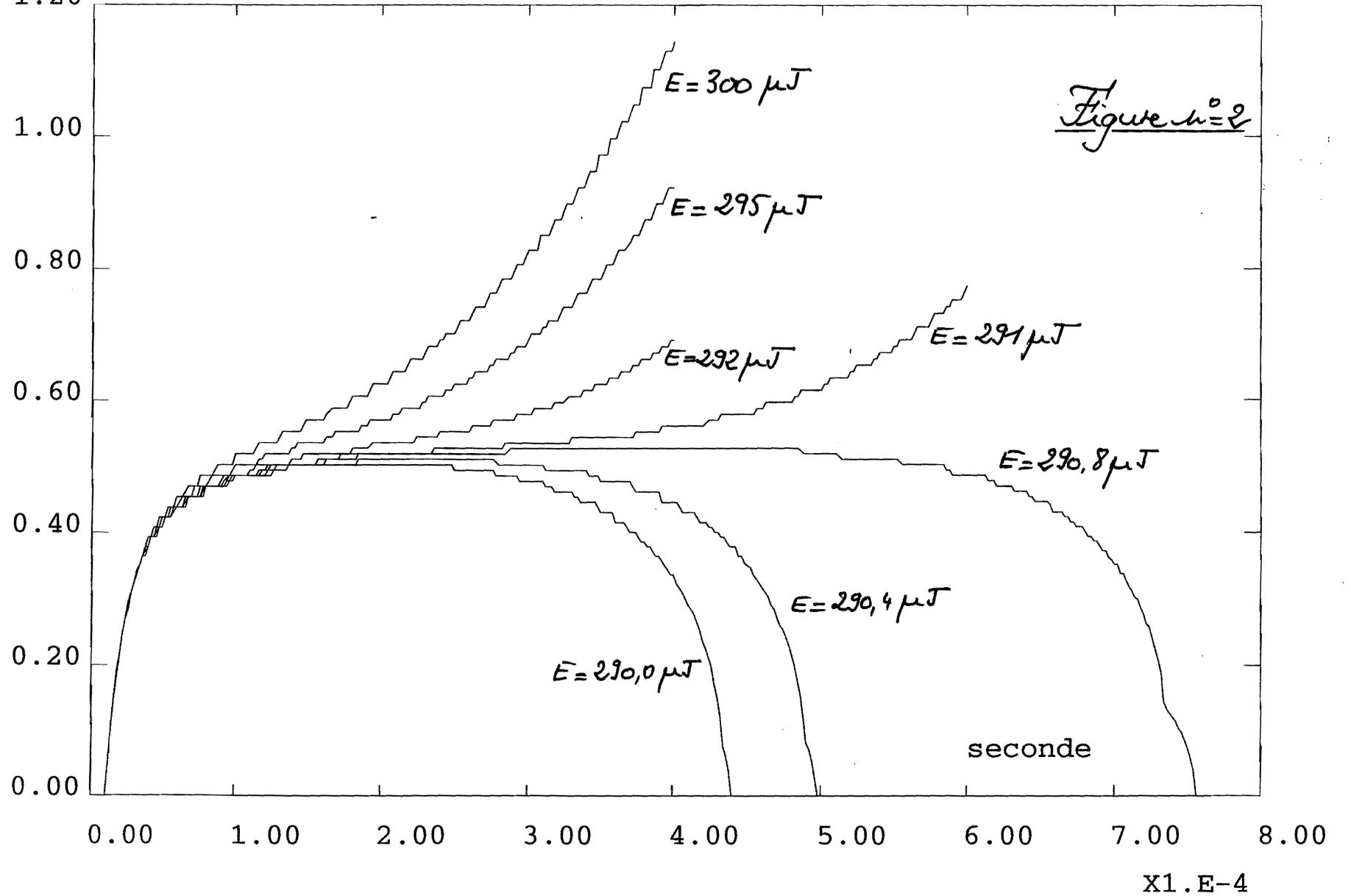
MAXIMUM : 0.5269E-02  
MINIMUM : 0.000



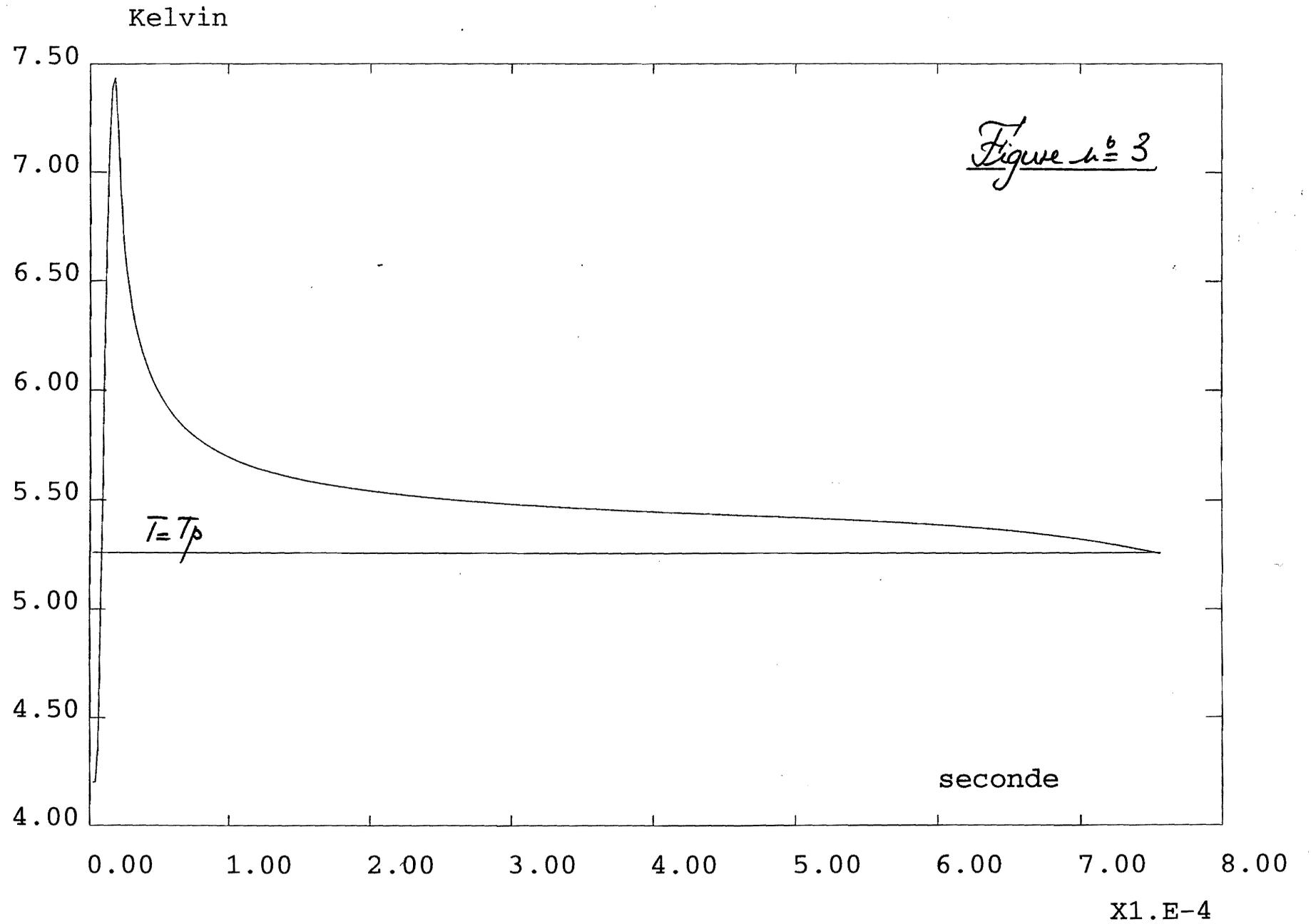
LONGUEUR TRANSITEE / ENERGIE = 2.90800E-04 JOULES

X1.E-2 metre

1.20



CAS NOMINAL / LONGUEUR TRANSITEE = f(t)



TEMPERATURE MAXIMALE / ENERGIE = 2.90800E-04 JOULES

On a également pris en compte la zone de partage des courants : la puissance générée par la transition est supposée varier linéairement entre la température de partage ( $T_p = 5.25$  K) et la température critique ( $T_c = 13.2$  K).

Le calcul en régime transitoire est mené de la façon suivante : on dépose sur une longueur de conducteur suffisamment courte et pendant une durée suffisamment brève une énergie  $E$  variable et on examine si ces conditions initiales conduisent ou non à un quench du conducteur.

L'énergie de transition du conducteur est une fonction croissante de la durée et de la longueur du dépôt d'énergie, mais pour des valeurs significativement plus faibles d'une part que la taille de la zone minimale de propagation (MPZ), d'autre part que le temps caractéristique de formation de cette MPZ, l'énergie de transition est constante et égale à la MQE. Il conviendra de vérifier que les valeurs obtenues confirment les hypothèses retenues.

