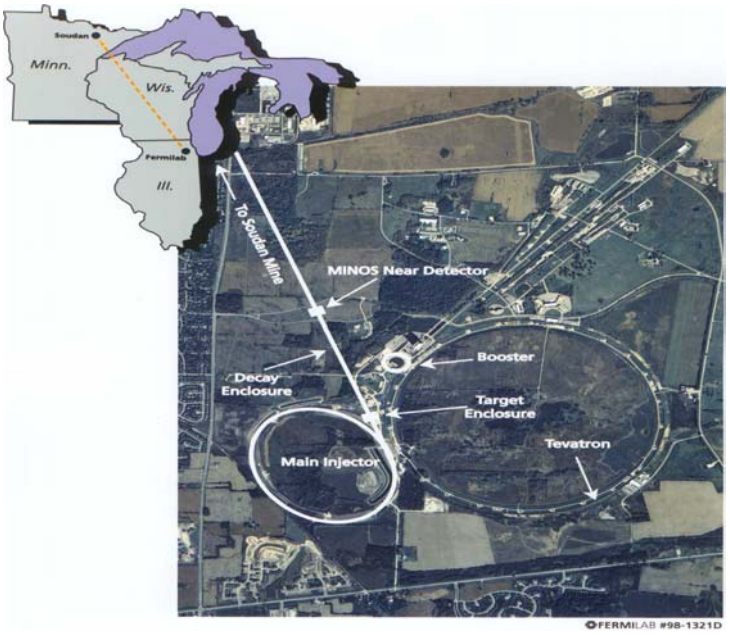
ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΦΥΣΙΚΗΣ
ΤΟΜΕΑΣ ΠΥΡΗΝΙΚΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΚΑΙ
ΦΥΣΙΚΗΣ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΩΝ ΣΩΜΑΤΙΩΝ

Μιλτιάδης Γ. Ζώης
Α.Μ.: 200113

ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ ΝΕΤΡΙΝΩΝ: ΑΝΑΛΥΣΗ ΤΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ ΤΟΥ ΑΝΙΧΝΕΥΤΗ ΤΟΥ ΠΕΙΡΑΜΑΤΟΣ MINOS ΣΕ ΑΛΛΗΛΕΠΙΔΡΑΣΕΙΣ ΝΕΤΡΙΝΩΝ



ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΟ ΔΙΠΛΩΜΑ ΕΙΔΙΚΕΥΣΗΣ
Κύριος επιβλέπων: Γεώργιος Σ. Τζανάκος, Αναπληρωτής Καθηγητής

ΑΘΗΝΑ 2004

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Περιεχόμενα

Εισαγωγή

Η σπουδαιότητα της φυσικής των νετρίνων…….. 1

Κεφάλαιο 1ο : Μάζα και μίξη των νετρίνων

1.1. Τα νετρίνα στο Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model)…… 5
1.2. Μάζα και μίξη των νετρίνων……. 8
1.2.1. Επεκτάσεις του Καθιερωμένου Προτύπου…….. 9
1.2.2. Μηχανισμός see – saw……... 13

Κεφάλαιο 2ο : Ταλαντώσεις νετρίνων

2.1. Η σύλληψη της ιδέας των ταλαντώσεων νετρίνων……... 19
2.2. Ταλαντώσεις νετρίνων στο κενό…… 19
2.2.1. Η γενική περίπτωση των τριών γεύσεων……... 20
2.2.2. Η περίπτωση των δύο γεύσεων……..... 24
2.3. Ταλαντώσεις νετρίνων στην ύλη…… 27
2.3.1. Η γενική περίπτωση των τριών γεύσεων…….. 28
2.3.2. Η περίπτωση των δύο γεύσεων……..... 31
2.4. Πειραματικές ενδείξεις για ταλαντώσεις νετρίνων…… 41
2.4.1. Πειράματα ατμοσφαιρικών νετρίνων…….. 43
2.4.1.1. Το πείραμα Super Kamiokande……..... 43
2.4.1.2. Το πείραμα SOUDAN2……... 45
2.4.1.3.Το πείραμα MACRO…… 46
2.4.1.4.Το πείραμα IMB……... 47
2.4.2. Πειράματα ηλιακών νετρίνων…….. 47
2.4.2.1. Το πείραμα του Davis (Homestake)…….. 48
2.4.2.2. Το πείραμα GALLEX…….. 49

2.4.2.3. Το πείραμα SNO……. 49
2.4.3. Πειράματα αντιδραστήρων……..... 51
2.4.3.1. Το πείραμα CHOOZ…….. 52
2.4.3.2. Το πείραμα KamLAND…….. 53
2.4.4. Πειράματα επιταχυντών…… 55
2.4.4.1. Το πείραμα K2K……. 55
2.4.4.2. Το πείραμα LSND……... 58
2.4.4.3. Το πείραμα MiniBooNE……. 59
2.4.4.4. Το πείραμα OPERA……..... 60
2.4.4.5. Το πείραμα MINOS…… 62

Κεφάλαιο 3ο : Το πείραμα MINOS

3.1. Εισαγωγή……... 63
3.2. Δέσμη νετρίνων (NuMI Facility)……. 64
3.2.1. Αρχική δέσμη πρωτονίων…….. 68
3.2.2. Στόχος……. 69
3.2.3. Μαγνητικές χοάνες……..... 69
3.2.4. Σωλήνας διάσπασης και απορροφητές αδρονίων και μιονίων... 71
3.2.5. Συστήματα παρακολούθησης της δέσμης……... 72
3.3. Ανιχνευτές του πειράματος MINOS……..... 73
3.3.1. Ο κοντινός ανιχνευτής……... 73
3.3.2. Ο μακρινός ανιχνευτής…….. 77
3.4. Η φυσική του πειράματος MINOS…….. 81
3.4.1. Στόχοι του πειράματος MINOS……..... 83
3.4.2. Υπογραφές ταλαντώσεων νετρίνων……. 84
3.4.3. Μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης στην $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$…….. 86
3.4.3.1. Δημιουργία του ενεργειακού φάσματος των νετρίνων. 87
3.4.3.2. Το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή…… 90
3.4.3.3. Αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο φασμάτων….. 94
3.4.3.4. Ο υπολογιζόμενος παραμετρικός χώρος των ταλαντώσεων $\log(\Delta m^2)$–$\sin^2(2\theta)$……. 95
3.4.3.5. Η σημασία της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας... 98

Κεφάλαιο 4ο : Ο μακρινός ανιχνευτής του πειράματος MINOS

4.1. Περιγραφή των στοιχείων του ανιχνευτή…….. 103
4.1.1. Μαγνητισμένα επίπεδα σιδήρου…… 103
4.1.2. Επίπεδα σπινθηριστή…… 105
4.1.3. Κουτιά πολυπλεξίας…….. 107
4.1.4. Φωτοευαίσθητοι ανιχνευτές……... 108
4.1.5. Οπτικές ίνες…….. 110
4.2. Ηλεκτρονικά του μακρινού ανιχνευτή…….. 111
4.3. Σύστημα χρονισμού του μακρινού ανιχνευτή……... 114
4.4. Μηχανισμός σκανδάλης…….. 114
4.5. Σύστημα ελέγχου……..... 115
4.6. Σύστημα παροχής υψηλής τάσης……. 115
4.7. Βαθμονόμηση…… 116

Κεφάλαιο 5ο : Ανάλυση της απόκρισης του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS

5.1. Η σημασία της ταυτοποίησης των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για τη φυσική του πειράματος MINOS…. 119
5.2. Οργάνωσης της μελέτης ταυτοποίησης γεγονότων……... 123
5.3. MC γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή.... 123
5.4. Διαχωρισμός αλληλεπιδράσεων νετρίνων – Νευρωνικά δίκτυα……. 129
5.4.1. Βιολογικός νευρώνας…… 130
5.4.2. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα…… 131
5.4.3. Τα πακέτα SNNS και MLPfit……... 135
5.5. Νευρωνικά δίκτυα για κατηγοριοποίηση MC αλληλεπιδράσεων νετρίνων για διάφορες τιμές της ενέργειάς τους……..... 137
5.5.1. Μεταβλητές εισόδου των νευρωνικών……. 139
5.5.2. Διαχωρισμός ν_μCC – (ν_μNC, ν_eCC, ν_eNC)……. 155
5.5.3. Διαχωρισμός ν_eCC – (ν_μNC, ν_eNC)……... 168
5.5.4. Διαχωρισμός ν_μCC – ν_μNC……... 181
5.5.5. Μεταβολή ευαισθησίας νευρωνικού δικτύου με την ενέργεια των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων……... 194
5.6. Ταυτοποίηση γεγονότων αλληλεπιδράσεων νετρίνων με κριτήριο την εναποτιθέμενη ενέργεια στον μακρινό ανιχνευτή……. 198

Κεφάλαιο 6ο : Συμπεράσματα

6.1. Συμπεράσματα και προοπτικές στο μέλλον……. 213

Παράρτημα Ι

Η μέθοδος Newton……. 217

Παράρτημα ΙΙ

GMINOS MC……. 219

Παράρτημα ΙΙΙ

Έλεγχος της αρχιτεκτονικής των νευρωνικών δικτύων…… 221

Βιβλιογραφία

Αναφορές……. 233

Κατάλογος Σχημάτων

Σχ.2.1 Διάγραμμα που παριστά τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων βάσεων [21]

Σχ.2.2 Το διάγραμμα Feynman της αλληλεπίδρασης φορτισμένου ρεύματος (2.18). Για τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση το μποζόνιο που ανταλλάσσεται είναι το W^+

Σχ.2.3 Το τετράγωνο των μαζών των ιδιοκαταστάσεων μαζών των νετρίνων μέσα στην ύλη συναρτήσει της παραμέτρου A. Το σημείο προσέγγισης των δύο καμπύλων είναι το σημείο συντονισμού MSW. Στο σημείο συντονισμού η γωνία μίξης στην ύλη θ_m γίνεται μέγιστη [19]

Σχ.2.4 Σύνοψη της παρούσας πειραματικής κατάστασης στο πεδίο ταλαντώσεων νετρίνων. Φαίνονται περιοχές του χώρου παραμέτρων ταλάντωσης που έχουν αποκλειστεί ή έχουν επιβεβαιωθεί από διάφορα πειράματα καθώς και οι περιοχές ευαισθησίας μερικών νέων πειραμάτων [22]

Σχ.2.5 Η επιτρεπόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου για $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ταλαντώσεις νετρίνων από τις μετρήσεις πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης

Σχ.2.6 Μία κατατοπιστική εικόνα του ανιχνευτή του πειράματος SNO και της τοποθεσίας στην οποία βρίσκεται. Φαίνεται η κυλινδρική δεξαμενή νερού και η σφαιρική δεξαμενή βαρέως ύδατος [27]

Σχ.2.7 Αποκλειόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου από την παρατηρούμενη ροή ηλεκτρονικών αντινετρίνων στο πείραμα KamLAND (ανοιχτή πράσινη περιοχή). Στο ίδιο διάγραμμα φαίνονται οι επιτρεπόμενες τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης από τη συνδυασμένη ανάλυση της ροής και του ενεργειακού φάσματος των νετρίνων στο ίδιο πείραμα σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης (μπλε περιοχές). Στην κορυφή του διαγράμματος φαίνονται οι αποκλειόμενες περιοχές σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης των πειραμάτων CHOOZ και Palo Verde. Τέλος, στο ίδιο διάγραμμα φαίνεται η επιτρεπόμενη LMA MSW λύση του προβλήματος των ηλιακών νετρίνων σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης (κόκκινη περιοχή) [4]

Σχ.2.8 Ο κοντινός ανιχνευτής του πειράματος K2K [30]

Σχ.2.9 Η επιτρεπόμενη περιοχή των παραμέτρων ταλάντωσης από τα δεδομένα των πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων Kamiokande [31]

Σχ.2.10 Ο ανιχνευτής του πειράματος OPERA [38]

Σχ.3.1 Όρια των παραμέτρων ταλάντωσης που μπορεί να μελετήσει το πείραμα MINOS με τη χρήση του λόγου αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος προς ουδετέρου ρεύματος (θα το δούμε παρακάτω). Φαίνονται και οι τρεις διατάξεις

δέσμης, στα χαρακτηριστικά των οποίων θα αναφερθούμε αργότερα, όπως επίσης και τα αποτελέσματα των πειραμάτων Kamiokande και Super Kamiokande (όρια υπολογισμένα για 10kt–yr) [39]

Σχ.3.2 Η παραγωγή της δέσμης νετρίνων. Από αριστερά προς τα δεξιά, ο στόχος παραγωγής μεσονίων, ο σωλήνας διάσπασης, ο απορροφητής αδρονίων, το σύστημα παρακολούθησης της δέσμης και ο κοντινός ανιχνευτής [40]

Σχ.3.3 Η γεωγραφική διάταξη του πειράματος MINOS στην περιοχή του Fermilab

Σχ.3.4 Η όλη διάταξη του πειράματος MINOS [2]

Σχ.3.5 Οι τρεις διατάξεις της δέσμης NuMI (σχετικές θέσεις στόχου–μαγνητικών χοάνων). Από πάνω προς τα κάτω, διάταξη υψηλής, μέσης και χαμηλής ενέργειας. Στη διάταξη χαμηλής ενέργειας ο στόχος είναι μέσα στην πρώτη μαγνητική χοάνη [40]

Σχ.3.6 Ενεργειακό φάσμα της δέσμης νετρίνων NuMI για τις τρεις διατάξεις των στοιχείων της δέσμης. Φαίνεται και το φάσμα για την Perfect focusing το οποίο αναφέρεται στην περίπτωση της ιδανικής εστίασης

Σχ.3.7 Μία πλάγια άποψη του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS, στην οποία φαίνονται τα διαφορετικής λειτουργικότητας τμήματά του. Τα μήκη είναι σε m [2]

Σχ.3.8 Κάθετη τομή του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS στο τμήμα του στόχου. Γραμμοσκιασμένη είναι η περιοχή από την οποία θα χρησιμοποιηθούν τα γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων για σύγκριση με τον μακρινό ανιχνευτή [2]

Σχ.3.9 Μία συνολική εικόνα ενός super module του μακρινού ανιχνευτή, στην τελική του μορφή, σε στοά του ορυχείου Soudan στη Minnesota

Σχ.3.10 Απεικόνιση του μαγνητικού πεδίου σε ένα επίπεδο σιδήρου του μακρινού ανιχνευτή [2]

Σχ.3.11 Απεικόνιση ενός supermodule του μακρινού ανιχνευτή [2]

Σχ.3.12 Η αρχή λειτουργίας μιας οπτικής ίνας μετατόπισης φάσματος (WLS) [2]

Σχ.3.13 Αναπαράσταση ενός scintillator module [2]

Σχ.3.14 Επίπεδα του κοντινού ανιχνευτή, των οποίων η κατασκευή έχει ολοκληρωθεί. Αριστερά: επίπεδο του φασματογράφου μιονίων και Δεξιά: επίπεδο του στόχου

Σχ.3.15 Αποτελέσματα υπολογισμών Monte Carlo για την ευαισθησία του μακρινού ανιχνευτή του MINOS για 7.4ÿ10^{20} (πάνω γραμμή) και 25ÿ10^{20} (κάτω γραμμή) πρωτόνια στο στόχο. (a) Οι λόγοι των ταλαντωμένων προς τα μη ταλαντωμένα ν_μCC γεγονότων για $\sin^2 2\theta=1$, $\Delta m^2=0.0025$ eV^2 (σταυρωτές γραμμές) και $\Delta m^2=0.0016$ eV^2 (διακεκομμένες γραμμές). Οι συνεχείς γραμμές αναφέρονται στη διάσπαση του νετρίνου (μπλε) και στην decoherence (γκρι). (b) Ευαισθησία στον προσδιορισμό των παραμέτρων ταλάντωσης σε 90% και 99% επίπεδο εμπιστοσύνης σε σύγκριση με το S–K [61]

Σχ.3.16 Ευαισθησία του πειράματος MINOS [39]

Σχ.3.17 *Η πιθανότητα ταλάντωσης $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ συναρτήσει της ορμής p των νετρίνων, για παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m^2=0.0035\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta=1$*

Σχ.3.18 *Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή*

Σχ.3.19 *Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή (μαύρη καμπύλη). Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για παραμέτρους ταλάντωσης $\sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0025eV^2/c^4$ (κόκκινη καμπύλη) και $\sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0035eV^2/c^4$ (μπλε καμπύλη)*

Σχ.3.20 *Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των ταυ νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για παραμέτρους ταλάντωσης $\sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0025eV^2/c^4$ (κόκκινη καμπύλη) και $\sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0035eV^2/c^4$ (μπλε καμπύλη)*

Σχ.3.21 *Η μαύρη και η μπλε καμπύλη του Σχ.3.19 με μεγαλύτερη στατιστική. Φαίνονται καθαρά οι ταλαντώσεις του φάσματος στις χαμηλές ενέργειες στον μακρινό ανιχνευτή*

Σχ.3.22 *Η εύρεση του κέντρου P_i και των περιεχόμενων γεγονότων N_i στο bin i του φάσματος των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή*

Σχ.3.23 *Τιμή του χ^2 συναρτήσει των παραμέτρων ταλάντωσης $\log(\Delta m^2)$, $\sin^2 2\theta$, για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (3.8). Οι τιμές του x^2 δίνονται σε χρωματική κλίμακα*

Σχ.3.24 *Το διάγραμμα ευαισθησίας του πειράματος MINOS για επίπεδα εμπιστοσύνης 68%, 90% και 99% και για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (3.8). Οι πολύ κλειστές καμπύλες που μοιάζουν με ευθείες σε μεγάλες τιμές του Δm^2 αντιστοιχούν σε δευτερεύοντα ελάχιστα του χ^2*

Σχ.3.25 *Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή για ιδανική ενεργειακή διακριτική ικανότητα του κοντινού ανιχνευτή (μαύρη καμπύλη), το ίδιο φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή για την ίδια ενεργειακή διακριτική ικανότητα (κόκκινη καμπύλη) και την παραμετροποίηση (3.6) και το ίδιο φάσμα με το τελευταίο, αυτή τη φορά με ενεργειακή διακριτική ικανότητα 10% του μακρινού ανιχνευτή (πράσινη καμπύλη)*

Σχ.3.26 Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για την παραμετροποίηση (3.6) και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή 10%, 20% και 70%

Σχ.3.27 Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή για την παραμετροποίηση (3.6) και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή 10%, 20% και 70%

Σχ.3.28 Τιμή του χ^2 συναρτήσει των παραμέτρων ταλάντωσης $\log(\Delta m^2)$, $\sin^2 2\theta$, για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$ και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή 25%. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (2.53). Οι τιμές του χ^2 δίνονται σε χρωματική κλίμακα

Σχ.4.1 Σχηματική αναπαράσταση του ρευματοφόρου αγωγού δημιουργίας του μαγνητικού πεδίου του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Με γαλάζιο φαίνονται οι χάλκινοι σωλήνες νερού για την ψύξη [2]

Σχ.4.2 Η δομή ενός strip και η οπτική ίνα μετατόπισης φάσματος (WLS)

Σχ.4.3 Φωτογραφική απεικόνιση του τρόπου ανάγνωσης των WLS fibers του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Από αριστερά προς τα δεξιά το strip σπινθηρισμού στον WLS fiber, ο οπτικός σύνδεσμος, οι λευκές οπτικές ίνες με το cookie στην δεξιά τους άκρη και ο φωτοπολλαπλασιαστής M–16 στην άκρη δεξιά

Σχ.4.4 Δύο φωτογραφίες σε διαφορετική οπτική γωνία του R5900U–00–M16 M–16 φωτοπολλαπλασιαστή του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS (πάνω) και μία φωτογραφία της βάσης τροφοδοσίας του (κάτω). Στην πάνω αριστερή εικόνα διακρίνονται τα 16 pixels και στην κάτω εικόνα διακρίνονται οι υποδοχές για τα καλώδια σήματος (μαύρη και λευκή υποδοχή), όπου περιέχονται και οι δύνοδοι και η υποδοχή για το καλώδιο υψηλής τάσης (κόκκινη μικρή υποδοχή)

Σχ.4.5 Σχηματική αναπαράσταση του ολοκληρωμένου κυκλώματος VA32 του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS [12]

Σχ.4.6 Σχηματική αναπαράσταση μιας εμπρόσθιας κάρτας ηλεκτρονικών (FEB) και μιας VME μονάδας ανάγνωσης (VARC) του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS [12]

Σχ.4.7 Η αρχιτεκτονική του ηλεκτρονικού συστήματος ανάγνωσης του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Οι τρεις βασικές μονάδες φαίνονται με διαφορετικό χρώμα. Με μοβ τα ηλεκτρονικά 'πρώτης γραμμής' (εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών (FEB) με τα VA32 ολοκληρωμένα κυκλώματα και VME κάρτες ανάγνωσης), με κίτρινο το σύστημα χρονισμού (GPS) και με πράσινο το δίκτυο μηχανισμού σκανδάλης (Trigger Farm)

Σχ.5.1 Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=0.5 GeV (αριστερά) και ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_μNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=1 GeV (δεξιά)

Σχ.5.2 Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=2 GeV (αριστερά) και ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=3 GeV (δεξιά)

Σχ.5.3 Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC (πάνω αριστερά), ν_eCC (πάνω δεξιά) και ν_μNC (κάτω) στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=5 GeV

Σχ.5.4 Η βασική αρχή λειτουργίας ενός τεχνητού νευρώνα [42]

Σχ.5.5 Σχηματική αναπαράσταση ενός βιολογικού νευρώνα [43]

Σχ.5.6 Σχηματική αναπαράσταση τεχνητού νευρωνικού δικτύου (Artificial Neural Network, ANN). Φαίνεται σε μεγέθυνση ένας νευρώνας

Σχ.5.7 Η συνάρτηση σφάλματος συναρτήσει των κύκλων εκπαίδευσης (training cycles) για το training αρχείο και το testing αρχείο κατά την εκπαίδευση του νευρωνικού. Φαίνεται ακριβώς το σημείο όπου πρέπει να σταματήσουμε την εκπαίδευση προκειμένου να αποφύγουμε την υπερεκπαίδευση (over training) [43]

Σχ.5.8 Η κατανομή της συνάρτησης εξόδου του νευρωνικού για το σήμα (κόκκινο) και το υπόβαθρο (μπλε). Γραμμοσκιασμένες είναι οι αντίστοιχες περιοχές πάνω από την cut

Σχ.5.9 Τα τέσσερα κύρια τμήματα του πακέτου SNNS: Simulator Kernel, γραφική επιφάνεια για το χρήστη xgui, batchman και compiler snns2c [45]

Σχ.5.10 Η δομή του νευρωνικού για διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στην ενέργεια των 3 GeV. Η δομή αυτή είναι ενός επιπέδου εισόδου, τριών hidden επιπέδων με 12 νευρώνες το καθένα και ενός μόνο νευρώνα εξόδου. Φαίνονται και τα αντίστοιχα βάρη. Η ίδια δομή χρησιμοποιείται για όλα τα νευρωνικά που κατασκευάστηκαν με τη χρήση του πακέτου προσομοίωσης SNNS

Σχ.5.11 έως Σχ.5.25 Μεταβλητές εισόδου για κάθε νευρωνικό και για κάθε ενέργεια

Σχ.5.26 έως Σχ.5.27 Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–(ν_eCC, NC) για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV

Σχ.5.28 έως Σχ.5.29 Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–(ν_eCC, NC) για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV

Σχ.5.30 έως Σχ.5.34 Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_μCC–(ν_eCC, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω)

Σχ.5.35 έως Σχ.5.39 *Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη)*

Σχ.5.40 έως Σχ.5.41 *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_e CC$–NC για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV*

Σχ.5.42 έως Σχ.5.43 *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_e CC$–NC για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV*

Σχ.5.44 έως Σχ.5.48 *Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_e CC$–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω)*

Σχ.5.49 έως Σχ.5.53 *Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_e CC$–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη)*

Σχ.5.54 έως Σχ.5.55 *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV*

Σχ.5.56 έως Σχ.5.57 *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1, 2, 3 και 5GeV*

Σχ.5.58 έως Σχ.5.62 *Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω)*

Σχ.5.63 έως Σχ.5.67 *Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη)*

Σχ.5.68 *Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.4 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια*

Σχ.5.69 *Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό $\nu_e CC$–NC σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.6 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια*

Σχ.5.70 *Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.7 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια*

Σχ.5.71 *Η κατανομή της εναποτιθέμενης ενέργειας όλων των MC γεγονότων που φτιάξαμε για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ με κριτήριο την εναποτιθέμενη ενέργεια*

Σχ.5.72 έως Σχ.5.80 *Η έξοδος του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για τις περιοχές [0,100), [100,200), [200,300), [300,400), [400,500), [500,600), [600,800), [800,1000) και [1000,2200)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω)*

Σχ.5.81 έως Σχ.5.82 *Οι efficiencies και οι purities των νευρωνικών $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας*

Σχ.5.83 *Η efficiency×purity των νευρωνικών $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας*

Κατάλογος Πινάκων

Πίνακας 2.1 *Τυπικές τιμές μεγεθών σε διάφορα πειράματα ταλαντώσεων νετρίνων [19]*

Πίνακας 3.1 *Γενικά λειτουργικά και κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του πειράματος MINOS (υποθέτοντας $3.7 \cdot 10^{20}$ πρωτόνια στο στόχο ανά χρόνο) [2]*

Πίνακας 3.2 *Χαρακτηριστικά της δέσμης νετρίνων της NuMI Facility [12]*

Πίνακας 3.3 *Βασικά χαρακτηριστικά των δύο ανιχνευτών του πειράματος MINOS [41]*

Πίνακας 4.1 *Χαρακτηριστικά των επιπέδων παθητικού υλικού του μακρινού και του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS [2]*

Πίνακας 4.2 *Βασικά χαρακτηριστικά των R5900U–00–M16 PMTs του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS [2]*

Πίνακας 5.1 *Οι αριθμοί των MC γεγονότων που κατασκευάσαμε σε κάθε ενέργεια νετρίνου*

Πίνακας 5.2 *Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου*

Πίνακας 5.3 *Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό $\nu_e CC$–NC σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου*

Πίνακας 5.4 *Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου*

Πίνακας 5.5 *Η τιμή της efficiency για κάθε νευρωνικό όταν η cut είναι 0.5 σαν συνάρτηση της ενέργειας. Φαίνεται, όπως είναι αναμενόμενο, η αύξηση της efficiency με την ενέργεια. Οι τιμές αυτές της efficiency είναι από τα αποτελέσματα του SNNS*

Πίνακας 5.6 *Οι αριθμοί των ν_μ CC και ν_μ NC γεγονότων MC που δημιουργήσαμε σε κάθε ενέργεια νετρίνων*

Πίνακας 5.7 *Οι αριθμοί των ν_μ CC και ν_μ NC γεγονότων MC σε κάθε περιοχή της εναποτιθέμενης ενέργειας. Σε κάθε μία περιοχή θα γίνει προσπάθεια διαχωρισμού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ γεγονότων*

Εισαγωγή

Η σπουδαιότητα της φυσικής των νετρίνων

Η μελέτη των νετρίνων και των χαρακτηριστικών τους είναι μία από τις ιδιαίτερης βαρύτητας πτυχές της σύγχρονης επιστήμης και έρευνας, μια και πολύ λίγα πράγματα γνωρίζουμε γι' αυτά. Τα τελευταία χρόνια ίσως το σημαντικότερο πρόβλημα που απασχολεί τους φυσικούς είναι η διατήρηση της CP συμμετρίας στα λεπτόνια. Πολλοί θεωρητικοί μάλιστα προχωρούν ένα βήμα παραπέρα και θέτουν το πρόβλημα της διατήρησης της CPT συμμετρίας στα λεπτόνια. Γενικά, τα νετρίνα είναι από τα περισσότερο άφθονα σωματίδια στο Σύμπαν. Υπάρχουν 300 νετρίνα ανά cm^3 στο Σύμπαν, δηλαδή περίπου 10^7 νετρίνα υπάρχουν μέσα στον όγκο που καταλαμβάνει το ανθρώπινο σώμα. Από την πρώτη φορά που ανιχνεύθηκαν τα νετρίνα (το 1956 οι F. Reines και C. Cowan χρησιμοποίησαν ηλεκτρονικά αντινετρίνα από τον πυρηνικό αντιδραστήρα Savannah River, τα οποία και ανίχνευσαν μέσω της αντίδρασης $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ [1]) μέχρι και σήμερα, πολλά πειράματα φυσικής νετρίνων έπαιξαν σημαντικό ρόλο στην κατανόηση των θεμελιωδών αρχών που διέπουν τα στοιχειώδη σωμάτια και τις αλληλεπιδράσεις τους και συνεισέφεραν σε μεγάλο βαθμό (κυρίως με τη μέτρηση σταθερών δομής και ενεργών διατομών) στη διαμόρφωση του Καθιερωμένου Προτύπου, όπως το γνωρίζουμε σήμερα. Παρόλα αυτά, όπως είδαμε, γνωρίζουμε ελάχιστα για τα νετρίνα ή τουλάχιστον γνωρίζουμε πολύ λιγότερα από ότι για τα φορτισμένα λεπτόνια. Δεν γνωρίζουμε αν τα νετρίνα έχουν μάζα και ποια είναι η ιεραρχία τους, όπως δεν γνωρίζουμε αν είναι σταθερά σωμάτια ή διασπώνται σε νετρίνα άλλης γεύσης ή άγνωστα σωματίδια ή αν έχουν ηλεκτρομαγνητική δομή (όπως για παράδειγμα μαγνητική ροπή). Εν αντιθέσει, για παράδειγμα, το κλασματικό σφάλμα στις μετρήσεις της μάζας είναι $4ÿ10^{-8}$ για το ηλεκτρόνιο και το μιόνιο [5] και $2ÿ10^{-4}$ για το τ λεπτόνιο [5], οι μετρήσεις του χρόνου ζωής του μιονίου και του τ λεπτονίου έχουν κλασματικό σφάλμα $2ÿ10^{-5}$ και $4ÿ10^{-3}$ αντίστοιχα [5] και οι μαγνητικές ροπές του ηλεκτρονίου και του μιονίου είναι γνωστές με ακρίβεια 10^{-12} και 10^{-10} αντίστοιχα [5]. Σήμερα, το ενδιαφέρον για τη φύση των νετρίνων και τη σχέση τους με τα φαινόμενα της αστροφυσικής έχει αυξηθεί, όπως μαρτυρεί ο αριθμός των σχετικών πειραμάτων που σχεδιάζονται, προετοιμάζονται ή λειτουργούν και στα οποία θα αναφερθούμε με λεπτομέρεια στο δεύτερο κεφάλαιο. Σε όλα σχεδόν τα πειράματα αυτά κύριος στόχος είναι η μελέτη του φαινομένου των ταλαντώσεων των νετρίνων. Όπως θα δούμε, αναγκαία προϋπόθεση για να ταλαντώνονται τα νετρίνα είναι αυτά να έχουν μάζα. Στο πρώτο κεφάλαιο θα δούμε ότι στο Καθιερωμένο Πρότυπο τα νετρίνα δεν έχουν μάζα, επομένως ο έλεγχος των ταλαντώσεων των νετρίνων

συνεπάγεται και έλεγχο του Καθιερωμένου Προτύπου, γεγονός που μαρτυρεί, πέραν όλων των άλλων, την αξία της μελέτης των νετρίνων. Στο ίδιο κεφάλαιο θα δούμε και τις δυνατές επεκτάσεις του Καθιερωμένου Προτύπου, ώστε να αποδίδεται μάζα στα νετρίνα.

Τα πειράματα νετρίνων στο παρελθόν ανέδειξαν σημαντικά προβλήματα, όπως η παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων (Super Kamiokande [6], IMB [26], Kamiokande[51]) και το έλλειμμα των ηλιακών νετρίνων (Davis [19], SNO [52]), για τα οποία θα μιλήσουμε στο δεύτερο κεφάλαιο και τα οποία λύνονται με την υπόθεση των ταλαντώσεων νετρίνων. Μάλιστα, όπως θα δούμε, το πείραμα SNO πρότεινε την LMA MSW λύση [52], αφού βρήκε μη ηλεκτρονική συνιστώσα στη ροή των ηλιακών νετρίνων και μάλιστα υπολόγισε για τη ροή αυτή τιμή που συμφωνεί με τις προβλέψεις του Καθιερωμένου Ηλιακού Προτύπου (βλ. κεφάλαιο 2). Όσον αφορά τα ατμοσφαιρικά νετρίνα, το πείραμα SK βρήκε ότι τα μιόνια που έρχονται από πάνω από τον ορίζοντα είναι περισσότερα από αυτά που έρχονται από κάτω, επιβεβαιώνοντας την ύπαρξη ταλαντώσεων νετρίνων (βλ. κεφάλαιο 2). Στο δεύτερο κεφάλαιο περιγράφονται τα σημαντικότερα πειράματα νετρίνων, όπως και γίνεται μία προσπάθεια θεωρητικής προσέγγισης του φαινομένου των ταλαντώσεων των νετρίνων τόσο στην ύλη όσο και στο κενό. Στο τέλος του κεφαλαίου αυτού, όπως και σε όλα τα επόμενα κεφάλαια, θα επικεντρωθούμε στο πείραμα MINOS.

Στο τρίτο και τέταρτο κεφάλαιο γίνεται μία γενική περιγραφή του πειράματος, με ιδιαίτερη βαρύτητα στην περιγραφή του μακρινού ανιχνευτή και στη φυσική που επιδιώκεται να επιτευχθεί. Στο πέμπτο κεφάλαιο περιγράφεται η βασική μας δουλειά, που αποτελεί μία προσπάθεια ανάλυσης της απόκρισης του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Κύριος στόχος μας είναι να αναδείξουμε τον τρόπο με τον οποίο μπορεί να γίνει ταυτοποίηση των αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή. Θα χρησιμοποιήσουμε την τεχνική των νευρωνικών δικτύων για ταυτοποίηση γεγονότων MC, με μεταβλητές διαχωρισμού που έχουν να κάνουν με την τοπολογία των γεγονότων νετρίνων και την μετρούμενη ενέργειά τους. Θα επιχειρήσουμε μεταξύ των άλλων και τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC γεγονότων, που είναι πολύ σημαντικός για το πείραμα MINOS δεδομένου ότι πρόκειται για ένα πείραμα εξαφάνισης μιονικών νετρίνων και ότι το κύριο υπόβαθρο στην ανίχνευση ν_μCC γεγονότων είναι γεγονότα ν_μNC. Εφ'όσον, λοιπόν, είναι εφικτή η ταυτοποίηση ν_μCC γεγονότων, καθίσταται δυνατή η εύρεση των ενεργειακών φασμάτων των ν_μCC αλληλεπιδράσεων και στους δύο ανιχνευτές, η σύγκριση των οποίων μπορεί να οδηγήσει (όπως θα δούμε) στον προσδιορισμό των παραμέτρων ταλάντωσης.

Αν και είναι προφανές ότι τα νετρίνα δεν έχουν φορτίο, σημαντικές είναι οι ηλεκτρομαγνητικές τους ιδιότητες˙ ας θεωρήσουμε το οικείο παράδειγμα της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής, όπου η μαγνητική ροπή ενός φερμιονίου προέρχεται από κβαντικά loops. Στην ηλεκτρασθενή θεωρία, σε παρόμοια loops μπορούν να οφείλονται οι ηλεκτρομαγνητικές ιδιότητες των νετρίνων. Το

θέμα αποκτά ιδιαίτερο ενδιαφέρον εάν τα νετρίνα έχουν μάζα. Για ένα Dirac νετρίνο μπορούν να οριστούν τέσσερις ηλεκτρομαγνητικοί παράγοντες μορφής ενώ αντίθετα, για ένα Majorana νετρίνο (τα Dirac και Majorana νετρίνα θα τα δούμε αναλυτικά στις επεκτάσεις του Καθιερωμένου Προτύπου στο πρώτο κεφάλαιο) ορίζεται μόνο ένας [19]. Η σπουδαιότητα επομένως των νετρίνων είναι άρρηκτα συνδεδεμένη με όλους τους χώρους της σύγχρονης φυσικής και επιστήμης γενικότερα.

Κεφάλαιο 1
Μάζα και μίξη των νετρίνων

1.1. Τα νετρίνα στο Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model)

Το Καθιερωμένο Πρότυπο (Standard Model) $SU(2)_L x U(1)_Y$ των ηλεκτρασθενών αλληλεπιδράσεων περιλαμβάνει τρία αριστερόστροφα νετρίνα (και τρία δεξιόστροφα αντινετρίνα). Αν για τα νετρίνα υποθέσουμε μηδενική μάζα, τότε η εξίσωση Dirac παίρνει τη μορφή:

$$H\psi = \vec{a} \cdot \vec{p}\,\psi = E\psi \tag{1.1}$$

όπου $\vec{a}$ είναι ο γνωστός πίνακας στην εξίσωση του Dirac που συνδέεται με τους πίνακες του Pauli και (E, $\vec{p}$) είναι η τετραορμή του νετρίνου. Ας γράψουμε το σπίνορα ψ στη μορφή:

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi(x) \\ \phi(x) \end{pmatrix}$$

Αν στην (1.1) αντικαταστήσουμε τον σπίνορα αυτόν και χρησιμοποιήσουμε την αναπαράσταση Weyl για τον $\vec{a}$, τότε καταλήγουμε στη σχέση [3]:

$$\frac{1}{2}\vec{\sigma} \cdot \hat{p}\chi = -\frac{1}{2}\chi, \hat{p} = \frac{\vec{p}}{E}$$

Ο τελεστής $1/2\vec{\sigma} \cdot \hat{p}$ είναι ο τελεστής ελικότητας του νετρίνου. Κατά τα γνωστά, στη φύση τα νετρίνα είναι αριστερόστροφα και τα αντινετρίνα δεξιόστροφα. Ο τελεστής της chilarity είναι ο πίνακας γ^5 του Dirac και στο υπερσχετικιστικό όριο είναι ίσος με τον τελεστή ελικότητας [3]. Οι ηλεκτρομαγνητικές αλληλεπιδράσεις δεν διαχωρίζουν τις διάφορες καταστάσεις chilarity, σε αντίθεση με τις ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Τα νετρίνα ως γνωστόν έχουν μόνο ασθενείς αλληλεπιδράσεις

και εμφανίζονται στο Καθιερωμένο Πρότυπο μόνο σε αριστερόστροφες καταστάσεις (δεξιόστροφες για τα αντινετρίνα). Οι καταστάσεις αυτές των νετρίνων κατατάσσονται μαζί με τις αντίστοιχες αριστερόστροφες καταστάσεις των φορτισμένων λεπτονίων στις διπλέτες ασθενούς ισοσπίν. Οι δεξιόστροφες καταστάσεις των φορτισμένων λεπτονίων είναι singlet καταστάσεις. Δεξιόστροφες καταστάσεις των νετρίνων δεν υπάρχουν στο καθιερωμένο πρότυπο. Επομένως, τα λεπτόνια στο Καθιερωμένο Πρότυπο έχουν ως εξής:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L, e_R^-, \mu_R^-, \tau_R^- \tag{1.2}$$

Τα νετρίνα, όπως είδαμε, έχουν μόνο ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος, μέσω ανταλλαγής $W^{\pm}$ και ουδετέρου ρεύματος, μέσω ανταλλαγής Z^0, των νετρίνων περιγράφονται αντιστοίχως από τις Lagrangians [4]:

$$\begin{aligned} L^{CC} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_\alpha^{CC} W^\alpha + \text{h.c.} \\ L^{NC} &= -\frac{g}{2\cos\theta_W} j_\alpha^{NC} Z^\alpha \end{aligned} \tag{1.3}$$

όπου g είναι η SU(2) gauge σταθερά σύζευξης, θ_W είναι η ασθενής γωνία, W^α και Z^α είναι τα πεδία των φορτισμένων ($W^{\pm}$) και ουδετέρων (Z^0) ανυσματικών μποζονίων, j_α^{CC} είναι το φορτισμένο ρεύμα των λεπτονίων και j_α^{NC} είναι το ουδέτερο ρεύμα των νετρίνων. Τα δύο τελευταία ρεύματα δίνονται από τις εκφράσεις [1]:

$$\begin{aligned} j_\alpha^{CC} &= 2\sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma_\alpha l_L \\ j_\alpha^{NC} &= \sum_l \bar{\nu}_{lL} \gamma_\alpha \nu_{lL} \end{aligned} \tag{1.4}$$

Όπως είδαμε, τρεις γεύσεις νετρίνων υπάρχουν στη φύση, οι ν_e, ν_μ και ν_τ. Από τα πειράματα του LEP για τον υπολογισμό του πλάτους της διάσπασης

$$Z \to \nu + \bar{\nu}$$

προκύπτει για τις γεύσεις των νετρίνων ο ακόλουθος αριθμός [22]:

$$n = 3.00 \pm 0.06$$

Μία ολική προσαρμογή στα δεδομένα αυτά δίνει [22]:

$$n = 2.984 \pm 0.008$$

Οι ασθενείς αλληλεπιδράσεις διατηρούν τους επιμέρους λεπτονικούς αριθμούς L_e, L_μ, L_τ και επομένως, και τον ολικό λεπτονικό αριθμό L, όπου προφανώς ο τελευταίος είναι το άθροισμα των τριών πρώτων. Δεν υπάρχει βαθύτερος φυσικός λόγος για μηδενική μάζα των νετρίνων. Αν τα πεδία των νετρίνων εισαχθούν στην Lagrangian του Καθιερωμένου Προτύπου (1.3), τότε τα νετρίνα είναι άμαζα και οι τρεις λεπτονικοί αριθμοί διατηρούνται ξεχωριστά ο καθένας [4], όπως είδαμε και πιο πάνω. Η υπόθεση της μάζας των νετρίνων βασίζεται στην υπόθεση ότι στην ολική Lagrangian υπάρχει ένας όρος μάζας, ο οποίος δεν διατηρεί τον λεπτονικό αριθμό. Υπάρχουν δύο κυρίως δυνατότητες στην εισαγωγή όρων μάζας στην Lagrangian του Καθιερωμένου Προτύπου, νετρίνα με μάζα Dirac που είναι διαφορετικά από τα αντισωμάτιά τους και νετρίνα με μάζα Majorana που ταυτίζονται με τα αντισωμάτιά τους. Θα αναφερθούμε όμως διεξοδικά στο θέμα αυτό στη συνέχεια του κεφαλαίου. Εδώ προλέγουμε όμως ότι, στην πρώτη περίπτωση είναι δυνατές οι ταλαντώσεις μεταξύ διαφορετικών γεύσεων νετρίνων ή αντινετρίνων και τότε δεν διατηρούνται οι επιμέρους λεπτονικοί αριθμοί, αλλά διατηρείται το άθροισμά τους, δηλαδή ο ολικός λεπτονικός αριθμός. Στην δεύτερη περίπτωση, μπορούμε να έχουμε ταλαντώσεις μεταξύ νετρίνων και αντινετρίνων και τότε, προφανώς, δεν διατηρείται ούτε ο ολικός λεπτονικός αριθμός, αλλά αντίθετα έχουμε $\Delta L=2$. Θα αναφερθούμε όμως λεπτομερέστερα στο θέμα αυτό στη συνέχεια του κεφαλαίου.

1.2. Μάζα και μίξη των νετρίνων

Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, τα νετρίνα στο Καθιερωμένο Πρότυπο δεν έχουν μάζα. Επίσης, έγινε αναφορά στους δύο τρόπους με τους οποίους μπορεί να εισαχθεί όρος μάζας στη Lagrangian. Στην περίπτωση αυτή επεκτείνουμε το Καθιερωμένο Πρότυπο και τα νετρίνα αποκτούν μάζα. Σε αυτή την παράγραφο θα αναφερθούμε εκτενέστερα στους δύο ανωτέρω τρόπους επέκτασης του Καθιερωμένου Προτύπου. Πριν προχωρήσουμε όμως, αξίζει να δούμε συνοπτικά την μίξη των νετρίνων, η οποία απαιτεί, όπως αναφέρθηκε, την μη μηδενική μάζα των νετρίνων. Ας θεωρήσουμε τη μίξη των νετρίνων τριών γεύσεων

$$\nu_\alpha = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i} \nu_i \tag{1.5}$$

όπου ν_α (α=e,μ,τ) και ν_i (i=1,2,3) είναι οι ιδοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης και μάζας, αντίστοιχα και U είναι ο MNS πίνακας μίξης των νετρίνων. Υιοθετώντας την καθιερωμένη παραμετροποίηση του MNS πίνακα [5], μπορούμε να γράψουμε την έκφραση:

$$U = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

όπου $c_{ij} \equiv \cos\theta_{ij}$, $s_{ij} \equiv \sin\theta_{ij}$ και δ είναι, κατά τα γνωστά, η φάση παραβίασης της CP συμμετρίας. Έχουμε τόσο καλύτερη πληροφορία για τον MNS πίνακα όσο ακριβέστερα μπορούμε να γνωρίζουμε τις διαφορές των τετραγώνων των μαζών των νετρίνων ($\Delta m^2 \equiv m_j^2 - m_i^2$) από διάφορες πειραματικές παρατηρήσεις. Με την παραμετροποίηση της εξίσωσης (1.6), τα πειραματικά δεδομένα ατμοσφαιρικών νετρίνων δίνουν [6]:

$$\sin^2 2\theta_{23} \approx 0.88 - 1, \left|\Delta m_{23}^2\right| \approx \left|\Delta m_{13}^2\right| \approx (1.5 - 4) \cdot 10^{-3} eV^2$$

Τα πειραματικά δεδομένα ηλιακών νετρίνων του KamLAND δίνουν [7,53]:

$$\tan^2\theta_{12} \approx 0.25 - 0.85, \left|\Delta m_{12}^2\right| \approx (4-20)\cdot 10^{-5}\, eV^2$$

Από την άλλη μεριά, δεδομένα από το πείραμα CHOOZ δίνουν έναν περιορισμό στην παράμετρο θ_{13} [8], ενώ το πείραμα SNO προσδιορίζει την Δm_{12}^2 [4,52]:

$$\sin^2 2\theta_{23} \le 0.1 \qquad \Delta m_{12}^2 = 5\cdot 10^{-5}\,\mathrm{eV}^2/\mathrm{c}^4$$

1.2.1. Επεκτάσεις του Καθιερωμένου Προτύπου

Ήδη στην παράγραφο 1.1 αναφέραμε ότι υπάρχουν δύο κυρίως δυνατότητες στην εισαγωγή όρων μάζας στην Lagrangian του Καθιερωμένου Προτύπου, νετρίνα με μάζα Dirac που είναι διαφορετικά από τα αντισωμάτιά τους και νετρίνα με μάζα Majorana που ταυτίζονται με τα αντισωμάτιά τους. Σε αυτή την παράγραφο θα μελετήσουμε διεξοδικά τις δύο αυτές περιπτώσεις. Στη φαινομενολογική θεώρηση των μαζών και της μίξης των νετρίνων υπάρχουν δύο πιθανοί όροι μάζας στη Lagrangian [9,10]. Ο πρώτος είναι ο όρος μάζας Dirac, όπως είδαμε, ο οποίος γράφεται [4]:

$$L^D = -\overline{\nu}_R{}' M^D \nu_L{}' + h.c. \tag{1.7}$$

Εδώ είναι:

$$\nu_L{}' = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \nu_R{}' = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

και M^D είναι ένας μιγαδικός μη διαγώνιος 3x3 πίνακας. Υποθέτουμε ότι στον πίνακα στήλη $\nu_L{}'$ έχουμε μόνο τις αριστερόστροφες ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_{eL}, $\nu_{\mu L}$, $\nu_{\tau L}$, και όχι και sterile νετρίνα. Τα sterile νετρίνα δεν μπορούν να εισαχθούν στις εκφράσεις των φορτισμένου και ουδετέρου ρεύματος του Καθιερωμένου Προτύπου. Ο πίνακας M^D μπορεί να διαγωνοποιηθεί με έναν διπλά μοναδιακό μετασχηματισμό, με άλλα λόγια μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει ενός διαγώνιου πίνακα μαζών, έστω m, σύμφωνα με τη σχέση [9,10]:

$$M^D = V \cdot m \cdot U^+ \tag{1.9}$$

όπου V και U είναι μοναδιακοί 3x3 πίνακες και $m_{ik}=m_i \cdot \delta_{ik}$, με $m_i>0$. Από τις (1.7) και (1.9), παίρνουμε την έκφραση:

$$L^D = -\sum_i m_i \overline{\nu}_i \nu_i \tag{1.10}$$

όπου οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των νετρίνων ν_i, με αντίστοιχες μάζες m_i, έχουν δεξιόστροφες και αριστερόστροφες συνιστώσες, δηλαδή ισχύει:

$$\nu_i = \nu_{iL} + \nu_{iR}$$

Οι ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_{lL}, που όπως έχουμε δει περιγράφουν αριστερόστροφα νετρίνα, συνδέονται με τις αριστερόστροφες ιδιοκαταστάσεις μάζας με τη σχέση:

$$\nu_{lL} = \sum_i U_{li} \nu_{iL} \tag{1.11}$$

Η τελευταία σχέση ισχύει για τα αριστερόστροφα λοιπόν νετρίνα. Για τα αριστερόστροφα αντινετρίνα, τώρα, η σχέση (1.11) θα εμπλέκει τον μιγαδικό συζυγή του μοναδιακού πίνακα U, δηλαδή θα είναι:

$$\overline{\nu}_{lL} = \sum_i U_{li}^* \overline{\nu}_{iL}$$

ενώ για δεξιόστροφα νετρίνα (και αντινετρίνα) οι δύο τελευταίες σχέσεις γράφονται συναρτήσει του πίνακα (μοναδιακού, 3x3) V. Ο πίνακας U είναι ο (μοναδιακός) πίνακας μίξης 3x3 που χαρακτηρίζεται από τρεις γωνίες μίξης και μία φάση στην περίπτωση που έχουμε Dirac νετρίνα [11,19] (βλ. (1.6)). Είναι φανερό ότι η ολική Lagrangian είναι αναλλοίωτη σε global gauge μετασχηματισμούς της μορφής:

$$\nu_L' \to e^{i\alpha} \nu_L', \nu_R' \to e^{i\alpha} \nu_R', l \to e^{i\alpha} l$$

όπου α είναι μία αυθαίρετη σταθερά φάσης. Εξαιτίας της αναλλοιότητας αυτής συνεπάγεται από το θεώρημα της Noether ότι ο ολικός λεπτονικός αριθμός L

διατηρείται (αλλά όχι και οι επιμέρους λεπτονικοί αριθμοί) και οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των νετρίνων ν_i είναι τα πεδία Dirac, με L=1 για τα νετρίνα και L=–1 για τα αντινετρίνα. Αφού διατηρείται ο ολικός λεπτονικός αριθμός και οι επιμέρους λεπτονικοί αριθμοί δεν διατηρούνται, είναι δυνατές οι ταλαντώσεις μεταξύ διαφορετικών γεύσεων νετρίνων, αλλά όχι και οι ταλαντώσεις $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$. Ο δεύτερος πιθανός όρος μάζας στη Lagrangian, όπως είδαμε, είναι ο όρος Majorana, ο οποίος γράφεται [4]:

$$L^M = -\frac{1}{2}(\bar{\nu}_L{}')^c M^M \nu_L{}' + h.c. \tag{1.12}$$

όπου ν_L' δίνεται από την (1.8) και με τη δράση του C θα δώσει [3]:

$$(\nu_L{}')^c = C(\bar{\nu}')_L^T$$
$$(\bar{\nu}_L{}')^c = -(\nu')_L^T C^{-1}$$

όπου C είναι ο τελεστής συζυγίας φορτίου (charge conjugation matrix), ο οποίος κατά τα γνωστά ικανοποιεί τις συνθήκες [3]:

$$C\gamma_\alpha^T C^{-1} = -\gamma_\alpha$$
$$C^T = -C$$

Ο πίνακας M^M είναι ένας συμμετρικός πίνακας. Λαμβάνοντας υπ'όψιν τις δύο τελευταίες σχέσεις, μπορούμε να γράψουμε με βάση τη στατιστική Fermi–Dirac του πεδίου ν_L':

$$(\bar{\nu}_L{}')^c M^M \nu_L{}' = (\nu_L{}')^T (C^{-1})^T (M^M)^T \nu_L{}' = (\bar{\nu}_L{}')^c (M^M)^T \nu_L{}'$$

Από τη τελευταία αυτή σχέση παίρνουμε:

$$M^M = (M^M)^T$$

Όπως είδαμε, ο πίνακας M^M είναι συμμετρικός και επομένως έχουμε [9,10]:

$$M^M = (U^+)^T \cdot m \cdot U^+ \tag{1.13}$$

όπου U είναι ένας μοναδιαίος πίνακας και $m_{ik}=m_i \cdot \delta_{ik}$, με $m_i>0$. Από τις (1.12) και (1.13) μπορούμε να γράψουμε:

$$L^M = -\frac{1}{2}\sum_i m_i \bar{\nu}_i \nu_i \tag{1.14}$$

όπου οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των νετρίνων ν_i, με μάζες m_i, ικανοποιούν τη συνθήκη Majorana:

$$\nu_i = \nu_i^c = C(\bar{\nu})_i^T \tag{1.15}$$

Οι ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_{lL} συνδέονται με τα πεδία Majorana ν_{iL} με τη σχέση μίξης:

$$\nu_{lL} = \sum_i U_{li} \nu_{iL} \tag{1.16}$$

Στην περίπτωση του όρου μάζας Dirac είδαμε την global gauge αναλλοιότητα της ολικής Lagrangian που υπήρχε και είδαμε το αποτέλεσμά της βάσει του θεωρήματος της Noether. Στην περίπτωσή μας τώρα εδώ, του όρου μάζας Majorana, δεν υπάρχει κάποια global gauge αναλλοιότητα της ολικής Lagrangian και γι'αυτό τα Majorana νετρίνα είναι ακριβώς ουδέτερα σωμάτια: Δεν έχουν ούτε ηλεκτρικό φορτίο ούτε λεπτονικό αριθμό. Με άλλα λόγια ισχύει αυτό που αναφέραμε στο τέλος της παραγράφου 1.1, ότι δηλαδή τα Majorana νετρίνα και αντινετρίνα ταυτίζονται. Εάν υπάρχουν μόνο οι ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_{lL} (l=e,μ,τ) στον πίνακα στήλη ν_L' της (1.8), ο αριθμός των ιδιοκαταστάσεων μάζας των νετρίνων ν_i θα είναι ίσος με τον αριθμό των ν_{lL} (τρεις) και ο πίνακας U θα είναι ο MNS 3x3 μοναδιακός πίνακας μίξης της σχέσης (1.6). Εάν, όμως, στον πίνακα στήλη ν_L' της (1.8) υπάρχουν και τα sterile νετρίνα ν_{sL}, ο αριθμός των ν_i θα είναι μεγαλύτερος του τρία. Στην περίπτωση αυτή η σχέση μίξης παίρνει τη μορφή:

$$\nu_{lL} = \sum_{i=1}^{3+N_s} U_{li} \nu_{iL}, \nu_{sL} = \sum_{i=1}^{3+N_s} U_{si} \nu_{iL} \tag{1.17}$$

όπου N_s είναι ο αριθμός των sterile νετρίνων, U είναι ένας μοναδιαίος $(3+N_s)x(3+N_s)$ πίνακας και ν_i είναι οι ιδιοκαταστάσεις μάζας των νετρίνων με μάζες m_i $(i=1,2,...,3+N_s)$. Τα sterile νετρίνα μπορούν να είναι δεξιόστροφα πεδία, SUSY (Super Symmetry) πεδία κ.λ.π. [4].