## II) Cas nominal : conducteur imprégné, isolation "sèche"

### II-1) Conducteur avec isolation

On a supposé dans ce paragraphe une durée de pulse de  $10^{-5}$  seconde et une longueur de dépôt de 0.1 mm. Le RRR du cuivre vaut 70.

La MQE calculée vaut **291  $10^{-6}$  joule**. Plus précisément elle est comprise entre 290.8  $10^{-6}$  (retour à l'état supraconducteur) et 291  $10^{-6}$  joule (transition irréversible). La figure n°1 montre l'évolution de la longueur de conducteur transité pour l'énergie  $E = 290.8 \cdot 10^{-6}$  joule, soit l'énergie maximale étudiée permettant le retour à l'état supraconducteur. La longueur maximale de conducteur ayant transité est de **5.3 mm**, cette longueur (MPZ) est la limite supérieure autorisée comme le montre la figure n°2 où l'on a tracé plusieurs évolutions correspondant à des énergies variables encadrant la MQE.

Cette valeur est en bon accord avec la valeur de 5.4 mm que fournit l'expression approchée suivante (cf. annexe) :

$$MPZ = \pi \cdot \sqrt{\lambda \cdot (T_c - T_p) / \rho j^2}$$

Où

- $\lambda = 121$  W/mK est la conductibilité thermique du matériau à  $T = T_p$ ,
- $j = 551.22$  A/mm<sup>2</sup> est la densité de courant,
- $\rho = 1.06 \cdot 10^{-9}$   $\Omega \cdot m$  est la résistivité du conducteur .

Ces trois grandeurs sont moyennées sur la section du conducteur nu. On notera que l'excursion résistive maximale autorisée dure environ  $7 \cdot 10^{-4}$  s.

On vérifie que la longueur de dépôt et la durée du pulse injectées dans le programme sont significativement plus faibles que respectivement la valeur de la MPZ et son temps caractéristique de formation ( $\approx 10^{-4}$  s).

On se reportera également à la figure n°3 montrant l'évolution de la température du point chaud au cours de l'excursion résistive. La température maximale atteinte est de 7.5 K environ.

## II-2) Conducteur sans isolation

On a refait le calcul du paragraphe précédent mais avec un conducteur nu i.e. dépourvu d'isolation. Ce calcul ne reflète bien sur pas la réalité, mais permet d'apprécier la contribution de l'isolation dans le calcul de la MQE. On trouve cette fois-ci une MQE de  $268 \cdot 10^{-6}$  joule et une MPZ de 5.2 mm. Ces valeurs ne diffèrent pas sensiblement des valeurs précédemment calculées, ce qui indique une faible participation de l'isolation à la stabilisation thermique du conducteur.

## **III) Cas du conducteur imprégné avec isolation poreuse à l'hélium**

On reprend dans ce paragraphe les hypothèses de calcul du §II), mais on inclut cette fois-ci une fraction de 10 % d'hélium dans l'isolation du conducteur. Compte tenu de la brièveté de l'excursion résistive attendue, on supposera que l'hélium présent dans l'isolation n'a pas le temps d'être chassé et donc que son échauffement est isochore.

La MQE calculée vaut  **$466 \cdot 10^{-6}$  joule** (récupération pour  $466 \cdot 10^{-6}$  joule, transition pour  $468 \cdot 10^{-6}$  joule), la MPZ calculée est de **5.7 mm**, soit une valeur légèrement supérieure à la valeur précédente.

On constate que l'on a peu modifié la valeur de la MPZ, car celle-ci ne dépend en première approximation que de la conductibilité des matériaux i.e. du cuivre. En revanche, la forte capacité calorifique de l'hélium présent dans l'isolation permet d'augmenter de façon significative la valeur de la MQE.