1.2.2. Μηχανισμός see – saw

Στην προηγούμενη παράγραφο εξετάσαμε ξεχωριστά τους όρους μάζας Dirac και Majorana που μπορούν να εισαχθούν στη Lagrangian του καθιερωμένου προτύπου. Μία άλλη ενδιαφέρουσα περίπτωση είναι ο όρος μάζας Dirac–Majorana, την οποία θα εξετάσουμε εδώ. Ας υποθέσουμε ότι πρόσθετα με τις ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_{lL}, στον πίνακα στήλη ν_L' της (1.8) υπάρχουν επίσης τα πεδία $(\nu_{lR})^c$ $(l=e,\mu,\tau)$. Είναι προφανές ότι το πεδίο $(\nu_R)^c$ είναι η αριστερόστροφη συνιστώσα του πεδίου ν^c. Πράγματι [3]:

$$(\nu_R)^c = \frac{1-\gamma_5}{2} C\overline{\nu}^T = \nu_L^c$$

Ο όρος μάζας Majorana (1.12) μπορεί τότε να αναπαρασταθεί με το άθροισμα του αριστερόστροφου Majorana, του δεξιόστροφου Majorana και του Dirac όρου μάζας. Δηλαδή:

$$L^{M+D} = L^D + L_L^M + L_R^M \tag{1.18}$$

Από τις (1.7) και (1.12) μπορούμε να γράψουμε:

$$L^D = -\overline{\nu}_R M^D \nu_L + h.c.$$

$$L_L^M = -\frac{1}{2}(\overline{\nu}_L)^c M_L^M \nu_L + h.c.$$

$$L_R^M = -\frac{1}{2}\overline{\nu}_R M_R^M (\nu_R)^c + h.c.$$

Με βάση αυτές η (1.18) γίνεται:

$$L^{M+D} = -\frac{1}{2}(\overline{\nu}_L)^c M_L^M \nu_L - \overline{\nu}_R M^D \nu_L - \frac{1}{2}\overline{\nu}_R M_R^M (\nu_R)^c + h.c. \tag{1.19}$$

Η μορφή του spinor ν_L' θα είναι, όπως αναφέραμε:

$$\nu_L{}' = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu_R)^c \end{pmatrix}$$

όπου, προφανώς, είναι:

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \nu_R = \begin{pmatrix} \nu_{eR} \\ \nu_{\mu R} \\ \nu_{\tau R} \end{pmatrix}, (\nu_R)^c = \begin{pmatrix} (\nu_{eR})^c \\ (\nu_{\mu R})^c \\ (\nu_{\tau R})^c \end{pmatrix}$$

και M_L^M, M_R^M είναι μιγαδικοί μη διαγώνιοι συμμετρικοί 3x3 πίνακες Majorana και M^D είναι μιγαδικός μη διαγώνιος 3x3 πίνακας Dirac. Η (1.18) γράφεται τότε στην ακόλουθη μορφή:

$$L^{M+D} = -\frac{1}{2}(\overline{\nu}_L{}')^c M^{M+D} \nu_L{}' + h.c. \tag{1.20}$$

όπου:

$$M^{M+D} = \begin{pmatrix} M^L & (M^D)^T \\ M^D & M^R \end{pmatrix}$$

και ο πίνακας M^{M+D} μπορεί να διαγωνοποιηθεί με ένα μοναδιακό μετασχηματισμό, ο οποίος εγγυάται ότι οι ιδιοτιμές του πίνακα μάζας M^{M+D} είναι μη αρνητικές, της μορφής:

$$M^{M+D} = (U^{+})^{T}\,\hat{m}(U^{+})$$

όπου $\hat{m}$ είναι ο διαγώνιος πίνακας μάζας και τότε η (1.20) γίνεται:

$$L^{M+D} = -\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{6} m_i \bar{\nu}_i \nu_i$$

Σε αυτή την περίπτωση, οι αριστερόστροφες καταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης (l=e,μ,τ) εκφράζονται συναρτήσει των αριστερόστροφων καταστάσεων Majorana καθορισμένης μάζας:

$$\nu_{lL} = \sum_{i=1}^{6} U_{li}\nu_{iL}, (\nu_{lR})^{c} = \sum_{i=1}^{6} U_{li}\nu_{iL}$$

όπου U είναι ο μοναδιακός 6x6 πίνακας μίξης και ν_i είναι τα πεδία Majorana με μάζες m_i. Σύμφωνα με τα ανωτέρω, λοιπόν, εκτός από ΔL=2 μεταβάσεις, μπορούν να υπάρξουν [12] και ταλαντώσεις ανάμεσα στις ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_e, ν_μ, ν_τ και τις sterile καταστάσεις. Μέχρι τώρα αναφερθήκαμε μόνο στον όρο μάζας Dirac–Majorana. Ο καθιερωμένος see–saw μηχανισμός της δημιουργίας μαζών των νετρίνων βασίζεται στην υπόθεση ότι ο όρος μάζας που εισαγάγεται στη Lagrangian του Καθιερωμένου Προτύπου είναι ο όρος Dirac–Majorana (1.19) με M_L^M=0. Για να εξηγήσουμε αυτό το μηχανισμό θα θεωρήσουμε την πιο απλή περίπτωση ενός μόνο τύπου νετρίνου. Ας υποθέσουμε ότι ο καθιερωμένος Higgs μηχανισμός με μία διπλέτα Higgs, ο οποίος περιγράφει τη δημιουργία των μαζών των quarks και των λεπτονίων, εξηγεί επίσης τη δημιουργία του όρου μάζας Dirac των νετρίνων, που όπως είδαμε ανωτέρω είναι:

$$L^{D} = -m\bar{\nu}_R \nu_L + h.c. \qquad (1.21)$$

Είναι λογικό να αναμένουμε ότι η μάζα m είναι της ίδιας τάξης μεγέθους με τις μάζες των λεπτονίων ή των quarks της ίδιας οικογένειας. Πάντως από πειραματικά δεδομένα γνωρίζουμε ότι οι μάζες των νετρίνων είναι πολύ μικρότερες από τις μάζες των λεπτονίων και των quarks. Για να 'απαλείψουμε' τη μάζα των νετρίνων, θα θεωρήσουμε ότι υπάρχει σαν επέκταση του Καθιερωμένου Προτύπου ένας μηχανισμός παραβίασης του λεπτονικού αριθμού της δημιουργίας του δεξιόστροφου όρου μάζας Majorana:

$$L_R^M = -\frac{1}{2} M \overline{\nu}_R (\nu_R)^c + h.c. \tag{1.22}$$

με M>>m (συνήθως υποθέτουμε ότι $M \approx M_{GUT} \approx 10^{16}$ GeV). Ο ολικός όρος μάζας είναι τότε ο Dirac–Majorana, με [4]:

$$M^{D+M} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix} \tag{1.23}$$

όπου τις εκφράσεις για τα ν_L και $(\nu_R)^c$ τις είδαμε ανωτέρω. Μετά τη διαγωνοποίηση του όρου μάζας (1.22), παίρνουμε [4]:

$$\nu_L = i\cos\theta\nu_{1L} + \sin\theta\nu_{2L}$$
$$(\nu_R)^c = -i\sin\theta\nu_{1L} + \cos\theta\nu_{2L}$$

όπου ν_1 και ν_2 είναι τα πεδία Majorana, με μάζες [4]:

$$m_1 = -\frac{1}{2}M + \frac{1}{2}\sqrt{M^2 + 4m^2} \approx \frac{m^2}{M} << m$$
$$m_2 = \frac{1}{2}M + \frac{1}{2}\sqrt{M^2 + 4m^2} \approx M$$

Επίσης, η γωνία μίξης θ δίνεται από τη σχέση [4]:

$$\tan 2\theta = \frac{2m}{M} << 1$$

Επομένως, ο μηχανισμός see–saw βασίζεται στην υπόθεση ότι, επιπρόσθετα με τον καθιερωμένο Higgs μηχανισμό της δημιουργίας του όρου μάζας Dirac, υπάρχει μία επέκταση του μηχανισμού του Καθιερωμένου Προτύπου της δημιουργίας του δεξιόστροφου όρου μάζας Majorana, η οποία αλλάζει τον λεπτονικό αριθμό κατά δύο και χαρακτηρίζεται από μία μάζα M>>m. Για

φορτισμένα σωμάτια αποδεικνύεται ότι τέτοιος μηχανισμός δεν υπάρχει [4]. Ο όρος μάζας Dirac αναμιγνύει το αριστερόστροφο πεδίο ν_L, τη συνιστώσα μιας διπλέτας, με ένα singlet πεδίο $(\nu_R)^c$. Σαν αποτέλεσμα της μίξης αυτής, το νετρίνο αποκτά μάζα Majorana η οποία είναι πολύ μικρότερη από τις μάζες των λεπτονίων και των quarks. Στην περίπτωση των τριών γενεών, τώρα, στο φάσμα των μαζών των νετρίνων θα υπάρχουν τρεις μικρές Majorana μάζες, πολύ μικρότερες από τις μάζες των λεπτονίων και των quarks και τρεις μεγάλες Majorana μάζες της τάξης μεγέθους του M [4]. Επισημαίνουμε, λοιπόν, με βάση τα ανωτέρω, ότι εάν όντως οι μάζες των νετρίνων ακολουθούν το μηχανισμός see–saw, τότε τα νετρίνα με συγκεκριμένες μάζες είναι Majorana νετρίνα, υπάρχουν τρία ελαφρά νετρίνα και βαριά Majorana σωμάτια πρέπει να υπάρχουν. Η ύπαρξη των βαριών Majorana σωματίων, οι see–saw σύντροφοι των νετρίνων, μπορούν να είναι και η αιτία της ασυμμετρίας των βαρυονίων στο Σύμπαν [13].

Κεφάλαιο 2
Ταλαντώσεις νετρίνων

2.1. Η σύλληψη της ιδέας των ταλαντώσεων νετρίνων

Ο Pontecorvo ήταν ο πρώτος που συνέλαβε την ιδέα των ταλαντώσεων νετρίνων το 1957, αμέσως μετά την παραβίαση της ομοτιμίας στη β–διάσπαση από τη Wu et. al. [14] και την πρόταση της δύο συνιστωσών θεωρίας των νετρίνων με μηδενική μάζα από τους Landau [15], Lee και Yang [16] και Salam [17]. Για πρώτη φορά ο Pontecorvo παρέθεσε την πιθανότητα της μετάβασης νετρίνο↔ αντινετρίνο στο κενό [18]. Ο Pontecorvo πίστευε στην αναλογία μεταξύ των ασθενών αλληλεπιδράσεων των λεπτονίων και των αδρονίων και έψαξε στα λεπτόνια για ένα φαινόμενο ανάλογο των ταλαντώσεων $K^0 \leftrightarrow \overline{K}^0$. Συγκεκριμένα, στην εργασία του το 1957 [19] υποστήριξε ότι εάν η (τότε) δύο συνιστωσών θεωρία νετρίνων αποδειχθεί λανθασμένη και εάν ο (τότε) νόμος διατήρησης του φορτίου των νετρίνων δεν ισχύει, τότε είναι δυνατό στη φύση να λαμβάνουν χώρα μεταβάσεις του τύπου νετρίνο↔αντινετρίνο στο κενό. Αξίζει εδώ να σημειώσουμε ότι η φυσική των ταλαντώσεων νετρίνων είναι ακριβώς η ίδια με αυτή των ταλαντώσεων παραξενιάς των ουδετέρων καονίων. Τα καόνια παράγονται σε ισχυρές αλληλεπιδράσεις, οι οποίες παράγουν ή K^0 ή $\overline{K}^0$, χωρίς κανένα από αυτά να είναι φυσικό σωμάτιο. Αντιθέτως, πρόκειται για υπερθέσεις των φυσικών καταστάσεων K_L και K_S, οι οποίες δεν έχουν συγκεκριμένη τιμή παραξενιάς όπως τα K^0 και $\overline{K}^0$. Κατά τη διάδοση μιας δέσμης K^0 (ή $\overline{K}^0$), η αναλογία των K^0 και $\overline{K}^0$ αλλάζει. Πράγματι, αφού το K_S έχει πολύ μικρό χρόνο ζωής, η K_S συνιστώσα της δέσμης διασπάται γρήγορα. Επομένως, χωρίς την παρουσία ύλης, ενώ κανείς ξεκινά με καθαρή δέσμη K^0 ή $\overline{K}^0$, μετά από λίγο χρόνο θα πάρει μία σχεδόν καθαρή K_L δέσμη, η οποία περιέχει περίπου την ίδια αναλογία K^0 και $\overline{K}^0$ [19].

2.2. Ταλαντώσεις νετρίνων στο κενό

Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε στις ταλαντώσεις νετρίνων στο κενό. Θα ξεκινήσουμε με τη γενική περίπτωση των τριών γεύσεων νετρίνων (ν_e, ν_μ, ν_τ) και στη συνέχεια, θα περιοριστούμε στην περίπτωση των δύο γεύσεων (ν_e, ν_μ).

2.2.1. Η γενική περίπτωση των τριών γεύσεων

Όπως είδαμε αναλυτικά στο προηγούμενο κεφάλαιο και συγκεκριμένα στις παραγράφους 1.1 και 1.2.1, εάν στην ολική Lagrangian υπάρχει ένας όρος μάζας νετρίνων οι λεπτονικοί αριθμοί L_e, L_μ, L_τ δεν διατηρούνται (ξεχωριστά ο καθένας) και η μετάβαση μεταξύ διαφορετικών γεύσεων νετρίνων είναι δυνατή. Οι ιδιοκαταστάσεις της ασθενούς αλληλεπίδρασης των νετρίνων είναι, όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, οι ν_e, ν_μ και ν_τ. Οι καταστάσεις αυτές παίρνουν μέρος στις ασθενείς αλληλεπιδράσεις και είναι διαφορετικές από τις ιδιοκαταστάσεις μάζας των νετρίνων, στην περίπτωση που τα νετρίνα έχουν μη μηδενικές μάζες (υπάρχει όρος μάζας στην Lagrangian). Τότε οι ιδιοκαταστάσεις μάζας και αλληλεπίδρασης συνδέονται, μέσω του πίνακα μίξης MNS (1.6) της παραγράφου 1.2 του προηγούμενου κεφαλαίου, με τη σχέση (1.5). Βέβαια, στην (1.5) αγνοούμε την ύπαρξη sterile νετρίνων και υποθέτουμε την ύπαρξη μόνο των γνωστών τριών γεύσεων, ν_e, ν_μ και ν_τ. Από τη μοναδικότητα του πίνακα μίξης συνεπάγεται ότι:

$$\langle \nu_{\alpha'} | \nu_\alpha \rangle = \delta_{\alpha\alpha'} \tag{2.1}$$

Το φαινόμενο των ταλαντώσεων νετρίνων είναι βασισμένο στη σχέση (1.5). Εάν τη χρονική στιγμή t=0 έχουμε μία κατάσταση της ασθενούς αλληλεπίδρασης ν_α, η κατάσταση αυτή μετά από χρόνο t θα είναι (από βασικές αρχές της κβαντικής μηχανικής), αν H_0 είναι η ελεύθερη Hamiltonian:

$$|\nu_\alpha\rangle_t = e^{-iH_0 t} |\nu_\alpha\rangle$$

και με τη χρήση της (1.5) η σχέση αυτή γράφεται:

$$|\nu_\alpha\rangle_t = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha i}^{*} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle \tag{2.2}$$

Είναι σημαντικό ότι στη σχέση αυτή, για διαφορετικές ιδοκαταστάσεις μάζας, έχουμε διαφορετικούς παράγοντες φάσης. Όπως θα δούμε παρακάτω, παρά τις μικρές τιμές των διαφορών των τετραγώνων των μαζών των νετρίνων, η πιθανότητα μετάβασης από μία γεύση σε μία άλλη μπορεί να είναι αρκετά μεγάλη. Αναπτύσσοντας την κατάσταση $|\nu_\alpha\rangle_t$ στο χώρο των ιδιοκαταστάσεων ασθενούς αλληλεπίδρασης $|\nu_\alpha\rangle$, έχουμε:

$$\left|\nu_\alpha\right\rangle_t = \sum_{\alpha'} A(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'})\left|\nu_{\alpha'}\right\rangle \tag{2.3}$$

όπου, κατά τα γνωστά, το πλάτος της μετάβασης $\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}$ κατά τη διάρκεια του χρόνου t δίνεται από τη σχέση:

$$A(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \left\langle \nu_{\alpha'} \left| e^{-iH_0 t} \right| \nu_\alpha \right\rangle = \sum_{i=1}^{3} U_{\alpha' i} e^{-iE_i t} U^*_{\alpha i} \tag{2.4}$$

Είναι, τώρα, προφανές ότι η πιθανότητα της ανωτέρω ταλάντωσης θα δίνεται από το τετράγωνο του μέτρου της τελευταίας αυτής έκφρασης. Στο φυσικό σύστημα μονάδων, όπου c=1, θα έχουμε ότι L≈t, υποθέτοντας ότι τα νετρίνα είναι υπερσχετικιστικά, δηλαδή u≈c, όπου L είναι η απόσταση που διανύεται από τα νετρίνα στο χρόνο t και E είναι η ενέργεια των νετρίνων. Επομένως έχουμε την ακόλουθη έκφραση (όπου προφανώς είναι k=l=1, 2, 3):

$$P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \left|\left\langle \nu_{\alpha'} \left| e^{-iH_0 L} \right| \nu_\alpha \right\rangle\right|^2 = \sum_{k,l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} e^{-i\Delta m^2_{kl} L/2E} \tag{2.5}$$

όπου $\Delta m_{kl}^2 = m_k^2 - m_l^2$. Το άθροισμα στην τελευταία αυτή σχέση μπορεί να αναπτυχθεί ως:

$$\sum_{k,l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} e^{-i\Delta m^2_{kl} L/2E} = \sum_{l,k>l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} e^{-i\Delta m^2_{kl} L/2E} +$$

$$+ \sum_{l,k>l} U_{\alpha l} U^*_{\alpha' l} U^*_{\alpha k} U_{\alpha' k} e^{i\Delta m^2_{kl} L/2E} + \sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} \tag{2.6}$$

Και χρησιμοποιώντας τη γνωστή ταυτότητα exp(±ix)=cosx ± i·sinx, παίρνουμε από τις (2.5) και (2.6):

$$P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \sum_{l,k>l} (U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} + (U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l})^*) \cdot \cos\frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} +$$

$$+\sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} + (-i)\sum_{l,k>l} (U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} - (U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l})^*) \cdot \sin\frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} \tag{2.7}$$

Η τελευταία σχέση, με τη χρήση των ταυτοτήτων $2\mathrm{Re}(z)=z+z^*$ και $2i\mathrm{Im}(z)=z-z^*$ καθώς και με τη χρήση της τριγωνομετρικής ταυτότητας $\cos 2x=1-2\sin^2 x$, γράφεται στην μορφή:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = -4 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{kl} L}{4E} + 2\sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) +$$

$$+\sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} + 2\sum_{l,k>l} \mathrm{Im}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin\frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} \tag{2.8}$$

Όπως αναφέρθηκε και πιο πάνω, ο πίνακας μίξης U είναι μοναδιακός, δηλαδή:

$$U \cdot U^+ = I \Rightarrow \sum_j U_{\alpha j} U^+_{j\alpha'} = \sum_j U_{\alpha j} U^*_{\alpha' j} = \delta_{\alpha\alpha'} \tag{2.9}$$

Επίσης, είναι προφανές ότι μπορούμε να γράψουμε, με βάση την ταυτότητα $2\mathrm{Re}(z)=z+z^*$, ότι:

$$2 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) + \sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} =$$

$$= \sum_{l,k>l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} + \sum_{l,k>l} U^*_{\alpha k} U_{\alpha' k} U_{\alpha l} U^*_{\alpha' l} + \sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} =$$

$$= \sum_{l,k>l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} + \sum_{l,k<l} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} + \sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} =$$

$$= \sum_{l,k} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} = \sum_k U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} \sum_l U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}$$

Είναι φανερό, τώρα, ότι, με βάση τη σχέση (2.9), έχουμε από την τελευταία:

$$2 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) + \sum_{l,k=l} U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l} = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\alpha'\alpha} = \delta_{\alpha\alpha'} \qquad (2.10)$$

Από τις (2.8) και (2.10) είναι αμέσως φανερό ότι για την πιθανότητα ταλάντωσης που έχουμε θα είναι:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \delta_{\alpha\alpha'} - 4 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{kl} L}{4E} +$$

$$+ 2 \sum_{l,k>l} \mathrm{Im}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin \frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} \qquad (2.11)$$

Εντελώς αντίστοιχα μπορούμε να γράψουμε για την πιθανότητα της μετάβασης $\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_{\alpha'}$ τη σχέση [4]:

$$P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_{\alpha'}) = \delta_{\alpha\alpha'} - 4 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U^*_{\alpha k} U_{\alpha' k} U_{\alpha l} U^*_{\alpha' l}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{kl} L}{4E} +$$

$$+ 2 \sum_{l,k>l} \mathrm{Im}(U^*_{\alpha k} U_{\alpha' k} U_{\alpha l} U^*_{\alpha' l}) \cdot \sin \frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} \qquad (2.12)$$

Μπορούμε, τώρα, να συμπεράνουμε τις ακόλουθες ιδιότητες για την πιθανότητα ταλάντωσης [4]:

i. Η πιθανότητα ταλάντωσης εξαρτάται από το λόγο L/E.
ii. Ταλαντώσεις νετρίνων μπορούν να παρατηρηθούν για συγκεκριμένες τιμές της ποσότητας

$$\Delta m^2_{kl} L / E$$

iii. Από τις (2.11) και (2.12) αμέσως παρατηρούμε ότι

$$P(\bar{\nu}_\alpha \to \bar{\nu}_{\alpha'}) = P(\nu_{\alpha'} \to \nu_\alpha) \qquad (2.13)$$

Η σχέση αυτή είναι συνέπεια της CPT αναλλοιότητας, αναγκαία για κάθε τοπική θεωρία πεδίου.

iv. Στη (2.11) μπορούμε να διακρίνουμε όρους με συγκεκριμένη συμπεριφορά σε μετασχηματισμούς CP [12]:

$$P_{even}^{CP}(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \delta_{\alpha\alpha'} - 4 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U_{\alpha' k}^* U_{\alpha l}^* U_{\alpha' l}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m_{kl}^2 L}{4E}$$

$$P_{odd}^{CP}(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = 2 \cdot \sum_{l,k>l} \mathrm{Im}(U_{\alpha k} U_{\alpha' k}^* U_{\alpha l}^* U_{\alpha' l}) \cdot \sin \frac{\Delta m_{kl}^2 L}{2E}$$

Αυτοί οι όροι εκφράζουν την άρτια και περιττή αντίστοιχα συνιστώσα της $P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'})$ ως προς μετασχηματισμούς της CP. Από τις δύο τελευταίες είναι αμέσως φανερό ότι:

$$P_{even}^{CP}(\overline{\nu}_\alpha \to \overline{\nu}_{\alpha'}) = P_{even}^{CP}(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'})$$

$$P_{odd}^{CP}(\overline{\nu}_\alpha \to \overline{\nu}_{\alpha'}) = -P_{odd}^{CP}(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'})$$

2.2.2. Η περίπτωση των δύο γεύσεων

Είναι πολύ σημαντικό, κυρίως για την κατανόηση των πειραματικών δεδομένων για ταλαντώσεις νετρίνων, να εξετάσουμε την περίπτωση των ταλαντώσεων μεταξύ δύο μόνο Dirac νετρίνων. Η περίπτωση αυτή είναι σημαντικά απλούστερη, μια και τώρα εμφανίζεται στις εξισώσεις μία μόνο γωνία μίξης (θ) η οποία είναι όμοια με τη γωνία Cabibbo που περιγράφει τη μίξη των quarks στο μοντέλο GIM και ο πίνακας μίξης U της σχέσης (1.6) απλοποιείται στην μορφή:

$$U = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \tag{2.14}$$

Στην περίπτωση αυτή θα έχουμε, προφανώς:

$$\sum_{l,k>l} \mathrm{Re}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{kl} L}{4E} = \mathrm{Re}(U_{\alpha 2} U^*_{\alpha' 2} U^*_{\alpha 1} U_{\alpha' 1}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{21} L}{4E} =$$

$$= (U_{\alpha 2} U^*_{\alpha' 2} U^*_{\alpha 1} U_{\alpha' 1}) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{21} L}{4E} = -(\sin\theta \cdot \cos\theta \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta) \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{21} L}{4E} =$$

$$= -\frac{1}{4} \sin^2 2\theta \cdot \sin^2 \frac{\Delta m^2_{21} L}{4E} = -\frac{1}{8} \sin^2 2\theta \cdot \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2_{21} L}{2E}\right) \qquad (2.15)$$

όπου στο τελευταίο βήμα χρησιμοποιήθηκε η τριγωνομετρική ταυτότητα $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x \Rightarrow \sin^2 x = (1/2)\cdot(1 - \cos 2x)$. Με τον ίδιο τρόπο που δείξαμε την (2.15), μπορούμε να δείξουμε και ότι:

$$\sum_{l,k>l} \mathrm{Im}(U_{\alpha k} U^*_{\alpha' k} U^*_{\alpha l} U_{\alpha' l}) \cdot \sin \frac{\Delta m^2_{kl} L}{2E} = 0$$

Από την τελευταία σχέση και την (2.15) αμέσως βλέπουμε ότι η (2.11) παίρνει τη μορφή, για την περίπτωση των δύο γεύσεων νετρίνων:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \cdot \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2 L}{2E}\right) \qquad (2.16)$$

όπου $\Delta m^2 = \Delta m_{21}{}^2 = |m_1{}^2 - m_2{}^2|$ η διαφορά των τετραγώνων των ιδιοκαταστάσεων των μαζών των νετρίνων. Στην περίπτωση, επομένως, των δύο γεύσεων έχουμε δύο μόνο παραμέτρους ταλάντωσης, τις $\sin^2 2\theta$ και Δm^2. Το χώρο αυτό των παραμέτρων θα τον μελετήσουμε αναλυτικά για το πείραμα MINOS στο επόμενο κεφάλαιο. Επίσης, E είναι η ενέργεια της αρχικής δέσμης νετρίνων και L η απόσταση ανάμεσα στην πηγή και στον ανιχνευτή. Από την (2.11) μπορούμε ακόμη να γράψουμε, λόγω του παράγοντα $\delta_{\alpha\alpha'}$, την ακόλουθη έκφραση:

$$P(\nu_\alpha \to \nu_\alpha) = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \cdot \left(1 - \cos \frac{\Delta m^2 L}{2E}\right)$$

Η τελευταία σχέση προκύπτει άμεσα και από την (2.16), μια και είναι προφανές ότι $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)=1-P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'})$. Είναι σύνηθες, η σχέση (2.16) να συναντάται στην ακόλουθη μορφή [20]:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2\left(1.27\frac{\Delta m^2(eV^2)L(km)}{E(GeV)}\right) \qquad (2.17)$$

όπου 1.27 είναι ένας αδιάστατος παράγοντας, εφόσον τα μεγέθη Δm^2, L και E είναι στις ανωτέρω μονάδες. Οι εκφράσεις (2.16) και (2.17) χρησιμοποιούνται ευρέως στην ανάλυση των πειραματικών δεδομένων. Η σχέση (2.16) μπορεί να γραφεί στη μορφή [4]:

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_{\alpha'}) = \frac{1}{2}\sin^2 2\theta \cdot \left(1-\cos 2\pi\frac{L}{L_0}\right)$$

όπου $L_0=4\pi E/\Delta m^2$ είναι το μήκος της ταλάντωσης. Θα έχουμε [4]:

$$L_0(m) = \frac{4\pi E}{\Delta m^2} \approx 2.48\frac{E(MeV)}{\Delta m^2(eV^2)}$$

Σε περίπτωση που υπάρχει μίξη, αναγκαία συνθήκη για να παρατηρούνται ταλαντώσεις είναι [12]:

$$\Delta m^2 \geq \frac{E}{L} \Leftrightarrow L \leq L_0$$

2.3. Ταλαντώσεις νετρίνων στην ύλη

Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε, στις ταλαντώσεις νετρίνων στην ύλη. Θα ξεκινήσουμε με τη γενική περίπτωση των τριών γεύσεων (ν_e, ν_μ, ν_τ) και στη συνέχεια θα περιοριστούμε στην περίπτωση των δύο γεύσεων (ν_e, ν_μ). Θα αναφερθούμε, προφανώς, στην περίπτωση των δύο γεύσεων, και στο φαινόμενο MSW. Όταν τα νετρίνα ταξιδεύουν μέσα στην ύλη, υπάρχει ένας πρόσθετος όρος στη Hamiltonian H εξαιτίας της παρουσίας ηλεκτρονίων στην ύλη. Πιο αναλυτικά, τα διαδιδόμενα νετρίνα στην ύλη αλληλεπιδρούν με διαφορετικό τρόπο με αυτή, ανάλογα με τη γεύση τους και αυτό γιατί στη συνήθη της κατάσταση η ύλη δεν περιέχει όλα τα φορτισμένα λεπτόνια, αλλά μόνο ηλεκτρόνια. Όπως έχουμε αναφέρει, τα νετρίνα δίνουν μόνο ασθενείς αλληλεπιδράσεις. Επομένως, στην ύλη τα ν_e δίνουν με τα ηλεκτρόνια και φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεις (με ανταλλαγή W^0) και ουδετέρου ρεύματος αλληλεπιδράσεις (με ανταλλαγή Z^0). Αντιθέτως, τα ν_μ και ν_τ δίνουν στην ύλη με τα ηλεκτρόνια μόνο ουδετέρου ρεύματος αλληλεπιδράσεις. Οι αλληλεπιδράσεις αυτές είναι:

i. Με ανταλλαγή Z^0:

$$\nu_e + e^- \rightarrow \nu_e + e^- \qquad \nu_\mu + e^- \rightarrow \nu_\mu + e^- \qquad \nu_\tau + e^- \rightarrow \nu_\tau + e^-$$

ii. Με ανταλλαγή $W^\pm$:

$$\nu_e + e^- \rightarrow e^- + \nu_e \tag{2.18}$$

Οι τρείς πρώτες αλληλεπιδράσεις (ουδετέρου ρεύματος) διατηρούν τη γεύση των νετρίνων και έχουν την ίδια επίδραση στα ν_e, ν_μ και ν_τ (μπορούν να προκαλέσουν μόνο μετατόπιση φάσης των κυματοσυναρτήσεων των νετρίνων, κάτι που δε συνιστά παρατηρήσιμη μεταβολή). Οι αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος

$$\nu_\mu + e^- \rightarrow \mu^- + \nu_e \qquad \nu_\tau + e^- \rightarrow \tau^- + \nu_e$$

από άποψη αρχών είναι δυνατές, στις περιπτώσεις, όμως, που μας ενδιαφέρουν (ηλιακά νετρίνα), τα ν_μ και ν_τ δεν έχουν αρκετή ενέργεια ώστε να αλληλεπιδράσουν με τα (σχεδόν) ακίνητα ηλεκτρόνια της ύλης και να δώσουν μ^- και τ^- αντιστοίχως. Η μόνη, λοιπόν, δυνατή φορτισμένου ρεύματος αλληλεπίδραση είναι η (2.18). Η αλληλεπίδραση αυτή επάγει ένα διαφορετικό δείκτη διάθλασης των ν_e μέσα στην ύλη σε σχέση με τα ν_μ και ν_τ και επομένως, η ενεργός μάζα των ν_e μεταβάλλεται επίσης διαφορετικά, όπως θα δούμε αναλυτικά στην παράγραφο 2.3.2.

2.3.1. Η γενική περίπτωση των τριών γεύσεων

Όπως είδαμε, λοιπόν, όταν τα νετρίνα ταξιδεύουν στην ύλη, υπάρχει ένας επιπλέον όρος δυναμικής ενέργειας στη Hamiltonian εξαιτίας της παρουσίας των ηλεκτρονίων στην ύλη. Αυτός ο όρος είναι διαγώνιος στη βάση των ιδιοκαταστάσεων της ασθενούς αλληλεπίδρασης και έχει τη μορφή [21]:

$$V_f = \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{2.19}$$

και ορίζοντας AÛ2EA', θα έχουμε, λαμβάνοντας τον αριθμό των ηλεκτρονίων ανά νουκλεόνιο, y, ίσο περίπου με 1/2 (θα δείξουμε τη σχέση αυτή αναλυτικά στην επόμενη παράγραφο, για την περίπτωση των δύο γεύσεων):

$$V_f = \begin{pmatrix} A' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, A' = \pm\sqrt{2}G_F n_e \approx \pm\frac{1}{\sqrt{2}}G_F\frac{p_m}{m_N} \tag{2.20}$$

όπου A' είναι η παράμετρος πυκνότητας της ύλης, G_F είναι η σταθερά του Fermi, n_e είναι η πυκνότητα των ηλεκτρονίων στην ύλη, m_N η μάζα του νουκλεονίου και p_m η πυκνότητα της ύλης. Το αρνητικό σημείο οφείλεται στο ότι εδώ γενικεύσαμε ώστε εκτός από τα νετρίνα (σημείο +) να συμπεριλάβουμε και τα αντινετρίνα (σημείο –). Θα κάνουμε την υπόθεση ότι η πυκνότητα της ύλης μέσα στην οποία διαδίδονται τα νετρίνα (ή η πυκνότητα των ηλεκτρονίων της ύλης) είναι σταθερή. Επίσης, αν U είναι ο πίνακας μίξης, κατά τα γνωστά, είναι φανερό ότι στη βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας ο πρόσθετος όρος στη Hamiltonian θα είναι $V_m=U^{-1}V_f U$. Ο μοναδιακός μετασχηματισμός που μας οδηγεί από την αρχική κατάσταση $\psi_f(0)$, στη βάση των ιδιοκαταστάσεων της ασθενούς αλληλεπίδρασης τη χρονική στιγμή t=0 της παραγωγής των νετρίνων, στην κατάσταση του ιδίου νετρίνου $\psi_f(t)$, τη χρονική στιγμή t στον ανιχνευτή, δίνεται από τον τελεστή $U_f(t)ÛU_f(t,0)$, όπου $U_f(t_1,t_2)$ είναι ο τελεστής της χρονικής εξέλιξης από τη χρονική στιγμή t_1 στη χρονική στιγμή t_2, στη βάση των ιδιοκαταστάσεων ασθενούς αλληλεπίδρασης. Ο τελεστής αυτός μπορεί να γραφεί, κατά τα γνωστά, στη μορφή $U_f(t) = e^{-iH_f t}$. Όταν τα νετρίνα διαδίδονται στο κενό, η Hamiltonian στη βάση των ιδιοκαταστάσεων ασθενούς αλληλεπίδρασης είναι $H_f = UH_mU^{-1}$.

Στην περίπτωση αυτή μπορούμε να γράψουμε $U_f(t) = e^{-iH_f t} = Ue^{-iH_m t}U^{-1}$ και το αποτέλεσμα μπορεί να εκφραστεί σε κλειστή μορφή. Στην περίπτωση, όμως, που τα νετρίνα διαδίδονται στην ύλη, η Hamiltonian δεν είναι διαγώνια ούτε στη βάση των ιδιοκαταστάσεων ασθενούς αλληλεπίδρασης ούτε στη βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας και θα πρέπει να υπολογίσουμε τον τελεστή εξέλιξης $U_f(t)$ ή τον τελεστή $U_f(L) \equiv e^{-i\hbar_f L} = Ue^{-i\hbar_m L}U^{-1}$, εάν θέσουμε t=L. Είναι κατάλληλο να εισαγάγουμε τον άϊχνο πίνακα T, ο οποίος ορίζεται [21] από τη σχέση $T \equiv \hbar_m - (1/3)(\mathrm{tr}\hbar_m)I$. Το ίχνος της Hamiltonian στη βάση των ιδιοκαταστάσων μάζας, $\hbar_m \equiv H_m + U^{-1}V_f\, U$, είναι $\mathrm{tr}\hbar_m = E_1 + E_2 + E_3 + A'$ και τότε ο πίνακας T μπορεί να γραφεί στη μορφή [21]:

$$T = (T_{\alpha b}) = \begin{pmatrix} AU_{e1}^2 - \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}(E_{12} + E_{13}) & AU_{e1}U_{e2} & AU_{e1}U_{e3} \\ AU_{e1}U_{e2} & AU_{e2}^2 - \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}(E_{21} + E_{23}) & AU_{e2}U_{e3} \\ AU_{e1}U_{e3} & AU_{e2}U_{e3} & AU_{e3}^2 - \frac{1}{3}A + \frac{1}{3}(E_{31} + E_{32}) \end{pmatrix}$$

όπου $E_{\alpha b} \equiv E_\alpha - E_b$. Από τις έξι ποσότητες $E_{\alpha b}$, όπου α,b=1,2,3 και α≠b, μόνο δύο είναι γραμμικά ανεξάρτητες, μια και οι $E_{\alpha b}$ ικανοποιούν τις σχέσεις $E_{\alpha b} = -E_{b\alpha}$ και $E_{12} + E_{23} + E_{31} = 0$. Χρησιμοποιώντας την ανωτέρω έκφραση του T, ο τελεστής εξέλιξης στη βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας μπορεί να γραφεί ως:

$$U_m(L) \equiv e^{-i\hbar_m L} = \phi e^{-iLT}, \phi \equiv e^{-iLtr\hbar_m/3} \tag{2.21}$$

Οι ιδιοκαταστάσεις ασθενούς αλληλεπίδρασης μπορούν να εκφραστούν ως γραμμικός συνδυασμός των ιδιοκαταστάσεων μάζας στο κενό (A'=0) στη βάση $\hbar_m$, $\psi_f = U\psi_m$, ή των ιδιοκαταστάσεων μάζας στην ύλη (A'≠0) στη βάση $\hbar_M$. Στην τελευταία αυτή περίπτωση, οι αντίστοιχες συνιστώσες συνδέονται μεταξύ τους με τη σχέση

$$\psi_f = U^M \psi_M$$

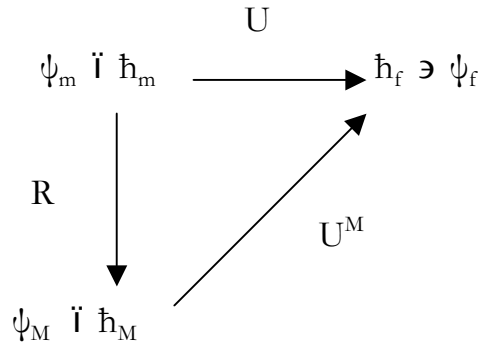
όπου $U^M=U^M(\theta_1^M,\theta_2^M,\theta_3^M)$ είναι ο μοναδιακός πίνακας μίξης στην ύλη και θ_i^M, i=1,2,3, είναι οι γωνίες μίξης στην ύλη. Συνδυάζοντας τις δυο τελευταίες σχέσεις παίρνουμε:

$$\psi_M = R\psi_m, R \equiv (U^M)^{-1}U$$

Ο πίνακας R είναι, προφανώς, μοναδιακός πίνακας (και ορθογώνιος, αφού οι U^M και U είναι πραγματικοί). Αυτό σημαίνει ότι ο πίνακας μίξης στην ύλη συνδέεται με τον πίνακα μίξης στο κενό με τη σχέση:

$$U^M(\theta_1^M,\theta_2^M,\theta_3^M) = U(\theta_1,\theta_2,\theta_3)R^{-1} \tag{2.22}$$

Οι σχέσεις μεταξύ των διαφόρων βάσεων περιγράφονται στο ακόλουθο διάγραμμα του Σχ.2.1.



Σχ.2.1: *Διάγραμμα που παριστά τις σχέσεις μεταξύ των διαφόρων βάσεων* [21].

Από το διάγραμμα αυτό αμέσως μπορούμε να δούμε ότι $\hbar_M \equiv R\,\hbar_m\,R^{-1}$ και από τον ορισμό του πίνακα T που είδαμε παραπάνω, η τελευταία σχέση δίνει $\hbar_M \equiv$ $\equiv RTR^{-1}+(1/3)(\mathrm{tr}\hbar_m)I$. Δεν θα προχωρήσουμε, όμως, παραπέρα στην περίπτωση αυτή, μια και οι υπολογισμοί γίνονται εξαιρετικά δύσκολοι και χωρίς ιδιαίτερο ενδιαφέρον. Στόχος μας ήταν να δείξουμε τη σχέση του πίνακα μίξης στην ύλη με τον πίνακα μίξης στο κενό, δηλαδή τη σχέση (2.22). Θα αναφερθούμε, όμως, στη συνέχεια λεπτομερειακά στην πολύ ενδιαφέρουσα περίπτωση των ταλαντώσεων νετρίνων στην ύλη για την περίπτωση των δύο γεύσεων.

2.3.2. Η περίπτωση των δύο γεύσεων

Πολύ σύντομα θα αναφερθούμε στην περίπτωση διάδοσης στο κενό για δύο γεύσεις, ώστε να γίνει εύκολα κατόπιν η γενίκευση για τη διάδοση στην ύλη. Οι ιδιοκαταστάσεις μάζας, τώρα, είναι δύο προφανώς, οι ν_1 και ν_2 και η εξίσωση κίνησης θα είναι:

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\nu_1(t)\\ \nu_2(t)\end{pmatrix} = \widehat{H}\begin{pmatrix}\nu_1(t)\\ \nu_2(t)\end{pmatrix} \tag{2.23}$$

Η Hamiltonian H θα είναι διαγώνιος πίνακας στη βάση των ιδιοκαταστάσεων μάζας της μορφής:

$$\widehat{H} = \begin{pmatrix}E_1 & 0\\ 0 & E_2\end{pmatrix} \approx EI + \begin{pmatrix}m_1^2/2E & 0\\ 0 & m_2^2/2E\end{pmatrix} \tag{2.24}$$

όπου χρησιμοποιήσαμε την προσεγγιστική σχέση (για $m_\beta << p_\beta$, $\beta=1,2$ και για $p_1=p_2$):

$$E_\beta = (m_\beta^2 + p_\beta^2)^{1/2} = p_\beta[1 + (m_\beta/p_\beta)^2]^{1/2} \text{Ü } p_\beta[1 + m_\beta^2/2p_\beta^2] \text{ Ü } E_\beta + m_\beta^2/2E_\beta$$

Στην περίπτωση των δύο γεύσεων νετρίνων, ο πίνακας μίξης απλοποιείται στη μορφή (2.14), όπως είδαμε. Τότε η (1.5) γράφεται στην πολύ απλή μορφή:

$$\begin{pmatrix}\nu_e\\ \nu_\mu\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\nu_1\\ \nu_2\end{pmatrix} \tag{2.25}$$

και η εξίσωση κίνησης (2.23) γίνεται:

$$i\frac{d}{dt}\begin{pmatrix}\nu_e(t)\\ \nu_\mu(t)\end{pmatrix}=\widehat{H}'\begin{pmatrix}\nu_e(t)\\ \nu_\mu(t)\end{pmatrix} \tag{2.26}$$

όπου προφανώς είναι $\widehat{H}'=\widehat{U}\widehat{H}\widehat{U}^{+}$ και από τις (2.14) και (2.24) παίρνουμε, θέτοντας Δm^2 Û $|m_1^2-m_2^2| = m_2^2-m_1^2$ (υποθέτουμε $m_2>m_1$):

$$\widehat{H}'=EI+\frac{m_1^2+m_2^2}{4E}I+\frac{\Delta m^2}{4E}\begin{pmatrix}-\cos 2\theta & \sin 2\theta\\ \sin 2\theta & \cos 2\theta\end{pmatrix} \tag{2.27}$$

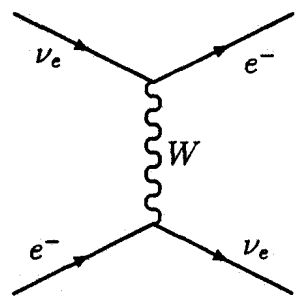
Από την τελευταία αυτή αμέσως βλέπουμε ότι η γωνία μίξης δίνεται από τη σχέση:

$$\tan 2\theta=\frac{2H_{12}'}{H_{22}'-H_{11}'} \tag{2.28}$$

και βέβαια από την (2.27) παίρνουμε για τα στοιχεία του πίνακα H':

$$H_{12}'=\frac{\Delta m^2}{4E}\sin 2\theta, H_{22}'=E+\frac{m_1^2+m_2^2}{4E}+\frac{\Delta m^2}{4E}\cos 2\theta,$$
$$H_{11}'=E+\frac{m_1^2+m_2^2}{4E}-\frac{\Delta m^2}{4E}\cos 2\theta$$

Αυτά ήταν για το κενό. Θα γενικεύσουμε, τώρα, στην περίπτωση της ύλης. Υποθέτουμε ότι η πυκνότητα της ύλης είναι ομοιόμορφη, με n_e, n_p και n_n οι αριθμοί των ηλεκτρονίων, πρωτονίων και νετρονίων στην ύλη, αντίστοιχα, στη μονάδα του όγκου. Η ελαστική σκέδαση στα σωμάτια αυτά αλλάζει τις ενεργές μάζες των νετρίνων, τις οποίες και θα υπολογίσουμε. Θεωρούμε, αρχικά, ελαστική σκέδαση διαμέσου φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων. Στην παράγραφο 2.3 εξηγήσαμε αναλυτικά ότι η μόνη αλληλεπίδραση αυτού του είδους είναι η (2.18), μια και δεν υπάρχουν μιόνια ή τ λεπτόνια στην ύλη. Το διάγραμμα Feynman της (2.18) φαίνεται στο Σχ.2.2.



***Σχ.2.2**: Το διάγραμμα Feynman της αλληλεπίδρασης φορτισμένου ρεύματος (2.18). Για τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση το μποζόνιο που ανταλλάσσεται είναι το W^+.*

Όπως είδαμε αναλυτικά στην παράγραφο 2.3, η αλληλεπίδραση αυτή επάγει ένα διαφορετικό δείκτη διάθλασης των ν_e μέσα στην ύλη σε σχέση με τα ν_μ και ν_τ και επομένως, η ενεργός μάζα των ν_e μεταβάλλεται επίσης διαφορετικά. Πράγματι, η πρόσθετη αυτή αλληλεπίδραση προσθέτει στη Hamiltonian τον ακόλουθο όρο (ο οποίος προκύπτει υπολογίζοντας το πλάτος της αλληλεπίδρασης αυτής φορτισμένου ρεύματος με βάση τους κανόνες Feynman), όπου έχουμε αγνοήσει την εξάρτηση από την ορμή του διαδότη, μια και ενδιαφερόμαστε για την κυρίας τάξης συνεισφορά στη σταθερά Fermi:

$$-iH_{\text{int}} = \left(\frac{ig}{\sqrt{2}}\right)^2 \left\{\bar{e}\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\nu_e\right\}\left\{\frac{ig_{\mu\nu}}{M_W^2}\right\}\left\{\overline{\nu_e}\gamma^\nu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)e\right\}$$

και δεδομένου ότι ισχύει η σχέση $g^2/(8M_W^2) = G_F/2^{1/2}$ [19], θα έχουμε:

$$H_{\text{int}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\left\{\bar{e}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\nu_e\right\}\left\{\overline{\nu_e}\gamma_\mu(1-\gamma^5)e\right\} \tag{2.29}$$

Η σχέση αυτή με βάση το μετασχηματισμό του Fiertz γράφεται:

$$H_{\text{int}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}\left\{\overline{\nu_e}\gamma^\mu(1-\gamma^5)\nu_e\right\}\left\{\bar{e}\gamma_\mu(1-\gamma^5)e\right\} \tag{2.30}$$

Στην Dirac–Pauli αναπαράσταση, ο πίνακας γ^5 έχει τη μορφή:

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, I \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Επομένως, θα έχουμε στο όριο m/E Ï 0, όπου m, E η μάζα και η ενέργεια του νετρίνου (το όριο αυτό είναι αποδεκτό, αφού η μάζα του νετρίνου είναι πολύ μικρή, όπως τονίσαμε και ανωτέρω) [3]:

$$\gamma^5 v_e = \gamma^5 u^{(s)} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} N_\nu \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} x^{(s)} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} N_\nu \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ \vec{\sigma}\cdot\hat{p} x^{(s)} \end{pmatrix} = \vec{\Sigma}\cdot\hat{p} u^{(s)} = 2\frac{1}{2}\vec{\Sigma}\cdot\hat{p} v_e$$

όπου έχουμε, αν $\sigma = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ με σ_i οι πίνακες Pauli, i=1, 2, 3, ότι ο τελεστής της ελικότητας είναι (μια και το νετρίνο έχει αρνητική ελικότητα, όπως έχουμε δει) [3]:

$$\frac{1}{2}\vec{\Sigma}\cdot\hat{p} v_e = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} \vec{\sigma}\cdot\hat{p} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma}\cdot\hat{p} \end{pmatrix} v_e = -\frac{1}{2} v_e$$

και επομένως, θα έχουμε από τις δύο τελευταίες ότι $(1 - \gamma^5)\nu_e = 2\nu_e$. Στη συνήθη κατάσταση της ύλης τα e^- σε αυτή είναι σε ηρεμία (με καλή προσέγγιση) και μη πολωμένα, επομένως θα είναι:

$$e = N_e \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ \dfrac{\vec{\sigma}\cdot\vec{p}}{E+m} x^{(s)} \end{pmatrix} \approx N_e \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix}, \bar{e} \equiv e^+\gamma^0 \approx N_e^+ \begin{pmatrix} x^{(s)+} & 0 \end{pmatrix}$$

Είμαστε πάντα στην αναπαράσταση Dirac–Pauli, στην οποία [3]:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \vec{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

Θα έχουμε, λοιπόν, με βάση τα ανωτέρω:

$$\bar{e}\gamma_\mu e = \bar{e}\gamma^0 e - \bar{e}\vec{\gamma}e = |N_e|^2 \begin{pmatrix} x^{(s)+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} - |N_e|^2 \begin{pmatrix} x^{(s)+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} = |N_e|^2$$

$$\bar{e}\gamma_\mu \gamma^5 e = \bar{e}\gamma^0\gamma^5 e - \bar{e}\vec{\gamma}\gamma^5 e = |N_e|^2 \begin{pmatrix} x^{(s)+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} -$$

$$-|N_e|^2 \begin{pmatrix} x^{(s)+} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(s)} \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Με βάση, τώρα, τις δύο τελευταίες και την $(1 - \gamma^5)\nu_e = 2\nu_e$, που είδαμε, η (2.30) μπορεί να γραφεί στη μορφή:

$$H_{\text{int}} = \sqrt{2} G_F |N_e|^2 = \sqrt{2} G_F n_e \tag{2.31}$$

όπου, όπως είδαμε και πιο πάνω, n_e είναι ο αριθμός των ηλεκτρονίων στην ύλη στη μονάδα του όγκου. Επομένως, η ενεργός ενέργεια του νετρίνου γίνεται τώρα:

$$E = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2} + \sqrt{2} G_F n_e \approx |\vec{p}| + \sqrt{2} G_F n_e \tag{2.32}$$

Βέβαια, μπορούμε να ερμηνεύσουμε τον πρόσθετο αυτό όρο (2.31) ως ένα δυναμικό αλληλεπίδρασης:

$$V_{cc} = \sqrt{2} G_F n_e \tag{2.33}$$

Μπορούμε εύκολα να δείξουμε ότι το δυναμικό αυτό αλληλεπίδρασης αντιστοιχεί σε μάζα. Πράγματι, από την (2.32) θα έχουμε (αγνοούμε τον όρο V_{cc}^2, γιατί είναι ανάλογος του G_F^2, δηλαδή της τάξης του 10^{-10} GeV^{-4}):

$$|\vec{p}|^2 + m^2 = (E - V_{cc})^2 \cong E^2 - 2EV_{cc} \Rightarrow E^2 = |\vec{p}|^2 + M^2, M^2 \equiv m^2 + 2V_{cc}E$$

Επομένως, κατά τη διάδοση των νετρίνων στην ύλη, το ν_e φαίνεται να έχει ένα επιπλέον ποσό μάζας Δm_e, όπου:

$$\begin{aligned} M^2 &\equiv m^2 + 2V_{cc}E \\ \Delta m_e^2 &= 2V_{cc}E \end{aligned} \tag{2.34}$$

και από τη (2.33) θα έχουμε:

$$\Delta m_e^2 = 2\sqrt{2}G_F E n_e \equiv A \tag{2.35}$$

όπου A είναι η σταθερά που είδαμε στις (2.19) και (2.20) και εδώ αποδείξαμε τη μορφή της, για την περίπτωση των δύο γεύσεων νετρίνων, όπως είχαμε υποσχεθεί. Πάμε, τώρα, στη συνεισφορά των ουδετέρου ρεύματος αλληλεπιδράσεων που είδαμε στην παράγραφο 2.3. Αποδεικνύεται ότι η συνεισφορά στην ενέργεια των ν_e και ν_μ είναι [19]:

$$V_{nc} = \sqrt{2}G_F \sum_f n_f \left[I_{3L}^{(f)} - 2\sin^2\theta_W Q^{(f)} \right] \tag{2.36}$$

όπου f αναφέρεται στο ηλεκτρόνιο, το πρωτόνιο ή το νετρόνιο, $Q^{(f)}$ είναι το φορτίο του f (σε μονάδες e) και $I_{3L}^{(f)}$ είναι η τρίτη προβολή του ασθενούς isospin των $(1/2)(1-\gamma^5)\psi_f$. Έτσι, για το πρωτόνιο έχουμε Q=1, $I_{3L}=1/2$, για το ηλεκτρόνιο Q=–1, $I_{3L}=-1/2$ και για το νετρόνιο Q=0, $I_{3L}=-1/2$. Στη συνήθη μορφή της ύλης, η ουδετερότητά της επιβάλλει $n_e=n_p$. Επομένως, οι συνεισφορές των ηλεκτρονίων και των πρωτονίων αλληλοαναιρούνται και μένει μόνο η συνεισφορά των νετρονίων (όπως είδαμε και πιο πάνω, n_n είναι ο αριθμός των νετρονίων της ύλης στη μονάδα του όγκου). Επομένως, η συνεισφορά των ουδετέρου ρεύματος αλληλεπιδράσεων της (2.36) παίρνει την πολύ απλούστερη μορφή:

$$V_{nc} = -\frac{1}{\sqrt{2}} G_F n_n \tag{2.37}$$

Τονίζουμε, αν και είναι προφανές από τη συζήτηση της παραγράφου 2.3, ότι η συνεισφορά των ουδετέρου ρεύματος αλληλεπιδράσεων είναι η ίδια για όλες τις γεύσεις των νετρίνων, ενώ οι φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεις συνεισφέρουν μόνο στα ν_e . Με βάση αυτό και τις σχέσεις (2.33) και (2.37), η

(2.27) τροποποιείται στη μορφή, στην περίπτωσή μας εδώ της διάδοσης δύο γεύσεων νετρίνων στην ύλη (κάνοντας χρήση και της σχέσης (2.35)):

$$\widehat{H}'' = EI + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} I - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F n_n I + \frac{\Delta m^2}{4E} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} + \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\eta'$$

$$\widehat{H}'' = EI + \frac{m_1^2 + m_2^2}{4E} I - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F n_n I + \begin{pmatrix} -\frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta + \sqrt{2} G_F n_e & \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta \\ \frac{\Delta m^2}{4E} \sin 2\theta & \frac{\Delta m^2}{4E} \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

και όπως ακριβώς στη (2.28), η αντίστοιχη ενεργός γωνία μίξης στην ύλη, θ_m, θα δίνεται από τη σχέση:

$$\tan 2\theta_m = \frac{2H''_{12}}{H''_{22} - H''_{11}} = \frac{\Delta m^2 \sin 2\theta}{\Delta m^2 \cos 2\theta - A} \qquad (2.38)$$

Οι ιδιοτιμές, E_α, του τελεστή H" θα βρεθούν, προφανώς, από τη σχέση:

$$\mathrm{Det}\,[\,H'' - E_\alpha I\,] = 0$$

και αντικαθιστώντας την έκφραση του H" που είδαμε παραπάνω, θα έχουμε (κάνοντας χρήση και της (2.35)):

$$E - \frac{1}{\sqrt{2}} G_F n_n + \frac{1}{2E} \left\{ \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2 + A) + \frac{1}{2}(A - \Delta m^2 \cos 2\theta) - E_\alpha \right\} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \frac{1}{2}(m_1^2 + m_2^2 + A) - \frac{1}{2}(A - \Delta m^2 \cos 2\theta) - E_\alpha \right\} - \frac{1}{8E}(\Delta m^2)^2 \sin^2 2\theta = 0$$

ή

$$\frac{1}{2E}\left\{[\frac{1}{2}(m_1^2+m_2^2+A)]^2-[\frac{1}{2}(A-\Delta m^2\cos 2\theta)]^2\right\}+\frac{1}{2E}E_\alpha^2-$$

$$-\frac{1}{2\mathrm{E}}(m_1^2+m_2^2+A)E_\alpha-\frac{1}{8\mathrm{E}}(\Delta m^2)^2\sin^s 2\theta+E-\frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n=0$$

Η τελευταία είναι δευτεροβάθμια ως προς E_α και επομένως οι λύσεις της είναι:

$$E_a=E-\frac{1}{\sqrt{2}}G_F n_n+\frac{m_a'^2}{2E} \qquad (2.39)$$

όπου οι m_α' δίνονται, προφανώς, από τη σχέση (προφανώς, α=1,2):

$$m_{1,2}'^2=\frac{1}{2}\left[(m_1^2+m_2^2+A)\mp\sqrt{(\Delta m^2\cos 2\theta-A)^2+(\Delta m^2)^2\sin^2 2\theta}\right] \qquad (2.40)$$

Τότε η διαφορά των τετραγώνων των μαζών θα είναι με βάση την τελευταία σχέση:

$$\Delta M^2=m_2'^2-m_1'^2=\sqrt{[(\mathrm{A}-\Delta m^2\cos 2\theta)^2+(\Delta m^2)^2\sin^2 2\theta]} \qquad (2.41)$$

Η διαφορά αυτή δε μένει σταθερή, καθώς τα νετρίνα διέρχονται από το εσωτερικό των αστέρων ή της γης, γιατί η πυκνότητα της ύλης μεταβάλλεται και βέβαια το Α εξαρτάται από την πυκνότητα αυτή, λόγω της (2.35). Πράγματι, ο αριθμός των ηλεκτρονίων στην ύλη στη μονάδα του όγκου είναι:

$$n_e=(p_m/m_N)y$$

όπου p_m η πυκνότητα της ύλης, m_N η μάζα του νουκλεονίου και y ο αριθμός των ηλεκτρονίων ανά νουκλεόνιο (~1/2}. Επομένως, η (2.35) δίνει:

$$A = 2\sqrt{2}G_F E \frac{p_m y}{m_N} \tag{2.42}$$

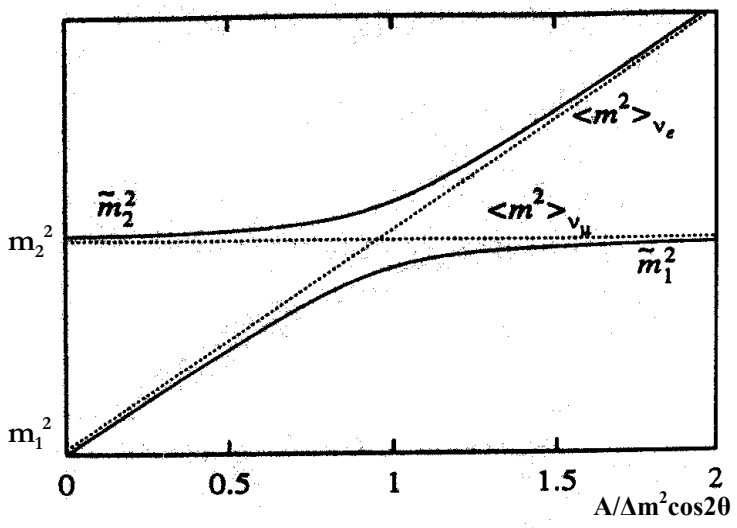
Δεδομένου ότι ο Α είναι ο μοναδικός παράγοντας που μπορεί να μεταβάλλεται, η διαφορά των τετραγώνων των μαζών των νετρίνων όταν αυτά διαδίδονται στην ύλη, ΔM^2, έχει ακρότατο όταν (χρησιμοποιώντας την (2.41)):

$$\frac{d}{dA}\Delta \mathrm{M}^2 = 0 \Rightarrow A = \Delta m^2 \cos 2\theta$$

Από τη μορφή της (2.41) φαίνεται αμέσως ότι το ακρότατο αυτό είναι ελάχιστο. Η τελευταία, με τη βοήθεια της (2.35), δίνει:

$$n_e = \frac{\Delta m^2 \cos 2\theta}{2\sqrt{2}G_F E}$$

Τότε, ακόμη και αν η γωνία μίξης στο κενό θ είναι μικρή, παίρνουμε από τη (2.38) ότι $\theta_m=\pi/2$, κάτι που σημαίνει μέγιστη μίξη των ν_e και ν_μ . Η συμπεριφορά των m'^2_1 και m'^2_2 συναρτήσει της παραμέτρου Α (με βάση, προφανώς, τη σχέση (2.40)) φαίνεται στο Σχ.2.3. Στο σημείο όπου οι δύο καμπύλες τείνουν να διασταυρωθούν έχουμε το **συντονισμό Mikheyev–Smirnov–Wolfenstein (MSW)**. Στο σχήμα αυτό οι πλήρεις γραμμές είναι τα τετράγωνα των μαζών των ιδιοκαταστάσεων των μαζών των νετρίνων και οι στικτές γραμμές είναι οι αντίστοιχες αναμενόμενες τιμές. Το πιο σημαντικό χαρακτηριστικό της (2.38) είναι πως η γωνία μίξης θ_m των νετρίνων στην ύλη εξαρτάται από την πυκνότητά της, λόγω της εξάρτησης του Α από αυτήν (σχέση (2.35)). Θεωρούμε ότι η γωνία μίξης στο κενό θ είναι πολύ μικρή. Για Α=0, που από την (2.42) αντιστοιχεί στο κενό (p_m=0), η ελαφρύτερη ιδιοκατάσταση ν_1 είναι σχεδόν καθαρή η ν_e , ενώ η βαρύτερη ν_2 είναι σχεδόν καθαρή η ν_μ . Στην περίπτωση όπου $A >> \Delta m^2 \cos 2\theta$, θα είναι θ_m Ï π/2 (αφού, από την (2.38) είναι $\tan 2\theta_m$ Ï 0), που σημαίνει ότι η ελαφρύτερη ιδιοκατάσταση ν_1 είναι σχεδόν καθαρή η ν_μ , ενώ η βαρύτερη ν_2 είναι σχεδόν καθαρή η ν_e . Έτσι, αν ακολουθήσουμε τις τιμές των τετραγώνων των ενεργών μαζών των ν_e και ν_μ, όπως παρατηρείται αμέσως από τις στικτές γραμμές του Σχ.2.3, βλέπουμε ότι το τετράγωνο της ενεργού μάζας του ν_e ξεκινά χαμηλότερα από του ν_μ αλλά, με την αύξηση του Α, η διαφορά μειώνεται μέχρι



***Σχ.2.3**: Το τετράγωνο των μαζών των ιδιοκαταστάσεων μαζών των νετρίνων μέσα στην ύλη συναρτήσει της παραμέτρου Α. Το σημείο προσέγγισης των δύο καμπύλων είναι το σημείο συντονισμού MSW. Στο σημείο συντονισμού η γωνία μίξης στην ύλη θ_m γίνεται μέγιστη* [19].

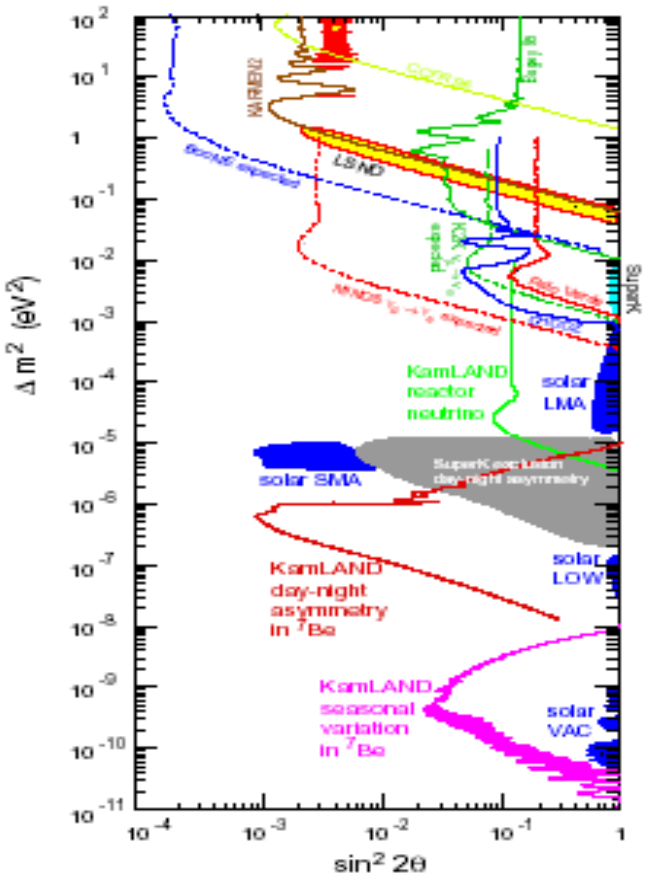
τελικά να εξισωθούν. Το φαινόμενο αυτό είναι γνωστό ως **level–crossing**. Οι Mikheyev και Smirnov συνειδητοποίησαν ότι το φαινόμενο αυτό είναι υπεύθυνο για την παρατηρούμενη ροή ηλιακών νετρίνων (***solar neutrino puzzle*: η μετρούμενη ροή ηλιακών νετρίνων είναι μικρότερη από την προβλεπόμενη στο Καθιερωμένο Ηλιακό Πρότυπο**). Ας υποθέσουμε ότι ένα ηλεκτρονικό νετρίνο παράγεται σε μία περιοχή που χαρακτηρίζεται από υψηλή πυκνότητα ύλης (π.χ. στο κέντρο του ηλίου). Επειδή σε αυτή την περιοχή θα είναι, σύμφωνα με τα παραπάνω, $A >> \Delta m^2 \cos 2\theta$, το ηλεκτρονικό νετρίνο θα είναι μία σχεδόν καθαρή ιδιοκατάσταση της μάζας ν_2 , όπως είδαμε. Καθώς, όμως, το νετρίνο κινείται προς περιοχές μικρότερης πυκνότητας ύλης (π.χ. προς το εξωτερικό του ηλίου), η μάζα του μειώνεται ακολουθώντας τη πάνω συνεχή καμπύλη του Σχ.2.3 και κατά την πορεία του το νετρίνο μπορεί να περάσει από το συντονισμό MSW. Επειδή, όμως, η σωματιδιακή του κατάσταση μειώνεται γραμμικά με το Α (στικτή γραμμή του Σχ.2.3), η μάζα του μπορεί να ακολουθήσει την κάτω συνεχή καμπύλη του Σχ.2.3 και να εμφανιστεί στις περιοχές μικρού Α σαν μιονικό νετρίνο.

2.4. Πειραματικές ενδείξεις για ταλαντώσεις νετρίνων

Τυπικά, τα πειράματα ταλαντώσεων νετρίνων χωρίζονται σε δύο μεγάλες κατηγορίες, τα πειράματα εξαφάνισης και τα πειράματα εμφάνισης. Και στις δύο αυτές περιπτώσεις χρησιμοποιείται μία δέσμη νετρίνων που, κατά το δυνατό, αποτελείται από νετρίνα μιας μόνο γεύσης. Στα πειράματα εξαφάνισης ελέγχεται αν υπάρχει εξασθένηση της δέσμης στη θέση του ανιχνευτή, ενώ στα πειράματα εμφάνισης ελέγχεται η πιθανή εμφάνιση γεύσεων νετρίνων που δεν περιλαμβάνει η αρχική δέσμη. Τα πειράματα εμφάνισης είναι πλεονεκτικότερα, αφού και σε μικρές γωνίες μίξης μπορούν να εξερευνήσουν τον χώρο των παραμέτρων ταλάντωσης [12]. Αντίθετα, στα πειράματα εξαφάνισης δεν είναι εύκολο να παρατηρηθούν ασθενή σήματα λόγω στατιστικών διακυμάνσεων. Οι δέσμες νετρίνων στα πειράματα ταλαντώσεων νετρίνων μπορούν να προέρχονται από τέσσερις πηγές, από πυρηνικούς αντιδραστήρες κατά τη σχάση ($\bar{\nu}_e$), από τον ήλιο κατά τις διαδικασίες του κύκλου του άνθρακα ή της αλυσίδας πρωτονίου–πρωτονίου (ν_e), από την ατμόσφαιρα κατά την αλληλεπίδραση στα ανώτερα στρώματα αυτής κοσμικών ακτίνων ($\nu_e,\nu_\mu,\bar{\nu}_e,\bar{\nu}_\mu$) και από επιταχυντές κατά τις διασπάσεις των πιονίων και καονίων κυρίως, τα οποία προέρχονται από αλληλεπίδραση της δέσμης πρωτονίων του επιταχυντή σε στόχο ($\nu_e,\nu_\mu,\nu_\tau,\bar{\nu}_e,\bar{\nu}_\mu,\bar{\nu}_\tau$). Έτσι έχουμε, αντίστοιχα, πειράματα αντιδραστήρων, ηλιακών νετρίνων, ατμοσφαιρικών νετρίνων και επιταχυντών. Στον Πίνακα 2.1 φαίνονται χαρακτηριστικές τάξεις μεγέθους της παραμέτρου ταλάντωσης Δm^2, της ενέργειας των νετρίνων E και της απόστασης L του σημείου παραγωγής της δέσμης και του ανιχνευτή για κάθε μία από τις ανωτέρω κατηγορίες πειραμάτων ταλαντώσεων νετρίνων. Επίσης, στο Σχ.2.4 δίνεται μία συγκεντρωτική σχηματική απεικόνιση των περιοχών του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης που έχουν αποκλειστεί ή έχουν επιβεβαιωθεί από διάφορα πειράματα καθώς και των περιοχών ευαισθησίας μερικών νέων πειραμάτων.

Πηγή	L (m)	E (MeV)	Δm^2 (eV^2/c^4)
Αντιδραστήρας	10^2	1	10^{-2}
Πηγή μεσονίων	10^2	10	10^{-1}
Επιταχυντής	10^3	10^3	1
Ατμόσφαιρα	10^7	10^4	10^{-3}
Ήλιος	10^{11}	1	10^{-11}

Πίνακας 2.1*: Τυπικές τιμές μεγεθών σε διάφορα πειράματα ταλαντώσεων νετρίνων* [19].



Σχ.2.4*:Σύνοψη της παρούσας πειραματικής κατάστασης στο πεδίο ταλαντώσεων νετρίνων. Φαίνονται περιοχές του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης που έχουν αποκλειστεί ή έχουν επιβεβαιωθεί από διάφορα πειράματα καθώς και οι περιοχές ευαισθησίας μερικών νέων πειραμάτων* [22].

2.4.1. Πειράματα ατμοσφαιρικών νετρίνων

Τα ατμοσφαιρικά νετρίνα προέρχονται κυρίως από διασπάσεις φορτισμένων πιονίων και μιονίων, που κατά τα γνωστά είναι της μορφής $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ και $\mu \rightarrow e + \nu_\mu + \nu_e$. Τα πιόνια αυτά παράγονται κατά την αλληλεπίδραση των κοσμικών ακτίνων στη γήινη ατμόσφαιρα. Σε σχετικά μικρές ενέργειες (≤1GeV), πρακτικά όλα τα μιόνια διασπώνται στην ατμόσφαιρα και από τις ανωτέρω διασπάσεις συνεπάγεται ότι ο λόγος των γεγονότων των μιονικών προς τα γεγονότα των ηλεκτρονικών νετρίνων πρέπει να είναι ίσος με 2 (εάν δεν υπάρχουν ταλαντώσεις νετρίνων). Σε υψηλότερες ενέργειες ο αναμενόμενος λόγος είναι μεγαλύτερος του 2. Αυτό μπορεί να προβλεφθεί με μία ακρίβεια καλύτερη του 5% [4].

2.4.1.1. Το πείραμα Super Kamiokande

Το πείραμα Super Kamiokande (S–K) [6,23] έχει σαν στόχο, μεταξύ των άλλων, την παρατήρηση ατμοσφαιρικών (κυρίως) και ηλιακών νετρίνων και τη μελέτη της διάσπασης του πρωτονίου. Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι ένας μεγάλος κυλινδρικός ανιχνευτής Cerenkov με 50000 τόνους νερού, διαμέτρου 38 m και ύψους 42 m, τοποθετημένος στο ορυχείο Mozumi, 200 km βόρεια του Τόκιο. Η υπόγεια θέση του ανιχνευτή μειώνει τη ροή των κοσμικών ακτίνων σε ~3Hz. Η δεξαμενή αυτή αποτελείται από δύο οπτικά απομονωμένα τμήματα, μία εσωτερική κυλινδρική περιοχή που περιέχει 32000 τόνους νερού και στην οποία είναι εγκατεστημένοι 11146 φωτοπολλαπλασιαστές των 20 ιντσών και μία εξωτερική περιοχή που αποτελείται από ένα κυλινδρικό φλοιό πάχους 2.05 m κατά μήκος των πλευρικών τοιχωμάτων της εσωτερικής περιοχής και από δύο κυλινδρικά τμήματα ύψους 2.2 m τοποθετημένα στην άνω και στην κάτω επιφάνεια της εσωτερικής δεξαμενής. Στην εξωτερική αυτή περιοχή είναι εγκατεστημένοι 1885 φωτοπολλαπλασιαστές των 8" και η περιοχή αυτή χρησιμεύει για 'ασπίδα' στις κοσμικές ακτίνες και για τον προσδιορισμό τροχιών φορτισμένων σωματίων που εξέρχονται από τον ανιχνευτή. Οι δύο περιοχές χωρίζονται από 55 cm ανενεργό χώρο για την τοποθέτηση του συστήματος στήριξης των φωτοπολλαπλασιαστών. Η ενεργειακή διακριτική ικανότητα του ανιχνευτή είναι ~2.5% σε ενέργεια 1GeV και ~16% σε ενέργεια 10 MeV. Το ενεργειακό κατώφλι λειτουργίας του ανιχνευτή είναι 5 MeV [12]. Ο λόγος $R_{\mu/e}$ που υπολογίστηκε στα πειράματα ατμοσφαιρικών νετρίνων S–K [23] και SOUDAN2 [24] είναι σημαντικά μικρότερος από το λόγο $(R_{\mu/e})_{MC}$ ο οποίος υπολογίζεται με την υπόθεση ότι δεν υπάρχουν ταλαντώσεις νετρίνων. Ο λόγος των δύο ανωτέρω λόγων, καλούμενος και διπλός λόγος R, στο πείραμα S–K στην ενεργειακή

περιοχή sub–GeV (E ≤ 1.33 GeV) και multi–GeV (E > 1.33 GeV) είναι, αντίστοιχα (το πρώτο σφάλμα είναι το στατιστικό και το δεύτερο το συστηματικό) [23]:

$$\frac{\left(R_{\mu/e}\right)_{meas}}{\left(R_{\mu/e}\right)_{MC}} = 0.638 \pm 0.016 \pm 0.050, \frac{\left(R_{\mu/e}\right)_{meas}}{\left(R_{\mu/e}\right)_{MC}} = 0.658 \pm 0.030 \pm 0.078$$

Το γεγονός ότι ο λόγος $(R_{\mu/e})_{meas}$ είναι σημαντικά μικρότερος από το λόγο $(R_{\mu/e})_{MC}$ ήταν γνωστό από τα αποτελέσματα των προγενέστερων πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων IMB και Kamiokande. Για πολλά χρόνια αυτή η 'ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων' θεωρείτο ως απόδειξη ταλαντώσεων νετρίνων. Στο πείραμα S–K η ζενιθιακή γωνία εξαρτάται από τους αριθμούς των υπολογιζόμενων ηλεκτρονικών και μιονικών γεγονότων. Απουσία ταλαντώσεων νετρίνων, ο αριθμός των ηλεκτρονικών (μιονικών) γεγονότων στην ενεργειακή περιοχή multi–GeV πρέπει να ακολουθεί τη σχέση (l=e,μ):

$$N_l(\cos\theta_z) = N_l(-\cos\theta_z) \tag{2.43}$$

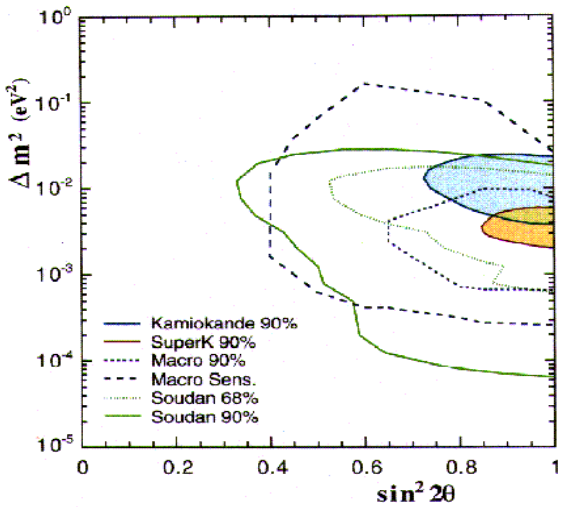
όπου θ_z είναι η ζενιθιακή γωνία. Ο λόγος του αριθμού των up–going μιονίων, για τα οποία $-1 \le \cos\theta_z \le -0.2$, προς τον αριθμό των down–going μιονίων, για τα οποία $0.2 \le \cos\theta_z \le 1$, βρέθηκε ότι είναι:

$$\left(\frac{U}{D}\right)_{\mu} = 0.54 \pm 0.04(stat) \pm 0.01(syst)$$

Σε υψηλές ενέργειες, η διεύθυνση των λεπτονίων πρακτικά συμπίπτει με τη διεύθυνση των νετρίνων. Τα ανιόντα (up–going) μιόνια παράγονται από νετρίνα τα οποία διανύουν αποστάσεις από ~500 km έως ~13000 km και τα κατιόντα (down–going) μιόνια παράγονται από νετρίνα τα οποία διανύουν αποστάσεις από ~20 km έως ~500 km. Επομένως, η παρατήρηση της ανωτέρω up–down ασυμμετρίας αποδεικνύει την εξάρτηση του αριθμού των μιονικών νετρίνων από την απόσταση την οποία αυτά διασχίζουν από το σημείο παραγωγής τους στην ατμόσφαιρα μέχρι τον ανιχνευτή. Τα δεδομένα του S–K [23] καθώς και τα δεδομένα άλλων πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων, όπως τα SOUDAN2 [24] και MACRO [25], κατανοούνται πλήρως με την υπόθεση ότι λαμβάνουν χώρα ταλαντώσεις της μορφής $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ [4]. Η επιτρεπόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου για ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ για διάφορα πειράματα ατμοσφαιρικών νετρίνων, και για το S–K, φαίνεται στο Σχ.2.5. Μία πρώτη ματιά για την περιοχή αυτή του

παραμετρικού χώρου για το πείραμα S–K είχαμε και από το Σχ.3.1 του τρίτου κεφαλαίου. Από την ανάλυση των δεδομένων του S–K βρίσκεται ότι σε 90% επίπεδο εμπιστοσύνης οι παράμετροι ταλάντωσης Δm_{atm}^2 και $\sin^2 2\theta_{atm}$ βρίσκονται στην περιοχή [23]:

$$5\cdot 10^{-4} \le \Delta m_{atm}^2 \le 6\cdot 10^{-3} eV^2/c^4, \sin^2 2\theta_{atm} > 0.82$$



***Σχ.2.5**: Η επιτρεπόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου για $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ταλαντώσεις νετρίνων από τις μετρήσεις πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων για διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.*

2.4.1.2. Το πείραμα SOUDAN2

Το πείραμα SOUDAN2 [24] είναι ένα πείραμα ατμοσφαιρικών νετρίνων που έχει σαν στόχο, εκτός της μελέτης των ατμοσφαιρικών νετρίνων, τη μελέτη της διάσπασης του πρωτονίου. Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι ένα καλορίμετρο ανακατασκευής τροχιών, συνολικής μάζας 963 τόνων, τοποθετημένο στο παλιό ορυχείο του Soudan στη Minessota (όπως και ο μακρινός ανιχνευτής του πειράματος MINOS) σε βάθος 713 m από την επιφάνεια του εδάφους. Το κεντρικό τμήμα του ανιχνευτή, διαστάσεων 5m x 8m x 14m, αποτελείται από 224 modules μάζας 4.3 τόνων το καθένα. Κάθε module έχει διαστάσεις 1m x 1.1m x 2.7m και αποτελείται από 241 'ρυτιδωμένα' ατσάλινα επίπεδα τα οποία, όταν τοποθετηθούν το ένα πάνω στο άλλο, σχηματίζουν εξαγωνικές κυψελίδες μέσα στις

οποίες τοποθετούνται κυλινδρικοί θάλαμοι ολίσθησης. Συνολικά 7560 θάλαμοι ολίσθησης μήκους 1 m και εσωτερικής διαμέτρου 15 mm, οι οποίοι περιέχουν ένα αέριο μίγμα συστάσεως 85% Ar και 15% CO_2, είναι τοποθετημένοι σε κάθε module. Το κεντρικό τμήμα του ανιχνευτή περιβάλλεται από 2000 m^2 περίπου ενεργής θωράκισης από αναλογικούς θαλάμους. Το SOUDAN2 τερμάτισε πρόσφατα τη λειτουργία του με μία συνολική έκθεση 5.14 kton·yr. Ο διπλός λόγος R βρέθηκε να είναι [24]:

$$R = 0.68 \pm 0.11(stat) \pm 0.06(syst)$$

και δίνει ως πιθανότερη τιμή των παραμέτρων ταλάντωσης, στο κανάλι $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$:

$$\Delta m^2_{atm} = 8.9 \cdot 10^{-3} eV^2 / c^4, \sin^2 2\theta_{atm} = 0.94$$

2.4.1.3. Το πείραμα MACRO

Το πείραμα MACRO [25] είχε σκοπό να ερευνήσει για γεγονότα κοσμικών ακτίνων και να μελετήσει τα ατμοσφαιρικά νετρίνα και τις ταλαντώσεις τους. Επίσης, στην περιοχή μελέτης του πειράματος ανήκουν τα υψηλής ενέργειας (E Ü 1 GeV) μιονικά νετρίνα στην αστρονομία και τα χαμηλής ενέργειας (E Ü 7 MeV) νετρίνα από αστρικές καταρρεύσεις. Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι τοποθετημένος στο εργαστήριο Gran Sasso της Ιταλίας, 120 km ανατολικά της Ρώμης. Αυτός περιλαμβάνει απαριθμητές υγρού σπινθηριστή, streamer θαλάμους και ανιχνευτές πυρηνικών τροχιών. Καθένας από αυτούς τους τρεις τύπους, μπορεί να χρησιμοποιηθεί ανεξάρτητα ή σε συνδυασμό με τους υπόλοιπους. Ο ανιχνευτής αποτελείται από έξι supermodules, που καθένα απ'αυτά έχει ένα ενεργό τμήμα διαστάσεων 12.6m x 12m x 9.3m και μία ξεχωριστή μηχανική κατασκευή καθώς επίσης και ξεχωριστά ηλεκτρονικά ανάγνωσης. Οι διαστάσεις του όλου ανιχνευτή είναι 76.5m x 12m x 9.3m και η μάζα του είναι 5300 τόνους. Τα ανιόντα (up–going) μιόνια προέρχονται από ν_μ αλληλεπιδράσεις στο βράχο κάτω από τον ανιχνευτή. Η μέση ενέργεια των ν_μ είναι $\overline{E}_\nu \approx 50 GeV$. Οι γωνιακές κατανομές των ανιόντων μιονίων, οι απόλυτες ροές και η κατανομή L/E_ν οδηγούν σε ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ με μέγιστη μίξη και με $\Delta m^2_{atm} = 0.0025 eV^2 / c^4$ [25].

2.4.1.4. Το πείραμα IMB

Το πείραμα IMB ήταν ένα πείραμα με στόχο τη μελέτη των ατμοσφαιρικών νετρίνων και τη διάσπαση του πρωτονίου. Χρησιμοποιούσε έναν ανιχνευτή Cerenkov με νερό τοποθετημένο στο ορυχείο άλατος στο Cleveland του Ohio. Το πείραμα λειτούργησε σε τρεις φάσεις (IMB–1, IMB–2 και IMB–3). Ο ανιχνευτής του IMB–3 ήταν μία δεξαμενή με νερό διαστάσεων 22.5m x 17m x 18m η οποία περιβάλλεται από 2048 φωτοπολλαπλασιαστές διαμέτρου 20 cm. Το πείραμα μέτρησε το διπλό λόγο R των ατμοσφαιρικών νετρίνων [26]:

$$R = 0.54 \pm 0.05(stat) \pm 0.11(syst)$$

2.4.2. Πειράματα ηλιακών νετρίνων

Η ενέργεια του ηλίου παράγεται από τις θερμοπυρηνικές αντιδράσεις του κύκλου πρωτονίου–πρωτονίου και του κύκλου του άνθρακα, στις οποίες πρωτόνια και ηλεκτρόνια μετατρέπονται σε πυρήνες ηλίου και ηλεκτρονικά νετρίνα:

$$4p + 2e^- \rightarrow {}^4He + 2\nu_e$$

Οι σημαντικότερες αντιδράσεις παραγωγής νετρίνων στον ήλιο για τα πειράματα ηλιακών νετρίνων είναι [4]:

$$p + p \rightarrow D + e^+ + \nu_e \quad , \quad e^- + {}^7Be \rightarrow {}^7Li + \nu_e \quad , \quad {}^8B \rightarrow {}^8B^* + e^+ + \nu_e$$

οι οποίες δίδουν νετρίνα με ενέργειες $E_\nu \geq 0.42$ MeV, $E_\nu \leq 0.86$ MeV και $E_\nu \geq 15$ MeV, αντίστοιχα. Το μεγαλύτερο μέρος της ροής των ηλιακών νετρίνων καταλαμβάνουν τα χαμηλής ενέργειας pp (δηλαδή τα νετρίνα της πρώτης από τις τρεις ανωτέρω αντιδράσεις)· τα μέσης ενέργειας μονοενεργειακά ^{7}Be νετρίνα καταλαμβάνουν το 10% της ροής αυτής, ενώ τα υψηλής ενέργειας ^{8}B νετρίνα καταλαμβάνουν μόλις το 10^{-2} % αυτής. Παρόλα αυτά, η διάσπαση του ^{8}B είναι πολύ σημαντική πηγή ηλιακών νετρίνων και προς απόδειξη αυτού αξίζει να σημειωθεί ότι στα πειράματα S–K και SNO, εξαιτίας του υψηλού ενεργειακού κατωφλίου, πρακτικά μόνο τα υψηλής ενέργειας νετρίνα ^{8}B ανιχνεύονταν. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στα πειράματα ηλιακών νετρίνων του Davis (Homestake), στο GALLEX και στο SNO.

2.4.2.1. Το πείραμα του Davis (Homestake)

Το πρώτο πείραμα για την ανίχνευση ηλιακών νετρίνων σχεδιάστηκε από τον R. Davis και τους συνεργάτες του και έμεινε γνωστό ως πείραμα του Davis [54]. Ο ανιχνευτής του πειράματος ήταν τοποθετημένος στο ορυχείο Homestake στη νότια Dakota της Αμερικής και αποτελείτο από 615 τόνους τετραχλωροαιθυλενίου. Χρησιμοποιήθηκε η ραδιοχημική μέθοδος ανίχνευσης των νετρίνων, με υλικό ανίχνευσης το ^{37}Cl:

$$\nu_e + {}^{37}\mathrm{Cl} \;\ddot{I}\; e^- + {}^{37}\mathrm{Ar}$$

Η κύρια πηγή νετρίνων σε αυτόν τον ανιχνευτή ήταν τα υψηλής ενέργειας νετρίνα ^{8}B, λόγω του υψηλού ενεργειακού κατωφλίου. Η ροή των ηλεκτρονικών ηλιακών νετρίνων στον ανιχνευτή υπολογιζόταν από την περιεκτικότητα του υλικού ανίχνευσης σε ^{37}Ar. Η ροή στον ανιχνευτή υπολογίστηκε, με αυτόν τον τρόπο, ότι είναι ίση με [55]:

$$\rho o\acute{\eta} = 2.55 \pm 0.17(stat) \pm 0.18(syst)SNU$$

όπου SNU, ή μονάδα ηλιακών νετρίνων, αναπαριστά τον αριθμό των αλληλεπιδράσεων (ηλιακών) νετρίνων σε 10^{36} άτομα του υλικού ανίχνευσης (εδώ, όπως είδαμε, ^{37}Cl) σε μία ημέρα. Το πείραμα αυτό ήταν πολύ σημαντικό, μια και έδωσε την πρώτη επιβεβαίωση του μηχανισμού παραγωγής ενέργειας στο εσωτερικού του ηλίου (του κύκλου, δηλαδή, του άνθρακα και του κύκλου πρωτονίου–πρωτονίου, που είδαμε και παραπάνω), αλλά και την πρώτη ένδειξη για το πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων. Πράγματι, η τιμή της ροής των ηλιακών ηλεκτρονικών νετρίνων που έδωσε είναι πολύ μικρότερη από της προβλέψεις του Καθιερωμένου Ηλιακού Προτύπου. Αυτό είναι το πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων, το οποίο επιβεβαιώθηκε και από άλλα μεταγενέστερα πειράματα ηλιακών νετρίνων, που θα δούμε στη συνέχεια, όπως το GALLEX [56]. Η σπουδαιότητα αυτού του πειράματος, μια και ήταν το πρώτο όπως είδαμε για την ανίχνευση ηλιακών νετρίνων, ήταν τεράστια και γι'αυτό χάρισε στον Davis το βραβείο Nobel φυσικής το 2002, 32 ολόκληρα χρόνια μετά από τη στιγμή που άρχισε να παίρνει δεδομένα (το 1970).

2.4.2.3. Το πείραμα GALLEX

Το πείραμα GALLEX ήταν ένα πείραμα ηλιακών νετρίνων με κύριο σκοπό την ανίχνευση των χαμηλής ενέργειας pp ηλιακών νετρίνων (τα είδαμε στην παράγραφο 2.4.2) μέσω της αντίδρασης:

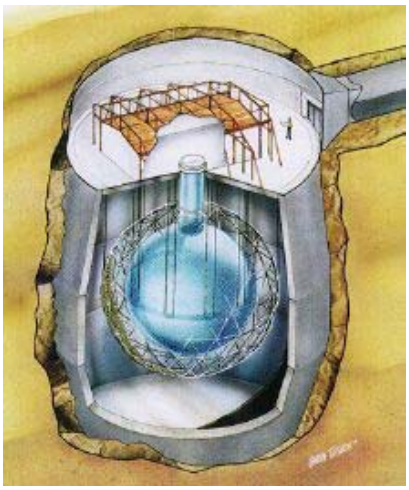
$$^{71}Ga + \nu_e \rightarrow {}^{71}Ga + e^-$$

Η αντίδραση αυτή χαρακτηρίζεται από μικρό ενεργειακό κατώφλι και γι'αυτό χρησιμοποιήθηκε στην ανίχνευση των χαμηλής ενέργειας pp ηλιακών νετρίνων. Επίσης, στην μετρούμενη ηλιακή ροή από το πείραμα GALLEX σημαντική είναι και η συνεισφορά των ^8B και ^7Be ηλιακών νετρίνων. Ο ανιχνευτής του πειράματος περιείχε 101 τόνους υγρού διαλύματος $CaCl_3$–HCl με 10^{29} πυρήνες ^{71}Ga και ήταν τοποθετημένος σε μία από τις υπόγειες αίθουσες του εργαστηρίου Gran Sasso της Ιταλίας, κάτω από παχύ πέτρωμα για θωράκιση από τα κοσμικά μιόνια τα οποία αλληλεπιδρούν με το περιβάλλον υλικό και δίνουν αδρονικούς καταιγισμούς, τα πρωτόνια των οποίων αλληλεπιδρούν με το Ga και δίνουν ραδιενεργό γερμάνιο. Το πείραμα GALLEX λειτούργησε από το 1991 έως το 1997 και έδωσε μία τιμή της ροής ηλιακών νετρίνων της τάξης των 77.5 SNU (η μονάδα αυτή ορίστηκε παραπάνω) [12]. Το 1998 το πείραμα GALLEX έδωσε τη θέση του στο πείραμα GNO και η ροή των ηλιακών νετρίνων που συνέλεξε το τελευταίο είναι της τάξης των 67.7 SNU [28].

2.4.2.2. Το πείραμα SNO

Το πείραμα SNO είναι ένα πείραμα κυρίως ηλιακών νετρίνων, αλλά στοχεύει και στη μελέτη ατμοσφαιρικών νετρίνων και νετρίνων από υπερκαινοφανείς αστέρες και κοσμικών μιονίων. Χρησιμοποιεί έναν ανιχνευτή Cerenkov, 1000 τόνων βαρέως ύδατος (D_2O) μέσα σε μία σφαιρική ακριλική δεξαμενή διαμέτρου 12 m, τοποθετημένο στο ορυχείο INCO's Creighton κοντά στο Sudbury του Καναδά, 2073 m κάτω απ'το έδαφος. Μία αναπαράσταση του ανιχνευτή φαίνεται στο Σχ.2.6. Η χρήση του βαρέως ύδατος επιτρέπει την ανίχνευση και των τριών γεύσεων νετρίνων. Οι αντιδράσεις με τις οποίες υπολογίζεται η ροή των ηλιακών νετρίνων είναι οι αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος των ηλεκτρονικών νετρίνων με τους πυρήνες του δευτερίου του βαρέως ύδατος:

$$\nu_e + D \rightarrow p + p + e^-$$



Σχ.2.6*: Μία κατατοπιστική εικόνα του ανιχνευτή του πειράματος SNO και της τοποθεσίας στην οποία βρίσκεται. Φαίνεται η κυλινδρική δεξαμενή νερού και η σφαιρική δεξαμενή βαρέως ύδατος* [27].

οι αντίστοιχες αλληλεπιδράσεις ουδετέρου ρεύματος όλων των γεύσεων των νετρίνων (χ=1, 2, 3):

$$\nu_x + D \rightarrow p + n + \nu_x$$

και η ελαστική σκέδαση νετρίνου–ηλεκτρονίου (x=1, 2, 3):

$$\nu_x + e^- \rightarrow \nu_x + e^-$$

Στις αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος το ηλεκτρόνιο παίρνει το μεγαλύτερο μέρος της ενέργειας του νετρίνου και ανιχνεύεται μέσω της ακτινοβολίας Cerenkov που εκπέμπει. Είναι φανερό ότι το ποσό του φωτός που ανιχνεύεται είναι ανάλογο της ενέργειας του νετρίνου, ενώ η διεύθυνση του σκεδαζόμενου ηλεκτρονίου είναι περίπου η ίδια με τη διεύθυνση του αλληλεπιδρώντος ηλιακού νετρίνου. Επομένως, το κανάλι αυτό της αλληλεπίδρασης φορτισμένου ρεύματος επιτρέπει, εκτός από τη μέτρηση του φάσματος των νετρίνων και τη μέτρηση της γωνιακής τους κατανομής. Η ανίχνευση της ακτινοβολίας Cerenkov γίνεται από 9600 φωτοπολλαπλασιαστές οι οποίοι είναι τοποθετημένοι σε ένα πλέγμα διαμέτρου 18 m που περιβάλλει τη σφαιρική δεξαμενή βαρέως ύδατος. Η δεξαμενή βαρέως ύδατος και το πλέγμα στήριξης των φωτοπολλαπλασιαστών βρίσκονται μέσα σε μία κυλινδρική δεξαμενή διαμέτρου 22 m και ύψους 34 m γεμάτη με νερό. Η αλληλεπίδραση ουδετέρου ρεύματος είναι ευαίσθητη και στα τρία είδη νετρίνων, όπως είδαμε. Σε αυτή, ο πυρήνας του δευτερίου διαιρείται σε ένα πρωτόνιο και ένα νετρόνιο, όπως φαίνεται

από την αντίδραση και το νετρόνιο ανιχνεύεται από την ακτινοβολία των ηλεκτρονίων που σκεδάζει και από την ακτινοβολούσα σύλληψή του όταν χάσει την κινητική του ενέργεια. Η αλληλεπίδραση της ελαστικής σκέδασης είναι επίσης ευαίσθητη και στους τρεις τύπους νετρίνων, όπως είδαμε, αλλά περισσότερο είναι στα ηλεκτρονικά νετρίνα. Δεν μπορεί να παράξει σημαντική πληροφορία για το ενεργειακό φάσμα των ηλιακών νετρίνων, αλλά παράγει πληροφορία για την αρχική τους διεύθυνση. Χρησιμοποιώντας τη ροή που εξάγεται από τον ρυθμό των ελαστικών σκεδάσεων ηλιακών νετρίνων όλων των γεύσεων του πειράματος SNO αλλά και του πειράματος S–K (το οποίο έχει υψηλότερη στατιστική στο συγκεκριμένο κανάλι), η συνολική ροή των ηλιακών ^{8}B νετρίνων (που αντιστοιχεί σε νετρίνα όλων των γεύσεων) είναι [6,23,52]:

$$\rho o\acute{\eta}_{total}^{^{8}B} / 10^{6} cm^{-2} s^{-1} = 5.44 \pm 0.99$$

Η μέτρηση αυτή βρίσκεται σε συμφωνία με τις προβλέψεις του Καθιερωμένου Ηλιακού Προτύπου και αποτελεί ισχυρή ένδειξη για την παρουσία μη ηλεκτρονικής συνιστώσας στη ροή των ηλιακών νετρίνων. Τα αποτελέσματα του πειράματος SNO, συνδυαζόμενα με εκείνα και άλλων πειραμάτων ηλιακών νετρίνων, υποδεικνύουν το φαινόμενο LMA MSW, που είδαμε στην παράγραφο 2.3.2 (LMA είναι περιοχή του παραμετρικού χώρου, Σχ.2.7), ως λύση στο πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων το οποίο είδαμε παραπάνω. Οι πιθανότερες τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης που έδωσε το πείραμα SNO είναι [4,52]:

$$\Delta m^2_{sol} = 6.5 \cdot 10^{-5} eV^2 / c^4, \tan^2 \theta_{sol} = 0.40$$

2.4.3. Πειράματα αντιδραστήρων

Οι πυρηνικοί αντιδραστήρες είναι, όπως είδαμε και πιο πάνω, πηγές ηλεκτρονικών αντινετρίνων ενέργειας μερικών MeV, τα οποία παράγονται από τη σχάση του πυρηνικού καυσίμου (κυρίως ^{235}U, ^{238}U και ^{239}Pu). Το ενεργειακό φάσμα της δέσμης νετρίνων από αντιδραστήρες είναι γνωστό με πολύ καλή ακρίβεια, όπως και η σύστασή της (καθαρή δέσμη $\overline{\nu}_e$). Επίσης γνωστή με πολύ καλή ακρίβεια είναι και η γωνιακή κατανομή (ισοτροπική) της δέσμης νετρίνων. Το ενεργειακό φάσμα των αντινετρίνων είναι κατάλληλο για τη διερεύνηση του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης για Δm^2 μικρότερο από 10^{-2} με 10^{-4} eV^2/c^4. Η αντίδραση ανίχνευσης σε πειράματα αντιδραστήρων είναι:

$$\overline{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$

με ενεργειακό κατώφλι 1.804 MeV. Η ταυτοποίηση ενός γεγονότος γίνεται με την ανίχνευση σε σύμπτωση ενός σήματος από την εξαΰλωση του ποζιτρονίου και ενός σήματος από την ακτινοβολούσα σύλληψη του νετρονίου [29]. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στα πειράματα αντιδραστήρων CHOOZ και KamLAND.