Les marges enthalpiques entre 4.2K et 5.25 K (température de partage) sont les suivantes :

- Isolation sèche	:	1249 J/m <sup>3</sup>
- Isolation + 10% LHe	:	31140 J/m <sup>3</sup>
- Conducteur nu imprégné	:	1516 J/m <sup>3</sup>

On voit donc que l'introduction d'hélium dans l'isolation conduit à une augmentation dans un rapport 20 de sa marge enthalpique . L'isolation n' a aucune vertu conductrice permettant d'évacuer la chaleur générée par la transition mais du fait de sa forte capacité calorifique, elle peut, lors de l'excursion résistive, stocker une quantité significative d'énergie et la restituer au conducteur lorsque la génération de chaleur par effet Joule a cessé. Cette quantité d'énergie stockable explique l'augmentation de  $175 \cdot 10^{-6}$  joule de la MQE par rapport au cas du conducteur avec isolation sèche. On notera toutefois que l'on pourrait s'attendre à une augmentation plus sensible car le produit ( $\Delta H \cdot MPZ \cdot$  section d'isolant ) est de l'ordre de

700  $10^{-6}$  joule. C'est la mauvaise diffusion thermique dans l'isolant en des temps typiques de l'ordre de  $10^{-4}$  s qui explique cette augmentation modérée.

#### IV) Cas du conducteur et de l'isolation poreux à l'hélium

On a repris les hypothèses du §III) mais en supposant que le conducteur n'est plus imprégné de résine époxyde à hauteur de 12.5 % mais poreux à l'hélium à raison de 5% de sa section . On a par ailleurs et pour des raisons de temps de calcul augmenté à  $2 \cdot 10^{-5}$  seconde la durée du pulse d'énergie déposée.

La MQE calculée est de **3.34 mJ** (récupération pour  $E = 3.34$  mJ et transition pour  $E = 3.35$  mJ), la MPZ vaut **5.8 mm** et s'établit en un temps caractéristique de l'ordre de **1 ms**. On vérifie que ce temps est significativement plus élevé que la durée du pulse.

C'est l'augmentation de la capacité calorifique moyenne du conducteur qui explique cette augmentation de la MQE d'un ordre de grandeur par rapport au conducteur imprégné.

Les marges enthalpiques entre 4.2K et 5.25 K (température de partage) sont les suivantes :

- Conducteur nu imprégné : 1516 J/m<sup>3</sup>
- Conducteur nu + 5% LHe : 16432 J/m<sup>3</sup>

En revanche la MPZ varie peu pour la même raison que celle exposée au §III).

#### V) Étude de la MQE en fonction du RRR

On ne s'est intéressé jusqu'à présent qu 'au cas où le RRR du cuivre vaut 70. On va maintenant étudier le cas d'un RRR de 10 pour les 2 configurations "conducteur imprégné" et "conducteur et isolation poreux à l'hélium" . Les résultats sont résumés dans le tableau ci-dessous.

Pour les calculs avec RRR = 10, la durée du pulse d'énergie déposée vaut  $10^{-6}$  seconde, sa longueur est de  $2.5 \cdot 10^{-5}$  mètre.  $T_{MPZ}$  est le temps caractéristique de formation de la MPZ.

RRR	Conducteur imprégné		Conducteur poreux	
	10	70	10	70
$\lambda$ à $T=Tp$ (W/mK)	29.8	121	32.4	132
$\rho$ à $T=Tp$ ( $\Omega.m$ )	$4.30 \cdot 10^{-9}$	$1.06 \cdot 10^{-9}$	$3.96 \cdot 10^{-9}$	$0.97 \cdot 10^{-9}$
MQE (mJ)	$6.8 \cdot 10^{-2}$	0.291	0.76	3.34
MPZ (mm)	1.3	5.3	1.3	5.8
MPZ th. (mm)	1.3	5.4	1.5	5.9
$T_{MPZ}(s)$	$10^{-5}$	$10^{-4}$	$10^{-4}$	$10^{-3}$

Ces résultats appellent les remarques suivantes :

- La dégradation du RRR de 70 à 10 conduit à une diminution d'un rapport 4 environ des MQE et MPZ calculées, que le conducteur soit imprégné ou poreux.
- Les MPZ calculées sont en bon accord avec les valeurs déduites de la formule théorique (§ II), on se reportera à l'étude présentée en annexe pour plus de précisions.
- Les temps caractéristiques de formation de la MPZ sont diminués d'un ordre de grandeur entre les cas RRR = 70 et RRR = 10. On vérifie encore que les temps calculés pour RRR = 10 sont significativement plus élevés que la durée de pulse injectée dans le calcul.
- La différence de conductibilité thermique moyenne entre les cas "imprégné" et "poreux" ne provient pas de la conductibilité (négligeable) de l'hélium liquide, mais d'un "biais" du programme de calcul, qui travaille à section totale de conducteur nu constante; le remplacement de 12.5 % de résine époxyde par 5% d'hélium liquide augmente de 9 % environ la quantité de cuivre prise en compte dans le calcul. En première approximation les MPZ et MQE calculées sont augmentées dans les mêmes proportions.