2.4.3.1. Το πείραμα CHOOZ

Το πείραμα CHOOZ [29] είναι ένα πείραμα νετρίνων από τον ομώνυμο αντιδραστήρα στη Γαλλία. Συγκεκριμένα, η πηγή νετρίνων συνίσταται από δύο πυρηνικούς αντιδραστήρες συνολικής θερμικής ισχύος 8.5 GW που δίδουν μία συνολική ροή νετρίνων στην περιοχή του ανιχνευτή 10^{10} cm^{-2} s^{-1}. Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι τοποθετημένος σε ένα υπόγειο εργαστήριο σε απόσταση 1 km από την πηγή των νετρίνων και έχει κλειστεί ερμητικά σε ένα κυλινδρικό δοχείο από ατσάλι διαμέτρου 5.5 m και ύψους 5.5 m. Το δοχείο αυτό βρίσκεται μέσα σε ένα λάκκο διαμέτρου 7 m και ύψους 7 m. Πάνω από το υπόγειο εργαστήριο που είναι τοποθετημένος ο ανιχνευτής υπάρχει στρώμα πετρώματος πάχους 115 m, που λειτουργεί σαν θωράκιση από τα κοσμικά μιόνια. Έτσι, αποφεύγεται η αλληλεπίδραση των μιονίων με τα υλικά που περιβάλλουν τον ανιχνευτή και άρα και το υπόβαθρο των ταχέων νετρονίων από αδρονικούς καταιγισμούς που αυτή δίδει. Για την προστασία από τη φυσική ραδιενέργεια της πέτρινης θωράκισης, το ατσάλινο δοχείο που εσωκλείει τον ανιχνευτή περιβάλλεται από άμμο και 14 cm πάχους χυτοσίδηρο. Το ευαίσθητο υλικό του ανιχνευτή είναι υγρός σπινθηριστής υψηλής περιεκτικότητας σε υδρογόνο εμπλουτισμένο με Gd σε ποσοστό 0.09%. Το υλικό αυτό περιέχεται σε ένα ακριλικό δοχείο εμβαπτισμένο σε ένα καλορίμετρο υγρού σπινθηριστή. Το Gd χρησιμοποιείται λόγω της χαρακτηριστικής ενέργειας του φωτονίου που εκπέμπει, 8 MeV, κατά την ακτινοβολούσα σύλληψη νετρονίου, που είναι πολύ μεγαλύτερη από την ενέργεια των φωτονίων της φυσικής ραδιενέργειας. Επίσης προκαλεί σημαντική μείωση του χρόνου σύλληψης σε σχέση με τα πρωτόνια. Ο ανιχνευτής αποτελείται από τρεις ομόκεντρες περιοχές. Η πρώτη είναι η κεντρική περιοχή βάρους 5 τόνων με το ευαίσθητο υλικό που είδαμε. Το υλικό αυτό περιέχεται σε ακριλικό δοχείο, όπως είδαμε, το οποίο είναι διάφανο με εξαιρετικές οπτικές ιδιότητες, διαμέτρου 1.8m και ύψους 2.8m. Η δεύτερη είναι η ενδιάμεση περιοχή βάρους 17 τόνων με 192 PMΤs των 8 ιντσών. Η τρίτη είναι η εξωτερική περιοχή βάρους 90 τόνων που λειτουργεί σαν βέτο και περιλαμβάνει 24 PMΤs των 8 ιντσών. Ο μέσος λόγος L/E_ν είναι περίπου 300 ($L\sim1km$, $E_\nu\sim3MeV$) και με τη σχεδόν καθαρή δέσμη $\bar{\nu}_e$ έχουμε μία ιδανική συνθήκη για τη μελέτη ταλαντώσεων $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\chi$ για τιμές της παραμέτρου ταλάντωσης $\Delta m^2\sim10^{-4}\,eV^2/c^4$. Τα ηλεκτρονικά

αντινετρίνα ανιχνεύονται μέσω της αντίστροφης β–διάσπασης (την είδαμε και στην παράγραφο 2.4.3):

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n \tag{2.44}$$

Η υπογραφή μιας αλληλεπίδρασης ηλεκτρονικού αντινετρίνου επομένως είναι η ανίχνευση, με καθυστερημένη σύμπτωση, ενός σήματος από την εξαΰλωση του παραγόμενου ποζιτρονίου και ενός σήματος από την ακτινοβολούσα σύλληψη του παραγόμενου νετρονίου. Το πείραμα CHOOZ δεν παρατήρησε ενδείξεις για ταλαντώσεις νετρίνων. Πράγματι, η τιμή του διπλού λόγου R του ολικού αριθμού των ανιχνευόμενων $\bar{\nu}_e$ γεγονότων προς τον αναμενόμενο αριθμό αυτών βρέθηκε ότι είναι [8,29]:

$$R = 1.01 \pm 0.028(stat) \pm 0.027(syst)$$

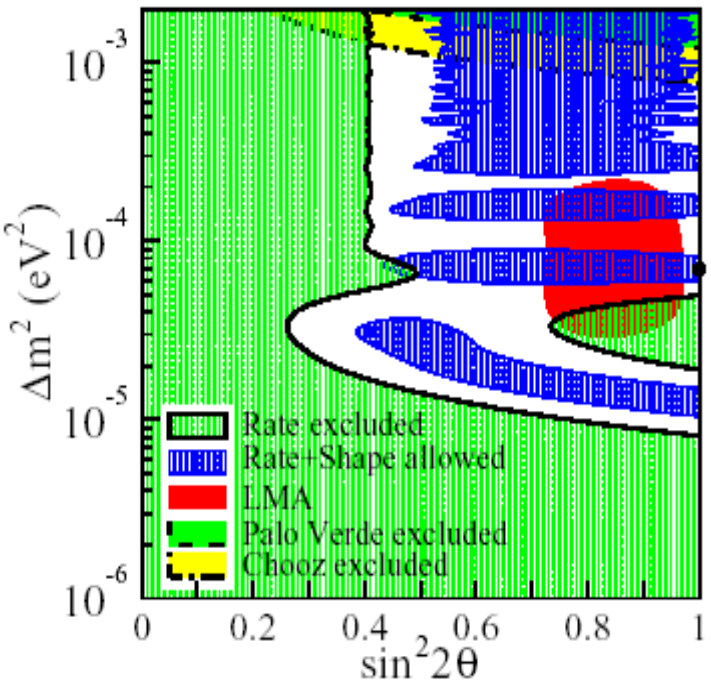
Η περιοχή του παραμετρικού χώρου του καναλιού $\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\chi$ που απέκλεισε το πείραμα CHOOZ, με 90% επίπεδο εμπιστοσύνης, είναι [29]:

$\Delta m^2 > 7 \cdot 10^{-4}\ eV^2/c^4$ για $\sin^2 2\theta = 1$ και $\sin^2 2\theta > 0.1$ για μεγάλα Δm^2

2.4.3.2. Το πείραμα KamLAND

Το πείραμα KamLAND [53] είναι ένα πείραμα ταλαντώσεων νετρίνων με σκοπό τη μελέτη της ροής και του ενεργειακού φάσματος των αντινετρίνων χαμηλής ενέργειας από τους αντιδραστήρες κυρίως 17 Ιαπωνικών πυρηνικών σταθμών, αλλά και την ατμόσφαιρα, τον ήλιο, τον γήινο μανδύα και υπερκαινοφανείς αστέρες. Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι τοποθετημένος στο ορυχείο Kamioka της Ιαπωνίας, εκεί όπου ήταν τοποθετημένος ο ανιχνευτής του παλαιότερου πειράματος Kamiokande. Οι εν λόγω 17 πυρηνικοί σταθμοί βρίσκονται σε απόσταση 140–210 km από το ορυχείο Kamioka και έχουν συνολική ισχύ 130 GW, αποδίδοντας μία συνολική ροή νετρίνων $3 \cdot 10^6\ cm^{-2}\ s^{-1}$. Τα νετρίνα αυτά είναι χαμηλής ενέργειας, μέχρι 3.4 MeV, επομένως το πείραμα KamLAND είναι ευαίσθητο σε τιμές της παραμέτρου Δm^2 μέχρι περίπου $7 \cdot 10^{-6}$ eV^2/c^4. Ο ανιχνευτής του πειράματος αποτελείται από μία σφαιρική δεξαμενή διαμέτρου 13 m, γεμάτη με 1000 μετρητικούς τόνους υγρού σπινθηριστή (διάλυμα ισοπαραφίνης). Η δεξαμενή αυτή περιβάλλεται από ένα σφαιρικό φλοιό πάχους 2.5 m που περιέχει υγρό σπινθηριστή και αποσκοπεί στον περιορισμό του υποβάθρου. Η χρήση υγρού σπινθηριστή έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή

περισσότερου φωτός σε σχέση με έναν ανιχνευτή Cerenkov, κάτι που οδηγεί σε μείωση του κατωφλίου ανίχνευσης των νετρίνων. Έτσι, ανιχνεύονται τα νετρίνα χαμηλής ενέργειας τα οποία αποτελούν το μεγαλύτερο μέρος της ροής των αντινετρίνων του πειράματος, όπως είδαμε ανωτέρω. Η όλη αυτή σφαιρική κατασκευή, ο κεντρικός ανιχνευτής, περιβάλλεται από φωτοπολλαπλασιαστές των 17 ιντσών και βρίσκεται μέσα σε έναν ανιχνευτή Cerenkov με νερό στον οποίο χρησιμοποιούνται φωτοπολλαπλασιαστές των 20 ιντσών και χρησιμεύει σαν βέτο.



***Σχ.2.7**: Αποκλειόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου από την παρατηρούμενη ροή ηλεκτρονικών αντινετρίνων στο πείραμα KamLAND (ανοιχτή πράσινη περιοχή). Στο ίδιο διάγραμμα φαίνονται οι επιτρεπόμενες τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης από τη συνδυασμένη ανάλυση της ροής και του ενεργειακού φάσματος των νετρίνων στο ίδιο πείραμα σε 95% επίπεδο εμπιστοσύνης (μπλε περιοχές). Στην κορυφή του διαγράμματος φαίνονται οι αποκλειόμενες περιοχές σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% των πειραμάτων CHOOZ και Palo Verde. Τέλος, στο ίδιο διάγραμμα φαίνεται η επιτρεπόμενη LMA MSW λύση του προβλήματος των ηλιακών νετρίνων σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (κόκκινη περιοχή)* [53].

Στο Σχ.2.7 φαίνεται η αποκλειόμενη περιοχή του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης του πειράματος KamLAND. Το πείραμα αυτό παρατήρησε έλλειμμα ηλεκτρονικών αντινετρίνων που υποδεικνύει την LMA MSW λύση στο πρόβλημα των ηλιακών νετρίνων, που είδαμε στις παραγράφους 2.4.2.1 και 2.4.2.2. Οι

παράμετροι ταλάντωσης που δίδουν την βέλτιστη προσαρμογή στα δεδομένα του πειράματος είναι [53]:

$$\Delta m^2_{KamLAND} = 6.9 \cdot 10^{-5} eV^2 / c^4, \sin^2 2\theta_{KamLAND} = 1$$

2.4.4. Πειράματα επιταχυντών

Η αρχή λειτουργίας των πειραμάτων με επιταχυντές είναι η ακόλουθη˙ Δέσμη πρωτονίων από ένα σύγχροτρο κατευθύνεται σε ένα συμπαγή στόχο και από τις αλληλεπιδράσεις τους με τους πυρήνες του στόχου παράγονται πιόνια και καόνια. Τα μεσόνια αυτά εστιάζονται προς την κατεύθυνση του ανιχνευτή με ένα σύστημα μαγνητικών φακών και αφήνονται να διασπαστούν σε μία περιοχή υψηλού κενού δίνοντας μιόνια και μιονικά νετρίνα, σύμφωνα με τις ακόλουθες αντιδράσεις:

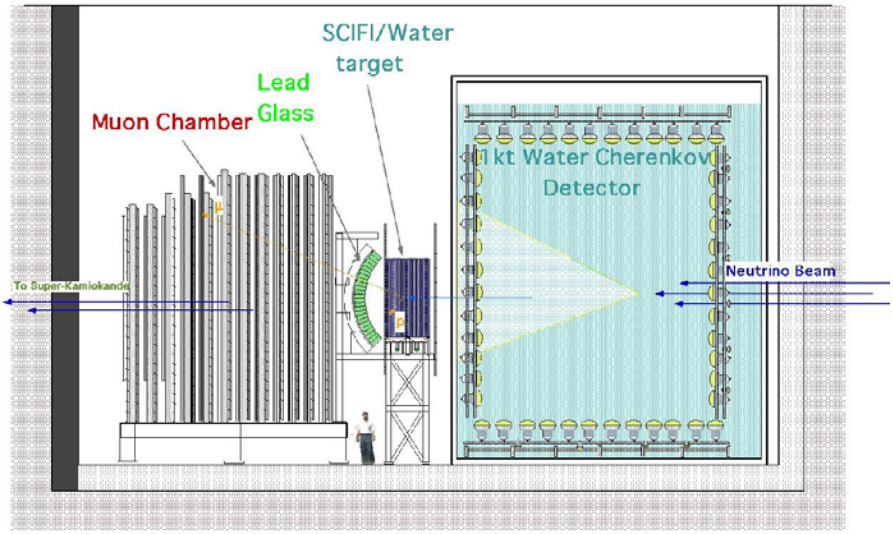
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \ , \ K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \qquad (2.45)$$

Πρωτόνια που δεν αλληλεπίδρασαν με το στόχο, μεσόνια που δεν πρόλαβαν να διασπαστούν και τα μιόνια απομακρύνονται με τη βοήθεια απορροφητών πριν τον ανιχνευτή, ώστε στον τελευταίο να φτάσει δέσμη κατά το δυνατότερο αποτελούμενη μόνο από μιονικά νετρίνα. Οι ανιχνευτές αυτών των πειραμάτων αποτελούνται κυρίως από καλορίμετρα μεγάλης μάζας και συστήματα ανακατασκευής τροχιών για την μέτρηση της ενέργειας και την ανακατασκευή των τροχιών στα γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων. Τα πειράματα επιταχυντών διακρίνονται σε πειράματα μακράς εμβέλειας ταλαντώσεων και μικρής εμβέλειας, ανάλογα με την απόσταση στην οποία ταλαντώνονται τα νετρίνα. Στη συνέχεια, θα αναφερθούμε στα πειράματα K2K, LSND, MiniBooNE, OPERA και MINOS.

2.4.4.1. Το πείραμα K2K

Το πείραμα K2K [57] είναι ένα μακράς εμβέλειας πείραμα επιταχυντή ταλαντώσεων νετρίνων, το οποίο είναι σχεδιασμένο με τέτοιο τρόπο που να είναι ευαίσθητο στην περιοχή των παραμέτρων ταλάντωσης που υποδεικνύεται από την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων. Σημειώνουμε εδώ ότι ως ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων αναφέρεται η ασυμφωνία ανάμεσα στον αναμενόμενο και τον παρατηρούμενο ρυθμό αλληλεπιδράσεων ατμοσφαιρικών νετρίνων. Η δέσμη του πειράματος παράγεται στο σύγχροτρο πρωτονίων του

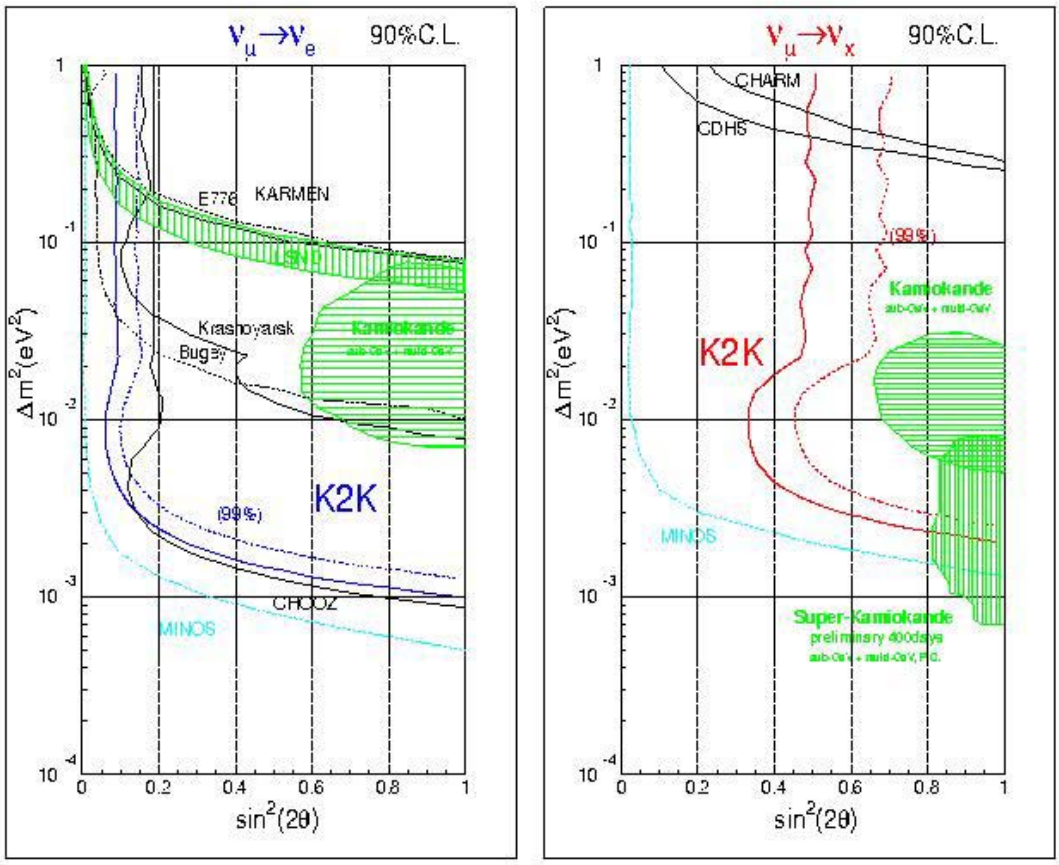
εθνικού εργαστηρίου KEK της Ιαπωνίας στην πόλη Tsukuba ενώ ο μακρινός ανιχνευτής βρίσκεται στο ορυχείο Kamioka της Ιαπωνίας, περίπου 250 km μακριά από το KEK και πρόκειται για τον ανιχνευτή του πειράματος S–K. Επομένως, τα νετρίνα διανύουν μία απόσταση περίπου 250 km μέσα στη γη μέχρι να φτάσουν στον μακρινό ανιχνευτή. Σε απόσταση 300 m από το στόχο της διάταξης παραγωγής μιονικών νετρίνων βρίσκεται ο κοντινός ανιχνευτής του πειράματος. Από το σύγχροτρο πρωτονίων του KEK εξάγονται κάθε 2.2 s περίπου $6{\cdot}10^{12}$ πρωτόνια ενέργειας 12 GeV για χρόνο 1.1 μs (χρονικό εύρος παλμού). Τα πρωτόνια χτυπούν σε κυλινδρικό στόχο από αλουμίνιο διαμέτρου 3 cm και ύψους 66 cm, δίνοντας κυρίως πιόνια και καόνια, όπως είδαμε και ανωτέρω γενικά για τα πειράματα επιταχυντών. Ένα σύστημα από δύο μαγνητικές χοάνες, που διαρρέονται από ρεύμα 250 kA για τη δημιουργία του μαγνητικού τους πεδίου, εστιάζει τα θετικά πιόνια και καόνια προς την κατεύθυνση του μακρινού ανιχνευτή, μέσα σε ένα σωλήνα διάσπασης μήκους 200 m. Η μέση ενέργεια των παραγόμενων με αυτό τον τρόπο νετρίνων είναι περίπου 1.3 GeV. Ο μακρινός ανιχνευτής περιγράφηκε στην παράγραφο 2.4.1.1, όπου είδαμε το πείραμα S–K. Ο κοντινός ανιχνευτής είναι συνδυασμός ενός ανιχνευτή Cerenkov με νερό, μία μικρογραφία του μακρινού ανιχνευτή με διάμετρο 8.6 m, ύψος 8.6 m και μάζα 1 kt που είναι εφοδιασμένος με 680 φωτοπολλαπλασιαστές των 20 ιντσών, για τον προσδιορισμό της ροής μιονικών νετρίνων στο KEK και ενός ανιχνευτή λεπτής διαμέρισης, αποτελούμενο από στόχο νερού, σύστημα ανακατασκευής τροχιών από σπινθηριστή, καλορίμετρο και θαλάμους μιονίων, για τον ακριβή προσδιορισμό του ενεργειακού φάσματος και του προφίλ της δέσμης νετρίνων. Μία εικόνα του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος K2K φαίνεται στο Σχ.2.8.



***Σχ.2.8**: Ο κοντινός ανιχνευτής του πειράματος K2K* [30].

Όπως θα δούμε αναλυτικά στο επόμενο κεφάλαιο για το πείραμα MINOS, παρατηρούμενες διαφορές από τη σύγκριση των ενεργειακών φασμάτων των νετρίνων στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή είναι ενδείξεις για ταλαντώσεις νετρίνων. Πράγματι, το πείραμα K2K είχε ενδείξεις για ταλαντώσεις νετρίνων $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, τόσο από την παρατηρούμενη παραμόρφωση του ενεργειακού φάσματος των μιονικών νετρίνων όσο και από το παρατηρούμενο έλλειμμα αλληλεπίδρασης μιονικών νετρίνων. Η επιτρεπόμενη περιοχή του παραμετρικού χώρου που έδωσε το πείραμα K2K σε 90% επίπεδο εμπιστοσύνης φαίνεται στο Σχ.2.9. Στο ίδιο σχήμα δίνονται και οι περιοχές άλλων πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων. Η βέλτιστη προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα οδηγεί στις παραμέτρους ταλάντωσης (για $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$) [57]:

$$\Delta m^2_{K2K} = 2.8 \cdot 10^{-3} eV^2 / c^4, \sin^2 2\theta_{K2K} = 1$$



***Σχ.2.9**: Η επιτρεπόμενη περιοχή των παραμέτρων ταλάντωσης από τα δεδομένα των πειραμάτων ατμοσφαιρικών νετρίνων Kamiokande* [31].

2.4.4.2. Το πείραμα LSND

Το πείραμα LSND ήταν ένα μικρής εμβέλειας πείραμα ταλαντώσεων επιταχυντή στο LAMPF του Los Alamos με κύριο στόχο τη μελέτη των καναλιών $\nu_\mu \to \nu_e$ και $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$. Πρωτόνια ενέργειας 800 MeV από τον επιταχυντή LANSCE κατευθύνονται σε στόχο από νερό δίδοντας ουσιαστικά μόνο πιόνια, μια και η παραγωγή καονίων σε αυτές τις ενέργειες είναι αμελητέα. Τα πιόνια αυτά διασπόνται, κατά τα γνωστά βάσει της πρώτης των (2.45) και δίνουν μιόνια. Αμέσως μετά το στόχο ακολουθεί απορροφητής από χαλκό, όπου τα πιόνια και τα δευτερογενώς παραγόμενα μιόνια φθάνουν σε ηρεμία. Η σύσταση της δέσμης στις διάφορες γεύσεις νετρίνων καθορίζεται με βάση το ότι η παραγωγή π^- είναι υποοκταπλάσια της παραγωγής π^+ για την ενέργεια πρωτονίων που έχουμε εδώ και τη συγκεκριμένη γεωμετρία του απορροφητή, τα περισσότερα π^- όταν έρθουν σε ηρεμία στον απορροφητή συλλαμβάνονται από πυρήνες πριν διασπαστούν και τα περισσότερα μ^- συλλαμβάνονται σε μία ατομική τροχιά δίνοντας ν_μ και όχι $\bar{\nu}_e$. Ένα πολύ μικρό ποσοστό των π^+ διασπάται εν πτήση, αφού η απόσταση ανάμεσα στο στόχο και τον απορροφητή είναι πολύ μικρή συγκρινόμενη με τη μέση διαδρομή των π^+ πριν διασπαστούν. Το ποσοστό των μιονίων που διασπόνται πριν φτάσουν σε ηρεμία είναι ακόμη μικρότερο, επειδή ο χρόνος ζωής των μιονίων είναι μεγαλύτερος από αυτόν των πιονίων. Επομένως, ο λόγος του αριθμού των $\bar{\nu}_e$ προς αυτόν των $\bar{\nu}_\mu$ είναι $\sim 7.5 \cdot 10^{-4}$. Τα παραγόμενα $\bar{\nu}_\mu$ έχουν μέγιστη ενέργεια 52.8 MeV. Τα παραγόμενα $\bar{\nu}_\mu$ από τις διασπάσεις των π^+ σε ηρεμία χρησιμοποιούνται για τη μελέτη του καναλιού $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$, ενώ τα ν_μ από τη διάσπαση των πιονίων εν πτήση χρησιμοποιούνται για τη μελέτη του καναλιού $\nu_\mu \to \nu_e$. Η μελέτη του πρώτου καναλιού γίνεται με την αναγνώριση της αλληλεπίδρασης ενός $\bar{\nu}_e$, μέσω της αντίστροφης β–διάσπασης (2.44) και επομένως, όπως είδαμε και στην παράγραφο 2.4.3.1, η υπογραφή μιας αλληλεπίδρασης ηλεκτρονικού αντινετρίνου είναι η ανίχνευση, με καθυστερημένη σύμπτωση, ενός σήματος από την εξαΰλωση του παραγόμενου ποζιτρονίου και ενός σήματος (φωτόνιο ενέργειας 2.2 MeV) από την ακτινοβολούσα σύλληψη του παραγόμενου νετρονίου. Βάση της σύμπτωσης αυτής διαχωρίζονται τα $\bar{\nu}_e$ από τα ν_e (τα γεγονότα των ν_e δεν εμφανίζουν φωτόνιο που να σχετίζεται με την αρχική τους αλληλεπίδραση όταν η ενέργεια του ηλεκτρονίου είναι μεγαλύτερη από 20 MeV, ένα όριο που απαιτείται ώστε το ν_e να αποσπάσει ένα νετρόνιο από τον πυρήνα σε μια αλληλεπίδραση φορτισμένου ρεύματος). Η μελέτη του δεύτερου καναλιού γίνεται με την αναγνώριση της αλληλεπίδρασης φορτισμένου ρεύματος ενός ν_e:

$$\nu_e + C \to e^- + X$$

Ο ανιχνευτής του πειράματος είναι μία κυλινδρικού σχήματος δεξαμενή διαμέτρου 5.7 m και μήκους 8.3 m η οποία περιέχει υγρό σπινθηριστή και 1220 φωτοπολλαπλασιαστές των 8 ιντσών. Ο σπινθηριστής είναι ένα μίγμα 52000 γαλονιών ορυκτέλαιου (μία γραμμική αλυσίδα υδρογονανθράκων C_nH_{2n+2} , n=22 έως 26) και 2 kg $C_{24}H_{22}N_2O$ (0.031 gr/lt). Αυτό το μίγμα είναι ιδανικό για ταυτοποίηση σωματιδίων, μια και η εκπεμπόμενη ακτινοβολία είναι τόσο ακτινοβολία Cerenkov όσο και σπινθηρισμοί. Το πείραμα LSND παρατήρησε πλεόνασμα $\bar{\nu}_e$ που, αν αποδοθεί σε ταλαντώσεις $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e$, αντιστοιχεί σε μία πιθανότητα ταλάντωσης [32]:

$$P = 0.0031 \pm 0.0012(stat) \pm 0.0005(syst)$$

καθώς και πλεόνασμα ν_e που, αν αποδοθεί σε ταλαντώσεις $\nu_\mu \to \nu_e$, αντιστοιχεί σε μία πιθανότητα ταλάντωσης [33]:

$$P = 0.0026 \pm 0.001(stat) \pm 0.0005(syst)$$

Η περιοχή του παραμετρικού χώρου που δίδει την καλύτερη προσαρμογή στα πειραματικά δεδομένα είναι [32,33]:

$$2 \cdot 10^{-1} \le \Delta m^2_{LSND} \le 1eV^2 / c^4$$
$$3 \cdot 10^{-3} \le \sin^2 2\theta_{LSND} \le 4 \cdot 10^{-2}$$

Οι προβλέψεις αυτές του LSND δεν έχουν επιβεβαιωθεί από άλλα πειράματα ταλαντώσεων νετρίνων και θα πρέπει να ελεγχθούν από το πείραμα MiniBooNE, που επί του παρόντος παίρνει δεδομένα και το οποίο θα περιγράψουμε στη συνέχεια.

2.4.4.3. Το πείραμα MiniBooNE

Το πείραμα MiniBooNE [34,35,36] είναι ένα μικρής εμβέλειας πείραμα ταλαντώσεων νετρίνων επιταχυντή που πραγματοποιείται στον επιταχυντή Main Injector του Fermilab και έχει σαν στόχο τον έλεγχο των αποτελεσμάτων του πειράματος LSND με μία διαδικασία που έχει διαφορετικά συστηματικά σφάλματα από αυτή του LSND. Το πείραμα MiniBooNE είναι ο πρόδρομος του πιθανού μελλοντικού πειράματος BooNE. Εάν το MiniBooNE, με ένα μόνο ανιχνευτή, επαληθεύσει ότι πράγματι οι παρατηρήσεις του LSND οφείλονται σε

ταλαντώσεις νετρίνων, τότε θα δώσει τη θέση του στο πείραμα BooNE το οποίο με δύο ανιχνευτές θα επιχειρήσει μία ακριβή μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης [34]. Ο ανιχνευτής του πειράματος MiniBooNE αποτελείται από μια σφαιρική δεξαμενή διαμέτρου 6.1 m, γεμάτη με 807 μετρητικούς τόνους ορυκτέλαιου, που περιβάλλεται από 1280 φωτοπολλαπλασιαστές των 8 ιντσών οι οποίοι στηρίζονται σε μία κατασκευή διαμέτρου 5.75 m στο εσωτερικό της δεξαμενής. Αυτή η κατασκευή λειτουργεί ως βέτο και η εξωτερική περιοχή της είναι οπτικά απομονωμένη από το εσωτερικό της δεξαμενής. Η εξωτερική αυτή περιοχή είναι εξοπλισμένη με 240 φωτοπολλαπλασιαστές στηριγμένους στα τοιχώματα της δεξαμενής. Η δέσμη του πειράματος παράγεται από τον επιταχυντή Main Injector του Fermilab ο οποίος δίνει πρωτόνια ενέργειας 8 GeV. Αυτά προσπίπτουν σε στόχο βηρυλλίου δίδοντας κυρίως πιόνια αλλά και καόνια και αυτά με τη σειρά τους εστιάζονται από μία μαγνητική χοάνη στην κατεύθυνση του ανιχνευτή και περνούν μέσα από ένα σωλήνα διάσπασης μήκους 50 m διασπόμενα σε μιόνια και μιονικά νετρίνα [35], βάση της (2.45). Ακολουθεί απορροφητής που απορροφά τα μιόνια, τα αδιάσπαστα μεσόνια και τα μη αλληλεπιδρώντα πρωτόνια. Η δέσμη νετρίνων που παράγεται με αυτόν τον τρόπο έχει ενέργεια γύρω στο 1 GeV. Τα νετρίνα αλληλεπιδρούν με το ορυκτέλαιο και δίνουν ηλεκτρόνια και μιόνια (τα ν_e και ν_μ αντίστοιχα). Τα ηλεκτρόνια και μιόνια διασχίζοντας το ορυκτέλαιο με ταχύτητα μεγαλύτερη από αυτή του φωτός στο ορυκτέλαιο εκπέμπουν ακτινοβολία Cherenkov σε μορφή δαχτυλίων, κατά τα γνωστά. Οι 1520 συνολικά φωτοπολλαπλασιαστές του ανιχνευτή καταγράφουν αυτούς τους δακτυλίους. Το σχήμα και η ένταση των δακτυλίων αυτών μπορεί να διακρίνει τα ηλεκτρόνια από τα πολύ βαρύτερά τους μιόνια [36].

2.4.4.4. Το πείραμα OPERA

Το πείραμα OPERA είναι ένα μακράς εμβέλειας πείραμα ταλαντώσεων νετρίνων επιταχυντή, σχεδιασμένο να ερευνήσει για ταλαντώσεις νετρίνων $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ στην περιοχή του παραμετρικού χώρου που υποδεικνύεται από την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων. Ο ανιχνευτής του πειράματος θα τοποθετηθεί στο εργαστήριο Gran Sasso της Ιταλίας, ενώ η δέσμη νετρίνων θα παραχθεί από το σύγχροτρο SPS του CERN, περίπου 740 km μακριά από τον ανιχνευτή. Ο ανιχνευτής του πειράματος OPERA βασίζεται στην τεχνολογία των πυρηνικών γαλακτωμάτων, γνωστή ως ECC (Emulsion Cloud Chamber) που χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά στο πείραμα DONUT [58] για την παρατήρηση του τ νετρίνου και η οποία παρέχει μαζικούς στόχους κατασκευασμένους από την επαλληλία επιπέδων πυκνού παθητικού υλικού (Fe, Pb) και λεπτών φύλλων γαλακτώματος. Το πυρηνικό γαλάκτωμα χρησιμοποιείται

αποκλειστικά σε σύστημα ανακατασκευής τροχιών μεγάλης ακρίβειας, σε αντίθεση με τα πειράματα DONUT [58] και CHORUS [59] που το πυρηνικό γαλάκτωμα αποτελεί τον ενεργό στόχο. Έτσι, στον ανιχνευτή του πειράματος OPERA το πυρηνικό γαλάκτωμα χρησιμοποιείται για ανακατασκευή τροχιών και για ταυτοποίηση (με την ύπαρξη κενού χώρου ανάμεσα στα διαδοχικά φύλλα πυρηνικού γαλακτώματος) των διασπάσεων του τ λεπτονίου από μία απευθείας εύρεση του kink της διάσπασης. Μία ολική μάζα του στόχου περίπου ενός kton είναι απαραίτητη για μία ακρίβεια στη μέτρηση της παραμέτρου Δm^2 της τάξης του 10^{-3} eV^2/c^4 [37]. Μία αναπαράσταση του ανιχνευτή του πειράματος OPERA φαίνεται στο Σχ.2.10. Αποτελείται από τρία όμοια τμήματα (supermodules) κάθε

***Σχ.2.10**: Ο ανιχνευτής του πειράματος OPERA* [38].

ένα από τα οποία έχει 24 όμοιες δομικές μονάδες (modules). Κάθε δομική μονάδα αποτελείται από έναν τοίχο από 3264 πακέτα μολύβδου/γαλακτώματος, δύο επίπεδα ηλεκτρονικού συστήματος ανακατασκευής τροχιών και έναν φασματογράφο μιονίων από διπολικά μαγνητισμένα (~1.55 T) επίπεδα σιδήρου πάχους 5 cm, ανάμεσα στα οποία υπάρχουν θάλαμοι ολίσθησης. Κάθε πακέτο μολύβδου/γαλακτώματος, βάρους 8.3 kgr, πάχους 7.5 cm και εγκαρσίων διαστάσεων 10.2cm x 12.7cm, αποτελείται από 56 φύλλα μολύβδου πάχους 1 mm, ανάμεσα στα οποία υπάρχουν λεπτά φύλλα γαλακτώματος. Κάθε φύλλο γαλακτώματος αποτελείται από δύο στρώματα πυρηνικού γαλακτώματος πάχους

50 μm στις δύο πλευρές μιας πλαστικής βάσης πάχους 200 μm. Συνολικά, σε κάθε supermodule τοποθετούνται 78336 πακέτα συνολικής μάζας 652 τόνων (623 τόνοι μολύβδου και 29 τόνοι γαλακτώματος). Το ηλεκτρονικό σύστημα ανακατασκευής τροχιών σε κάθε module αποτελείται από δύο επίπεδα κάθετων λωρίδων πλαστικού σπινθηριστή πλάτους 2.6 cm και πάχους 1 cm, τοποθετημένων στις διευθύνσεις x και y, που διαβάζονται και από τις δύο άκρες τους από οπτικές ίνες μετατόπισης μήκους κύματος (WLS, που θα τις δούμε αναλυτικά και στο τρίτο κεφάλαιο στο πείραμα MINOS) που οδηγούνται σε φωτοπολλαπλασιαστές M64 της Hamamatsu (όπως θα δούμε και στο τρίτο κεφάλαιο, αυτοί οι φωτοπολλαπλασιαστές χρησιμοποιούνται και στον κοντινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS).

2.4.4.5. Το πείραμα MINOS

Το πείραμα MINOS θα περιγραφεί αναλυτικά στο τρίτο κεφάλαιο, ενώ στο τέταρτο κεφάλαιο δίνεται μία λεπτομερέστερη περιγραφή του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος. Εδώ θα συνοψίσουμε κάποια πολύ γενικά στοιχεία για το πείραμα αυτό. Το πείραμα MINOS είναι πείραμα μακράς εμβέλειας ταλαντώσεων νετρίνων επιταχυντή με κύριο στόχο τη μελέτη του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης στην περιοχή που σχετίζεται με την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων και την επιβεβαίωση των ενδείξεων κυρίως του πειράματος S–K [6,23], αλλά και των πειραμάτων Kamiokande [51], IMB [26] και SOUDAN2 [24]. Για το σκοπό αυτό το πείραμα MINOS χρησιμοποιεί δύο ανιχνευτές. Ο κύριος ανιχνευτής (μακρινός) είναι ένα μαγνητισμένο καλορίμετρο, συνολικής μάζας 5.4 kt, αποτελούμενο από εναλλασσόμενα οχταγωνικά επίπεδα σιδήρου και πλαστικού σπινθηριστή. Είναι τοποθετημένος 713 m κάτω από την επιφάνεια της γής, στο παλιό ορυχείο σιδήρου του Soudan που βρίσκεται περίπου 735 km μακριά από την πηγή νετρίνων στο εργαστήριο του Fermilab. Σε απόσταση περίπου 1 km από την πηγή νετρίνων και σε μικρό βάθος από την επιφάνεια της γης βρίσκεται ο κοντινός ανιχνευτής, συνολικής μάζας 1 kt, ο οποίος αποτελεί ως προς τη βασική αρχή λειτουργίας μία μικρογραφία του μακρινού ανιχνευτή. Η δέσμη νετρίνων είναι μια σχεδόν καθαρή δέσμη μιονικών νετρίνων που παράγεται από το σύγχροτρο Main Injector του Fermilab, στη διάταξη παραγωγής της δέσμης νετρίνων NuMI. Αναλυτικά, όμως, στο πείραμα MINOS θα αναφερθούμε στο τρίτο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 3
Το πείραμα MINOS

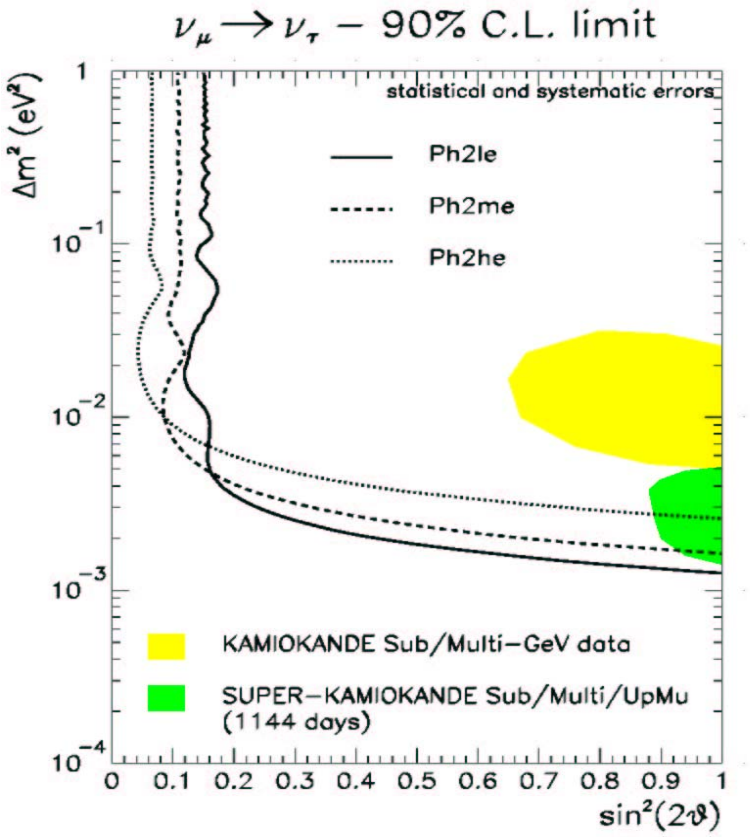
3.1. Εισαγωγή

Το πείραμα MINOS (Main Injector Neutrino Oscillation Search) είναι ένα πείραμα ταλαντώσεων νετρίνων μακράς εμβέλειας που στοχεύει, κύρια, στη μελέτη του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης (Δm^2–$\sin^2 2\theta$) με μία ευαισθησία σημαντικά μεγαλύτερη από οποιαδήποτε άλλη που έχει επιτευχθεί μέχρι σήμερα. Χαρακτηριστικό είναι το Σχ.3.1 στο οποίο φαίνεται η ευαισθησία του πειράματος MINOS σε σύγκριση με αυτή άλλων πειραμάτων. Με τον τρόπο αυτό το MINOS στοχεύει στην επαλήθευση των αποτελεσμάτων για την περιοχή του παραμετρικού χώρου που σχετίζεται με την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων από προηγούμενα πειράματα [2], όπως το Kamiokande [51], το Super Kamiokande [6,23], το IMB [26] και το SOUDAN2 [24], που μελετήσαμε στο δεύτερο κεφάλαιο. Στο κεφάλαιο αυτό, επίσης, είδαμε τη φυσική στην οποία στοχεύει το πείραμα MINOS. Για το σκοπό αυτό το πείραμα MINOS χρησιμοποιεί δύο ανιχνευτές. Ο κύριος ανιχνευτής (μακρινός) είναι ένα μαγνητισμένο καλορίμετρο, συνολικής μάζας 5.4 kt, αποτελούμενο από εναλλασσόμενα οχταγωνικά επίπεδα σιδήρου και πλαστικού σπινθηριστή. Είναι τοποθετημένος 713 m κάτω από την επιφάνεια της γης στο παλιό ορυχείο σιδήρου του Soudan που βρίσκεται περίπου 735 km μακριά από την πηγή των νετρίνων στο εργαστήριο του Fermilab. Σε απόσταση περίπου 1 km από την πηγή νετρίνων και σε μικρό βάθος από την επιφάνεια της γης βρίσκεται ο κοντινός ανιχνευτής, συνολικής μάζας 1 kt, ο οποίος αποτελεί ως προς τη βασική αρχή λειτουργίας μία μικρογραφία του μακρινού ανιχνευτή. Η δέσμη νετρίνων είναι μια σχεδόν καθαρή δέσμη μιονικών νετρίνων που παράγεται από την πρόσπτωση πρωτονίων ενέργειας 120 GeV, τα οποία επιταχύνονται από το σύγχροτρο Main Injector του Fermilab, σε στόχο γραφίτου και την εστίαση των κατ'αυτό τον τρόπο δευτερογενώς παραγόμενων μεσονίων από ένα σύστημα μαγνητικών χοάνων κατά μήκος ενός τούνελ μήκους 677 m όπου αφήνονται να διασπαστούν. Τα νετρίνα της δέσμης του πειράματος προέρχονται από τη διάσπαση των π^+ και K^+ κυρίως και το ενεργειακό φάσμα της δέσμης έχει μέγιστο, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου, περίπου στα 2 GeV. Ο συγχρονισμός του ανιχνευτή με τους κύκλους του επιταχυντή πραγματοποιείται μέσω του συστήματος GPS, το οποίο θα εξετάσουμε στο επόμενο κεφάλαιο, με ακρίβεια καλύτερη από 1 μs.

Στον Πίνακα 3.1 φαίνονται κάποια γενικά κατασκευαστικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά του πειράματος MINOS.

3.2. Δέσμη νετρίνων (NuMI Facility)

Στην επίτευξη των στόχων και της φυσικής του πειράματος MINOS σημαντικό ρόλο παίζουν τα χαρακτηριστικά της δέσμης των νετρίνων. Το πείραμα MINOS χρησιμοποιεί τη δέσμη νετρίνων NuMI (Neutrinos at the Main Injector) Facility. Πρόκειται για μία σχεδόν καθαρή δέσμη μιονικών νετρίνων, υψηλής έντασης, της οποίας το ενεργειακό φάσμα θα εξυπηρετεί τη μελέτη της προεπιλεγμένης περιοχής του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης. Όπως είδαμε, το μέγιστο του φάσματος είναι περίπου στην ενέργεια των 2 GeV, την οποία πρότεινε το πείραμα Super Kamiokande. Σε συνοπτική περιγραφή παραγωγής της δέσμης, πρωτόνια επιταχύνονται σε ενέργεια 120 GeV από το σύγχροτρο Main Injector στο Fermilab και εξάγονται με περίοδο 8 μs με μία τεχνική απλού συντονισμού. Με ένα σύστημα μαγνητικών φακών η δέσμη των πρωτονίων οδηγείται στην περιοχή του στόχου, όπου προσπίπτει σε στόχο γραφίτου παράγοντας μεσόνια και κυρίως, πιόνια και καόνια. Αυτά τα τελευταία περνούν μέσα από το σωλήνα διάσπασης, αφού εστιαστούν μόνο τα θετικά φορτισμένα από αυτά στις δύο μαγνητικές χοάνες, μήκους 677 m και διασπόνται δίνοντας νετρίνα. Τα μιονικά νετρίνα της δέσμης προέρχονται από τη διάσπαση των π^+ και K^+. Όσα πρωτόνια δεν αλληλεπίδρασαν ή όσα μεσόνια δεν διασπάστηκαν και τα μιόνια της διάσπασης των μεσονίων απορροφούνται από τον απορροφητή αδρονίων που ακολουθεί το σωλήνα διάσπασης και το βράχο που μεσολαβεί μέχρι τον κοντινό ανιχνευτή. Μία σχηματική αναπαράσταση της περιοχής του στόχου φαίνεται στο Σχ.3.2 και κάποια γενικά χαρακτηριστικά της δέσμης φαίνονται στον Πίνακα 3.2. Στη συνέχεια θα δούμε αναλυτικότερα τα τμήματα της περιοχής του στόχου, τη διαδικασία παραγωγής της δέσμης καθώς και τα βασικά χαρακτηριστικά της δέσμης αυτής. Στο Σχ.3.3 φαίνεται μία εποπτική εικόνα της τοποθεσίας της περιοχής παραγωγής της δέσμης και του κοντινού ανιχνευτή, ενώ στο Σχ.3.4 φαίνεται μία γενική εικόνα του όλου πειράματος.

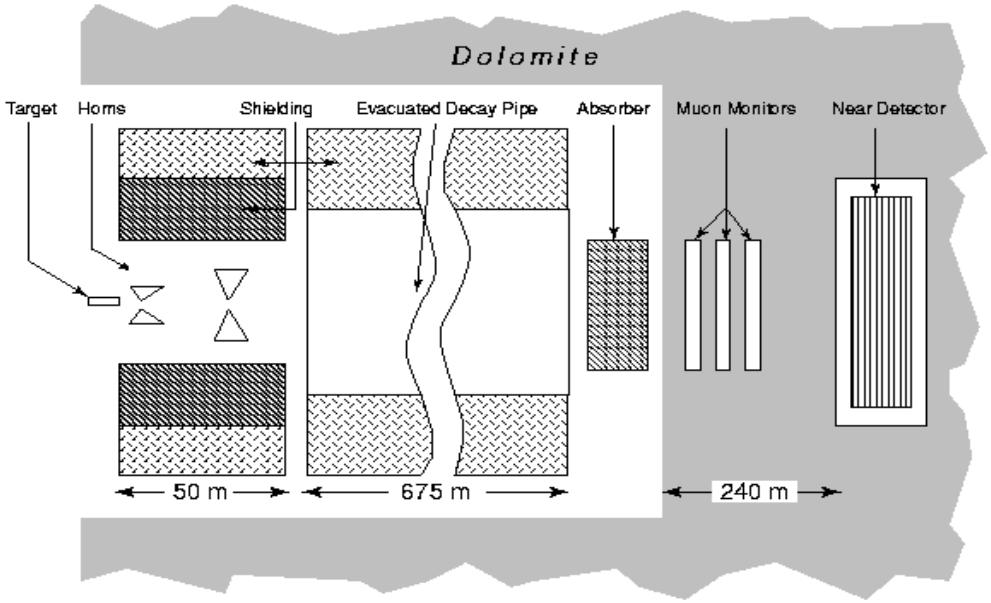


***Σχ.3.1**: Όρια των παραμέτρων ταλάντωσης που μπορεί να μελετήσει το πείραμα MINOS με τη χρήση του λόγου αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος προς ουδετέρου ρεύματος (θα το δούμε παρακάτω). Φαίνονται και οι τρεις διατάξεις δέσμης, στα χαρακτηριστικά των οποίων θα αναφερθούμε αργότερα, όπως επίσης και τα αποτελέσματα των πειραμάτων Kamiokande και Super Kamiokande (όρια υπολογισμένα για 10kt–yr)* [39].

Παράμετρος	**Τιμή**
Μάζα μακρινού ανιχνευτή (2 SMs)	5.4 μετρικοί τόνοι
Μάζα κοντινού ανιχνευτή	0.98 μετρικοί τόνοι
Επίπεδα σιδήρου	Οκταγωνικά πλάτος: 8 m, πάχος: 2.54 cm
Μαγνητικό πεδίο	Τοροειδές, 1.3 T σε ακτίνα 2 m
Ενεργά επίπεδα	Επίπεδα κατασκευασμένα από strips πλαστικού σπινθηριστή
Strips σπινθηριστή	πλάτος: 4.1 cm, πάχος: 1 cm
Απόσταση κοντινού ανιχνευτή από τον θάλαμο διάσπασης	317 m
Απόσταση μακρινού ανιχνευτή από τον θάλαμο διάσπασης	732 km

Ροή κοσμικών ακτίνων	270 Hz, κοντινός ανιχνευτής 1 Hz, μακρινός ανιχνευτής
Ενέργεια δέσμης νετρίνων (3 διατάξεις)	1 με 25 GeV
Ακρίβεια ενεργειακής βαθμονόμησης	5% απόλυτη, 2% σχετική
Διακριτική ικανότητα (η/μ καταιγισμού)	23% / √E (<5% σταθ. όρος)
Διακριτική ικανότητα (αδρόνια)	55% / √E (<7% σταθ. όρος)
Διακριτική ικανότητα (μιόνια)	<12%
Διαχωρισμός NC/CC	>85%
Διαχωρισμός e/π	Παράγοντας απόρριψης ~10^2
Ροή νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή	3 γεγονότα / spill (στο στόχο)
Ροή νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή	500 γεγονότα CC ν_μ / kt / yr (no osc.)
Αβεβαιότητα στη σχετική ροή	2%

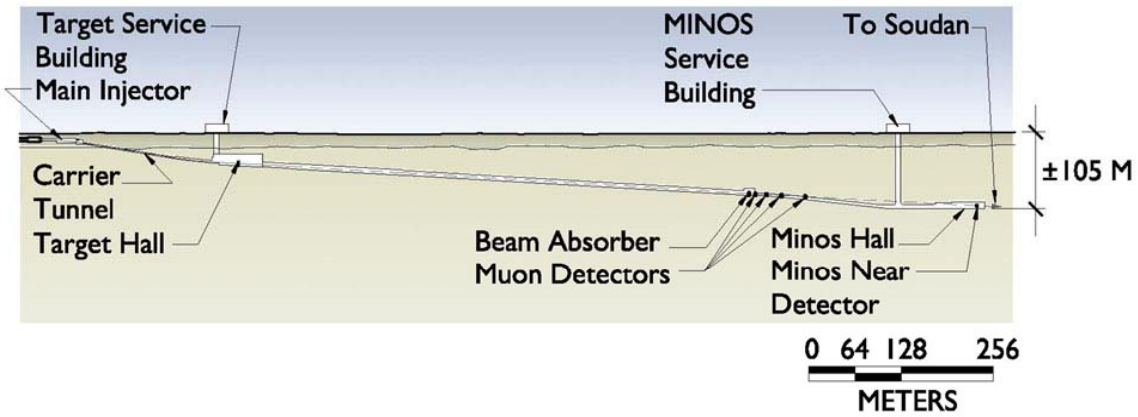
Πίνακας 3.1: *Γενικά λειτουργικά και κατασκευαστικά χαρακτηριστικά του πειράματος MINOS (υποθέτοντας $3.7 \cdot 10^{20}$ πρωτόνια στο στόχο ανά χρόνο)* [2].



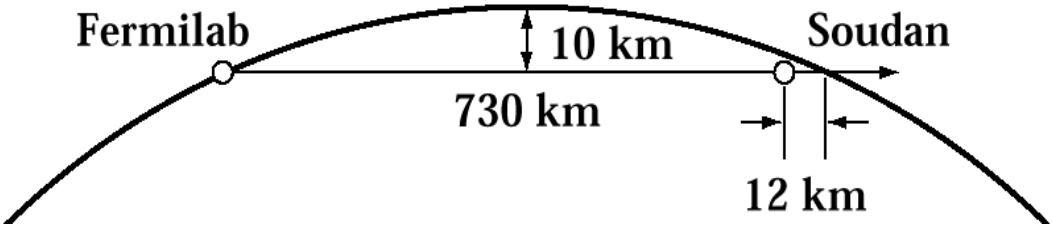
Σχ.3.2*: Η παραγωγή της δέσμης νετρίνων. Από αριστερά προς τα δεξιά, ο στόχος παραγωγής μεσονίων, ο σωλήνας διάσπασης, ο απορροφητής αδρονίων, το σύστημα παρακολούθησης της δέσμης και ο κοντινός ανιχνευτής* [40].

Ενέργεια πρωτονίων	120 GeV
Περίοδος δέσμης	1.9 s
Διάρκεια spill	8 μs
Διάρκεια spill	~5 batches x 84 bunches
Διάρκεια bunch	3–8 ns
Διάρκεια batch	84 bunches
Χρόνος ανάμεσα σε διαδοχικές bunches	18.8 nsec (53 MHz)
Πιθανότερη ενέργεια νετρίνων (PH2LE)	~3 GeV
Διατομή της δέσμης στο στόχο	σ : 0.7 mm (H) x 1.4 mm (V)
Πρωτόνια στο στόχο ανά παλμό	$4x10^{13}$ (max)
Πρωτόνια στο στόχο (POT) ανά χρόνο	$2.5x10^{20}$ (initially) $3.8x10^{20}$ (finally)
Σύσταση στόχου	Γραφίτης
Πυκνότητα στόχου	1.686 gr / cm^3
Μήκος στόχου	47 τμήματα των 20 mm με κενά των 0.3 mm
Πλάτος / ύψος στόχου	6.4 mm / 18 mm
Σχήμα μαγνητικών χοάνων (horns)	Διπλή παραβολή
Εσωτερικός αγωγός μαγν. χοάνων	Nickel plated aluminum
Εξωτερικός αγωγός μαγν. χοάνων	Anodized aluminum
Ένταση ρεύματος στις μαγν. χοάνες	200,000 A (μέγιστη)
Χοάνη 1: πάχος εσωτερικού αγωγού	2 mm (min) – 4.5 mm (max)
Χοάνη 1: πάχος εξωτερικού αγωγού	11.75 inch I.D. , 13.75 inch O.D.
Κενό στο σωλήνα διάσπασης	< 1 Torr
Μακρινός ανιχνευτής: Ρυθμός αλληλεπιδράσεων	500 Αλληλεπιδράσεις CC / kt / yr
Κοντινός ανιχνευτής (στόχος): Ρυθμός αλληλεπιδράσεων	3 Αλληλεπιδράσεις CC / spill
Απόσταση σωλήνα διάσπασης από τον μακρινό ανιχνευτή	732 km
Απόσταση σωλήνα διάσπασης από τον κοντινό ανιχνευτή	317 m
Μήκος σωλήνα διάσπασης	677.1 m
Εσωτερική διάμετρος σωλήνα διάσπασης	1.98 m
Παράθυρα σωλήνα διάσπασης	Upstream: ατσάλι πάχους 4.76 mm Downstream: ατσάλι πάχους 6.35 mm
Χοάνη 1: μήκος	300 cm (περιοχή εστίασης) 132 inch (συνολικό μήκος)
Χοάνη 2: μήκος	300 cm (περιοχή εστίασης) 132 inch (συνολικό μήκος)
Χοάνη 2: πάχος εσωτερικού αγωγού	3 mm (min) –5 mm (max)
Χοάνη 2: πάχος εξωτερικού αγωγού	29.134 inch I.D. , 31.134 inch O.D.

Πίνακας 3.2*: Χαρακτηριστικά της δέσμης νετρίνων της NuMI Facility* [12].



Σχ.3.3*: Η γεωγραφική διάταξη του πειράματος MINOS στην περιοχή του Fermilab.*



Σχ.3.4*: Η όλη διάταξη του πειράματος MINOS* [2].

3.2.1. Αρχική δέσμη πρωτονίων

Όπως είδαμε, η αρχική δέσμη που χρησιμοποιείται για την παραγωγή της δέσμης νετρίνων του πειράματος MINOS είναι η δέσμη πρωτονίων ενέργειας 120 GeV από το σύχνοτρο Main Injector του Fermilab. Η εξαγωγή της δέσμης από τον Main Injector πραγματοποιείται, όπως είδαμε, με μία μέθοδο απλού συντονισμού με περίοδο 8 μs. Συγκεκριμένα, η εξαγωγή πραγματοποιείται με μία διάταξη από τρεις μαγνήτες που αποσπά ένα μέρος της δέσμης που κυκλοφορεί στον Main Injector. Με αυτή τη διάταξη η εξαγωγή πραγματοποιείται σε ένα διάστημα 8 μs κάθε 1.9 s και αναμένεται να αποδίδει 2.5×10^{13} αρχικά πρωτόνια στο στόχο. Η εξαγχθείσα αυτή δέσμη πρωτονίων εστιάζεται και στρέφεται κατακόρυφα προς τα κάτω, μέσω μιας σειράς διπολικών μαγνητών και μαγνητικών τετραπόλων, προς την αίθουσα του στόχου που βρίσκεται σε βάθος περίπου 120

m. Τότε, με ένα σύστημα διπολικών μαγνητών η δέσμη πρωτονίων παίρνει μία κλίση 58 mrad ως προς την οριζόντια διεύθυνση, ώστε να κατευθύνεται προς τον μακρινό ανιχνευτή.

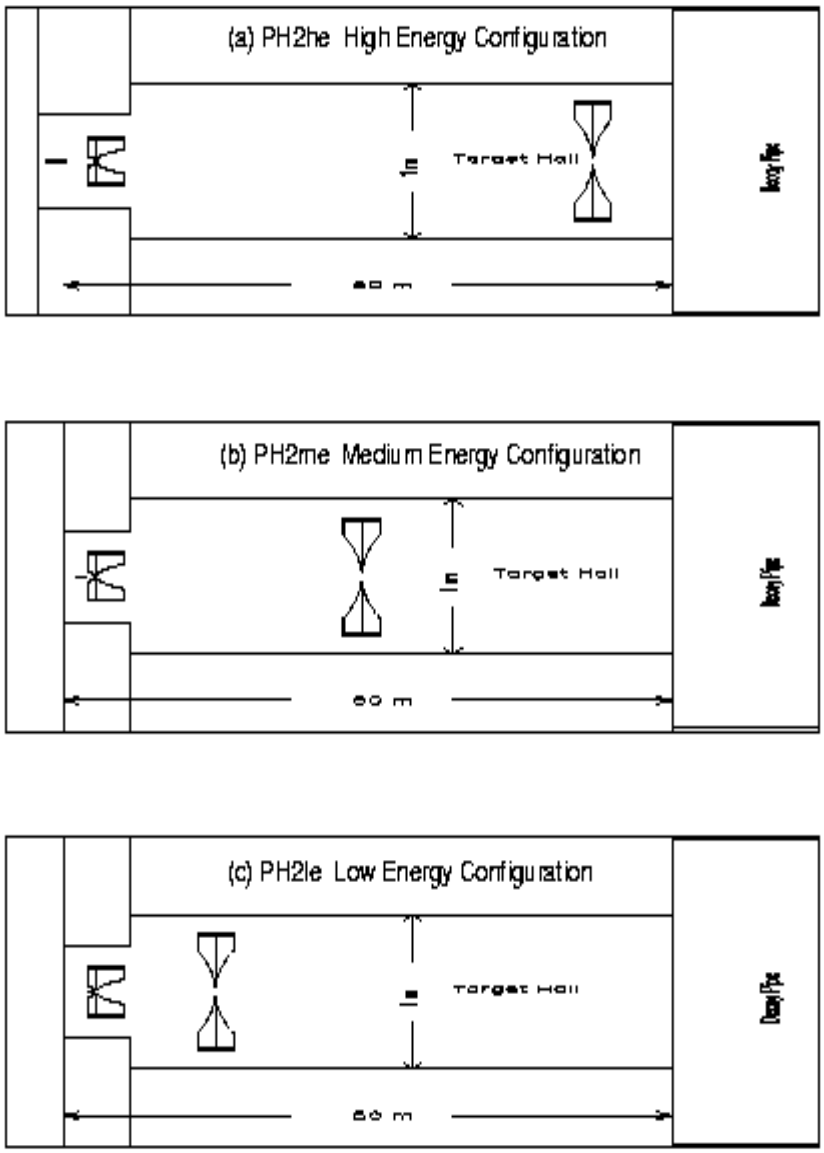
3.2.2. Στόχος

Ο στόχος είναι κατασκευασμένος από γραφίτη σε 47 τμήματα των 20 mm, τα οποία απέχουν μεταξύ τους 0.3 mm και έχει εγκάρσιες διαστάσεις 6.4 mm (πλάτος) και 18 mm (ύψος). Αυτή η γεωμετρία του στόχου μεγιστοποιεί τη ροή των δευτερογενώς παραγόμενων μεσονίων και ταυτόχρονα ελαχιστοποιεί την απορρόφησή τους από τον ίδιο το στόχο.

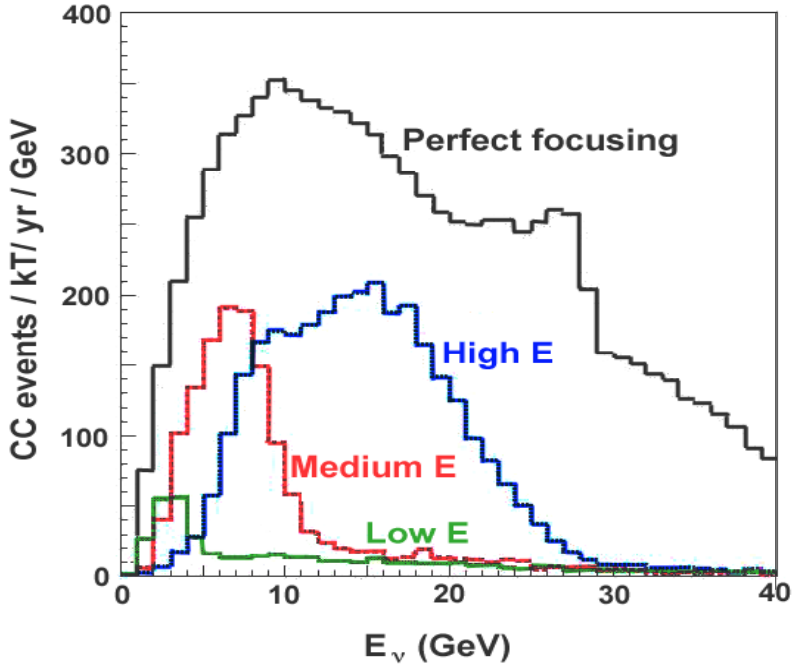
3.2.3. Μαγνητικές χοάνες

Το σύστημα των μαγνητικών χοάνων (horns) αποσκοπεί στην εστίαση των δευτερογενών μεσονίων και αποτελείται από δύο χοάνες από αλουμίνιο διπλού παραβολικού σχήματος. Τα ακριβή γεωμετρικά χαρακτηριστικά των δύο χοάνων φαίνονται στον Πίνακα 3.2. Το πάχος του εσωτερικού αγωγού κάθε χοάνης επηρεάζει την παραγόμενη ροή νετρίνων, καθώς τα δευτερογενή μεσόνια διέρχονται από αυτόν κατά την εστίασή τους. Επομένως το πάχος αυτού του αγωγού πρέπει να είναι όσο το δυνατό μικρότερο, με τον περιορισμό ότι πρέπει να έχει το κατάλληλο εκείνο πάχος ώστε να μην καταστραφεί από τη θερμότητα που αναπτύσσεται λόγω του ισχυρού ρεύματος που διαρρέει τη χοάνη. Το ρεύμα αυτό απαιτείται για την δημιουργία του μαγνητικού πεδίου στην κάθε χοάνη για την εστίαση των δευτερογενών μεσονίων. Το μαγνητικό πεδίο είναι τέτοιο ώστε να εστιάζονται μόνο τα θετικά φορτισμένα πιόνια και καόνια. Για την αποφυγή υπερθέρμανσης των αγωγών της κάθε χοάνης, το ρεύμα αυτό, το οποίο είναι έντασης 200,000 A, διαρρέει περιοδικά την κάθε χοάνη. Όπως είναι φυσικό, αυτή η ένταση διαρκεί για όσο διάστημα διαρκεί η spill (περίπου 8 μs, όπως είδαμε) και επαναλαμβάνεται σύμφωνα με την περίοδο της δέσμης, δηλαδή κάθε 1.9 s (Πίνακας 3.2). Το μαγνητικό πεδίο στην κάθε χοάνη είναι τοροειδές και δρα σε πρώτη τάξη σαν φακός με εστιακό μήκος ανάλογο της ορμής του φορτισμένου μεσονίου. Επομένως, η επιλογή της θέσης του στόχου σε σχέση με την πρώτη χοάνη επιλέγει αυτόματα μια περιοχή ορμών. Πρέπει εδώ, λοιπόν, να σημειώσουμε ότι η αλλαγή της ενέργειας της δέσμης επιτυγχάνεται με την αλλαγή της σχετικής θέσης των δύο μαγνητικών χοάνων και του στόχου ώστε να εστιάζονται δευτερογενή μεσόνια διαφορετικών ορμών. Έτσι έχουν

πραγματοποιηθεί μελέτες για την παραγωγή τριών δεσμών νετρίνων, μιας δέσμης χαμηλής ενέργειας (LE), μιας δέσμης μέσης ενέργειας (ME) και μιας δέσμης υψηλής ενέργειας (HE). Οι τρεις διατάξεις για τις τρεις ανωτέρω δέσμες νετρίνων φαίνονται στο Σχ.3.5. Επίσης, τα αναμενόμενα φάσματα για αυτές τις δέσμες φαίνονται στο Σχ.3.6.



Σχ.3.5: *Οι τρεις διατάξεις της δέσμης NuMI (σχετικές θέσεις στόχου–μαγνητικών χοάνων). Από πάνω προς τα κάτω, διάταξη υψηλής, μέσης και χαμηλής ενέργειας. Στη διάταξη χαμηλής ενέργειας ο στόχος είναι μέσα στην πρώτη μαγνητική χοάνη* [40].



***Σχ.3.6**: Ενεργειακό φάσμα της δέσμης νετρίνων NuMI για τις τρεις διατάξεις των στοιχείων της δέσμης. Φαίνεται και το φάσμα για την Perfect focusing το οποίο αναφέρεται στην περίπτωση της ιδανικής εστίασης.*

3.2.4. Σωλήνας διάσπασης και απορροφητές αδρονίων και μιονίων

Τα παραγόμενα στο στόχο και εστιασμένα δευτερογενή μεσόνια εισέρχονται στο σωλήνα διάσπασης στον οποίο μπορούν να διασπαστούν παράγοντας νετρίνα. Ο σωλήνας αυτός είναι υψηλού κενού (πίεση < 1 Torr) για να μειωθούν οι απώλειες δέσμης λόγω απορρόφησης των δευτερογενών μεσονίων. Οι διαστάσεις του σωλήνα καθορίζονται έτσι ώστε να είναι μέγιστος ο αριθμός των δευτερογενών μεσονίων που διασπώνται πριν συναντήσουν τον απορροφητή αδρονίων και μιονίων και ταυτόχρονα, να είναι ελάχιστος ο αριθμός αυτών που απορροφούνται στα τοιχώματα του σωλήνα και να κρατηθεί το κόστος κατασκευής του σωλήνα σε λογικά επίπεδα. Το μήκος του σωλήνα διάσπασης είναι 677.1 m. Σε αυτή την απόσταση θα πρέπει να προστεθούν και τα 50 m ανάμεσα στο στόχο και στην αρχή του σωλήνα διάσπασης, επομένως τα δευτερογενή μεσόνια έχουν συνολικά ένα μήκος 727.1 m για να διασπαστούν. Από την άλλη πλευρά, η διάμετρος του σωλήνα διάσπασης είναι 1.98 m, που είναι αρκετή ώστε η απορρόφηση των δευτερογενών μεσονίων από τα τοιχώματα του σωλήνα να μην είναι σημαντική. Τέλος, αξίζει να σημειωθεί ότι τσιμέντο πάχους 2 m περιβάλλει το σωλήνα διάσπασης για την προστασία των υπογείων υδάτων από τη ραδιενέργεια. Επίσης, στο τέλος του σωλήνα διάσπασης πρέπει να τοποθετηθούν απορροφητές αδρονίων

και μιονίων στους οποίους τα μη αλληλεπιδρώντα στο στόχο πρωτόνια, τα δευτερογενή μεσόνια που δεν έχουν διασπαστεί και σε μικρό ποσοστό τα μιόνια από τις διασπάσεις των μεσονίων απορροφώνται, μετατρέποντας την ενέργειά τους σε θερμότητα. Ο κύριος όγκος των μιονίων από τις διασπάσεις των μεσονίων θα απορροφηθεί στο βράχο, μήκους περίπου 300 m, που μεσολαβεί ανάμεσα στην έξοδο του σωλήνα διάσπασης και τον κοντινό ανιχνευτή. Ο απορροφητής αδρονίων και μιονίων αποτελείται από ένα πυρήνα από οχτώ φύλλα αλουμινίου, πάχους 30.48 cm το καθένα, ακολουθούμενα από δέκα φύλλα σιδήρου πάχους 23.12 cm το καθένα. Ο πυρήνας αυτός, που φυσικά ψύχεται με κυκλοφορία νερού, περιβάλλεται από μέταλλο και τσιμέντο.

3.2.5. Συστήματα παρακολούθησης της δέσμης

Το σύστημα παρακολούθησης της δέσμης νετρίνων σκοπό έχει τη συνεχή μέτρηση και εκτίμηση της ποιότητας της δέσμης νετρίνων που φτάνει στους ανιχνευτές. Αυτό επιτυγχάνεται με τη μέτρηση της ροής και της χωρικής κατανομής των αδρονίων αμέσως πριν τον απορροφητή αδρονίων, στο τέλος του σωλήνα διάσπασης, καθώς και της ροής και της χωρικής κατανομής των μιονίων σε διάφορα σημεία της διαδρομής τους από τον απορροφητή αδρονίων ως τον κοντινό ανιχνευτή. Οι αλλαγές στην ποιότητα και τη σύσταση της δέσμης θα σχετίζονται με προβλήματα στο στόχο ή στην αρχική δέσμη. Για την ανίχνευση τυχόν διακυμάνσεων, η ροή μιονίων θα κανονικοποιείται ως προς τη ροή πρωτονίων στο στόχο, ενώ τα μετρούμενα προφίλ δέσμης θα συγκρίνονται με καθορισμένα τυπικά προφίλ. Οι μετρήσεις αυτές θα μπορούν να συνδυάζονται με τους μετρούμενους ρυθμούς και τα χωρικά προφίλ αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή του MINOS, αφού η δέσμη νετρίνων NuMI έχει αρκετά μεγάλη ένταση για να παράγει τον απαιτούμενο ρυθμό αλληλεπιδράσεων. Τόσο οι ανιχνευτές αδρονίων όσο και οι ανιχνευτές μιονίων αποτελούνται από θαλάμους ιονισμού κεραμικών pads (PICs) σε τετραγωνικές διατάξεις. Ο ανιχνευτής αδρονίων έχει διαστάσεις 125 cm x 125 cm και αποτελείται από μία τετραγωνική διάταξη 7 x 7 PICs. Οι ανιχνευτές μιονίων τοποθετούνται σε τρία επίπεδα και σε κάθε επίπεδο ο κάθε ανιχνευτής έχει διαστάσεις 2 m x 2 m και αποτελείται από μια τετραγωνική διάταξη 9 x 9 PICs.

3.3. Ανιχνευτές του πειράματος MINOS

Όπως είδαμε και παραπάνω, στο πείραμα MINOS χρησιμοποιούνται δύο ανιχνευτές. Ο κύριος ανιχνευτής (μακρινός) είναι τοποθετημένος 713 m κάτω από την επιφάνεια της γης στο παλιό ορυχείο σιδήρου του Soudan, που βρίσκεται περίπου 735 km μακριά από την πηγή των νετρίνων στο εργαστήριο του Fermilab. Σε απόσταση περίπου 1 km από την πηγή νετρίνων και σε μικρό βάθος από την επιφάνεια της γης βρίσκεται ο κοντινός ανιχνευτής, ο οποίος αποτελεί ως προς τη βασική αρχή λειτουργίας μία μικρογραφία του μακρινού ανιχνευτή. Στην παράγραφο αυτή θα εξετάσουμε τα βασικά κατασκευαστικά και λειτουργικά χαρακτηριστικά για καθ'ένα ανιχνευτή, ενώ στο επόμενο κεφάλαιο θα αναφερθούμε στον μακρινό ανιχνευτή με μεγαλύτερη λεπτομέρεια.

3.3.1. Ο κοντινός ανιχνευτής

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, ο κοντινός ανιχνευτής είναι μία μικρογραφία του μακρινού ανιχνευτή. Η ομοιότητα στο σχεδιασμό του κοντινού ανιχνευτή με αυτόν του μακρινού επιβάλλεται από την ανάγκη για περιορισμό των συστηματικών σφαλμάτων. Προς αυτό, χρησιμοποιώντας τον κοντινό ανιχνευτή ως αναφορά για τον μακρινό, τα χαρακτηριστικά των δύο ανιχνευτών πρέπει να είναι όσο το δυνατό όμοια και οι επιπτώσεις από τις όποιες αναπόφευκτες διαφορές πρέπει να είναι καλά κατανοητές. Η φιλοσοφία πίσω από την επιλογή της κατασκευής δύο ανιχνευτών είναι να υπάρχει μια απευθείας μέτρηση του ρυθμού και των χαρακτηριστικών των αλληλεπιδράσεων νετρίνων, πριν αυτά ταλαντωθούν. Οι μετρήσεις αυτές μπορούν τότε να συγκριθούν με τις αντίστοιχες μετρήσεις στον μακρινό ανιχνευτή για να διαπιστωθεί κατά πόσο υπάρχουν ταλαντώσεις. Έτσι θα μειωθεί σε μεγάλο ποσοστό η εξάρτηση από το Monte Carlo, αφού τα δεδομένα του κοντινού ανιχνευτή (και όχι το Monte-Carlo) θα μας δώσει την αναμενόμενη ροή στο μακρινό ανιχνευτή. Για να λειτουργήσει βέβαια μια τέτοια προσέγγιση, τα χαρακτηριστικά της δέσμης και των ανιχνευτών, καθώς και το πειραματικό περιβάλλον στις δύο θέσεις των ανιχνευτών, πρέπει να είναι όσο το δυνατόν πιο όμοια και οι τυχόν διαφορές να είναι πλήρως κατανοητές. Οι σημαντικότερες διαφορές των δύο ανιχνευτών είναι:

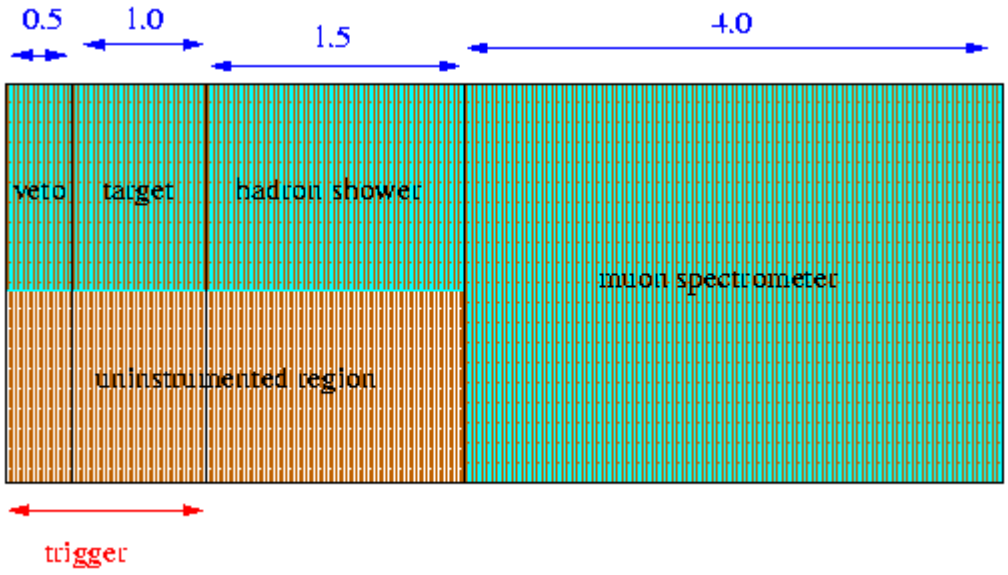
i. Το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων είναι λίγο διαφορετικό στις τοποθεσίες του κοντινού και μακρινού ανιχνευτή. Η διαφορά αυτή οφείλεται κύρια στην μεγάλη απόσταση των δύο ανιχνευτών και συγκεκριμένα, στην πολύ μεγάλη διαφορά της απόστασής τους από την πηγή των νετρίνων.

ii. Ο ρυθμός αλληλεπιδράσεων στον κοντινό ανιχνευτή είναι πολύ μεγαλύτερος σε σχέση με τον μακρινό ανιχνευτή, λόγω της πολύ μικρότερης απόστασης του κοντινού ανιχνευτή από την πηγή των νετρίνων.
iii. Όπως είδαμε και παραπάνω, ο κοντινός ανιχνευτής είναι σε πολύ μικρότερο βάθος σε σχέση με τον μακρινό ανιχνευτή και κατά συνέπεια, περισσότερο εκτεθειμένος στις κοσμικές ακτίνες.

Οι διαφορές στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων προέρχονται από την κινηματική της διάσπασης των π και K, αφού ένα νετρίνο που εκπέμπεται σε μεγαλύτερη γωνία έχει μικρότερη ενέργεια και από το γεγονός ότι τα νετρίνα μικρότερης ενέργειας τείνουν να παραχθούν πιο κοντά στο στόχο λόγω του μικρού χρόνου ζωής του αρχικού π ή K. Επομένως, οι διαφορές στο φάσμα των νετρίνων είναι πλήρως κατανοητές. Από την άλλη μεριά, αν χρησιμοποιηθούν γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων μόνο από την κεντρική περιοχή της δέσμης (ακτίνας ~25 cm) οι διαφορές στο ενεργειακό φάσμα των νετρίνων ελαχιστοποιούνται, όπως είναι φυσικό. Οι διαφορές στη ροή θα αντιμετωπιστούν με τα κατάλληλα ηλεκτρονικά που θα αποτρέπουν την καταγραφή αλληλοεπικαλυπτόμενων γεγονότων στον κοντινό ανιχνευτή καθώς και τη συσσώρευση γεγονότων από το σύστημα ανάγνωσης. Όσον αφορά στο υπόβαθρο από την κοσμική ακτινοβολία, αν και στον κοντινό ανιχνευτή είναι περίπου χίλιες φορές μεγαλύτερο σε σχέση με τον μακρινό ανιχνευτή, οι απόλυτοι ρυθμοί και στις δύο αυτές τοποθεσίες είναι χαμηλοί. Άλλωστε στην ελαχιστοποίηση της επίδρασης αυτής της διαφοράς συμβάλλει και ο μικρός ωφέλιμος κύκλος λειτουργίας της δέσμης (μικρότερος του 10^{-3}). Το σχήμα του κοντινού ανιχνευτή είναι ένα επίμηκες οκτάγωνο ύψους 3.8 m και πλάτους 4.8 m. Αποτελείται από τέσσερις λειτουργικά διαφορετικές περιοχές:

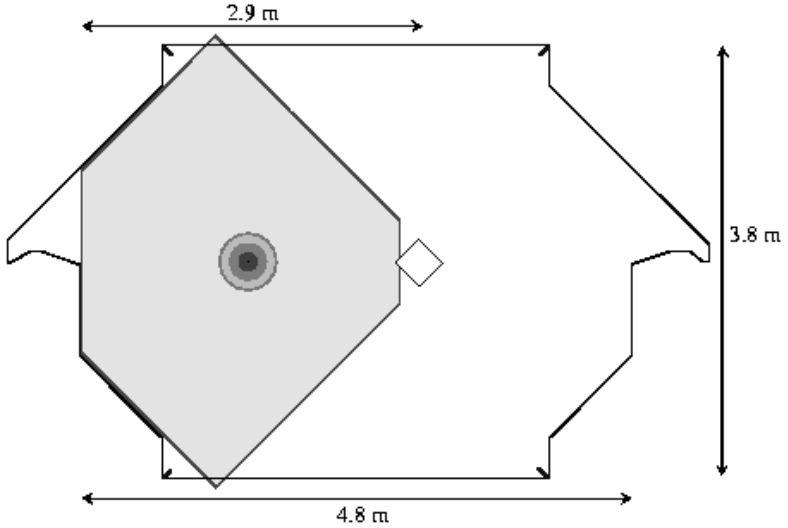
i. Την περιοχή του βέτο
ii. Την περιοχή του στόχου
iii. Την περιοχή του αδρονικού καταιγισμού
iv. Τον φασματογράφο μιονίων

Μία πλάγια άποψη του κοντινού ανιχνευτή, στην οποία διακρίνονται τα ανωτέρω τμήματα, δίνεται στο Σχ.3.7. Στο σχήμα αυτό φαίνονται και τα πάχη των τμημάτων αυτών σε m. Το τμήμα του βέτο αποτελείται από ατσάλι πάχους 0.5 m και οι αλληλεπιδράσεις νετρίνων σε αυτό δεν χρησιμοποιούνται λόγω πιθανής επιδράσης από το άκρο του ανιχνευτή. Ο στόχος αποτελείται απο ατσάλι πάχους 1 m και οι αλληλεπιδράσεις νετρίνων σε αυτόν χρησιμοποιούνται για τη σύγκριση με τον μακρινό ανιχνευτή. Το τμήμα του αδρονικού καταιγισμού αποτελείται από ατσάλι πάχους 1.5 m, που είναι αρκετό ώστε να περιέχει όλους τους καταιγισμούς από τις αλληλεπιδράσεις νετρίνων στο στόχο. Το τελευταίο τμήμα του ανιχνευτή, ο φασματογράφος μιονίων, χρησιμεύει για να περιέχει τις τροχιές των μιονίων και



***Σχ.3.7**: Μία πλάγια άποψη του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS, στην οποία φαίνονται τα διαφορετικής λειτουργικότητας τμήματά του. Τα μήκη είναι σε m* [2].

στη μέτρηση της ορμής τους από την εμβέλεια και την καμπυλότητά τους αντίστοιχα. Το πάχος του καθορίζεται από την ακρίβεια στη μέτρηση, που πρέπει να προσομοιάζει αυτή του μακρινού ανιχνευτή και είναι 4 m ατσαλιού. Επίσης, στο Σχ.3.8 φαίνεται μία κάθετη τομή του κοντινού ανιχνευτή στην περιοχή του στόχου. Σκιασμένη είναι η περιοχή από την οποία θα χρησιμοποιηθούν τα γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων για σύγκριση με τον μακρινό ανιχνευτή. Ο τρόπος χρήσης του ενεργού μέρους του ανιχνευτή, καθώς και ο τρόπος ανάγνωσης και καταγραφής δεδομένων, είναι κοινός στα τρία πρώτα τμήματα του κοντινού ανιχνευτή. Αντίθετα, στο φασματογράφο μιονίων, επειδή η ακρίβεια στη μέτρηση της ορμής των μιονίων από την καμπυλότητά τους καθορίζεται από την πολλαπλή σκέδαση Coulomb, οι απαιτήσεις ανάγνωσης του τμήματος αυτού δεν είναι τόσο υψηλές όσο των τριών πρώτων, οπότε χρησιμοποιείται ενεργός ανιχνευτής μόνο κάθε τέταρτο επίπεδο ατσαλιού στο τμήμα αυτό. Η εγκάρσια ανάπτυξη ενός αδρονικού καταιγισμού φτάνει περίπου το μισό μέτρο στις ενέργειες και το είδος του ανιχνευτή που έχουμε, οπότε μόνο ένα μικρό μέρος της επιφάνειας του κοντινού ανιχνευτή (περίπου το ¼ της επιφάνειας του επιπέδου ατσαλιού), στα τρία πρόσθια τμήματά του, απαιτείται να καλυφθεί με ενεργό υλικό. Για να μετρηθεί το φάσμα των αλληλεπιδράσεων νετρίνων μέχρι απόσταση περίπου 1 m από τον άξονα της δέσμης, θα γίνεται ανάγνωση και καταγραφή γεγονότων μόνο από μια περιοχή 2.8x2.8 m^2. Επιπροσθέτως, για κάθε πέμπτο επίπεδο σπινθηριστή θα υπάρχει μεγαλύτερη κάλυψη της επιφάνειας του



***Σχ.3.8**: Κάθετη τομή του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS στο τμήμα του στόχου. Γραμμοσκιασμένη είναι η περιοχή από την οποία θα χρησιμοποιηθούν τα γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων για σύγκριση με τον μακρινό ανιχνευτή* [2].

ανιχνευτή, για την ανίχνευση τροχιών και αλληλεπιδράσεων και εκτός της κεντρικής περιοχής. Το ενεργό τμήμα του κοντινού ανιχνευτή είναι παρόμοιο με αυτό του μακρινού ανιχνευτή. Τα βασικά του συστατικά είναι λωρίδες (strips) από στερεό σπινθηριστή πλάτους 4 cm, με μία ίνα μετατόπισης φάσματος (fiber) ενσωματωμένη σ'αυτές. Εξαιτίας των υψηλών ρυθμών αλληλεπιδράσεων και του μικρού συνολικού αριθμού καναλιών, κάθε λωρίδα σπινθηριστή στα τρία πρόσθια τμήματα θα διαβάζεται χωριστά. Το μήκος της κάθε λωρίδας είναι μεταβλητό, αντίστοιχα με το σχήμα του επιπέδου ατσαλιού και τη θέση της και κυμαίνεται από 1.5 m έως 2.7 m. Στο τμήμα του φασματογράφου μιονίων όλη η επιφάνεια του ανιχνευτή καλύπτεται από σπινθηριστή και χρησιμοποιείται ανάγνωση με πολυπλεξία 4x (το σήμα από 4 διαφορετικά strips οδηγείται στο ίδιο pixel φωτοπολλαπλασιαστή). Όλες οι λωρίδες σπινθηριστή του κοντινού ανιχνευτή διαβάζονται από την μια άκρη μόνο και ο προσανατολισμός τους εναλλάσσεται από επίπεδο σε επίπεδο, όντας πάντα σε γωνία 45^0 ως προς την κατακόρυφο. Στον Πίνακα 3.3 δίνονται ορισμένα βασικά χαρακτηριστικά τόσο για τον κοντινό όσο και για τον μακρινό ανιχνευτή. Σημειώνουμε ότι, οι fibers των strips των ενεργών επιπέδων του κοντινού ανιχνευτή διαβάζονται, όπως είδαμε, μόνο από το ένα άκρο τους, σε αντίθεση με το μακρινό ανιχνευτή που διαβάζονται και από τα δύο άκρα τους. Επίσης, στον κοντινό ανιχνευτή χρησιμοποιούνται οι φωτοπολλαπλασιαστές R5900U-00-M64 (M64), ενώ στον μακρινό ανιχνευτή

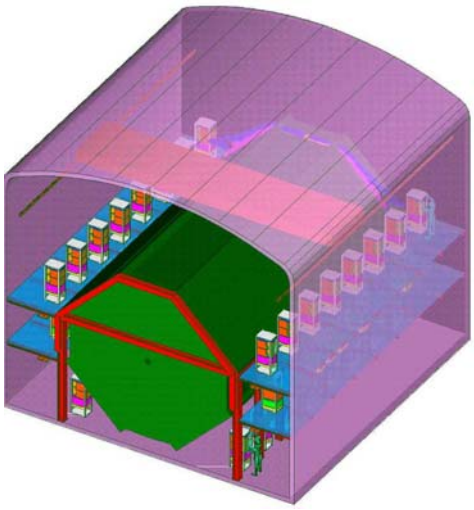
χρησιμοποιούνται, όπως θα δούμε, οι R5900U-00-M16 (M16). Θα μιλήσουμε στο επόμενο κεφάλαιο για τους φωτοπολλαπλασιαστές του πειράματος MINOS.

Ποσότητα	Επίπεδο Μακρινού Ανιχνευτή	Μακρινός Ανιχνευτής	Κοντινός Ανιχνευτής
Αριθμός επιπέδων σπινθηριστή	1	484	153
Εμβαδόν επιπέδων σπινθηριστή (m^2)	53	25562	2300
Μάζα σπινθηριστή (kg)	540	261360	24000
Αριθμός strips σπινθηριστή	192	92928	11616
Μήκος strips σπινθηριστή (m)	1293	625812	56000
Μήκος οπτικών ινών WLS (m)	1485	718740	60000
Αριθμός φωτοπ/στών M–16	3	1452	0
Αριθμός φωτοπ/στών M–64	0	0	194
Αριθμός pixel φωτοπ/στή	48	23232	12416
Αριθμός ηλεκτρονικών καναλιών	48	23232	9240
Αριθμός κουτιών πολυπλεξίας	1	484	194
Αριθμός pixels με x8 πολυπλεξία	48	23232	0
Αριθμός pixels χωρίς πολυπλεξία	0	0	8448
Αριθμός pixels με x4 πολυπλεξία	0	0	3968
Μήκος λευκών οπτικών ινών (m)	1640	793760	30000

***Πίνακας 3.3**: Βασικά χαρακτηριστικά των δύο ανιχνευτών του πειράματος MINOS* [41].

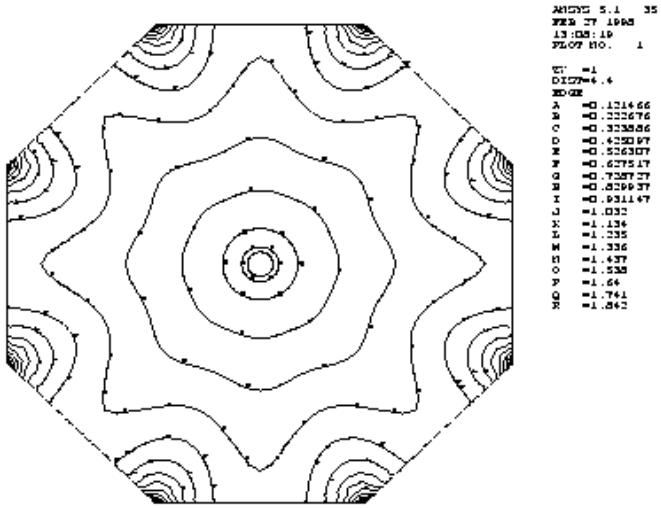
3.3.2. Ο μακρινός ανιχνευτής

Στην παράγραφο αυτή θα γίνει μια συνολική περιγραφή του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS, μία άποψη του οποίου φαίνεται στο Σχ.3.9, ενώ τα επιμέρους στοιχεία του θα περιγραφούν με μεγαλύτερη λεπτομέρεια στο επόμενο κεφάλαιο. Όπως είδαμε και παραπάνω, ο μακρινός ανιχνευτής είναι ένα μαγνητισμένο, δειγματοληπτικό καλορίμετρο σιδήρου συνολικής μάζας 5.4 kt με πλαστικό σπινθηριστή ως ενεργό υλικό. Η βασική μονάδα (module) του μακρινού ανιχνευτή είναι ένα επίπεδο σιδήρου, οχταγωνικού σχήματος, με μέγιστο πλάτος και ύψος 8 m και πάχος 2.54 cm (1 inch) ακολουθούμενο από ένα επίπεδο πλαστικού σπινθηριστή, οκταγωνικού επίσης σχήματος, ιδίων εγκάρσιων

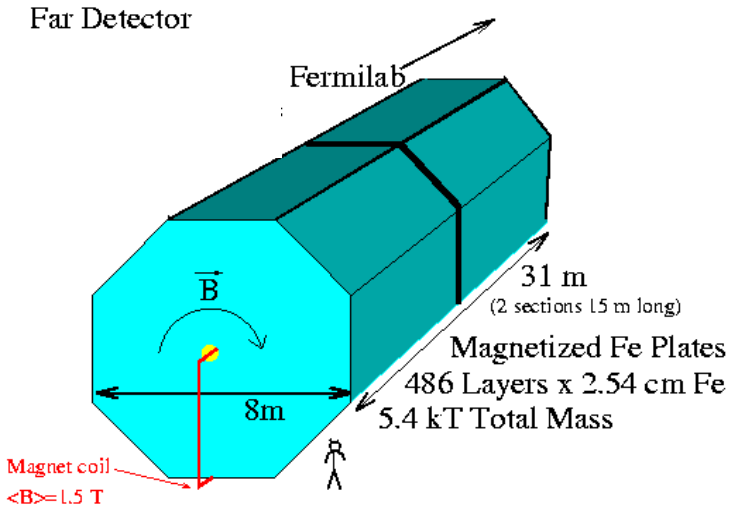


***Σχ.3.9**: Μία συνολική εικόνα ενός supermodule του μακρινού ανιχνευτή, στην τελική του μορφή, σε στοά του ορυχείου Soudan στη Minnesota.*

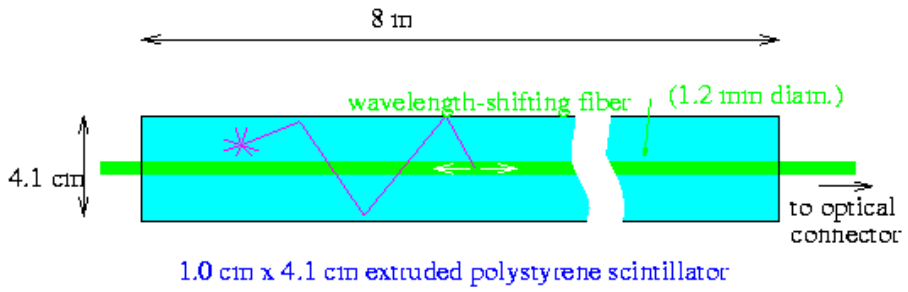
διαστάσεων και πάχους 1 cm. Η επανάληψη 242 τέτοιων δομικών μονάδων, με επίπεδα πλαστικού σπινθηριστή εναλλασσόμενης διεύθυνσης u και v (θα το δούμε στη συνέχεια) σε διαδοχικά επίπεδα και με ένα πρόσθετο επίπεδο σιδήρου στο τελευταίο άκρο, αποτελεί ένα ολοκληρωμένο τμήμα (supermodule) του ανιχνευτή. Κάθε επίπεδο του πλαστικού σπινθηριστή αποτελείται από 192 παράλληλες λωρίδες (strips) δεδομένης διεύθυνσης (ο προσανατολισμός των strips εναλλάσσεται κατά 90^0 – διευθύνσεις u και v – σε διαδοχικά επίπεδα), με πλάτος 4.1 cm, πάχος 1 cm και μήκος ανάλογα με τη θέση τους στο επίπεδο (μέγιστη τιμή, προφανώς, 8 m). Ο πλαστικός αυτός σπινθηριστής αποτελεί ένα μίγμα πολυστυρενίου εμπλουτισμένου με 1% PPO και 0.03% POPOP. Ο μακρινός ανιχνευτής αποτελείται από δύο supermodules. Στο κέντρο κάθε supermodule και κατά μήκος του υπάρχει ένας οριζόντιος δίαυλος από τον οποίο διέρχεται ρευματοφόρος αγωγός. Αυτός ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα έντασης 15 kA, δημιουργώντας στα επίπεδα του σιδήρου τοροειδές μαγνητικό πεδίο μέσης έντασης 1.5 Tesla. Στο Σχ.3.10 φαίνεται η μορφή του μαγνητικού αυτού πεδίου σε ένα επίπεδο σιδήρου, ενώ στο Σχ.3.11 φαίνονται τα supermodules του μακρινού ανιχνευτή. Κάθε strip σπινθηριστή φέρει ένα αυλάκι κατά μήκος του στο οποίο είναι ενσωματωμένη μια οπτική ίνα (fiber) μετακίνησης φάσματος (Wave Length Shifting fiber, WLS), διαμέτρου 1.2 mm, για να παγιδεύει, να μετακινεί το φάσμα και να μεταφέρει το παραγόμενο φως στις δύο άκρες της. Μία τέτοια διάταξη φαίνεται στο Σχ.3.12. Για δομικούς λόγους τα κανάλια σπινθηριστή κάθε επιπέδου είναι οργανωμένα σε ομάδες των 20 ή 28 καναλιών (scintillator modules) και περιβάλλονται με ένα κοινό φύλο αλουμινίου για την οπτική μόνωσή τους. Κάθε scintillator module διαθέτει σε κάθε άκρο του σύστημα συγκέντρωσης των WLS fibers όλων των καναλιών σε ένα οπτικό σύνδεσμο από όπου τα φωτεινά



Σχ.3.10*: Απεικόνιση του μαγνητικού πεδίου σε ένα επίπεδο σιδήρου του μακρινού ανιχνευτή* [2] .

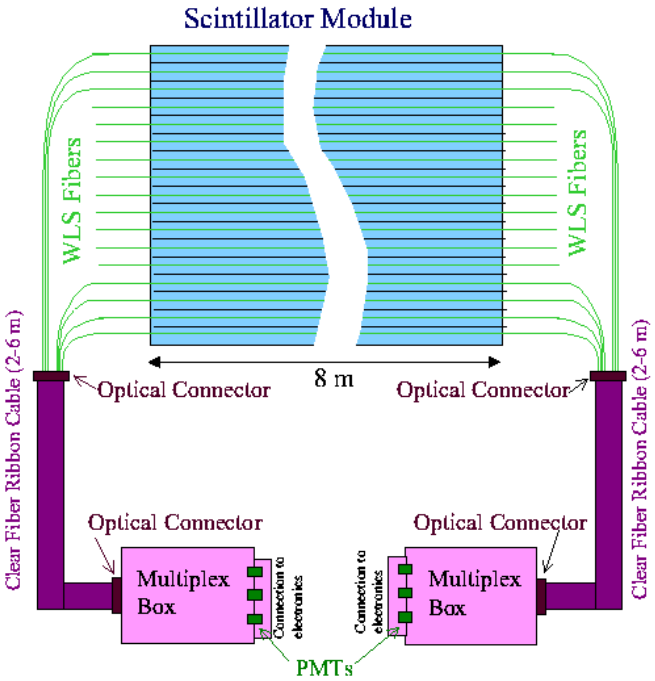


Σχ.3.11*: Απεικόνιση των δύο supermodules του μακρινού ανιχνευτή* [2].



Σχ.3.12*: Η αρχή λειτουργίας μιας οπτικής ίνας μετατόπισης φάσματος (WLS)* [2].