## CONCLUSION

La **marge de stabilité** où Minimum Quench Energy du conducteur imprégné envisagé dans le cadre du projet de quadrupôle Niobium-Étain est de **0.29 mJ**.

Il est possible d'augmenter cette marge en rendant l'isolation et/ou le conducteur **perméable à l'hélium liquide** et de tirer ainsi parti de sa très forte capacité calorifique à 4.2 K, qui est de 2 ordres de grandeur plus élevée que celle du cuivre.

Les calculs ont montré que l'introduction de 10% d'hélium liquide dans l'isolation du conducteur imprégné conduit à une marge de stabilité de **0.47 mJ**. Si de plus, on suppose une porosité du conducteur à l'hélium liquide à raison de 5% de la section, la marge de stabilité est augmentée d'un ordre de grandeur et passe à **3.34 mJ**.

Les valeurs calculées de **MPZ** (Minimum Propagating Zone) sont de l'ordre de **5 mm** en bon accord avec les évaluations théoriques et s'établissent en des temps caractéristiques de la milliseconde ou du dixième de milliseconde selon que le conducteur est poreux ou non à l'hélium.

On a également vu que la dégradation de 70 à 10 de la valeur du RRR du cuivre du conducteur conduit à une diminution des marges de stabilité et des valeurs de MPZ d'un facteur 4 environ.

### Références

Note interne 5-2650N--14--002 96

Note interne 5-2650N--13--001 96

Note interne 5-2650N--13--002 97

**ANNEXE**  
**Détermination théorique de la MPZ**

I) Conductivité thermique constante

On fait ici l'hypothèse fréquemment admise (cf. Superconducting magnets de M. Wilson) que la zone minimale de propagation (MPZ en anglais) procède d'un état d'équilibre permanent où la chaleur générée par la transition d'un supraconducteur sur la longueur à évaluer est intégralement transmise par conduction vers les parties non transitées du conducteur.

On suppose par ailleurs que :

- la conductivité  $\lambda$  du matériau est constante,
- la production de chaleur par effet Joule varie linéairement entre la température de partage  $T_p$  et la température critique  $T_c$ ,
- la température critique n'est pas dépassée,
- le problème est monodimensionnel (axe du conducteur, section isotherme).

Les équations sont les suivantes :

$$\lambda \frac{d^2T}{dx^2} + \rho j^2 \frac{(T-T_p)}{(T_c-T_p)} = 0 \text{ pour la zone transitée } (T \geq T_p)$$
$$\lambda \frac{d^2T}{dx^2} = 0 \text{ pour la zone supraconductrice } (T \leq T_p)$$

On suppose que  $T=T_{\max}$  pour  $x=0$  (profil de température symétrique par rapport à  $x=0$ )

En posant  $\theta = (T-T_p)$  et  $\omega^2 = \frac{\rho j^2}{(T_c-T_p)\lambda}$ , la première équation devient :

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \omega^2 \theta = 0$$

Compte tenu de la symétrie par rapport à l'axe  $x = 0$ , la solution s'écrit :

$$\theta = \theta_{\max} \cos(\omega.x)$$

La température décroît de  $T_{\max}$  atteinte en  $x = 0$  à la température de partage ( $\theta = 0$ ). Celle-ci est atteinte sur le bord du domaine où la chaleur est générée, donc nécessairement  $\omega.x = \frac{\pi}{2}$ .

La valeur cherchée de la MPZ est :

$$MPZ = \frac{\pi}{\omega} = \pi \sqrt{\frac{\lambda \cdot (T_c - T_p)}{\rho j^2}}$$

Cette formule n'est applicable en toute rigueur que si la conductibilité thermique est constante et si la température critique n'est pas dépassée. Cette dernière condition est réalisée de façon systématique dans tous les calculs menés dans le présent rapport car les températures critiques du Niobium-Étain sont relativement élevées comparativement au Niobium-Titane. La première condition n'est pas réalisée car dans la gamme de température explorée la conductibilité du cuivre varie linéairement avec la température. Toutefois, on vérifie par le calcul transitoire par éléments finis que l'état d'équilibre quasi-permanent où la zone transitiée est stable présente des profils où la température n'excède pas 6 K soit des températures très proches de la température de partage, l'approximation d'une conductibilité thermique constante dans tout le profil transité est donc à posteriori justifiée.