σήματα μεταφέρονται στους φωτοπολλαπλασιαστές μέσω ομαδοποιημένων λευκών οπτικών ινών. Συνολικά υπάρχουν έξι διαφορετικοί τύποι scintillator modules στον μακρινό ανιχνευτή. Σε κάθε επίπεδο σπινθηριστή δεδομένου προσανατολισμού του ανιχνευτή χρησιμοποιούνται οχτώ scintillator modules, τέσσερα των 20 καναλιών και τέσσερα των 28 καναλιών (4x20+4x28=192, που είναι ο συνολικός αριθμός strips του επιπέδου), τα οποία λόγω συμμετρίας ανήκουν σε τέσσερις από τους έξι διαφορετικούς τύπους scintillator modules. Ένα scintillator module δίνεται στο Σχ.3.13. Η διέλευση ενός φορτισμένου σωματίου,

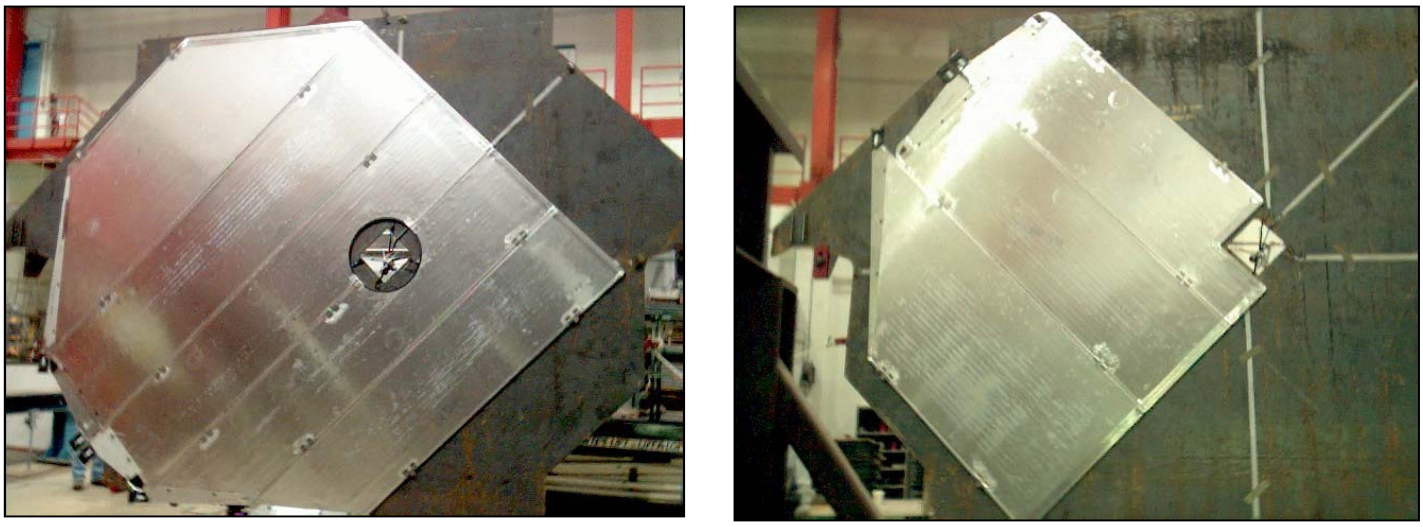


Σχ.3.13*: Αναπαράσταση ενός scintillator module* [2].

που δημιουργήθηκε από ένα γεγονός στον μακρινό ανιχνευτή, μέσα από ένα strip σπινθηρισμού παράγει φωτόνια μήκους κύματος στην περιοχή του μπλε, τα οποία κινούνται στο εσωτερικό του οπτικά διαφανούς σπινθηριστή και φτάνουν στον WLS fiber. Ένα κλάσμα αυτών των φωτονίων επανεκπέμπονται από τον fiber αυτό σε μεγαλύτερο μήκος κύματος, στην περιοχή του πράσινου. Το φως αυτό μεταφέρεται τότε στους οπτικούς συνδέσμους, στα δύο άκρα κάθε fiber, όπου μέσω των λευκών οπτικών ινών, που είδαμε παραπάνω, οδηγούνται στα κουτιά πολυπλεξίας, τα οποία φαίνονται στο Σχ.3.13 και τα οποία περιέχουν τους M16 φωτοπολλαπλασιαστές του μακρινού ανιχνευτή, που θα δούμε στο επόμενο κεφάλαιο. Οκτώ διαφορετικές οπτικές ίνες, μία από καθ'ένα από τα οχτώ scintillator modules ενός επιπέδου σπινθηριστή, οδηγούνται στο ίδιο pixel ενός φωτοπολλαπλασιαστή. Η προκύπτουσα οκταπλή αβεβαιότητα μπορεί να λυθεί στο επίπεδο του software της ανάλυσης, χρησιμοποιώντας το γεγονός ότι η ακριβής αντιστοιχία ίνας–pixel είναι διαφορετική στα δύο άκρα του κάθε strip. Επιπρόσθετα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί πληροφορία ύψους παλμού και χρονισμού από γειτονικά επίπεδα για την ανεξάρτητη επίλυση της αβεβαιότητας. Όπως είδαμε παραπάνω, ο μακρινός ανιχνευτής απέχει από την πηγή των νετρίνων 735 km, μία απόσταση που επελέγη ώστε το πείραμα να είναι ευαίσθητο σε μικρές τιμές της παραμέτρου ταλάντωσης Δm^2, όχι όμως τόσο πολύ που να μειώνεται η ευαισθησία του στη μέτρηση της παραμέτρου $\sin^2 2\theta$. Επίσης, όπως είδαμε και παραπάνω, το βάθος των 713 m που βρίσκεται ο ανιχνευτής κάτω από το έδαφος είναι αρκετό για να μειώνει σημαντικά το υπόβαθρο της κοσμικής ακτινοβολίας. Σήμερα, Μάρτιος του 2003, η κατασκευή του μακρινού ανιχνευτή έχει ολοκληρωθεί. Όλα σχεδόν τα επίπεδα (συγκεκριμένα το 75%) του κοντινού ανιχνευτή έχουν κατασκευαστεί και η τοποθέτησή τους στις θέσεις τους στον κοντινό ανιχνευτή θα αρχίσει τον Απρίλιο του 2004 και θα ολοκληρωθεί τον Οκτώβριο του 2004. Εν τω μεταξύ συνεχίζεται η έρευνα για την βελτιστοποίηση των παραμέτρων της δέσμης, η ολοκλήρωση της οποίας αναμένεται μετά την συναρμολόγηση και του κοντινού ανιχνευτή. Στο Σχ.3.14 φαίνονται επίπεδα του κοντινού ανιχνευτή που έχει τελειώσει η κατασκευή τους.

3.4. Η φυσική του πειράματος MINOS

Στη συνέχεια θα συζητήσουμε αναλυτικά τους στόχους του πειράματος MINOS και θα επικεντρωθούμε στις φασματικές υπογραφές των ταλαντώσεων νετρίνων, δηλαδή στον προσδιορισμό των παραμέτρων ταλάντωσης από τη σύγκριση των ενεργειακών φασμάτων των νετρίνων στον κοντινό και μακρινό



***Σχ.3.14**: Επίπεδα του κοντινού ανιχνευτή των οποίων η κατασκευή έχει ολοκληρωθεί. Αριστερά: επίπεδο του φασματογράφου μιονίων και Δεξιά: επίπεδο του στόχου.*

ανιχνευτή του πειράματος. Το θέμα αυτό θα ολοκληρωθεί στην παράγραφο 5.1. Το πείραμα MINOS είναι ένα πείραμα ταλαντώσεων νετρίνων που στοχεύει στον προσδιορισμό όλων των καναλιών ταλάντωσης που σχετίζονται με την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων και την ακριβή μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης για το κυρίαρχο κανάλι. Υπάρχουν διάφορες ποσότητες που είναι δυνατό να μετρηθούν και να παρέχουν πληροφορία για το φαινόμενο των ταλαντώσεων νετρίνων. Αυτές είναι η ροή και το ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου και ουδετέρου ρεύματος και στους δύο ανιχνευτές του πειράματος (μακρινό και κοντινό). Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους μπορούμε να έχουμε πληροφορία για ταλαντώσεις νετρίνων και να μετρήσουμε τις παραμέτρους ταλάντωσης, χρησιμοποιώντας τις ανωτέρω ποσότητες. Απ'όλους αυτούς τους τρόπους, στις επόμενες παραγράφους αυτού του κεφαλαίου, θα επικεντρωθούμε στη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές. Στην περίπτωση αυτή, στο ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στον μακρινό ανιχνευτή θα παρατηρείται ένα έλλειμμα γεγονότων κύρια σε μία συγκεκριμένη ενεργειακή ζώνη, όπως φαίνεται στο Σχ.3.15. Η ενέργεια όπου εμφανίζεται το έλλειμμα και το μέγεθος αυτού συνδέονται άμεσα, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου, με τις παραμέτρους ταλάντωσης. Με πιο απλά λόγια, διαφορές στο ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές είναι ένδειξη για ταλαντώσεις νετρίνων. Προς αυτό, όμως, απαιτείται η ακριβής γνώση και κατανόηση των χαρακτηριστικών της δέσμης, ώστε να μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια το αναμενόμενο ενεργειακό φάσμα και στους δύο ανιχνευτές. Από την άλλη μεριά, τώρα, η παρατήρηση τ νετρίνων είναι

μία ισχυρή ένδειξη για ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, μια και δεν υπάρχουν ν_τ στην αρχική σύσταση της δέσμης. Είδαμε παραπάνω ότι το πείραμα MINOS είναι σχεδιασμένο να ερευνήσει την περιοχή του παραμετρικού χώρου που σχετίζεται με την παρατηρούμενη ανωμαλία των ατμοσφαιρικών νετρίνων. Η μελέτη ατμοσφαιρικών νετρίνων στο πείραμα MINOS είναι διπλής σημασίας. Η μελέτη αλληλεπιδράσεων ατμοσφαιρικών νετρίνων προσφέρει τη δυνατότητα καλύτερης κατανόησης του ανιχνευτή και βελτιστοποίηση των τεχνικών ανάλυσης πολύ πριν τα πρώτα δεδομένα με τη χρήση της δέσμης NuMI από τη μία και από την άλλη, τη μελέτη των ταλαντώσεων νετρίνων ανεξάρτητα, είτε μέσω του διπλού λόγου R είτε μέσω της ανίχνευσης up–going μιονίων και τη μέτρηση της κατανομής L/E.

3.4.1. Στόχοι του πειράματος MINOS

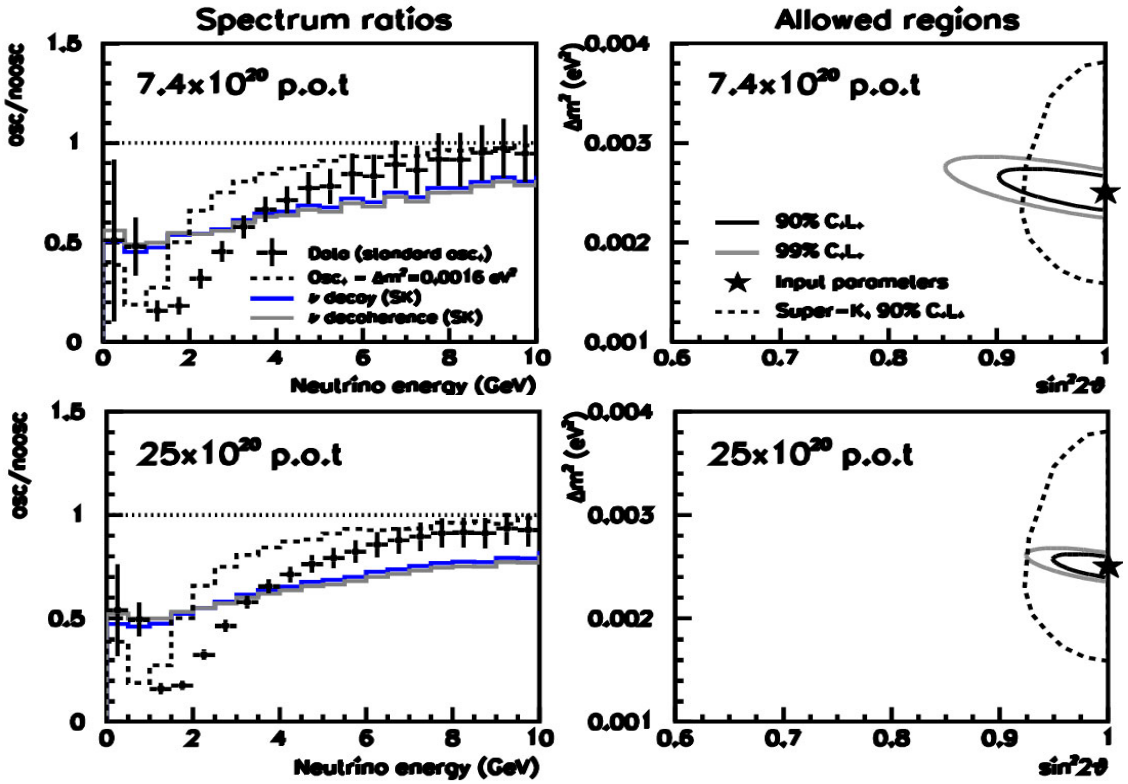
Το πείραμα MINOS είναι ένα πείραμα εξαφάνισης μιονικών νετρίνων (ν_μ disappearance) με σκοπό την επίδειξη των ταλαντώσεων μιονικών νετρίνων και την μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης $\sin^2 2\theta_{23}$ και κυρίως της Δm_{23}^2 με ακρίβεια καλύτερη από 10% από τις μεταβολές του φάσματος μιονικών νετρίνων μεταξύ του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή. Επίσης, μελέτη των ταλαντώσεων ν_μ Ï ν_e (με τη μέτρηση της ροής των ν_e στους δύο ανιχνευτές) μπορεί να οδηγήσει σε μέτρηση της παραμέτρου $s_{13}=\sin\theta_{13}$, ενώ θα γίνει και μελέτη των ταλαντώσεων σε sterile νετρίνα με τη μέτρηση των NC αλληλεπιδράσεων και στους δύο ανιχνευτές. Δεδομένου ότι τα sterile νετρίνα δεν αλληλεπιδρούν, αν υπάρχουν ταλαντώσεις σε sterile νετρίνα το φάσμα των NC αλληλεπιδράσεων στους δύο ανιχνευτές θα είναι διαφορετικό (βλ. παράγραφο 5.1). Όσον αφορά την μελέτη των ατμοσφαιρικών νετρίνων, το πείραμα MINOS πλεονεκτεί του πειράματος SK (βλ. κεφάλαιο 2) στην ύπαρξη μαγνητικού πεδίου στον μακρινό ανιχνευτή. Έτσι, μπορούν να μελετηθούν ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ και $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ και επομένως να γίνει έλεγχος της CPT συμμετρίας στα νετρίνα. Από την άλλη μεριά, η παρατήρηση τ νετρίνων είναι μία ισχυρή ένδειξη για ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, μια και δεν υπάρχουν ν_τ στην αρχική σύσταση της δέσμης. Στη συνέχεια του κεφαλαίου θα δούμε ένα παράδειγμα για την κατανόηση του τρόπου με τον οποίο το πείραμα MINOS θα μετρήσει την επιτρεπόμενη περιοχή του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ με τη σύγκριση του φάσματος των ν_μCC αλληλεπιδράσεων και στους δύο ανιχνευτές.

3.4.2. Υπογραφές ταλαντώσεων νετρίνων

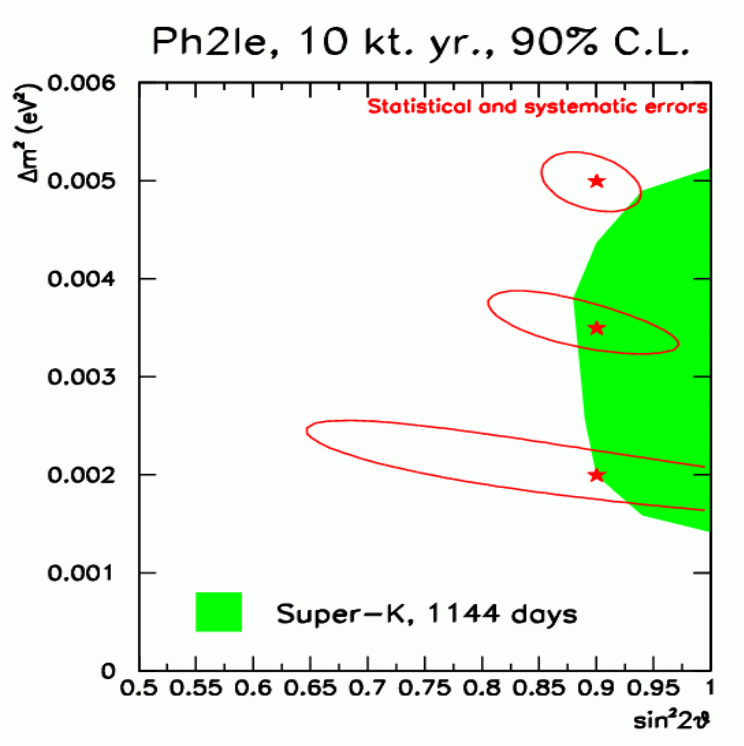
Υπάρχουν διάφορες ποσότητες που είναι δυνατό να μετρηθούν και να παρέχουν πληροφορία για ταλαντώσεις νετρίνων, όπως η ροή και το ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος και ουδετέρου ρεύματος και στους δύο ανιχνευτές. Έτσι, πληροφορία για ταλαντώσεις έχουμε καταρχήν με τη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές. Στην περίπτωση ταλαντώσεων νετρίνων, στο ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων νετρίνων φορτισμένου ρεύματος στον μακρινό ανιχνευτή θα παρατηρείται ένα έλλειμμα γεγονότων σε μία συγκεκριμένη ενεργειακή ζώνη. Αυτό φαίνεται, για διάφορες τιμές της παραμέτρου ταλάντωσης Δm^2 στο Σχ.3.15. Η ενέργεια όπου εμφανίζεται το έλλειμμα και το μέγεθος αυτού συνδέονται απευθείας με τις παραμέτρους ταλάντωσης. Προς αυτό, όμως, απαιτείται η ακριβής γνώση και κατανόηση των χαρακτηριστικών της δέσμης, ώστε να μπορεί να εκτιμηθεί με ακρίβεια το αναμενόμενο ενεργειακό φάσμα και στους δύο ανιχνευτές. Επίσης, πληροφορία για ταλαντώσεις νετρίνων έχουμε με τη σύγκριση του ρυθμού των αλληλεπιδράσεων νετρίνων φορτισμένου ρεύματος και στους δύο ανιχνευτές. Δηλαδή υπολογίζουμε το λόγο του ρυθμού των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων στον μακρινό προς αυτόν στον κοντινό ανιχνευτή. Πληροφορία ταλαντώσεων έχουμε και με τη σύγκριση του λόγου του ρυθμού αλληλεπιδράσεων ουδετέρου ρεύματος ως προς το ρυθμό αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές. Δηλαδή υπολογίζουμε το λόγο του ρυθμού αλληλεπιδράσεων ουδετέρου ρεύματος προς τον ρυθμό αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στον μακρινό προς αυτόν στον κοντινό ανιχνευτή. Αυτό το κριτήριο αποτελεί τον ισχυρότερο στατιστικό έλεγχο της υπόθεσης ταλαντώσεων νετρίνων. Όταν έχουμε ταλαντώσεις νετρίνων, η ροή των μιονικών νετρίνων μειώνεται και άρα, μειώνεται ο ρυθμός των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος. Με τη χρήση του ανωτέρω λόγου, συστηματικά σφάλματα στη γνώση της δέσμης νετρίνων απλοποιούνται. Από την άλλη μεριά, τώρα, η παρατήρηση τ νετρίνων είναι μία ισχυρή ένδειξη για ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, μια και δεν υπάρχουν ν_τ στην αρχική σύσταση της δέσμης. Η επιλογή της χαμηλής ενέργειας δέσμης νετρίνων δεν ευνοεί την παρατήρηση ν_τ , μια και η κορυφή του ενεργειακού φάσματος της δέσμης αυτής είναι χαμηλότερα από το ενεργειακό κατώφλι για αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος τ νετρίνων. Η μορφή όμως του φάσματος της δέσμης χαμηλής ενέργειας είναι τέτοια που να δίνει μία μέση τιμή ενέργειας 10 GeV. Έτσι, είναι δυνατή η παρατήρηση αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος ν_τ. Όσον αφορά, τώρα, την ευαισθησία του πειράματος MINOS (βλ. Σχ.3.1), στο Σχ.3.16 απεικονίζονται για τρεις περιπτώσεις και για έκθεση 10 kt–yr στη δέσμη χαμηλής ενέργειας (PH2LE) οι επιτρεπόμενες περιοχές του χώρου των παραμέτρων ταλάντωσης, σε

επίπεδο εμπιστοσύνης 90%, στην περίπτωση που ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ ανιχνευθούν από τη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές. Σε κάθε περίπτωση, ο αστερίσκος συμβολίζει το πιθανότερο ζεύγος τιμών των παραμέτρων ταλάντωσης.

(a) **(b)**



***Σχ.3.15**: Αποτελέσματα υπολογισμών Monte Carlo για την ευαισθησία του μακρινού ανιχνευτή του MINOS για 7.4ÿ10^{20} (πάνω γραμμή) και 25ÿ10^{20} (κάτω γραμμή) πρωτόνια στο στόχο. (a) Οι λόγοι των ταλαντωμένων προς τα μη ταλαντωμένα ν_μCC γεγονότα για $\sin^2 2\theta=1$, $\Delta m^2=0.0025$ eV^2 (σταυρωτές γραμμές) και $\Delta m^2=0.0016$ eV^2 (διακεκομμένες γραμμές). Οι συνεχείς γραμμές αναφέρονται στη διάσπαση του νετρίνου (μπλε) και στην decoherence (γκρι). (b) Ευαισθησία στον προσδιορισμό των παραμέτρων ταλάντωσης σε 90% και 99% επίπεδο εμπιστοσύνης σε σύγκριση με το S–K [61].*



Σχ.3.16*: Ευαισθησία του πειράματος MINOS για τρία πιθανά σενάρια ταλαντώσεων* [39].

3.4.3. Μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης στην $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$

Εδώ θα επικεντρωθούμε στη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στους δύο ανιχνευτές. Για το σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τα φάσματα της ενέργειας των νετρίνων στους δύο ανιχνευτές. Το φάσμα των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή είναι το φάσμα χωρίς ταλαντώσεις, αφού τα νετρίνα από τη θέση παραγωγής τους μέχρι τον κοντινό ανιχνευτή (περίπου 240 m, όπως φαίνεται στο Σχ.3.2) δεν προλαβαίνουν να ταλαντωθούν. Αντίθετα, μέχρι τον μακρινό ανιχνευτή (σε απόσταση περίπου 732 km από τη θέση παραγωγής των νετρίνων) τα μιονικά νετρίνα θα έχουν υποστεί ταλαντώσεις βάσει της σχέσης (2.17), όπου στην περίπτωση των ταλαντώσεων $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ έχουμε α=μ και α'=τ και άρα λιγότερα μιονικά νετρίνα θα φτάνουν στον μακρινό ανιχνευτή (έχουμε αγνοήσει φαινόμενα, για το συγκεκριμένο σκοπό αυτής της μελέτης, ανοίγματος της δέσμης και ότι τα χαμηλότερης ενέργειας μιονικά νετρίνα αποκλίνουν περισσότερο μέχρι τον μακρινό ανιχνευτή). Επομένως, το ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων νετρίνων φορτισμένου ρεύματος στον μακρινό ανιχνευτή θα διαφέρει από αυτό στον κοντινό ανιχνευτή. Από το ενεργειακό φάσμα στον κοντινό ανιχνευτή και την

(2.17), για συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης, είμαστε σε θέση να υπολογίσουμε το ενεργειακό φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή. Εδώ, δηλαδή, θα εργαστούμε αντίστροφα με την πειραματική διαδικασία, στην οποία γνωρίζουμε τα φάσματα στους δύο ανιχνευτές και από τη σύγκρισή τους, μέσω της σχέσης (2.17), προσπαθούμε να εξάγουμε τις παραμέτρους ταλάντωσης. Κατόπιν, αυτό που θα κάνουμε είναι να δούμε ακριβώς τον τρόπο που το πείραμα υπολογίζει την επιτρεπτή περιοχή ταλαντώσεων του παραμετρικού χώρου και πως ακριβώς υπολογίζει τις παραμέτρους ταλάντωσης. Έτσι, θα βρούμε τα αναμενόμενα αποτελέσματα του πειράματος MINOS. Για να το κάνουμε αυτό, λοιπόν, θα υποθέσουμε συγκεκριμένες τιμές των παραμέτρων ταλάντωσης στη φύση. Κατόπιν, θα ισχυριστούμε ότι δεν γνωρίζουμε αυτές τις τιμές (όπως συμβαίνει και στην πραγματικότητα) και θα προσπαθήσουμε, με τη βοήθεια του μετρούμενου ενεργειακού φάσματος στους δύο ανιχνευτές των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων να εξαγάγουμε τις συγκεκριμένες αυτές τιμές. Στη συνέχεια θα επαναλάβουμε, λαμβάνοντας υπ'όψιν την ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή και έτσι θα δούμε πόσο αυτή επηρεάζει τα αποτελέσματα του πειράματος.

3.4.3.1. Δημιουργία του ενεργειακού φάσματος των νετρίνων

Θα ξεκινήσουμε με την κατασκευή του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή. Όπως είδαμε στην προηγούμενη παράγραφο, τα νετρίνα δεν προλαβαίνουν να ταλαντωθούν μέχρι τον κοντινό ανιχνευτή και επομένως έχουμε μόνο μιονικά νετρίνα σε αυτόν. Θέλουμε, λοιπόν, το ενεργειακό φάσμα των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή. Η μορφή του φάσματος των ορμών των νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή που επιλέγουμε έχει τη μορφή:

$$f(p) = \frac{dN}{dp} = Ape^{-\beta p} \tag{3.1}$$

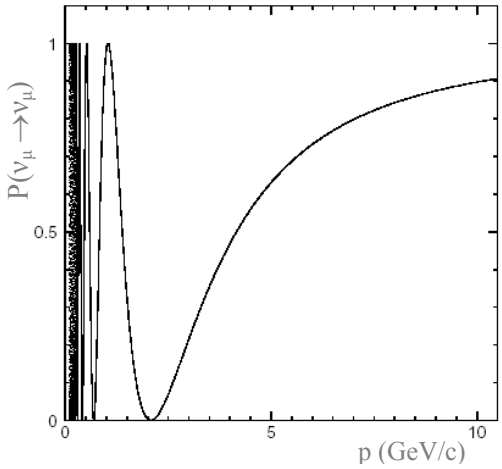
όπου p είναι η ορμή των μιονικών νετρίνων που αλληλεπιδρούν και A,β σταθερές που πρέπει να προσδιορίσουμε. Όπως είδαμε και πιο πάνω, η ενέργεια των νετρίνων της NuMI δέσμη του MINOS είναι περίπου 3 GeV. Αυτό μπορούμε να το επιβεβαιώσουμε και με τον ακόλουθο τρόπο˙ Από την σχέση (2.17) μπορούμε να γράψουμε (για α=μ):

$$P(\nu_\mu \to \nu_\mu) = 1 - \sin^2 2\theta_{23} \cdot \sin^2\left(1.27\,\frac{\Delta m_{23}^2 (eV^2/c^4) L(km)}{p(GeV)}\right) \qquad (3.2)$$

όπου θεωρήσαμε E=p για τα νετρίνα, μια και η μάζα τους μπορεί να θεωρηθεί αμελητέα. Για το πείραμα MINOS, όπως θα δούμε και στο τρίτο κεφάλαιο, παίρνουμε L=735 km, ενώ μία καλή υπόθεση που μπορούμε να κάνουμε για τις παραμέτρους ταλάντωσης είναι:

$$\Delta m_{23}^2 = 0.0035\ eV^2/c^4 \quad \text{και} \quad \sin^2 2\theta_{23} = 1 \qquad (3.3)$$

Τώρα, μπορούμε να μεταβάλουμε την ορμή p από 0.1 GeV μέχρι 10 GeV με ένα σταθερό βήμα 0.0001 GeV και να παραστήσουμε γραφικά την παραπάνω πιθανότητα ταλάντωσης με την ορμή p. Το γράφημα αυτό φαίνεται στο Σχ.3.17.

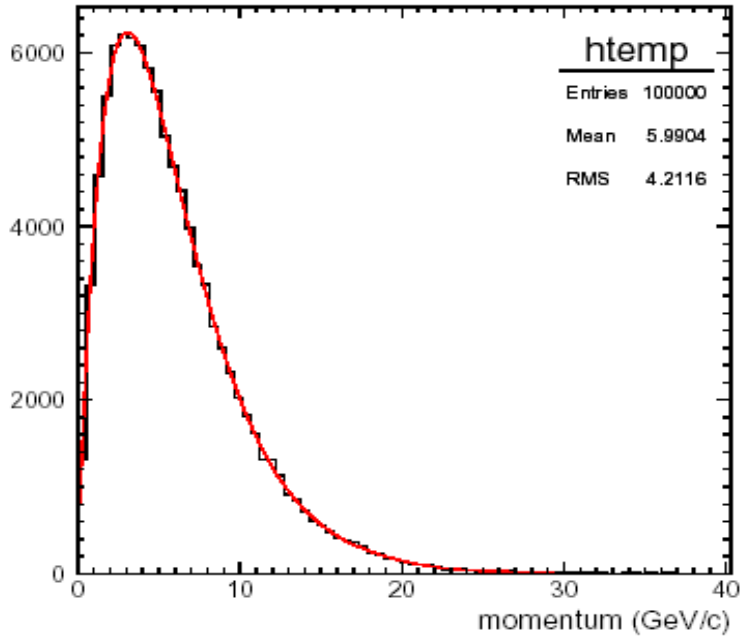


***Σχ.3.17**: Η πιθανότητα ταλάντωσης $P(\nu_\mu \to \nu_\mu)$ συναρτήσει της ορμής p των νετρίνων, για παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m^2 = 0.0035\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta = 1$.*

Από το Σχ.3.17 παρατηρούμε ότι σε πολύ χαμηλές ενέργειες οι ταλαντώσεις είναι πολύ γρήγορες και αν το πείραμα MINOS γινόταν σε αυτή την ενεργειακή περιοχή, τότε θα απαιτείτο μία τεράστια διακριτική ικανότητα στην ενέργεια. Το πείραμα MINOS, λοιπόν, είναι σχεδιασμένο να δουλεύει στην ενεργειακή περιοχή του πρώτου μεγάλου ελαχίστου το οποίο, όπως φαίνεται από το Σχ.3.17, είναι κοντά στην ενέργεια των 3 GeV. Θέλουμε, επομένως, ένα μέγιστο της κατανομής (3.1) στην ορμή των p_o=3 GeV. Για να βρούμε την ορμή p που ακολουθεί αυτή την κατανομή, θεωρούμε, κατά τα γνωστά, έναν ομοιόμορφο τυχαίο αριθμό R στο διάστημα [0,1) και τον εξισώνουμε με την τελευταία σχέση, οπότε έχουμε:

$$R = -(\beta p + 1)e^{-\beta p} + 1, R \in [0,1), \beta = \frac{1}{3} GeV^{-1} \tag{3.4}$$

Η ορμή των νετρίνων δημιουργείται από την κατανομή (3.1) με τη μέθοδο της αντιστροφής. Η τελευταία σχέση μας δίνει την κατανομή των ορμών p των νετρίνων, δηλαδή το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Η λύση της (3.4) γίνεται μόνο προσεγγιστικά και περιγράφεται στο παράρτημα Ι. Έτσι παίρνουμε το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων για 100000 γεγονότα στον κοντινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS, το οποίο δίνεται στο Σχ.3.18. Στο σχήμα φαίνονται τόσο ο αριθμός των γεγονότων που έχουμε κατασκευάσει όσο και το Mean και το RMS. Το Mean αυτό δεν είναι κοντά στα 3 GeV/c, γιατί υπολογίζεται από όλες τις τιμές της ορμής στο ιστόγραμμα. Αν φτιάχναμε το ιστόγραμμα για ορμή μέχρι τα 15 GeV/c, τότε το Mean θα ήταν πολύ κοντά στα 3 GeV/c. Έτσι, το Mean αυτό δεν αντιστοιχεί στην ορμή του μεγίστου του ιστογράμματος, το οποίο φαίνεται από το ιστόγραμμα ότι είναι πολύ κοντά στα 3 GeV/c.



Σχ.3.18*: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή.*

3.4.3.2. Το ενεργειακό φάσμα των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή

Στο Σχ.3.18 είδαμε το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή. Θέλουμε, τώρα, το αντίστοιχο φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή. Όπως είδαμε, αυτό θα είναι διαφορετικό λόγω των ταλαντώσεων ν_μ Ï ν_τ . Επιπλέον, όμως, εκτός του φαινομένου των ταλαντώσεων, έχουμε δύο επιπλέον φαινόμενα που πρέπει να αναφέρουμε:

i. Λιγότερα νετρίνα φτάνουν στον μακρινό ανιχνευτή, λόγω ανοίγματος της δέσμης κατά την πορεία της προς αυτόν.
ii. Κατά την εστίαση των πιονίων στο σύστημα των δύο μαγνητικών χοάνων τα υψηλότερης ενέργειας πιόνια εστιάζονται στην κεντρική διεύθυνση της δέσμης, ενώ τα χαμηλότερης ενέργειας αποκλίνουν. Επομένως, στον μακρινό ανιχνευτή τα νετρίνα υψηλότερης ενέργειας φτάνουν στην κεντρική του περιοχή, ενώ τα χαμηλότερης αποκλίνουν από αυτή την περιοχή.

Τα δύο αυτά φαινόμενα δεν μας ενδιαφέρουν στην ανάλυσή μας εδώ, όπου εστιάζουμε στο φαινόμενο της ταλάντωσης. Θα υποθέσουμε, λοιπόν, για να είμαστε ακριβείς, ότι το φάσμα του Σχ.3.18 είναι όχι το φάσμα που αναμένουμε στον κοντινό ανιχνευτή, αλλά το φάσμα στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή. Επομένως, τώρα, το μόνο φαινόμενο που πρέπει να λάβουμε υπ'όψιν, για να πάρουμε από το φάσμα του Σχ.3.18 το αντίστοιχο φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή, είναι οι ταλαντώσεις ν_μ Ï ν_τ . Έτσι, στην περίπτωση των ταλαντώσεων ν_μ Ï ν_μ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση (3.2) και να υπολογίσουμε το φάσμα των μιονικών νετρίνων, ενώ στην περίπτωση ν_μ Ï ν_τ μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την σχέση

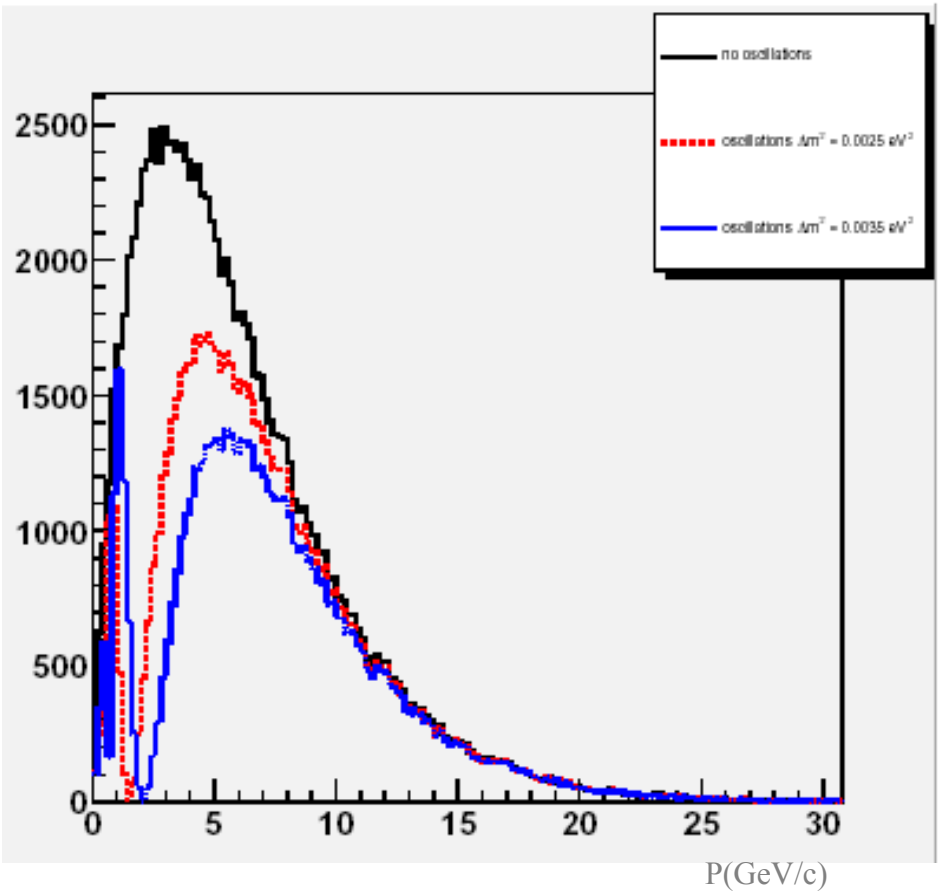
$$P(\nu_\mu \to \nu_\tau) = 1 - P(\nu_\mu \to \nu_\mu) = \sin^2 2\theta \cdot \sin^2\left(1.27\,\frac{\Delta m^2(eV^2)L(km)}{p(GeV)}\right) \tag{3.5}$$

και να βρούμε το φάσμα των ταυ νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή. Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την παραμετροποίηση της (3.3), επιπλέον όμως μπορούμε να υπολογίσουμε το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για δύο διαφορετικές παραμετροποιήσεις:

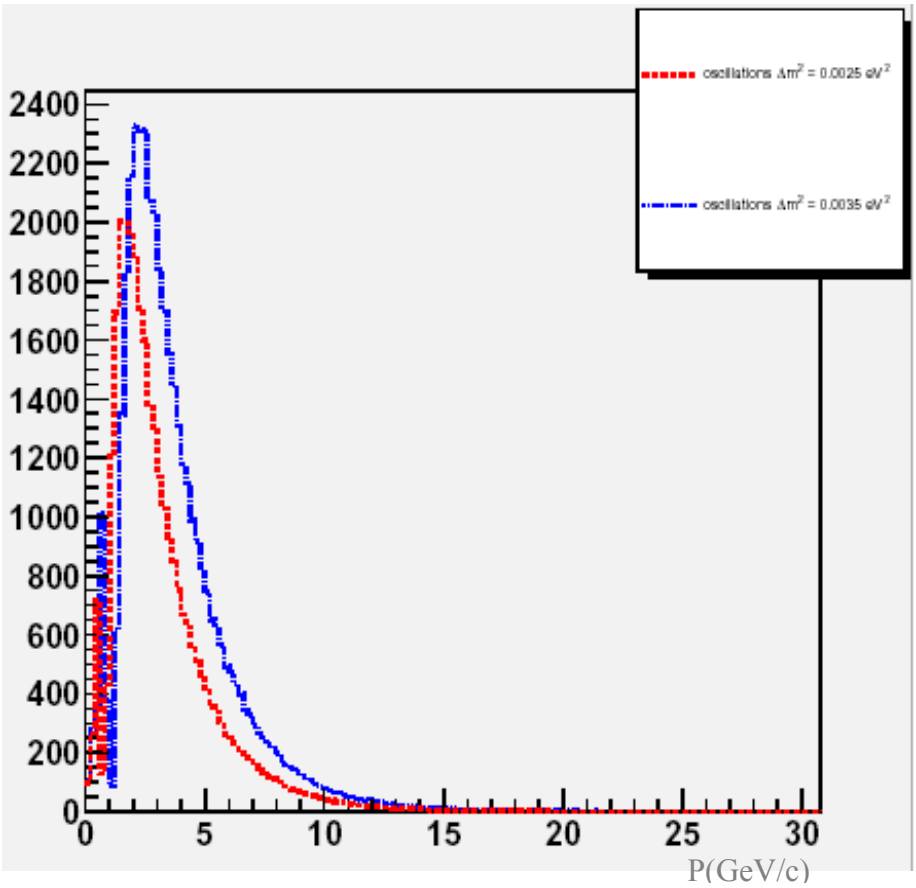
$$\Delta m_{23}^2 = 0.0035\ eV^2/c^4 \quad \text{και} \quad \sin^2 2\theta_{23} = 1 \tag{3.6}$$

$$\Delta m_{23}^2 = 0.0025\ eV^2/c^4 \quad \text{και} \quad \sin^2 2\theta_{23} = 1 \tag{3.7}$$

Επίσης, όπως είδαμε, έχουμε L=735 km. Με τη χρήση της παραμετροποίησης (3.6), για κάθε τιμή της ορμής του φάσματος του Σχ.3.18 υπολογίζουμε από τη σχέση (3.2) την πιθανότητα ταλάντωσης $P(\nu_\mu \to \nu_\mu)$. Την τιμή της πιθανότητας αυτής τη συμβολίζουμε με W_1. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία κατασκευής του φάσματος του Σχ.3.18, αυτή τη φορά όμως με αντίστοιχα βάρη W_1. Επαναλαμβάνουμε για την παραμετροποίηση (3.7). Τότε παίρνουμε το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για τις δύο παραμετροποιήσεις που είδαμε. Τα δύο φάσματα αυτά φαίνονται στο Σχ.3.19. Στο ίδιο σχήμα φαίνεται και το φάσμα του Σχ.3.18 για σύγκριση. Επαναλαμβάνουμε, τώρα, την ίδια διαδικασία για ταλαντώσεις $\nu_\mu \to \nu_\tau$, δηλαδή με τη χρήση της παραμετροποίησης (3.6) για κάθε τιμή της ορμής του φάσματος του Σχ.3.18 υπολογίζουμε από τη σχέση (3.5) την πιθανότητα ταλάντωσης $P(\nu_\mu \to \nu_\tau)$. Την τιμή της πιθανότητας αυτής τη συμβολίζουμε με W_2. Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία κατασκευής του φάσματος του Σχ.3.18, αυτή τη φορά όμως με αντίστοιχα βάρη W_2. Επαναλαμβάνουμε για την παραμετροποίηση (3.7). Τότε παίρνουμε το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των τ νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για τις δύο παραμετροποιήσεις που είδαμε. Τα δύο φάσματα αυτά φαίνονται στο Σχ.3.20. Επομένως, από τα Σχ.3.19 και 3.20 βλέπουμε τη διαφορά του ενεργειακού φάσματος των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των νετρίνων ανάμεσα στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή, στην περίπτωση που έχουμε ταλαντώσεις. Όπως είδαμε παραπάνω, αυτός είναι ένας από τους τρόπους, ίσως ο πιο βασικός, για την ένδειξη ταλαντώσεων νετρίνων στο πείραμα MINOS. Με τον τρόπο αυτό, όμως, μπορούμε να προσδιορίσουμε επιπρόσθετα και τις παραμέτρους ταλάντωσης, κάτι που θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου. Αξίζει να παρατηρήσουμε ότι, κάτι που είναι προφανές από την διαδικασία κατασκευής των φασμάτων, η μπλε καμπύλη του Σχ.3.19 προκύπτει ουσιαστικά από τον πολλαπλασιασμό της μαύρης καμπύλης του ιδίου σχήματος με την καμπύλη του Σχ.3.17 (η καμπύλη του Σχ.3.17 έχει φτιαχτεί με τις ίδιες παραμέτρους ταλάντωσης με τη μπλε καμπύλη του Σχ.3.19). Πράγματι, οι δύο αυτές καμπύλες παρατηρούμε ότι έχουν κεντρικό ελάχιστο στην ίδια ενέργεια. Επίσης, η μπλε καμπύλη στις χαμηλές ενέργειες ταλαντώνεται, κάτι που δεν μπορεί να φανεί στο Σχ.3.19, λόγω μικρής στατιστικής. Φαίνεται, όμως, στο Σχ. 3.21 της επόμενης παραγράφου, το οποίο όπως θα δούμε έχει φτιαχτεί με μεγαλύτερη στατιστική.



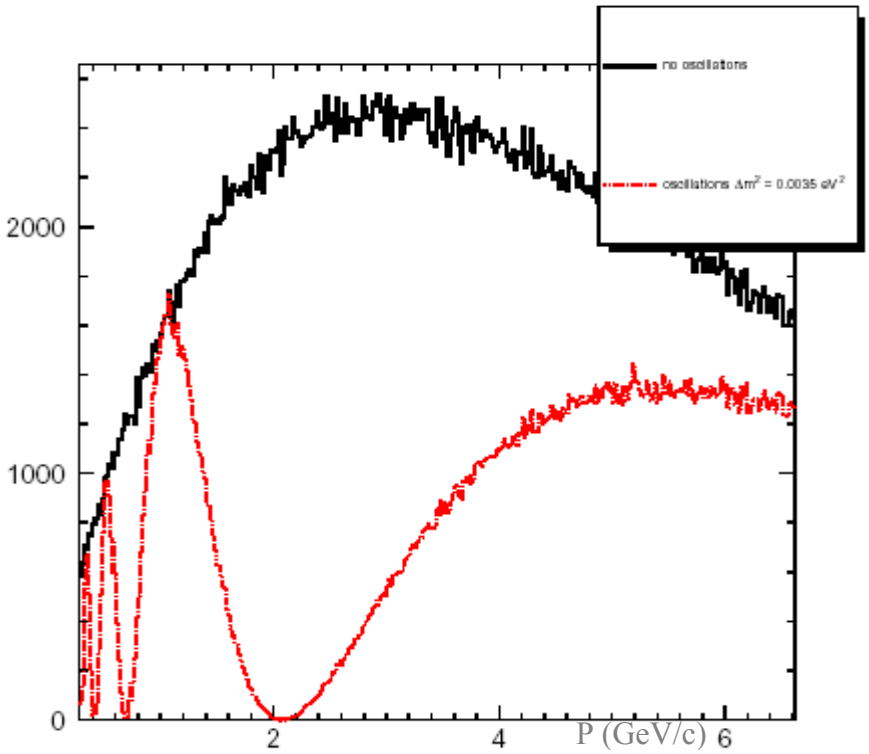
Σχ.3.19*: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή (μαύρη καμπύλη). Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για παραμέτρους ταλάντωσης* $sin^2 2\theta=1$ *και* $\Delta m^2=0.0025eV^2/c^4$ *(κόκκινη καμπύλη) και* $sin^2 2\theta=1$ *και* $\Delta m^2=0.0035eV^2/c^4$ *(μπλε καμπύλη).*



Σχ.3.20*: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των ταυ νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για παραμέτρους ταλάντωσης $sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0025eV^2/c^4$ (κόκκινη καμπύλη) και $sin^2 2\theta=1$ και $\Delta m^2=0.0035eV^2/c^4$ (μπλε καμπύλη).*

3.4.3.3. Αποτελέσματα της σύγκρισης των δύο φασμάτων

Η σύγκριση των φασμάτων των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον μακρινό και κοντινό ανιχνευτή, όπως είδαμε, δεν οδηγεί μόνο στην ένδειξη ταλαντώσεων, αλλά και στον προσδιορισμό των παραμέτρων ταλάντωσης. Η μαύρη και η μπλε καμπύλη του Σχ.3.19 ξαναφτιάχνονται αυτή τη φορά με μεγαλύτερη στατιστική, χρησιμοποιώντας 1000000 γεγονότα (και βέβαια μεγαλύτερο αριθμό bins στο ιστόγραμμα) αντί των 100000 γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε στο Σχ.3.19. Οι δύο αυτές νέες καμπύλες φαίνονται στο Σχ.3.21, όπου έχουμε διευρύνει την κλίμακα στον οριζόντιο άξονα για να φανούν οι ταλαντώσεις του φάσματος στον μακρινό ανιχνευτή. Εδώ λοιπόν δουλέψαμε αντίστροφα από την πειραματική διεργασία. Στο πείραμα γνωρίζουμε τα δύο φάσματα του Σχ.3.21 και από τη σύγκρισή τους προσπαθούμε να εκτιμήσουμε



***Σχ.3.21**: Η μαύρη και η μπλε καμπύλη του Σχ.3.19 με μεγαλύτερη στατιστική. Φαίνονται καθαρά οι ταλαντώσεις του φάσματος στις χαμηλές ενέργειες στον μακρινό ανιχνευτή.*

τις παραμέτρους ταλάντωσης. Εμείς εδώ, κατασκευάσαμε τα δύο φάσματα και για το Σχ.3.21 χρησιμοποιήσαμε τις παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m^2=0.0035\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta=1$. Ισχυριζόμαστε, τώρα, ότι δεν γνωρίζουμε τις παραμέτρους αυτές (όπως συμβαίνει και στο πείραμα) και θα προσπαθήσουμε να τις προσδιορίσουμε.

Από τη σχέση (3.2), στα σημεία μηδενισμού της κόκκινης καμπύλης του Σχ.3.21, έχουμε:

$$1.27\frac{\Delta m_{23}^2(eV^2/c^4)L(km)}{E(GeV)} = n\frac{\pi}{2}, n = 1,3,5,.....$$

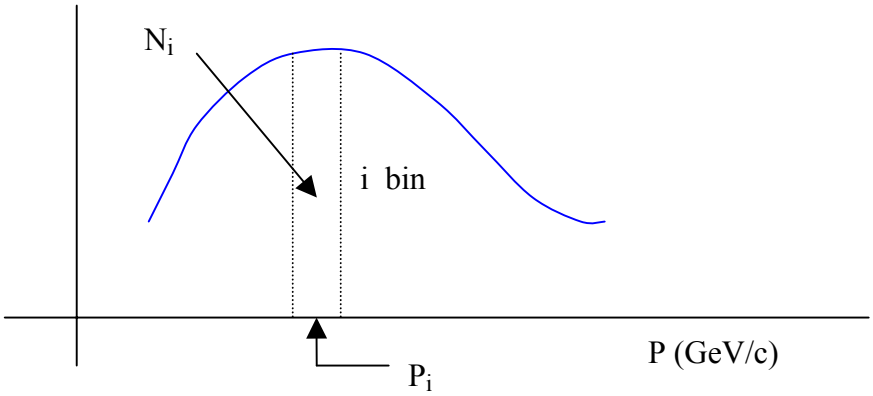
Για το κεντρικό ελάχιστο, το οποίο βρίσκεται στην ενέργεια E=2.0799 GeV, όπως φαίνεται και στο Σχ.3.21, αντιστοιχεί η τιμή n=1. Επομένως, θα έχουμε για L=735 km:

$$1.27\frac{\Delta m_{23}^2(eV^2/c^4)735}{2.0799} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta m_{23}^2 = 0{,}0035 eV^2/c^4$$

Αυτή είναι η τιμή του Δm_{23}^2 που έχουμε χρησιμοποιήσει. Αυτός είναι ένας υποδειγματικός τρόπος για να δείξουμε την αξία της σύγκρισης των φασμάτων των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή. Πειραματικά δεν χρησιμοποιείται αυτή η μέθοδος, αλλά η μέθοδος που θα δούμε στην επόμενη παράγραφο η οποία και οδηγεί στην εύρεση του επιτρεπόμενου παραμετρικού χώρου του πειράματος με διάφορα επίπεδα εμπιστοσύνης.

3.4.3.4. Ο υπολογιζόμενος παραμετρικός χώρος των ταλαντώσεων $\log(\Delta m^2)-\sin^2(2\theta)$

Όπως είδαμε στην παράγραφο 3.4.3.2, το φάσμα του Σχ.3.18 είναι το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή. Στην περίπτωσή μας εδώ, για το φάσμα αυτό χρησιμοποιούμε 2500 γεγονότα και όχι 100000 που χρησιμοποιήσαμε στο Σχ.3.18, για να είμαστε σύμφωνοι με την πραγματική στατιστική του πειράματος MINOS. Σε κάθε bin i του φάσματος αυτού (έχουμε επιλέξει 200 bins) βρίσκουμε πόσα γεγονότα υπάρχουν N_i καθώς και την κεντρική του ορμή P_i (σε GeV), όπως φαίνεται στο Σχ.3.22. Υποθέτουμε τις τιμές για τις παραμέτρους ταλάντωσης Δm_o^2=0.003 eV^2/c^4 και $\sin^2 2\theta_o$=1 και φυσικά L=735 km. Τότε, από την σχέση (3.2), για κάθε τιμή P_i υπολογίζουμε την πιθανότητα $P(\nu_\mu \ddot{I} \nu_\mu)$ που τη συμβολίζουμε με P_{oi}. Φτιάχνουμε το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή, κάνοντας το ιστόγραμμα του P_i με βάρη $W_0=N_i \ddot{y} P_{oi}$. Είναι προφανές ότι αυτό το

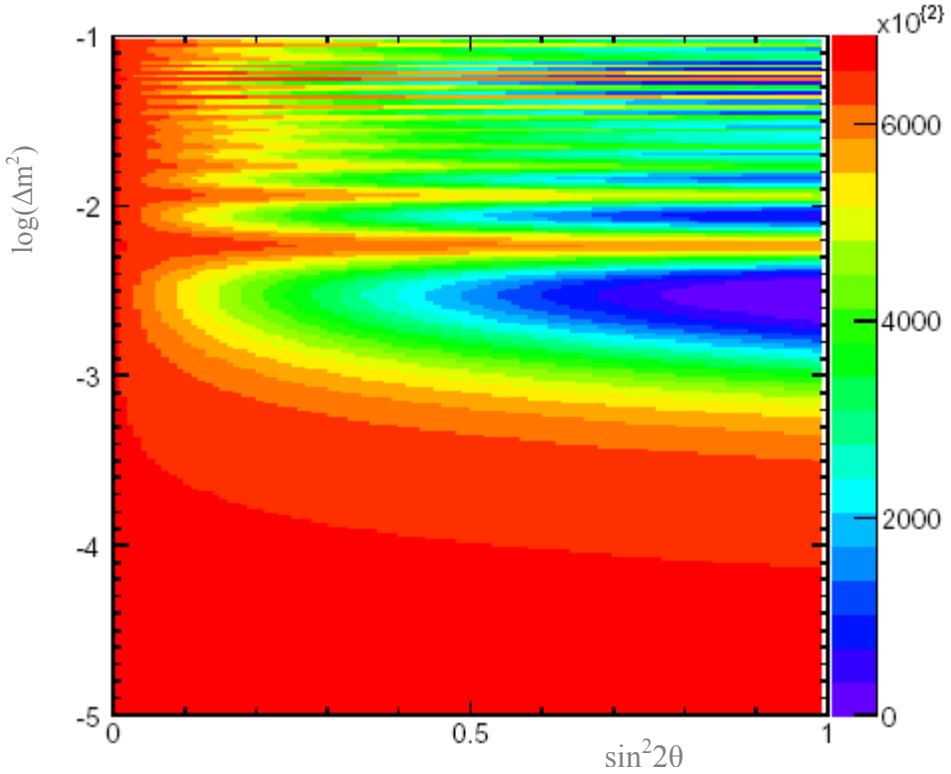


***Σχ.3.22**: Η εύρεση του κέντρου P_i και των περιεχόμενων γεγονότων N_i στο bin i του φάσματος των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή.*

ιστόγραμμα έχει τον ίδιο αριθμό bins με το αντίστοιχο ιστόγραμμα στον κοντινό ανιχνευτή. Έτσι, έχουμε κατασκευάσει τα φάσματα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων που μετρώνται στο πείραμα στον μακρινό και κοντινό ανιχνευτή. Στη συνέχεια 'σκανάρουμε' με συνεχή τρόπο τον παραμετρικό χώρο των τιμών Δm^2 και $\sin^2 2\theta$, με το $\log(\Delta m^2)$ να μεταβάλλεται από –5 έως –1 με σταθερό βήμα 0.02 και το $\sin^2 2\theta$ να μεταβάλλεται από 0 έως 1 με σταθερό βήμα 0.01. Για κάθε ζεύγος $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$, που παίρνουμε με τον τρόπο αυτό, κατασκευάζουμε και ένα ενεργειακό φάσμα με τον ακόλουθο τρόπο. Από την (3.2) για τις τιμές $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ του ζεύγους αυτού, υπολογίζουμε για κάθε τιμή P_i (πάντα για L=735 km, φυσικά) μία πιθανότητα P_{1i} και κατασκευάζουμε το ιστόγραμμα του P_i με βάρος $W_1 = N_i \ddot{y} P_{1i}$. Είναι και πάλι φανερό ότι κάθε τέτοιο ιστόγραμμα έχει τον ίδιο αριθμό bins με το φάσμα στον κοντινό ανιχνευτή. Επομένως, τώρα, έχουμε το μετρούμενο φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή (που ενώ το κατασκευάσαμε εμείς, υποθέτουμε ότι είναι το μετρούμενο) και για κάθε τιμή του ζεύγους $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ έχουμε ένα 'θεωρητικό' φάσμα (το ονομάζουμε έτσι γιατί το κατασκευάσαμε 'σκανάροντας' τον παραμετρικό χώρο, δεν αντιστοιχεί δηλαδή σε κάποια μέτρηση στο πείραμα). Όπως είδαμε, αυτά τα φάσματα έχουν τον ίδιο αριθμό bins με το φάσμα στον κοντινό ανιχνευτή. Σε κάθε bin του φάσματος του μακρινού ανιχνευτή υπολογίζουμε τα περιεχόμενα σε αυτό γεγονότα N_i^{data} και σε κάθε bin του 'θεωρητικού' φάσματος για κάθε τιμή του ζεύγους $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$, υπολογίζουμε τα περιεχόμενα σε αυτό γεγονότα N_i^{theory}. Έτσι, για κάθε ζεύγος $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ υπολογίζουμε την ποσότητα:

$$x^2 = \sum_i \frac{(N_i^{data} - N_i^{theory})^2}{\sigma_i^2}, \sigma_i = \sqrt{N_i^{data}} \qquad (3.8)$$

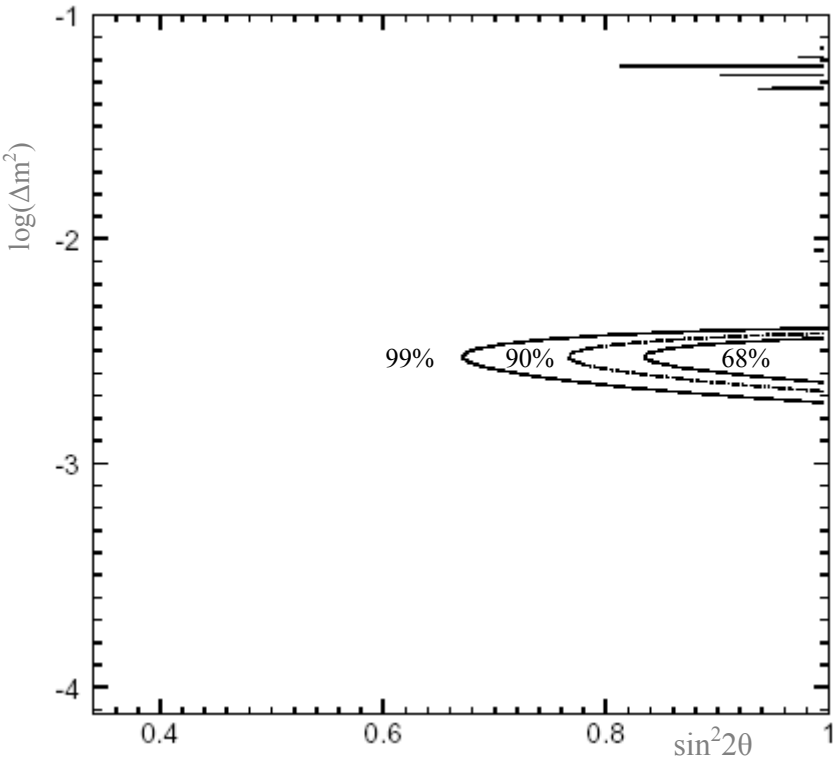
Στην τελευταία σχέση έχουμε άθροιση πάνω στα bins του φάσματος του κοντινού ανιχνευτή. Φτιάχνουμε τότε το ιστόγραμμα των ζευγών ($\sin^2 2\theta$,$\log(\Delta m^2)$) με αντίστοιχα βάρη τις ποσότητες χ^2 της (3.8). Με αυτόν τον τρόπο, παίρνουμε το ιστόγραμμα του Σχ.3.23, όπου οι τιμές του χ^2 δίνονται σε χρωματική κλίμακα. Από αυτό το ιστόγραμμα παίρνουμε και το διάγραμμα ευαισθησίας του πειράματος MINOS σε ταλαντώσεις ν_μ Ï ν_τ, σε επίπεδα εμπιστοσύνης 68% ($\chi^2 < \chi_{min}^2+2.28$), 90% ($\chi^2<\chi_{min}^2+4.61$) και 99% ($\chi^2<\chi_{min}^2+9.21$) [12]. Το διάγραμμα ευαισθησίας δίνεται στο Σχ.3.24. Οι πολύ κλειστές καμπύλες (μοιάζουν με ευθείες), σε μεγάλες τιμές του $\log(\Delta m^2)$, αντιστοιχούν σε δευτερεύοντα ελάχιστα του χ^2 του Σχ.3.23. Είναι φανερό ότι $\Delta m^2 = 10^{\log(\Delta m^2)}$.



***Σχ.3.23**: Τιμή του χ^2 συναρτήσει των παραμέτρων ταλάντωσης $\log(\Delta m^2)$, $\sin^2 2\theta$, για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (3.8). Οι τιμές του x^2 δίνονται σε χρωματική κλίμακα.*

3.4.3.5. Η σημασία της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας

Μέχρι τώρα δεν λάβαμε υπ'όψιν τη διακριτική ικανότητα του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή στην μέτρηση της ενέργειας ή πιο σωστά την λάβαμε να είναι ιδανική. Όπως θα δούμε, όμως, τώρα, αν λάβουμε υπ'όψιν την πραγματική ενεργειακή διακριτική ικανότητα και των δύο ανιχνευτών τότε τροποποιούνται τα ανωτέρω φάσματα που είδαμε στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή και επομένως και τα αποτελέσματα του πειράματος. Θα χρησιμοποιήσουμε τρεις διαφορετικές τιμές της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας, ΔΕ/Ε=10%, 20% και 70%, για να δούμε πως επηρεάζονται τα φάσματα όταν ελαττώνεται η ενεργειακή διακριτική

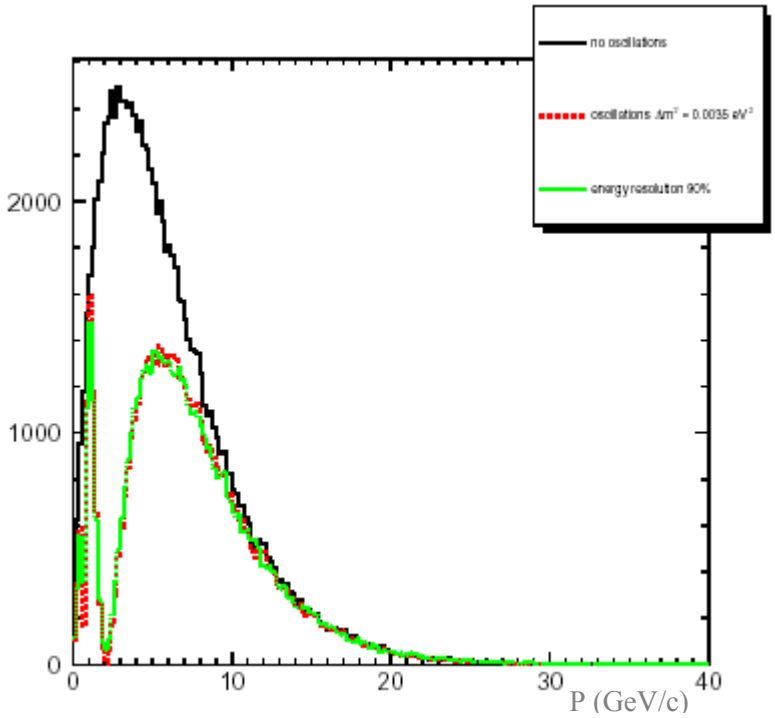


***Σχ.3.24**: Το διάγραμμα ευαισθησίας του πειράματος MINOS για επίπεδα εμπιστοσύνης 68%, 90% και 99% και για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (3.8). Οι πολύ κλειστές καμπύλες που μοιάζουν με ευθείες σε μεγάλες τιμές του Δm^2 αντιστοιχούν σε δευτερεύοντα ελάχιστα του χ^2.*

ικανότητα. Παραπάνω είδαμε πως παράγουμε τις ορμές p με τις οποίες φτιάχνουμε το φάσμα του Σχ.3.18. Θα θεωρήσουμε ότι το σφάλμα στη μέτρηση της ενέργειας ακολουθεί κατανομή Gauss με Mean την p και Sigma ίσο με:

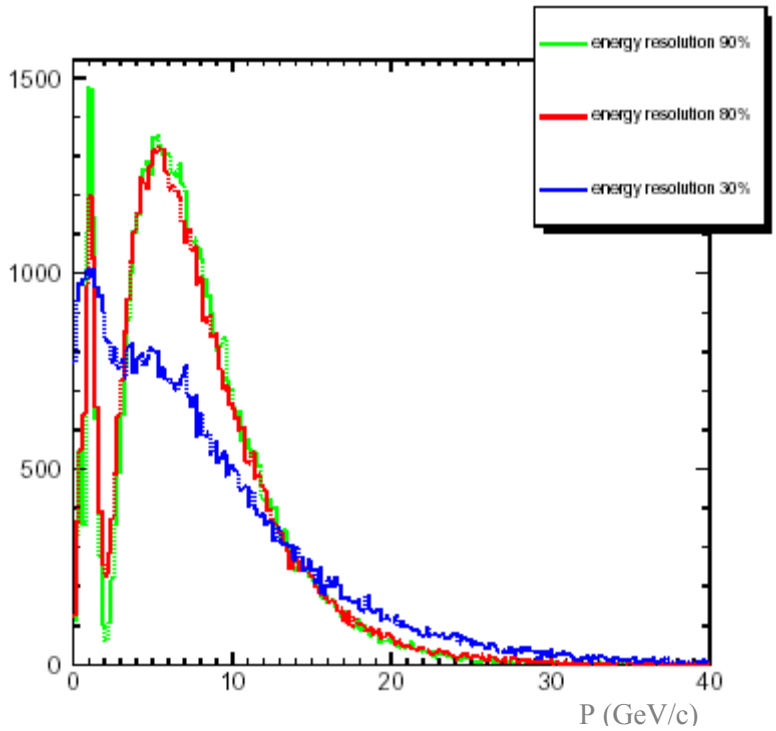
$$\sigma_p=0.1\cdot p,\ \sigma_p=0.2\cdot p \text{ και } \sigma_p=0.7\cdot p$$

για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του κοντινού ανιχνευτή 10%, 20% και 70%, αντίστοιχα. Από τη σχέση (3.2) υπολογίζουμε την πιθανότητα ταλάντωσης $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu)$ για κάθε τιμή p (στον υπολογισμό της πιθανότητας είναι φανερό ότι χρησιμοποιούμε τις τιμές p και όχι τις τιμές p_{res}) για L=735 km και την παραμετροποίηση (3.6). Την τιμή της πιθανότητα αυτής τη συμβολίζουμε με W. Στο Σχ.3.25 φαίνεται το φάσμα της p, το φάσμα της p με αντίστοιχα βάρη W και το φάσμα της p_{res} με αντίστοιχα βάρη επίσης W. Τα δύο πρώτα φάσματα είναι αυτά που φαίνονται και στο Σχ.3.19 (για ιδανική ενεργειακή διακριτική ικανότητα κοντινού και μακρινού ανιχνευτή), ενώ το τρίτο είναι το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή με ενεργειακή διακριτική ικανότητα αυτού 10%. Στο Σχ.3.26 φαίνεται το τελευταίο αυτό φάσμα, καθώς επίσης το ίδιο φάσμα σχεδιασμένο για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή 20% και 70%. Από το Σχ.3.25 παρατηρούμε



***Σχ.3.25**: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή μετά την προβολή του στον μακρινό ανιχνευτή για ιδανική ενεργειακή διακριτική ικανότητα του κοντινού ανιχνευτή (μαύρη καμπύλη), το ίδιο φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή για την ίδια ενεργειακή διακριτική ικανότητα (κόκκινη καμπύλη) και την παραμετροποίηση (3.6) και το ίδιο φάσμα με το τελευταίο, αυτή τη φορά με ενεργειακή διακριτική ικανότητα 10% του μακρινού ανιχνευτή (πράσινη καμπύλη).*

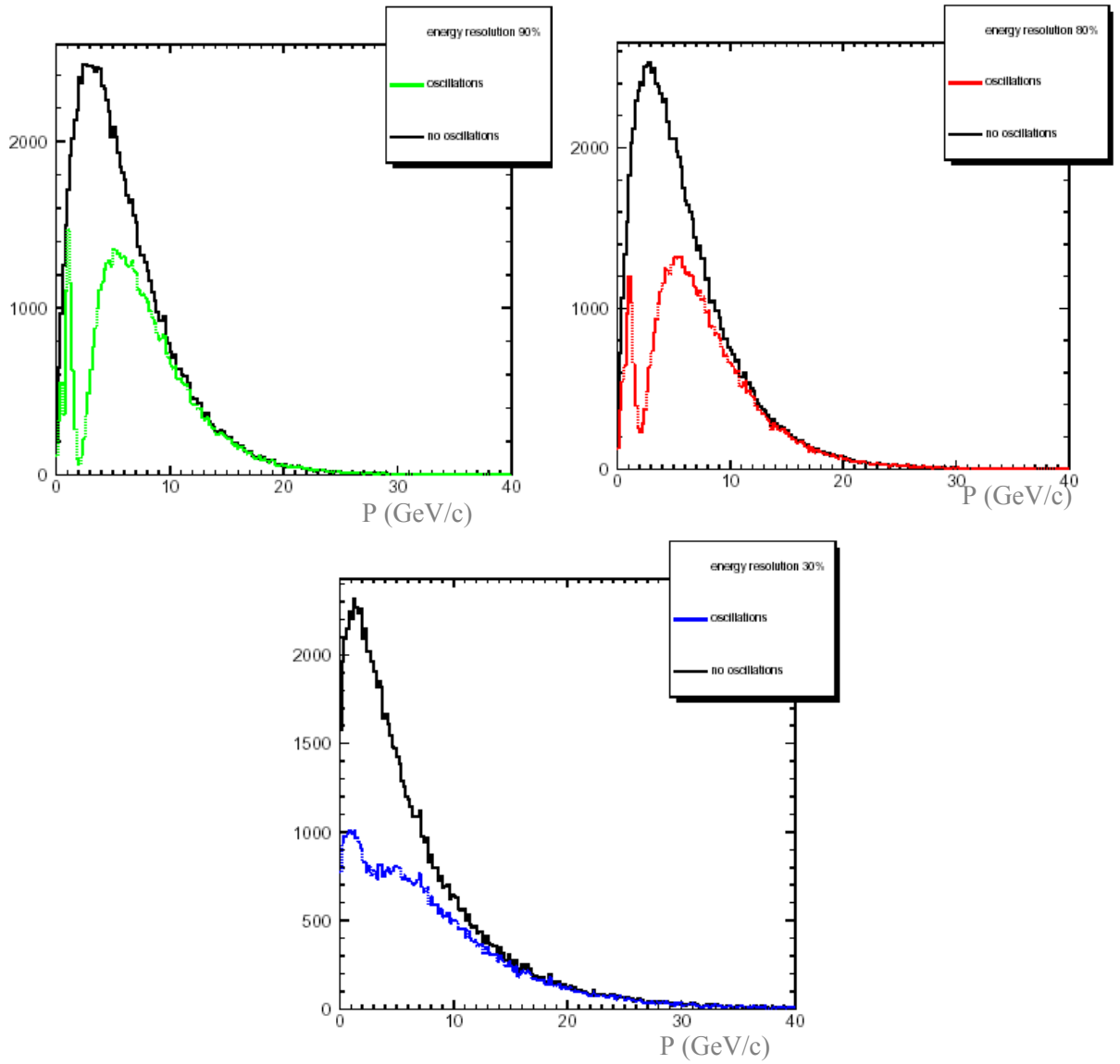
ότι για ενεργειακή διακριτική ικανότητα 10% του μακρινού ανιχνευτή το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων δεν διαφέρει σχεδόν καθόλου από το αντίστοιχο με ιδανική ενεργειακή διακριτική ικανότητα. Από το Σχ.3.26 φαίνεται όμως ότι όσο μειώνεται η ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή τόσο η ανωτέρω διαφορά γίνεται μεγαλύτερη, όπως και είναι προφανές. Αν φτιάξουμε το ιστόγραμμα της p_{res} τότε παίρνουμε



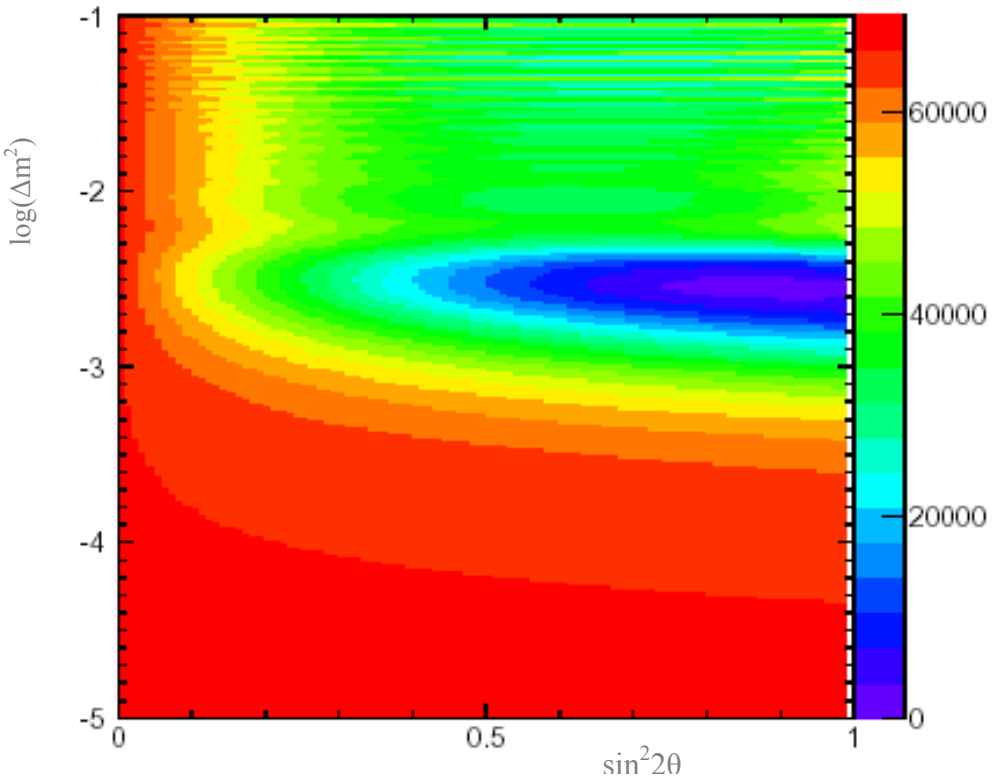
***Σχ.3.26**: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για την παραμετροποίηση (3.6) και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή 10%, 20% και 70%.*

προφανώς το φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό ανιχνευτή για την ενεργειακή διακριτική ικανότητα αυτού για την οποία υπολογίστηκε η p_{res}. Στα Σχ.3.27 δίνουμε το φάσμα αυτό στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή για ενεργειακές διακριτικές ικανότητες και των δύο ανιχνευτών 10%, 20% και 70%. Στη συνέχεια, θέλουμε να δούμε την επίδραση της ενεργειακής διακριτικής ικανότητας του μακρινού ανιχνευτή στο διάγραμμα του Σχ.3.23. Θεωρούμε μία ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή ίση με 25%. Δουλεύουμε ακριβώς όπως στην παράγραφο 3.4.3.4, με τη μόνη διαφορά ότι η κατασκευή του 'θεωρητικού' φάσματος και του φάσματος στον μακρινό ανιχνευτή γίνεται όχι με τις τιμές P_i (παράγραφος 3.4.3.4) αλλά με τις τιμές P_i^{res}. Κάθε αριθμός P_i^{res} είναι ένας τυχαίος αριθμός από μία κατανομή

Gauss με Mean P_i και Sigma=0.25·P_i. Χρησιμοποιούμε δύο διαφορετικές τέτοιες κατανομές Gauss, μία για το 'θεωρητικό' φάσμα και μία για το φάσμα στον μακρινό ανιχνευτή, προκειμένου να αποφύγουμε τυχαίες επικαλύψεις. Με αυτό τον τρόπο παίρνουμε το διάγραμμα του Σχ.3.28, στο οποίο παρατηρούμε ότι, συγκρίνοντας με το διάγραμμα του Σχ.3.23 το οποίο φτιάχτηκε για ιδανική ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή, τα δευτερεύοντα ελάχιστα του χ^2 δεν διακρίνονται σχεδόν καθόλου. Η θέση, όμως, του κεντρικού ελαχίστου του χ^2 δεν έχει μεταβληθεί καθόλου, όπως ήταν αναμενόμενο. Η όλη



***Σχ.3.27**: Το ενεργειακό φάσμα των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων των μιονικών νετρίνων στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή για την παραμετροποίηση (3.6) και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή 10%, 20% και 70%.*



***Σχ.3.28**: Τιμή του χ^2 συναρτήσει των παραμέτρων ταλάντωσης $\log(\Delta m^2)$, $\sin^2 2\theta$, για nominal παραμέτρους ταλάντωσης $\Delta m_o^2=0.003\ eV^2/c^4$ και $\sin^2 2\theta_o=1$ και για ενεργειακή διακριτική ικανότητα του μακρινού ανιχνευτή 25%. Σημειώνουμε ότι έχουν ληφθεί υπ'όψιν μόνο στατιστικά σφάλματα, βάση της έκφρασης του σ_i στη σχέση (2.53). Οι τιμές του χ^2 δίνονται σε χρωματική κλίμακα.*

αυτή προσπάθεια είναι αρκετά χρήσιμη σαν προσπάθεια κατανόησης του τρόπου εξαγωγής της περιοχής του παραμετρικού χώρου των ταλαντώσεων από το πείραμα MINOS, ωστόσο αποτελεί μία απλή άσκηση. Αυτό γιατί, αν θέλαμε να ήμασταν ακριβής, θα έπρεπε να τρέξουμε το MC του πειράματος και να δημιουργήσουμε γεγονότα νετρίνων τόσο στον μακρινό όσο και στο κοντινό ανιχνευτή και στη συνέχεια να διαχωρίσουμε από αυτά μόνο τα ν_μCC γεγονότα και να πάρουμε το φάσμα τους (και στους δύο ανιχνευτές). Αυτό όμως απαιτεί την ικανότητα διαχωρισμού γεγονότων νετρίνων και αυτό μας οδήγησε στην όλη μας δουλειά που παρουσιάζεται στο πέμπτο κεφάλαιο.

Κεφάλαιο 4
Ο μακρινός ανιχνευτής του πειράματος MINOS

4.1. Περιγραφή των στοιχείων του ανιχνευτή

Στο προηγούμενο κεφάλαιο και συγκεκριμένα στην παράγραφο 3.3.2, μιλήσαμε αναλυτικά για τη δομή και τη λειτουργία του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Στο κεφάλαιο αυτό θα εξετάσουμε με μεγαλύτερη λεπτομέρεια τα επιμέρους στοιχεία του ανιχνευτή, τα ηλεκτρονικά και τα διάφορα συστήματα που χρησιμοποιούνται σε αυτόν.

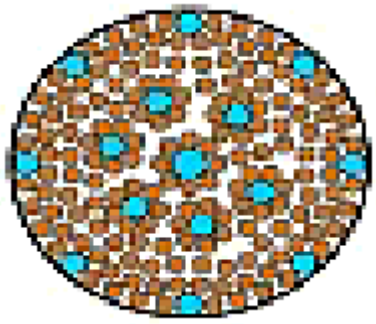
4.1.1. Μαγνητισμένα επίπεδα σιδήρου

Τα επίπεδα σιδήρου αποτελούν σχεδόν το σύνολο της μάζας τόσο του μακρινού όσο και του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS και παρέχουν το μαγνητικό πεδίο που χρησιμοποιείται για τη μέτρηση της ορμής των φορτισμένων σωματίων και τον προσδιορισμό του προσήμου του φορτίου τους. Κάθε επίπεδο σιδήρου του μακρινού ανιχνευτή κατασκευάζεται με την ηλεκτροσυγκόλληση οκτώ φύλλων σιδήρου. Η χημική σύσταση των επιπέδων σιδήρου, ή επιπέδων παθητικού υλικού όπως λέμε, προσδιορίζεται από την απαίτηση αυτά να χαρακτηρίζονται από μεγάλη 'εκτατική' ισχύ (tensile strength) και καλές μαγνητικές ιδιότητες (υψηλή τιμή της μαγνητικής διαπερατότητας και σταθερότητά της σε ποσοστό 10%). Η επιλογή, λοιπόν και για τους δύο ανιχνευτές είναι ατσάλι AISI 1006 που περιέχει C σε ποσοστό 0.04%–0.06% κατά βάρος, Mg (0.4%), Si (0.4%), P (0.07%), N (0.008%), Al (0.05%), Cr (0.05%), Cu (0.06%), Ni (0.06%), Mo (0.01%) και Va (0.01%). Τα χαρακτηριστικά των επιπέδων παθητικού υλικού τόσο του μακρινού όσο και του κοντινού ανιχνευτή φαίνονται στον πίνακα 4.1. Το τοροειδές μαγνητικό πεδίο παράγεται από ρευματοφόρους αγωγούς που διέρχονται από έναν τετραγωνικό δίαυλο ακμής 30 cm στο κέντρο του ανιχνευτή, που τον διασχίζει κατά μήκος του και κατά την διεύθυνση της δέσμης. Κάθε supermodule του μακρινού ανιχνευτή διαθέτει

Χαρακτηριστικό	Μακρινός ανιχνευτής	Κοντινός ανιχνευτής
Πάχος φύλλου	12.7 mm	25.4 mm
Ανοχή στο πάχος	+0.8 mm, -0.254 mm	+1.8 mm, -0.254 mm
Πλάτος φύλλου	2000 mm	3810 mm
Ανοχή στο πλάτος	±0.76 mm	±0.76 mm
Απόκλιση από επίπεδο σε 12 ft	8.0 mm	14.5 mm
Μέγιστος αριθμός κυματώσεων	8 / 8 m	4 / 4 m

***Πίνακας 4.1**: Χαρακτηριστικά των επιπέδων παθητικού υλικού του μακρινού και του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS* [2].

αυτόνομο σύστημα ρευματοφόρων αγωγών για την παραγωγή του μαγνητικού πεδίου, που διαρρέονται από ρεύμα 15000 A. Οι ρευματοφόροι αυτοί αγωγοί είναι ένα σύνολο από 163 σύρματα χαλκού στο εσωτερικό ενός χάλκινου περιβλήματος πάχους 25 cm, το οποίο ψύχεται από οχτώ χάλκινους σωλήνες νερού τοποθετημένους περιμετρικά και επτά ίδιους σωλήνες τοποθετημένους στην κεντρική περιοχή, όπως φαίνεται στο Σχ.4.1. Σε κάθε ένα από τα 163 σύρματα διέρχεται ρεύμα έντασης 92 A (163·92 A = 14996 A). Το παραγόμενο μαγνητικό πεδίο του μακρινού ανιχνευτή, που όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο έχει μία μέση ένταση 1.5 T, πρέπει να είναι καλά γνωστό για την επίτευξη της απαιτούμενης ακρίβειας στον προσδιορισμό της ορμής των μιονίων (5% απόλυτη και 2% σχετική). Το ίδιο βέβαια πρέπει να ισχύει και στον κοντινό ανιχνευτή. Το πεδίο και στους δύο ανιχνευτές προσδιορίζεται από λεπτομερείς προσομοιώσεις, όπου εισάγονται οι μετρημένες μαγνητικές ιδιότητες των φύλλων σιδήρου με τη χρήση του λογισμικού πακέτου ANSYS. Το πακέτο αυτό χρησιμοποιεί σαν

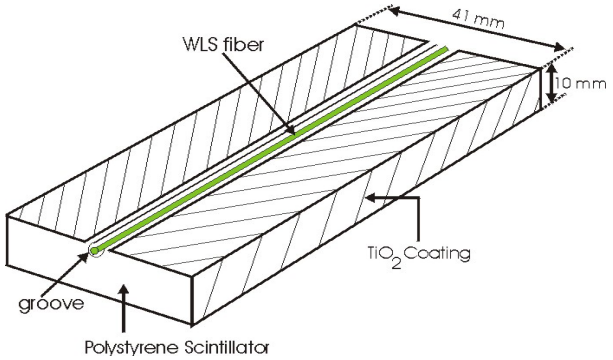


***Σχ.4.1**: Σχηματική αναπαράσταση του ρευματοφόρου αγωγού δημιουργίας του μαγνητικού πεδίου του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Με γαλάζιο φαίνονται οι χάλκινοι σωλήνες νερού για την ψύξη* [2].

δεδομένα τη γεωμετρία του ανιχνευτή, τις μαγνητικές ιδιότητες των συστατικών του και την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το ρευματοφόρο αγωγό και δίνει το βέλτιστο μοντέλο μαγνητικού πεδίου λύνοντας αριθμητικά τις εξισώσεις του Maxwell. Μία απεικόνιση του μαγνητικού πεδίου σε ένα επίπεδο σιδήρου του μακρινού ανιχνευτή δόθηκε στο Σχ.3.10 του προηγούμενου κεφαλαίου.

4.1.2. Επίπεδα σπινθηριστή

Τα επίπεδα σπινθηριστή περιγράφηκαν στην παράγραφο 3.3.2 του προηγούμενου κεφαλαίου, εδώ όμως θα αναφερθούμε λεπτομερέστερα σε αυτά. Όπως είδαμε, λοιπόν, κάθε strip σπινθηριστή είναι κατασκευασμένο από πολυστυρένιο στο οποίο έχει γίνει έγχυση POP και POPOP fluors σε ποσοστό 1% και 0.03% αντίστοιχα. Το μίγμα αυτό στερεοποιείται στο σχήμα μακριών ορθογώνιων παραλληλεπίπεδων τεμαχίων με ένα αυλάκι χαραγμένο κατά μήκος του κέντρου μιας έδρας του, όπως φαίνεται στο Σχ.3.12 του προηγούμενου κεφαλαίου. Το τεμάχιο αυτό σπινθηριστή (strip), εκτός από μία μικρή περιοχή γύρω από το αυλάκι, καλύπτεται με ένα λεπτό ανακλαστικό φύλλο κατασκευασμένο από μίγμα πολυστυρενίου και 10% κατά βάρος TiO_2. Στο χαραγμένο αυλάκι του τεμαχίου (strip) τοποθετείται μία οπτική ίνα μετακίνησης φάσματος (Wave Length Shifting fiber, WLS), διαμέτρου 1.2 mm, για να παγιδεύει, να μετακινεί το φάσμα και να μεταφέρει το παραγόμενο φως στις δύο άκρες της, στις οπτικές συνδέσεις στα άκρα των επιπέδων. Μία πιο χαρακτηριστική εικόνα από το Σχ.3.12 αυτής της δομής φαίνεται στο Σχ.4.2. Οι εγκάρσιες διαστάσεις κάθε strip είναι, όπως είδαμε και στο προηγούμενο κεφάλαιο, 41mm x 10mm, ενώ το μήκος του εξαρτάται προφανώς από τη θέση του στο επίπεδο του σπινθηριστή και μπορεί να φτάσει μέχρι τα 8 m. Όπως



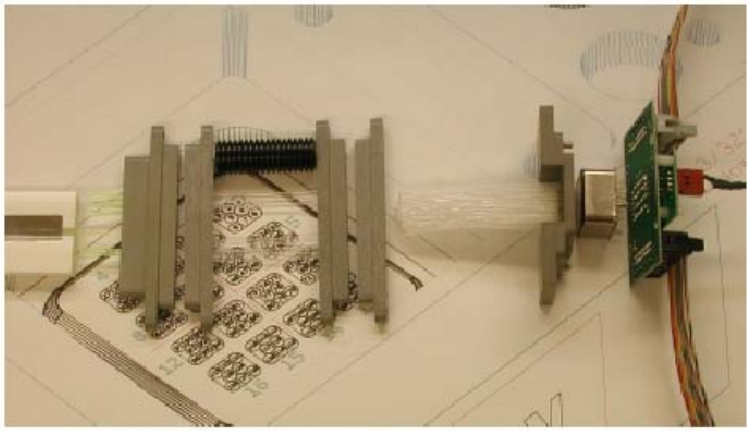
***Σχ.4.2**: Η δομή ενός strip και η οπτικής ίνα μετατόπισης φάσματος (WLS).*

είδαμε και στο τρίτο κεφάλαιο, τα strips ομαδοποιούνται κατά 20 ή 28 και κολλιούνται στο εσωτερικό ενός μη διαπερατού από το φως, λεπτού, αλουμινένιου καλύμματος σχηματίζοντας δομικές μονάδες (scintillator modules) των 20 ή 28 καναλιών, αντίστοιχα. Οχτώ από αυτά τα scintillator modules, τέσσερα των 20 και τέσσερα των 28 καναλιών (4x20+4x28=192, που είναι ο συνολικός αριθμός strips ενός επιπέδου σπινθηριστή) φτιάχνουν ένα επίπεδο σπινθηριστή. Στα άκρα κάθε scintillator module πλαστικές και μη διαπερατές από το φως θήκες οδηγούν τις πράσινες οπτικές ίνες μετατόπισης μήκους κύματος (WLS) σε οπτικούς συνδέσμους. Τα φωτεινά σήματα που μεταφέρονται ως τους οπτικούς συνδέσμους από τους WLS fibers περνούν σε διαύλους λευκών οπτικών ινών, μικρού συντελεστή απορρόφησης φωτός, οι οποίες είναι στερεωμένες πάνω στους οπτικούς συνδέσμους. Το άλλο άκρο του κάθε διαύλου λευκών οπτικών ινών είναι στερεωμένο σε εξωτερικό σύνδεσμο ενός από τους οπτικούς πολυπλέκτες, καθένας από τους οποίους στεγάζει τρεις πολυανοδικούς M16 φωτοπολλαπλασιαστές (PMTs) της Hamamatsu. Στους οπτικούς πολυπλέκτες υλοποιείται το πολυπλεκτικό πρότυπο του ανιχνευτή, για το οποίο μιλήσαμε περιληπτικά στην παράγραφο 3.3.2 του προηγούμενου κεφαλαίου. Κάθε πολυπλέκτης στεγάζει τρεις M16 PMTs της Hamamatsu, τα χαρακτηριστικά των οποίων θα δούμε στην παράγραφο 4.1.4. Κάθε τέτοιος πολυανοδικός φωτοπολλαπλασιαστής διαθέτει 16 ανεξάρτητα pixels, καθένα από τα οποία δρα ως ανεξάρτητος (σχεδόν) φωτοπολλαπλασιαστής. Σε κάθε οπτικό πολυπλέκτη υπάρχουν επομένως 3x16=48 pixels φωτοπολλαπλασιαστή τα οποία διαβάζουν 384 κανάλια (δηλαδή strips) του μακρινού ανιχνευτή. Αυτό γίνεται οδηγώντας σε κάθε ένα από τα 48 pixels ενός οπτικού πολυπλέκτη οκτώ οπτικές ίνες, μία από κάθε ένα από τα οχτώ scintillator modules ενός επιπέδου σπινθηριστή. Αυτό μειώνει το απαιτούμενο κόστος για φωτοπολλαπλασιαστές και τα ηλεκτρονικά τους κατά έναν παράγοντα οκτώ, δημιουργεί όμως μία αβεβαιότητα ως προς το ποιο από τα 8 κανάλια του ανιχνευτή έδωσε το σήμα που καταγράφηκε από ένα δεδομένο pixel ενός φωτοπολλαπλασιαστή. Η αβεβαιότητα αυτή άρεται λόγω του ότι το σήμα σε κάθε strip διαβάζεται και από τα δύο άκρα του και το σχήμα πολυπλεξίας είναι διαφορετικό για τα δύο άκρα. Πληροφορία παίρνουμε με την αποπολυπλεξία, διαδικασία που γίνεται δυνατή με την οδήγηση στο ίδιο pixel οκτώ καναλιών που προέρχονται από scintillator modules που απέχουν η μία από την άλλη απόσταση περίπου 1 m (τα γεγονότα νετρίνων συνήθως έχουν μικρότερες εγκάρσιες διαστάσεις). Ο πλαστικός σπινθηριστής που χρησιμοποιείται στα επίπεδα σπινθηρισμού παρέχει καλή εγκάρσια διαμέριση, μικρό χρόνο απόκρισης (~1 ns), σταθερότητα, εύκολη ενεργειακή βαθμονόμηση, ευκολία κατασκευής, μικρό κόστος της ευαίσθητης επιφάνειας και δυνατότητα κατασκευής μεγάλης ευαίσθητης επιφάνειας. Επίσης παρέχει μία διακριτική ικανότητα στην ενέργεια για ηλεκτρομαγνητικούς και αδρονικούς καταιγισμούς, αντίστοιχα (για πάχος σιδήρου 2.54 cm):

$$\left.\frac{\sigma_E}{E}\right|_{EM} \approx \frac{23\%}{\sqrt{E(GeV)}}, \left.\frac{\sigma_E}{E}\right|_{H} \approx \frac{53\%}{\sqrt{E(GeV)}}$$

4.1.3. Κουτιά πολυπλεξίας

Όπως είδαμε, στα κουτιά πολυπλεξίας καταλήγουν τα σήματα που μεταφέρουν οι λευκές οπτικές ίνες από τους οπτικούς συνδέσμους των ενεργών επιπέδων (επίπεδα σπινθηριστή). Οι λευκές οπτικές ίνες συνδέονται σε οπτικούς συνδέσμους στο ένα άκρο του κουτιού πολυπλεξίας όπου μέσω αυτών των ινών τα φωτεινά σήματα μεταφέρονται σε τρία εσωτερικά στερεωμένα κουμπώματα (cookies) για τους φωτοπολλαπλασιαστές M16. Τα cookies αυτά είναι κατασκευασμένα έτσι ώστε οι θέσεις των οπτικών ινών να αντιστοιχούν σε προκαθορισμένα pixels των PMTs. Το προεπιλεγμένο σχήμα πολυπλεξίας υλοποιείται από τις λευκές οπτικές ίνες στο εσωτερικό του κουτιού πολυπλεξίας που συνδέουν τους οπτικούς συνδέσμους στο ένα άκρο του με τα cookies στο άλλο άκρο του. Στον μακρινό ανιχνευτή, όπου υλοποιείται όπως είδαμε ένα x8 σχήμα πολυπλεξίας, υπάρχουν 484 κουτιά πολυπλεξίας για να στεγάσουν όλες τις PMTs. Σημειώνουμε ότι στον κοντινό ανιχνευτή, όπου χρησιμοποιούνται όπως είδαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο οι M64 PMTs και εφαρμόζεται είτε ένα x4 σχήμα πολυπλεξίας (στο φασματογράφο μιονίων) είτε δεν εφαρμόζεται καθόλου (στόχος και περιοχή αδρονικού καταιγισμού), απαιτείται η χρήση 194 κουτιών. Στο Σχ.4.3 φαίνεται μία απεικόνιση του ανωτέρω αυτού τρόπου ανάγνωσης των WLS fibers του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS.



***Σχ.4.3**: Φωτογραφική απεικόνιση του τρόπου ανάγνωσης των WLS fibers του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Από αριστερά προς τα δεξιά, το strip σπινθηρισμού με τον WLS fiber, ο οπτικός σύνδεσμος, οι λευκές οπτικές ίνες με το cookie στην δεξιά τους άκρη και ο φωτοπολλαπλασιαστής M16 στην άκρη δεξιά.*

4.1.4. Φωτοευαίσθητοι ανιχνευτές

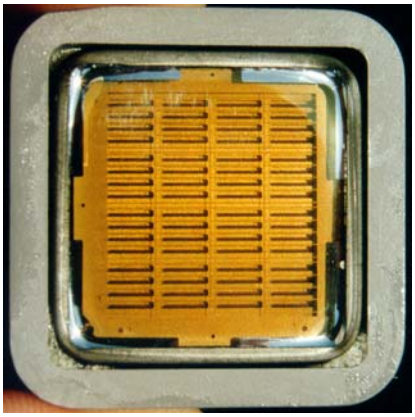
Όπως είδαμε, στον μακρινό ανιχνευτή χρησιμοποιούνται 1452 φωτοπολλαπλασιαστές M16 (R5900U–00–M16) της Hamamatsu Photonics [HPK] με ένα σχήμα x8 πολυπλεξίας έτσι ώστε 185856 λευκές οπτικές ίνες, που μεταφέρουν τα σήματα από τα δύο άκρα κάθε strip σπινθηριστή, να καταλήγουν σε 23232 pixels. Στον Πίνακα 4.2 δίνονται κάποια χαρακτηριστικά των φωτοπολλαπλασιαστών αυτών του μακρινού ανιχνευτή. Αυτοί ικανοποιούν τις γενικές

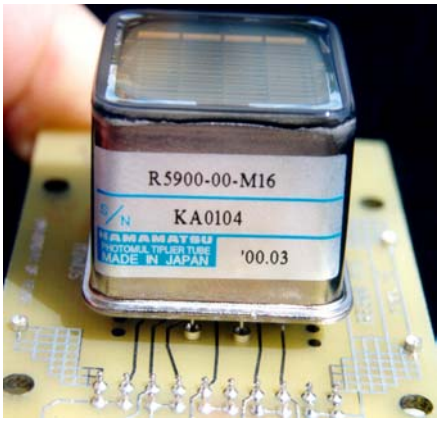
Παράμετρος	Περιγραφή / Τιμή
Υλικό φωτοκαθόδου	Bialkali
Υλικό παραθύρου	Borosilicate glass
Πάχος παραθύρου	1 mm
Εύρος φασματικής απόκρισης	300 – 650 nm
Μήκος κύματος με τη μέγιστη Q.E.	420 nm
Q.E. σε μήκος κύματος 520 nm	13%
Τύπος δυνόδου	Δομή μεταλλικού καναλιού
Αριθμός δυνόδων	12
Άνοδος	Περιοχή 4x4 ανεξάρτητων pixels
Ρεύμα σκότους ανόδου ανά κανάλι	≤ 1 nA
Μέγεθος pixel	4 mm x 4 mm
Μέγιστη υψηλή τάση	1000 V
Gain στη μέγιστη υψηλή τάση	$3.9 \cdot 10^7$
Nominal Gain λειτουργίας για το MINOS	10^6
Χρόνος ανόδου παλμού στην άνοδο	0.83 ns
Cross–talk (4x4 mm^2 άνοιγμα)	1%
Μεταβολή του Gain από pixel σε pixel	1 : 4
Γραμμικότητα / κανάλι (±2%)	0.5 mA

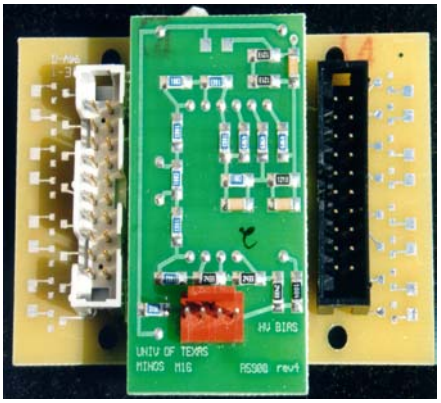
***Πίνακας 4.2**: Βασικά χαρακτηριστικά των R5900U–00–M16 PMTs του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS* [2].

απαιτήσεις του πειράματος MINOS, που είναι δυναμικό εύρος της τάξης του 500 (δηλαδή, ~1.5 φωτοηλεκτρόνια για μιόνια και ~500 φωτοηλεκτρόνια για ηλεκτρομαγνητικούς καταιγισμούς), χρόνος μορφοποίησης σήματος < 1 μs, ρυθμός ρεύματος σκότους < 10 Hz ανά mm^2 φωτοκαθόδου, συνολικό συσσωρευμένο φορτίο της τάξης των 1 με 3 mC κατά τη διάρκεια ζωής τους, επίδραση στην απόδοση μαγνητικών πεδίων μέχρι 10 G < 10%, Cross–talk μεταξύ γειτονικών pixels < 4%, παραγωγή σήματος τουλάχιστον 2.5 φωτοηλεκτρονίων για σωμάτια ελάχιστου ιονισμού (MIP) ανά κανάλι σπινθηριστή,

ομοιογένεια στην απόδοση μεταξύ διαφορετικών pixels καλύτερη από 1:4 και χρονική διακριτική ικανότητα καλύτερη από 2 ns για σήματα μεγαλύτερα από 10 φωτοηλεκτρόνια. Στο Σχ.4.4 δίνονται δύο φωτογραφίες του M16 φωτοπολλαπλασιαστή και μία φωτογραφία ης βάσης τροφοδοσίας του. Στην πάνω αριστερή εικόνα διακρίνονται τα 16 pixels, καθένα από τα οποία όπως είδαμε λειτουργεί ως ανεξάρτητος φωτοπολλαπλασιαστής. Στην κάτω εικόνα διακρίνονται οι δύο υποδοχές για τα καλώδια σήματος (μαύρη και λευκή υποδοχή), στα οποία περιέχονται και οι δύνοδοι και η υποδοχή για το καλώδιο υψηλής τάσης (κόκκινη μικρή υποδοχή).