## II) Conductibilité thermique variable

Il est possible de raffiner le calcul précédent pour tenir compte de la variation de la conductibilité thermique avec la température, mais en supposant encore que la température critique n'est pas dépassée :

$$\lambda = \alpha \cdot T$$

L'équation relative à la zone transitiée devient :

$$T \cdot T'' + T'^2 + a \cdot T = a \cdot T_p$$

$$\text{où } T' = \frac{dT}{dx}, T'' = \frac{d^2T}{dx^2} \text{ et } a = \frac{\rho j^2}{(T_c - T_p) \cdot \alpha}$$

x ne figure pas dans l'équation, on pose donc classiquement  $T' = t$ , soit  $T'' = t \cdot \frac{dt}{dT}$ ,

l'équation devient donc :

$$T \cdot t \cdot \frac{dt}{dT} + t^2 + a \cdot T = a \cdot T_p$$

En posant  $u = t^2$ , on obtient enfin :

$$\frac{1}{2} T \frac{du}{dT} + u = a \cdot (T_p - T)$$

La solution générale de cette équation différentielle linéaire du premier degré est :

$$u = \left( \frac{dT}{dx} \right)^2 = a \cdot \left( T_p - \frac{2}{3} T \right) + \frac{K}{T^2} \text{ où } K \text{ est une constante d'intégration.}$$

En écrivant que pour la température maximale  $T_m$  au centre du profil, la dérivée  $T'$  est nulle, on obtient la solution :

$$\left( \frac{dT}{dx} \right)^2 = a \cdot \left( T_p - \frac{2}{3} T \right) - a \cdot \left( \frac{T_m}{T} \right)^2 \cdot \left( T_p - \frac{2}{3} T_m \right)$$

En posant  $\theta = \frac{T}{T_p}$  et  $f(\theta) = 1 - \frac{2}{3} \theta - \left(\frac{\theta_m}{\theta}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{2}{3} \theta_m\right)$  où  $\theta_m = \frac{T}{T_m}$  on obtient :

$$\frac{T_p}{a} \cdot \left(\frac{d\theta}{dx}\right)^2 = f(\theta)$$

En définitive la longueur de conducteur transitée s'écrit :

$$l(\theta_m) = K(\theta_m) \cdot \sqrt{\frac{\lambda \cdot (T_c - T_p)}{\rho j^2}}$$

Où  $K(\theta_m) = 2 \int_1^{\theta_m} f(\theta) d\theta$  et  $\lambda$  est la conductibilité thermique pour  $T = T_p$ .

On obtient donc une équation similaire à l'équation du § I) mais où le facteur  $\pi$  a été remplacé par la fonction  $K$ . Contrairement au cas précédemment étudié, l'extension de la zone transitée dépend de sa température maximale. On peut toutefois remarquer que la fonction  $K(\theta_m)$  présente un minimum absolu  $\approx 3.07$  donc peu différent de  $\pi$  et atteint pour  $\theta_m \approx 1.02$ . Par ailleurs pour ce qui concerne le Niobium-Étain,  $\theta_m$  est compris entre 1 et 3 (si on maintient l'hypothèse que la température critique n'est pas dépassée), le coefficient  $K$  est alors compris entre 3.07 et 4.02.

On peut déterminer la MPZ soit en prenant la borne inférieure de toutes les solutions possibles ( $K = 3.07$ ) soit en faisant l'hypothèse que le profil de température associé est celui qui minimise l'énergie stockée.

### III) Comparaison avec les calculs 3d

Le tableau ci-dessous montre les résultats des calculs 3d présentés dans le rapport et comparés aux calculs analytiques décrits aux paragraphes précédents.

RRR	Conducteur imprégné		Conducteur poreux	
	10	70	10	70
$\lambda$ à $T=T_p$ (W/mK)	29.8	121	32.4	132
$\rho$ à $T=T_p$ ( $\Omega.m$ )	$4.30 \cdot 10^{-9}$	$1.06 \cdot 10^{-9}$	$3.96 \cdot 10^{-9}$	$0.97 \cdot 10^{-9}$
MPZ <sub>cal</sub> (mm)	1.3	5.3	1.3	5.8
MPZ <sub>th1</sub> (mm)	1.34	5.43	1.45	5.93
MPZ <sub>th2</sub> (mm)	1.31	5.31	1.42	5.79
MPZ <sub>th3</sub> (mm)	1.34	5.46	1.46	5.94