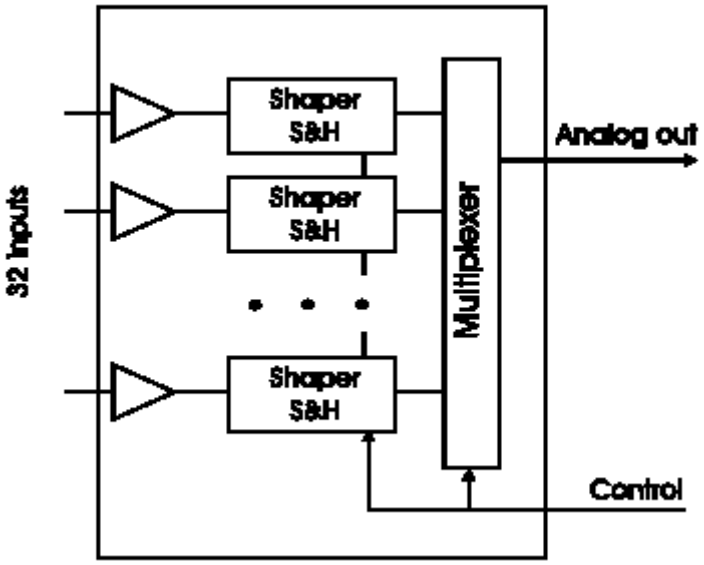
***Σχ.4.4**: Δύο φωτογραφίες σε διαφορετική οπτική γωνία του R5900U–00–M16 M–16 φωτοπολλαπλασιαστή του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS (πάνω) και μία φωτογραφία της βάσης τροφοδοσίας του (κάτω). Στην πάνω αριστερή εικόνα διακρίνονται τα 16 pixels και στην κάτω εικόνα διακρίνονται οι υποδοχές για τα καλώδια σήματος (μαύρη και λευκή υποδοχή), όπου περιέχονται και οι δύνοδοι και η υποδοχή για το καλώδιο υψηλής τάσης (κόκκινη μικρή υποδοχή).*

4.1.5. Οπτικές ίνες

Στον μακρινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS, όπως είδαμε, χρησιμοποιούνται οι οπτικές ίνες μετατόπισης μήκους κύματος (WLS fibers) για τη συλλογή και μετατροπή προς το πράσινο του φωτός από τον σπινθηριστή και οι λευκές οπτικές ίνες για τη μεταφορά αυτού του φωτός στις M16 PMTs. Όπως είδαμε στην παράγραφο 3.3.2 του προηγούμενου κεφαλαίου, φωτόνια μήκους κύματος στην περιοχή του μπλε (~420 nm) που παράγονται στον πλαστικό σπινθηριστή υφίστανται αρκετές ανακλάσεις στα τοιχώματα των strips και απορροφούνται από τους WLS fibers επανεκπεμπόμενα σε μεγαλύτερα μήκη κύματος στην περιοχή του πράσινου (>470 nm). Αυτός ο μηχανισμός συλλογής φωτός προσφέρεται για την εστίαση φωτονίων από το ενεργό υλικό ενός μαζικού καλοριμέτρου σε μία μικρή περιοχή μιας φωτοκαθόδου, μειώνοντας το συνολικό απαιτούμενο εμβαδόν της φωτοκαθόδου και περιορίζοντας συνεπακόλουθα το κόστος. Οι WLS fibers, διαμέτρου 1.2 mm, είναι κατασκευασμένοι σε δύο φλοιούς γύρω από μία κεντρική περιοχή, η οποία περιέχει τις WLS Y11 προσμίξεις, έτσι ώστε να μεγιστοποιείται η πιθανότητα παγίδευσης των φωτονίων στο εσωτερικό τους. Η κεντρική περιοχή από πολυστυρένιο έχει δείκτη διάθλασης 1.59, ο κεντρικός ακρυλικός φλοιός έχει δείκτη διάθλασης 1.50 και ο εξωτερικός φλοιός από polyfluor έχει δείκτη διάθλασης 1.42. Υπολογίζεται ότι το ποσοστό του φωτός που παγιδεύεται στην οπτική ίνα, για φωτόνια που εκπέμπονται πάνω στον άξονά της, είναι 5–6%. Η εξασθένηση του φωτός σε αυτές τις οπτικές ίνες περιγράφεται από το άθροισμα δύο εκθετικών κατανομών, μία με μήκος εξασθένησης της τάξης του 1 m και μία με μεγαλύτερο μήκος εξασθένησης της τάξης των 5–6 m. Η απαίτηση του πειράματος για τις οπτικές ίνες WLS είναι το μεγάλο μήκος εξασθένησης να είναι τουλάχιστο 5 m καθώς το φως μεταφέρεται σε μεγάλες αποστάσεις μέσα στον ανιχνευτή. Οι λευκές οπτικές ίνες χρησιμοποιούνται, όπως είδαμε, για να μεταφέρουν το φως που έχουν συλλέξει οι WLS fibers από τους οπτικούς συνδέσμους στα άκρα των ενεργών επιπέδων μέχρι τα κουτιά πολυπλεξίας όπου βρίσκονται οι M16 PMTs. Οι λευκές οπτικές ίνες δεν αλλοιώνουν το φάσμα εκπομπής των WLS Y11 προσμίξεων και έχουν χαρακτηριστικό μήκος εξασθένισης της τάξης των 12 m. Στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή του πειράματος θα χρησιμοποιηθούν συνολικά περίπου 850 km WLS fibers και 1000 km λευκών οπτικών ινών.

4.2. Ηλεκτρονικά του μακρινού ανιχνευτή

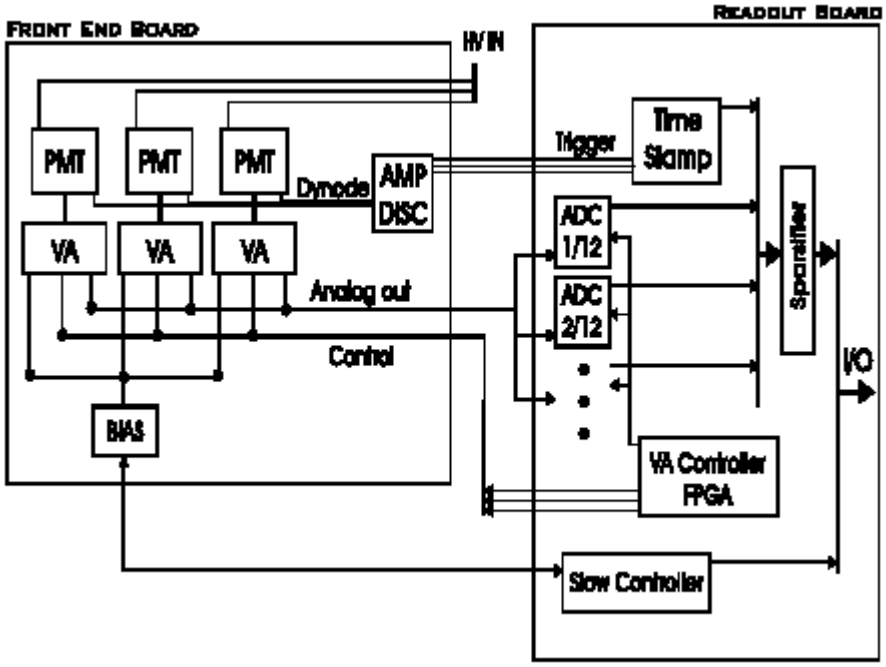
Το σύστημα των εμπρόσθιων ηλεκτρονικών (FEB) του μακρινού ανιχνευτή βασίζεται στο ολοκληρωμένο κύκλωμα VA32 για την μορφοποίηση και ενίσχυση των σημάτων από τις ανόδους των PMTs M16. Το κύκλωμα αυτό VA32 έχει 32 εισόδους, 16 από τις οποίες εξυπηρετούν τις 16 εξόδους μιας M16 PMT ενώ οι υπόλοιπες 16 δεν χρησιμοποιούνται. Το κύκλωμα αυτό περιλαμβάνει προενισχυτές και διαμορφωτές σήματος, κύκλωμα S&H (Sample & Hold) για κάθε κανάλι και πολυπλέκτη των αναλογικών εξόδων. Μία αναπαράσταση του ολοκληρωμένου αυτού κυκλώματος δίνεται στο Σχ.4.5. Οι εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών, που στεγάζουν τα κυκλώματα VA32, τοποθετούνται στα κουτιά



***Σχ.4.5**: Σχηματική αναπαράσταση του ολοκληρωμένου κυκλώματος VA32 του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS* [12].

πολυπλεξίας (εξωτερικά σε αυτά, μέσα σε κλωβούς Faraday) ώστε να αποφεύγεται η μεταφορά των αναλογικών σημάτων σε μεγάλες αποστάσεις και η συνεπακόλουθη μείωση του λόγου S/N (σήματος προς θόρυβο). Μία εμπρόσθια κάρτα ηλεκτρονικών αντιστοιχεί σε ένα κουτί πολυπλεξίας και στεγάζει τρία ολοκληρωμένα κυκλώματα VA32, ένα για κάθε PMT του κουτιού πολυπλεξίας (όπως είδαμε ανωτέρω, κάθε κουτί πολυπλεξίας περιέχει τρεις PMTs). Οι εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών περιέχουν επίσης ενισχυτές και διευκρινιστές για τα σήματα από τις τελευταίες ανόδους των PMTs καθώς επίσης και pin–diodes για την παρακολούθηση της απόκρισης των φωτοπολλαπλασιαστών

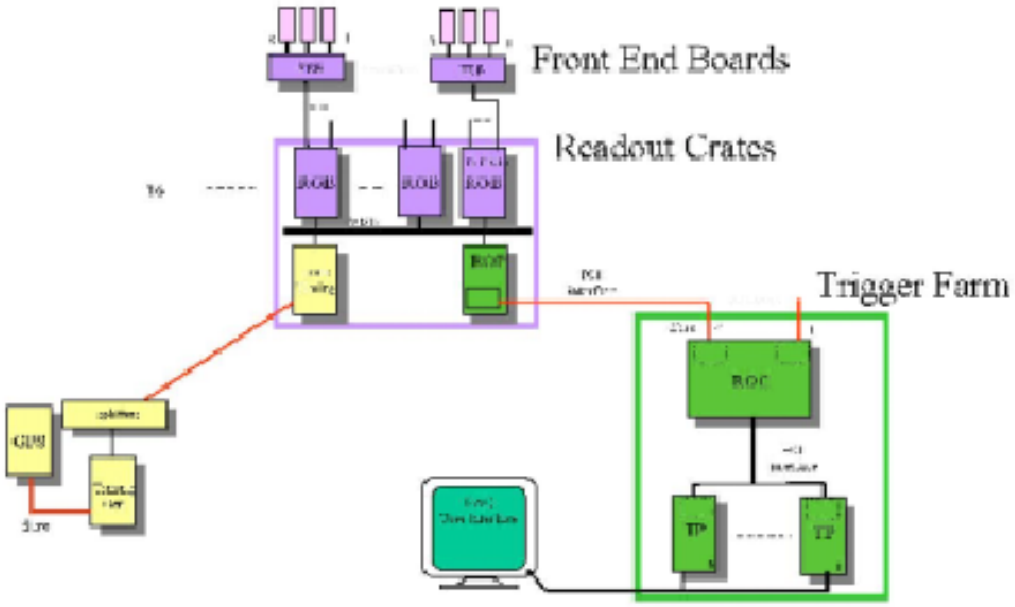
(χρησιμοποιούνται δύο pin–diodes ανά PMT και οι έξοδοι των pin–diodes εισάγονται σε αχρησιμοποίητα κανάλια εισόδου των ολοκληρωμένων κυκλωμάτων VA32, ενώ η είσοδος των οπτικών σημάτων σε αυτές γίνεται μέσω οπτικών ινών). Τα ενισχυμένα λοιπόν αναλογικά σήματα μεταφέρονται σε VME κάρτες ανάγνωσης (VARC) για την ψηφιοποίησή τους, την επεξεργασία τους και την προσθήκη της χρονικής σφραγίδας που συνοδεύει το γεγονός. Οι VME κάρτες ανάγνωσης αποτελούν το interface των εμπρόσθιων καρτών ηλεκτρονικών με το σύστημα συλλογής δεδομένων. Η κάρτα ανάγνωσης αποτελείται από έξι όμοια τμήματα, καθ'ένα από τα οποία αποτελείται από έναν 2:1 πολυπλέκτη εισόδου, έναν ψηφιοποιητή, έναν ελεγκτή για την απόδοση χρονικών σφραγίδων και μια μνήμη FIFO εύρους 18 bits. Κάθε τέτοιο τμήμα εξυπηρετεί δύο εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών, δηλαδή έξι κυκλώματα VA32. Μία μονάδα VARC διαθέτει έξι ψηφιοποιητές και εξυπηρετεί, με κατάλληλο σχήμα πολυπλεξίας, 12 εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών (που αντιστοιχούν όπως είδαμε σε 36 PMTs). Μία απεικόνιση της κάρτας ανάγνωσης δίνεται στο ακόλουθο Σχ.4.6. Τα



***Σχ.4.6**: Σχηματική αναπαράσταση μιας εμπρόσθιας κάρτας ηλεκτρονικών (FEB) και μιας VME μονάδας ανάγνωσης (VARC) του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS* [12].

σήματα ελέγχου για τους ADCs και την εξαγωγή των αναλογικών σημάτων από τα ολοκληρωμένα κυκλώματα VA32 παρέχονται από τον FPGA ελεγκτή της κάρτας

ανάγνωσης. Τα ψηφιοποιημένα δείγματα των VA32 που τοποθετούνται στις μνήμες FIFO διαβάζονται από τον FPGA, αφαιρούνται pedestals και γίνονται διαθέσιμα στο σύστημα συλλογής δεδομένων μέσω του VME interface της κάρτας ανάγνωσης. Οι μονάδες VARC τοποθετούνται σε συνολικά 16 VME crates ανάγνωσης που ισοκατανέμονται χωρικά ως: 4 ανά supermodule και ανά άκρο. Κάθε τέτοια τετράδα από VME crates επικοινωνεί μέσω μιας ηλεκτρικής PVIC σύνδεσης και σχηματίζει ένα branch ανάγνωσης. Τα τέσσερα αυτά branches ανάγνωσης συνδέονται με το δίκτυο μηχανισμού σκανδάλης (Trigger Farm) μέσω μιας οπτικής PVIC σύνδεσης, όπου τα γεγονότα ανακατασκευάζονται από το σύνολο των συλλεγόμενων δεδομένων. Εκεί εφαρμόζονται κριτήρια επιλογής των γεγονότων στη βάση της χρονικής και χωρικής συσχέτισης των παρατηρούμενων σημάτων και τα ενδιαφέροντα γεγονότα προωθούνται στον υπολογιστή συλλογής δεδομένων. Μία άποψη της αρχιτεκτονικής του ηλεκτρονικού συστήματος ανάγνωσης του μακρινού ανιχνευτή δίνεται στο Σχ.4.7.



***Σχ.4.7**: Η αρχιτεκτονική του ηλεκτρονικού συστήματος ανάγνωσης του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Οι τρεις βασικές μονάδες φαίνονται με διαφορετικό χρώμα. Με μοβ τα ηλεκτρονικά 'πρώτης γραμμής' (εμπρόσθιες κάρτες ηλεκτρονικών (FEB) με τα VA32 ολοκληρωμένα κυκλώματα και VME κάρτες ανάγνωσης), με κίτρινο το σύστημα χρονισμού (GPS) και με πράσινο το δίκτυο μηχανισμού σκανδάλης (Trigger Farm).*

4.3. Σύστημα χρονισμού του μακρινού ανιχνευτή

Το σύστημα χρονισμού του μακρινού ανιχνευτή βασίζεται σε ένα δέκτη GPS που έχει τη δυνατότητα καταγραφής του χρόνου GPS κατά την είσοδο ενός εξωτερικού σήματος χρονισμού και παρέχει σήμα εξόδου στα 10 MHz (το σύστημα GPS είναι ένα δορυφορικό σύστημα πλοήγησης και ένα τμήμα του, στο οποίο ανήκει και το πείραμα MINOS, είναι το τμήμα των χρηστών το οποίο αποτελείται από όλους εκείνους τους φορείς και τους ιδιώτες που διαθέτουν μηχανήματα λήψης σημάτων GPS τα οποία μετατρέπονται σε θέση, ταχύτητα και χρόνο). Το εξωτερικό αυτό σήμα χρονισμού, του οποίου ο χρόνος άφιξης καταγράφεται, είναι το σήμα χρονικής αναφοράς για ολόκληρο τον μακρινό ανιχνευτή και παράγεται μία φορά σε κάθε δευτερόλεπτο. Ο χρόνος άφιξης του σήματος αυτού διαβάζεται από έναν υπολογιστή μέσω του RS– 232 interface του δέκτη GPS και διαδίδεται στο τοπικό δίκτυο μέσω του πρωτοκόλλου χρονισμού NTP έτσι ώστε όλοι οι επεξεργαστές να συγχρονιστούν με αυτό το χρόνο (με ακρίβεια 10 ms). Η έξοδος των 10 MHz του δέκτη GPS σχηματίζει τη φέρουσα συχνότητα ενός PWM (Pulse Width Modulated) σήματος που μεταφέρει το σήμα χρονικής αναφοράς και ένα σήμα σκανδάλης (CAL) για τη διαδικασία βαθμονόμησης. Το σήμα αυτό εισάγεται σε ένα VCSEL (Vertical Cavity Surface Emitting Laser) και το παραγόμενο τότε οπτικό σήμα μοιράζεται σε 16 εξόδους (μέσω ενός παθητικού διανομέα) και κατευθύνεται μέσω οπτικών ινών σε ειδικές μονάδες των 16 εμπρόσθιων VME crates, οι οποίες είναι εξοπλισμένες με αναλογικό οπτικό δέκτη. Σε κάθε μία από αυτές τις μονάδες VME εξάγεται από το σύνθετο PWM σήμα η σκανδάλη βαθμονόμησης και το σήμα χρονικής αναφοράς, ενώ η φέρουσα συχνότητα του σήματος (10 MHz) πολλαπλασιάζεται για την παραγωγή του παλμού των 40 MHz για τη λειτουργία της μονάδας VME.

4.4. Μηχανισμός σκανδάλης

Το υπολογιστικό δίκτυο μηχανισμού σκανδάλης (Trigger Farm) είναι ένα δίκτυο υπολογιστών που τρέχουν λογισμικό σε περιβάλλον Linux για την αναγνώριση γεγονότων φυσικής και την απόρριψη των γεγονότων υποβάθρου (μέσω της εφαρμογής των αλγορίθμων μηχανισμού σκανδάλης), τη μετάδοση των επιλεγμένων γεγονότων στο σύστημα συλλογής δεδομένων, την αναγνώριση γεγονότων που επάγονται από το σύστημα έγχυσης φωτός και την ανάλυση αυτών των δεδομένων σε πραγματικό χρόνο. Οι υπολογιστές που είναι συνδεδεμένοι σε αυτό το δίκτυο επικοινωνούν με τον υπολογιστή συλλογής δεδομένων μέσω ενός τοπικού δικτύου και με τους VME επεξεργαστές μέσω μιας PVIC (PCI to PCI tranparent bridge) σύνδεσης. Η υλοποίηση του μηχανισμού σκανδάλης σε

επίπεδο λογισμικού αντί σε επίπεδο υλικού (hardware) είναι σημαντικός παράγοντας ευελιξίας του πειράματος MINOS. Ο προσδιορισμός των γεγονότων φυσικής γίνεται στη βάση της χωρικής και χρονικής συσχέτισης των παρατηρούμενων σημάτων (hits). Σημειώνουμε εδώ ότι ο χρόνος και το φορτίο κάθε παλμού από τους φωτοπολλαπλασιαστές που υπερβαίνει ένα προγραμματιζόμενο κατώφλι των 0.3 φωτοηλεκτρονίων μετράται και ψηφιοποιείται σαν μια 'hit' από τα ηλεκτρονικά. Η χρήση του ύψους παλμού των σημάτων για την απόρριψη του θορύβου δεν χρησιμοποιείται γιατί είναι δυνατό να επηρεάσει τη χρονική σταθερότητα του μηχανισμού σκανδάλης, π.χ. μέσω της μεταβολής της απόδοσης των φωτοπολλαπλασιαστών ή του σπινθηριστή. Ο βασικός αλγόριθμος μηχανισμού σκανδάλης είναι μία διαδικασία δύο βημάτων όπου αρχικά τουλάχιστον n σήματα ζητούνται μέσα σε οποιοδήποτε χρονικό παράθυρο των 50 ns και στη συνέχεια απαιτείται η ύπαρξη σημάτων, μέσα στα επόμενα 250 ns (μία συντηρητική διάρκεια γεγονότος), σε τουλάχιστον M από οποιαδήποτε ομάδα N συνεχόμενων επιπέδων (π.χ. M/N=4/5, 3/5, 4/6).

4.5. Σύστημα ελέγχου

Το σύστημα ελέγχου (Minos Detector Control System, DCS) τόσο του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS όσο και του κοντινού ανιχνευτή χρησιμοποιείται για την παρακολούθηση και τον έλεγχο των παραμέτρων όλων των υποσυστημάτων του ανιχνευτή, όπως θερμοκρασίες, πιέσεις, τάσεις λειτουργίας και της δέσμης, όπως ρεύματα στις μαγνητικές χοάνες. Το σύστημα αυτό χρησιμοποιεί interfaces λειτουργίας (Operator Interfaces, OPI), ελεγκτές I/O (I/O Controlers, IOC), προγραμματιζόμενους ελεγκτές (Programmable Logic Controlers, PLCs) και εξυπηρετητές I/O (I/O Servers, IOS). Τα τμήματα αυτά διαθέτουν μία πλειάδα από interfaces και ψηφιακά και αναλογικά κανάλια, όλα συνδεδεμένα μεταξύ τους μέσω ενός τοπικού δικτύου.

4.6. Σύστημα παροχής υψηλής τάσης

Τόσο στο μακρινό ανιχνευτή όσο και στον κοντινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS χρησιμοποιείται το σύστημα παροχής υψηλών τάσεων 1440 της εταιρίας LeCroy. Το σύστημα αυτό, που είναι σχεδιασμένο για εφαρμογές μεγάλης κλίμακας όπου απαιτείται υψηλή αξιοπιστία και απόδοση, μπορεί να παρέχει μέχρι 256 κανάλια υψηλής τάσης (ο αριθμός αυτός μπορεί να αυξηθεί σε 4096). Το σύστημα 1440 διαθέτει έναν ADC με διακριτική ικανότητα 13 bits (12 bits

συν 1 bit το πρόσημο) που επιτρέπει την ψηφιακή μέτρηση των τάσεων εξόδου του συστήματος. Το σύστημα επίσης διαθέτει δύο βερνιέρους για τον προσδιορισμό της μέγιστης παρεχόμενης τάσης για τις θετικές και αρνητικές εξόδους του. Αυτό είναι σημαντικό χαρακτηριστικό για την προστασία, σε περίπτωση οποιασδήποτε δυσλειτουργίας, των PMTs M16 όπου η παρεχόμενη τάση δεν επιτρέπεται να υπερβεί μια συγκεκριμένη κρίσιμη τιμή. Στον μακρινό ανιχνευτή χρησιμοποιούνται οκτώ κύριες μονάδες (main frames) 1440, τοποθετημένες στο διάδρομο που βρίσκεται στο μισό του ύψους του ανιχνευτή και ομοιόμορφα μοιρασμένες κατά μήκος του. Κάθε τέτοια κύρια μονάδα 1440 περιέχει 12 κάρτες υψηλής τάσης των 16 καναλιών. Οι κάρτες υψηλών τάσεων είναι συνδεδεμένες με τα κουτιά πολυπλεξίας μέσω καλωδίων RG–58 με συνδέσμους SHV.

4.7. Βαθμονόμηση

Η ενεργειακή βαθμονόμηση των ανιχνευτών του πειράματος MINOS είναι υψίστης σημασίας για την επίτευξη των στόχων φυσικής του πειράματος και όπως είδαμε, περιλαμβάνει κυρίως την παρατήρηση του φαινομένου των ταλαντώσεων νετρίνων, την εξακρίβωση των καναλιών ταλάντωσης, την ακριβή μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης και τον έλεγχο εναλλακτικών υποθέσεων όπως η διάσπαση νετρίνων και οι ταλαντώσεις σε επιπλέον διαστάσεις. Ο στόχος του εκτεταμένου αυτού προγράμματος ενεργειακής βαθμονόμησης των ανιχνευτών του πειράματος είναι η διασφάλιση σχετικής αβεβαιότητας στις μετρήσεις ενέργειας ανάμεσα στον κοντινό και μακρινό ανιχνευτή της τάξης του 2% και απόλυτης καλοριμετρικής αβεβαιότητας της τάξης του 5%. Το πρόγραμμα αυτό βαθμονόμησης του πειράματος περιλαμβάνει την κατασκευή ενός ανιχνευτή βαθμονόμησης (Calibration Detector, CalDet) με χαρακτηριστικά όμοια με αυτά των δύο καλοριμέτρων (του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή) και την τοποθέτησή του σε δοκιμαστική δέσμη (μιονίων, ηλεκτρονίων και αδρονίων) στο Ευρωπαικό εργαστήριο φυσικής υψηλών ενεργειών CERN, την μέτρηση κοσμικών μιονίων και στους δύο ανιχνευτές, την κατασκευή και εγκατάσταση και στους δύο ανιχνευτές ενός συστήματος έγχυσης φωτός στους WLS fibers, την αυτο–βαθμονόμηση των ηλεκτρονικών και των δύο ανιχνευτών και το συστηματικό έλεγχο του συνόλου των καναλιών σπινθηριστή και των PMTs πριν την τοποθέτησή τους στους ανιχνευτές. Όσον αφορά τη βαθμονόμηση των ηλεκτρονικών σημειώνουμε ότι, τα ηλεκτρονικά και των δύο ανιχνευτών θα έχουν τη δυνατότητα να παρακολουθούν συνεχώς μεταβολές στην τιμή της pedestal, δηλαδή το σήμα από ένα μικρό ρεύμα που κυκλοφορεί συνεχώς στα ηλεκτρονικά και ολοκληρώνεται, έτσι ώστε τα συστηματικά σφάλματα να είναι μικρότερα από 0.02 φωτοηλεκτρόνια. Επίσης, τα

ηλεκτρονικά και των δύο ανιχνευτών έχουν τη δυνατότητα έγχυσης γνωστού φορτίου στα κανάλια εισόδου τους, γεγονός που επιτρέπει την αυτο–βαθμονόμησή τους. Ο ανιχνευτής CalDet είναι μία διάταξη 60 επιπέδων από ατσάλι (~5 τόνοι) που ακολουθούνται από επίπεδα σπινθηριστή (24 λωρίδες ανά επίπεδο) με εναλλασσόμενο προσανατολισμό και μήκος ινών ανάγνωσης ίσο με αυτό του πραγματικού (μακρινού) ανιχνευτή, αλλά χωρίς μαγνητικό πεδίο. Ο ανιχνευτής αυτός τοποθετήθηκε σε δέσμες μιονίων, ηλεκτρονίων και αδρονίων στο CERN και μετρήθηκε η απόκρισή του για ανάγνωση με τα ηλεκτρονικά τόσο του μακρινού όσο και του κοντινού ανιχνευτή. Σημαντικό ρόλο στη βαθμονόμηση των δύο ανιχνευτών του MINOS παίζουν οι μετρήσεις της κοσμικής ακτινοβολίας που γίνονται και θα γίνονται συνεχώς κατά τη διάρκεια της κατασκευής και λειτουργίας τους. Η απόκριση σε κοσμικά μιόνια ίσης ενέργειας για τις διάφορες θέσεις του ανιχνευτή CalDet βοηθά στην εσωτερική βαθμονόμηση όλων των λωρίδων σπινθηριστή, οπότε σε συνδυασμό με την απόκριση του CalDet σε μιόνια και άλλα σωματίδια γνωστής ενέργειας, καθώς και σε κοσμικά σωματίδια στις δύο θέσεις, έχουμε την απόλυτη βαθμονόμηση των ανιχνευτών καθώς και τη σχετική τους ενεργειακή βαθμονόμηση.

Κεφάλαιο 5
Ανάλυση της απόκρισης του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS

5.1. Η σημασία της ταυτοποίησης των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για τη φυσική του πειράματος MINOS

Όπως είδαμε και παραπάνω, το πείραμα MINOS είναι ένα πείραμα εξαφάνισης μιονικών νετρίνων (ν_μ disappearance) με σκοπό την επίδειξη των ταλαντώσεων μιονικών νετρίνων και την μέτρηση των παραμέτρων ταλάντωσης $\sin^2 2\theta_{23}$ και κυρίως της Δm_{23}^2 με ακρίβεια καλύτερη από 10% από τις μεταβολές του φάσματος μιονικών νετρίνων μεταξύ του μακρινού και κοντινού ανιχνευτή. Επίσης, μελέτη των ταλαντώσεων ν_μ Ï ν_e (με τη μέτρηση της ροής των ν_e στους δύο ανιχνευτές) μπορεί να οδηγήσει σε μέτρηση της παραμέτρου $s_{13}=\sin\theta_{13}$ με ακρίβεια, για την οποία η μοναδική μέτρηση που υπάρχει μέχρι σήμερα είναι αυτή του πειράματος CHOOZ [8]:

$$\sin^2 2\theta_{13} < 0.15$$

Η μέτρηση αυτή είναι πολύ σημαντική για την διαπίστωση της παραβίασης της CP συμμετρίας στα λεπτόνια μια και όπως φαίνεται από τη σχέση (1.6) του πρώτου κεφαλαίου, η παράμετρος s_{13} πολλαπλασιάζεται με την εκθετική δύναμη της παραμέτρου δ η οποία όπως είδαμε σχετίζεται με την παραβίαση της CP συμμετρίας. Σκοπός του πειράματος MINOS είναι και η μελέτη των ταλαντώσεων σε sterile νετρίνα (ν_μ Ï ν_s). Δεδομένου ότι τα sterile νετρίνα δεν αλληλεπιδρούν, η μελέτη αυτών των ταλαντώσεων γίνεται με τη μέτρηση των NC αλληλεπιδράσεων και στους δύο ανιχνευτές. Συγκεκριμένα, αν υπάρχουν ταλαντώσεις σε sterile νετρίνα το φάσμα των NC αλληλεπιδράσεων στους δύο ανιχνευτές θα είναι διαφορετικό. Όσον αφορά την μελέτη των ατμοσφαιρικών νετρίνων, το πείραμα MINOS πλεονεκτεί του πειράματος SK (βλ. κεφάλαιο 2) στην ύπαρξη μαγνητικού πεδίου στον μακρινό ανιχνευτή. Έτσι, μπορούν να μελετηθούν ταλαντώσεις $\nu_\mu \to \nu_\mu$ και $\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_\mu$ και επομένως να γίνει έλεγχος της CPT συμμετρίας στα νετρίνα. Επίσης, στην παράγραφο 3.4 επικεντρωθήκαμε στη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των φορτισμένου ρεύματος αλληλεπιδράσεων στους δύο

ανιχνευτές. Όπως είδαμε στην ίδια παράγραφο, η παρατήρηση τ νετρίνων είναι μία ισχυρή ένδειξη για ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$, μια και δεν υπάρχουν ν_τ στην αρχική σύσταση της δέσμης. Η επιλογή της χαμηλής ενέργειας δέσμης νετρίνων δεν ευνοεί την παρατήρηση ν_τ , μια και η κορυφή του ενεργειακού φάσματος της δέσμης αυτής είναι χαμηλότερα από το ενεργειακό κατώφλι για αλληλεπιδράσεις φορτισμένου ρεύματος τ νετρίνων με νουκλεόνια. Η μορφή όμως του φάσματος της δέσμης χαμηλής ενέργειας είναι τέτοια που να δίνει μία μέση τιμή ενέργειας 10 GeV. Έτσι, είναι δυνατή η παρατήρηση αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος ν_τ. Από εδώ παίρνουμε μια πρώτη γεύση της σημασίας της ταυτοποίησης των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή για τη φυσική του πειράματος MINOS. Η ταυτοποίηση αυτή συνίσταται στη μέτρηση συγκεκριμένων μεγεθών για μία αλληλεπίδραση (γεγονός) στον μακρινό ανιχνευτή, όπως είναι η διαμήκης ή η εγκάρσια έκταση του γεγονότος και η ενέργεια που εναποθέτει και από αυτά τα μεγέθη θα βγάλουμε συμπέρασμα τόσο για τη φύση της αλληλεπίδρασης (φορτισμένου ρεύματος, CC ή ουδετέρου ρεύματος, NC) όσο και για τη γεύση του νετρίνου που άρχισε τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση (αν είναι δηλαδή ν_e, ν_μ ή ν_τ). Αυτή η ταυτοποίηση είναι σημαντική επίσης για μελέτες των matter effects και της lepton universality από το πείραμα MINOS, για τη μέτρηση των συναρτήσεων δομής $F_2(\chi,Q^2)$ και $\chi F_3(\chi,Q^2)$ για διάφορους πυρήνες, για την παρατήρηση πυρηνικών φαινομένων και καναλιών συντονισμών στις αλληλεπιδράσεις νετρίνου–νουκλεονίου για διάφορους στόχους και για τη μελέτη ημιελαστικών αλληλεπιδράσεων. Στην προσπάθειά μας να επιχειρήσουμε μία τέτοια ταυτοποίηση καταφεύγουμε στη χρήση νευρωνικών δικτύων, όπως θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου. Θα πρέπει, τώρα, να εστιάσουμε την προσοχή μας στο ποιες ακριβώς αλληλεπιδράσεις συμβαίνουν στον μακρινό ανιχνευτή προκειμένου να γίνει σαφής η αφορμή της όλης μας δουλειάς. Τα περισσότερα νετρίνα που φτάνουν στον μακρινό ανιχνευτή είναι φυσικά ν_μ και ν_τ. Τα περισσότερα ν_τ, όμως, λόγω ενέργειας δεν αλληλεπιδρούν και άρα η προσπάθεια ταυτοποίησης θα μπορεί να επικεντρωθεί μόνο ανάμεσα σε αλληλεπιδράσεις ν_μ και ν_e. Ένα νετρίνο στον μακρινό ανιχνευτή μπορεί να αλληλεπιδράσει είτε με ένα νουκλεόνιο είτε με ένα ηλεκτρόνιο. Έστω η αλληλεπίδραση ενός νετρίνου με ένα νουκλεόνιο και έστω P_ν η τετραορμή του νετρίνου και P_N η τετραορμή του νουκλεονίου. Τότε το τετράγωνο της ενέργειας του συστήματος στο κέντρο μάζας, θεωρώντας το νουκλεόνιο ακίνητο, θα είναι:

$$s = (P_\nu+P_N)^2 = (E_\nu+M)^2 - (\vec{P}_\nu+0)^2 = M^2 + 2E_\nu M$$

Επομένως, θα έχουμε για την ενεργό διατομή της αλληλεπίδρασης αυτής:

$$\sigma(\nu N)\ddot{O}G^2ME_\nu$$

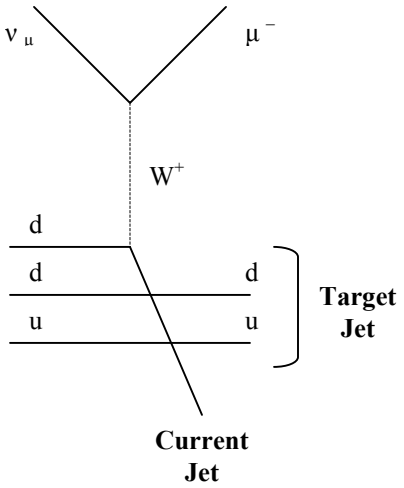
Είναι, τώρα, προφανές ότι επαναλαμβάνοντας την ίδια δουλειά για μία αλληλεπίδραση νουκλεονίου με ηλεκτρόνιο, βρίσκουμε:

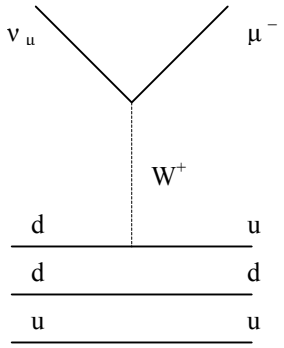
$$\sigma(\nu e^-) \ddot{O} G^2 m_e E_\nu$$

Από τις δύο τελευταίες σχέσεις είναι τώρα φανερό ότι:

$$\sigma(\nu N) \approx 2000 \cdot \sigma(\nu e^-)$$

Γίνεται αμέσως αντιληπτό ότι οι αλληλεπιδράσεις των νετρίνων με ηλεκτρόνια μπορούν να αγνοηθούν και να επικεντρωθούμε μόνο στις αλληλεπιδράσεις τους με νουκλεόνια. Τέτοιες αλληλεπιδράσεις νN που λαμβάνουν χώρα στον μακρινό ανιχνευτή εξαρτώνται από την ενέργεια των νετρίνων. Σε πολύ μεγάλες ενέργειες νετρίνων έχουμε βαθιά ανελαστική σκέδαση (DIS) των νετρίνων με τα νουκλεόνια. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται το διάγραμμα Feynman της αλληλεπίδρασης $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + X$, που είναι ένα χαρακτηριστικό παράδειγμα DIS. Πρόκειται προφανώς για CC αλληλεπίδραση και διακρίνονται στο σχήμα τόσο το Target Jet όσο και το Current Jet. Σε μικρότερες ενέργειες νετρίνων, αντί για DIS έχουμε την ημιελαστική σκέδαση (QE) νετρίνων και νουκλεονίων και πρόκειται φυσικά για CC αλληλεπίδραση. Παράδειγμα μιας τέτοιας αλληλεπίδρασης είναι η αλληλ-επίδραση $\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p$, της οποίας το διάγραμμα Feynman φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα. Στην αλληλεπίδραση αυτή, όπως και προηγουμένως, το W^+ αλληλεπιδρά με το d quark του νετρίνου και το μετατρέπει σε u. Έτσι, τελικά έχουμε την εμφάνιση ενός πρωτονίου. Στην προηγούμενη αλληλεπίδραση όπου όπως είδαμε η ενέργεια του νετρίνου είναι μεγαλύτερη, έχουμε τη δημιουργία Jets. Σε αρκετά μικρές ενέργειες το νετρίνο αλληλεπιδρά ελαστικά με ένα νουκλεόνιο. Ένα τέτοιο παράδειγμα είναι η αλληλεπίδραση $\nu_\mu + p$ Ï Ï $\nu_\mu + p$ και πρόκειται προφανώς για NC αλληλεπίδραση. Μία άλλη αλληλεπίδραση νετρίνου με νουκλεόνιο είναι η Single Pion Production. Πρόκειται για CC αλληλεπίδραση





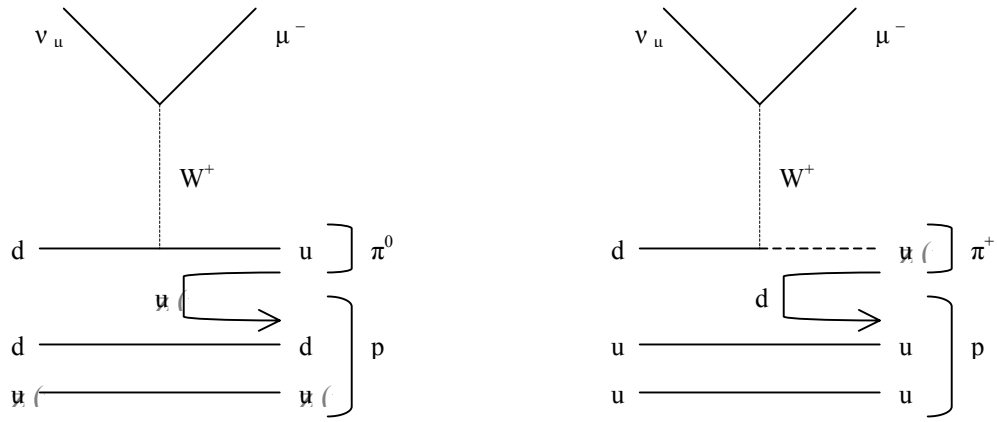
που έχει σαν αποτέλεσμα τη δημιουργία ενός συντονισμού Δ^+ ή ενός Δ^{++}. Παράδειγμα παραγωγής συντονισμού Δ^+ είναι η αλληλεπίδραση:

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + \Delta^+, \quad \Delta^+ \rightarrow \pi^0 + p$$

και παράδειγμα παραγωγής συντονισμού Δ^{++} είναι:

$$\nu_\mu + p \rightarrow \mu^- + \Delta^{++}, \quad \Delta^{++} \rightarrow \pi^+ + p$$

Τα διαγράμματα Feynman των δύο ανωτέρω αλληλεπιδράσεων φαίνονται παρακάτω. Στο δεύτερο από αυτά διάγραμμα, που αντιστοιχεί προφανώς στην παραγωγή συντονισμού Δ^{++}, το u quark παράγεται σε διεγερμένη κατάσταση.



Στο πείραμα MINOS, επομένως, οι ανωτέρω είναι οι δυνατές αλληλεπιδράσεις των νετρίνων με τα νουκλεόνια στον μακρινό ανιχνευτή. Δείξαμε πως οι αλληλεπιδράσεις των νετρίνων με τα ηλεκτρόνια της ύλης μπορούν να αγνοηθούν. Το πείραμα MINOS είναι ένα πείραμα κυρίως εξαφάνισης ν_μ και επομένως μας ενδιαφέρει η ταυτοποίηση αλληλεπιδράσεων ν_μ CC. Το κύριο υπόβαθρο στην ταυτοποίηση αυτών των αλληλεπιδράσεων είναι οι ν_μ NC και αυτό συμβαίνει κυρίως στις χαμηλές ενέργειες, όπου στις ν_μ CC αλληλεπιδράσεις το μ^- έχει μικρού μήκους τροχιά και υπάρχει περίπτωση να θεωρηθεί ως το π των ν_μ NC αλληλεπιδράσεων. Επομένως είναι πολύ σημαντικός ο διαχωρισμός ν_μ CC από ν_ν NC αλληλεπιδράσεις και πράγματι, η τρίτη κατηγορία των νευρωνικών μας δικτύων θα αναφέρεται σε αυτόν ακριβώς τον διαχωρισμό. Εκτός της εξαφάνισης ν_μ, στο πείραμα MINOS γίνεται μελέτη και ταλαντώσεων $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, όπου και εδώ έχουμε σαν κύριο υπόβαθρο τις ν_μ NC αλληλεπιδράσεις στον μακρινό ανιχνευτή. Επομένως είναι σημαντικός ο διαχωρισμός ν_e CC και NC αλληλεπιδράσεων, που θα γίνει στη δεύτερη κατηγορία των νευρωνικών μας. Για την ανίχνευση αλληλεπιδράσεων $\nu_\mu \rightarrow \nu_s$, δεδομένου ότι τα ν_s δεν αλληλεπιδρούν (ούτε με CC ούτε με NC αλληλεπιδράσεις), μετράμε τις NC αλληλεπιδράσεις στον μακρινό

και κοντινό ανιχνευτή. Έτσι, το κύριο υπόβαθρο στην ταυτοποίηση των γεγονότων $\nu_\mu \rightarrow \nu_s$ είναι τα χαμηλής ενέργειας γεγονότα CC και κυρίως τα χαμηλής ενέργειας ν_μ CC και επομένως είναι σημαντικός ο διαχωρισμός των NC γεγονότων από τα CC, που θα γίνει στην τρίτη κατηγορία των νευρωνικών μας. Όσον αφορά τις αλληλεπιδράσεις των λεπτονίων, θα πρέπει να σημειώσουμε ότι τα e^- λόγω μικρής μάζας δίνουν ακτινοβολία Bremstralung και γι'αυτό το λόγο δίνουν κυρίως καταιγισμούς, σε αντίθεση με τα μ^- τα οποία είναι σωμάτια ελάχιστου ιονισμού (Minimum Ionazing Particles, MIP) και επομένως δίνουν ευθείες καθορισμένες τροχιές. Τα τ^- στο 18% των περιπτώσεων διασπώνται σε e^- (οπότε θα δίνουν γεγονότα που μοιάζουν με ηλεκτρομαγνητικούς καταιγισμούς), στο 18% σε μ^- και στο υπόλοιπο 64% σε αδρόνια (οπότε θα δίνουν γεγονότα που μοιάζουν με αδρονικούς καταιγισμούς).

5.2. Οργάνωσης της μελέτης ταυτοποίησης γεγονότων

Για την ταυτοποίηση γεγονότων, όπως θα δούμε και παρακάτω, χρειάζεται να καθοριστούν οι αναγκαίες μεταβλητές για τον διαχωρισμό. Ο καθορισμός αυτός απαιτεί μελέτη των χαρακτηριστικών των γεγονότων αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή (βλ. παράγραφο 5.3). Η ταυτοποίηση γεγονότων θα γίνει:

i. με νετρίνα καθορισμένης ενέργειας
ii. με νετρίνα που δίνουν γεγονότα καθορισμένης εναποτιθέμενης ενέργειας (visible energy)

Από τη μελέτη αυτή, όπως θα δούμε, θα προκύψουν πολύτιμα συμπεράσματα, που αφορούν τόσο την βελτιστοποίηση της μεθόδου ταυτοποίησης όσο και την προσπάθεια ταυτοποίησης αλληλεπιδράσεων νετρίνων, η ενεργειακή κατανομή των οποίων υπακούει το ενεργειακό φάσμα της πηγής των νετρίνων του πειράματος MINOS (βλ. κεφάλαιο 3).

5.3. MC γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή

Η ταυτοποίηση γεγονότων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή συνίσταται στη μέτρηση συγκεκριμένων μεγεθών για ένα τέτοιο γεγονός, όπως είναι η διαμήκης ή η εγκάρσια έκταση του γεγονότος και η ενέργεια που εναποθέτει και από αυτά τα μεγέθη θα βγάλουμε συμπέρασμα τόσο για τη φύση της αλληλεπίδρασης (φορτισμένου ρεύματος, CC ή ουδετέρου ρεύματος, NC) όσο και για τη γεύση

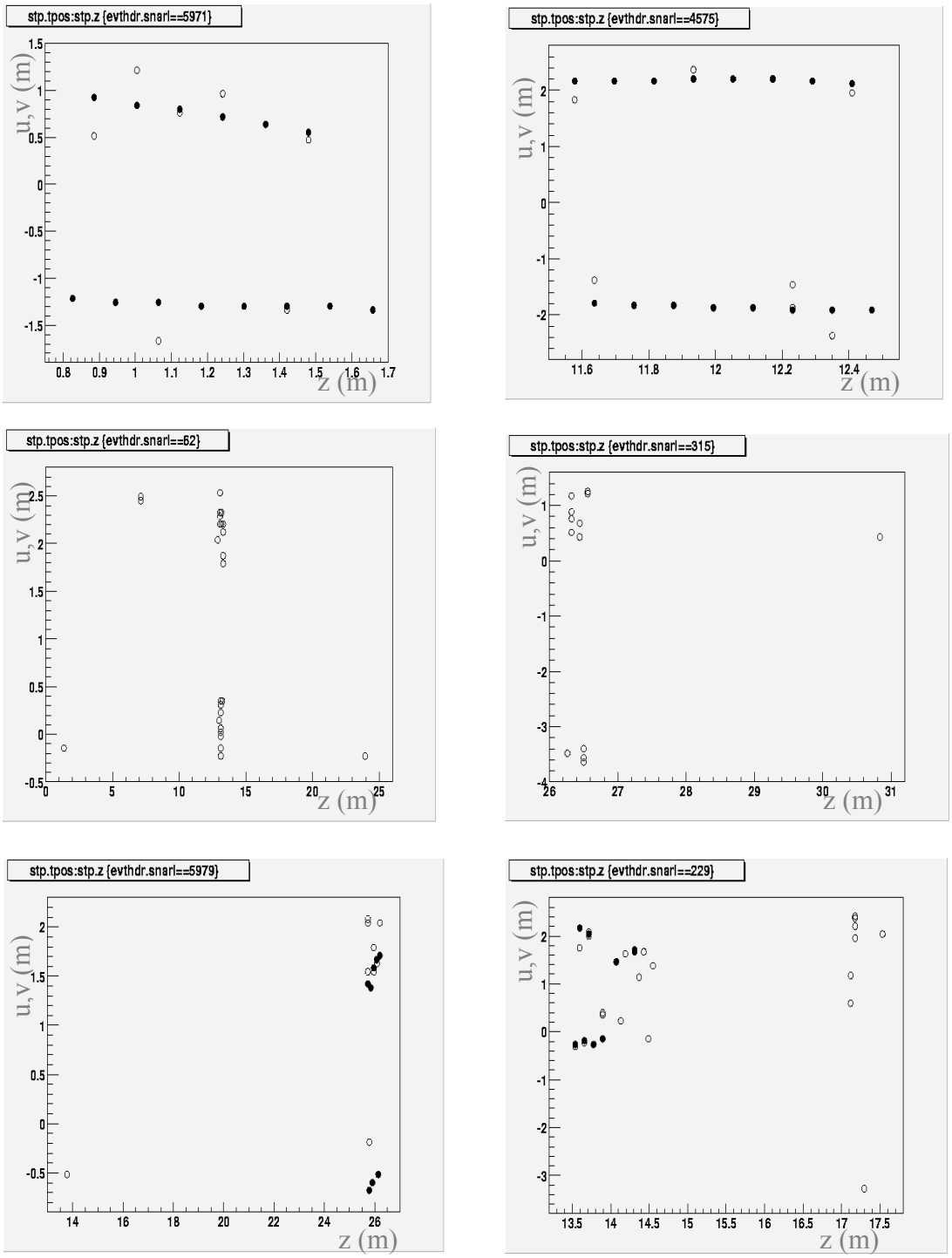
του νετρίνου που άρχισε τη συγκεκριμένη αλληλεπίδραση (αν είναι δηλαδή ν_e, ν_μ ή ν_τ). Για την επίτευξη της ταυτοποίησης γεγονότων στον μακρινό ανιχνευτή χρειαζόμαστε πραγματικά γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων. Τέτοια γεγονότα δεν είναι δυνατό να έχουμε τώρα, μια και όπως είδαμε στο τρίτο κεφάλαιο η κατασκευή της όλης διάταξης της δέσμης του πειράματος δεν έχει ολοκληρωθεί όπως και η κατασκευή του κοντινού ανιχνευτή. Τα μόνα πραγματικά γεγονότα που έχουμε είναι αυτά στον ανιχνευτή CalDet. Μία άλλη λύση, που θα χρησιμοποιήσουμε εδώ, είναι να κατασκευάσουμε Monte Carlo (MC) γεγονότα νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή του πειράματος. Προς την επίτευξη αυτού του στόχου θα χρησιμοποιήσουμε την standard έκδοση του MC του πειράματος MINOS, γνωστή ως GMINOS [49]. Θα κατασκευάσουμε με αυτόν τον τρόπο γεγονότα ν_μ (CC και NC) και ν_e (CC και NC) στον μακρινό ανιχνευτή, δηλαδή στην ταυτοποίηση που θα επιχειρήσουμε δεν θα λάβουμε υπ'όψιν προς το παρόν ν_τ γεγονότα. Ο κώδικας GMINOS ελέγχεται από ένα αρχείο, γνωστό ως 'gminos.ffr' και σε αυτό επιλέγουμε τα χαρακτηριστικά των γεγονότων MC που θα κατασκευάσουμε. Στόχος είναι να φτιάξουμε γεγονότα δεδομένης ενέργειας (δεδομένης ενεργειακής περιοχής καλύτερα). Συγκεκριμένα, κατασκευάζουμε 10000 γεγονότα ν_μ και 10000 γεγονότα ν_e στον μακρινό ανιχνευτή για μία συγκεκριμένη ενέργεια. Κατόπιν επαναλαμβάνουμε για διάφορες ενέργειες. Ο κώδικας δεν φτιάχνει ακριβώς 10000 γεγονότα, αλλά λίγο λιγότερα (π.χ. 9678 γεγονότα). Επίσης, ο κώδικας μόνος του αποφασίζει πόσα από τα 10000 γεγονότα θα είναι NC και πόσα CC, λαμβάνοντας υπ'όψιν τις a priori πιθανότητες στον μακρινό ανιχνευτή να είναι ένα γεγονός CC ή NC. Αυτό που θα πρέπει να εξηγήσουμε είναι γιατί σε κάθε ενέργεια κατασκευάζουμε ίσο αριθμό ν_e και ν_μ (10000). Θα μπορούσαμε να σκεφτούμε ότι αφού η δέσμη στο πείραμα, όπως είδαμε, είναι σχεδόν εξ'ολοκλήρου ν_μ, θα έπρεπε σε κάθε ενέργεια να κατασκευάζουμε πολύ λιγότερα ν_e γεγονότα απ'ότι ν_μ. Αυτό όμως δεν ενδείκνυται μια και μας ενδιαφέρει να ταυτοποιήσουμε αλληλεπιδράσεις καταρχήν μεταξύ ν_μ και ν_e σε συγκεκριμένη ενέργεια κάθε φορά και επομένως, προκειμένου να έχουμε ίδια στατιστική για τα ν_μ και τα ν_e, κατασκευάζουμε ίσο αριθμό ν_μ και ν_e γεγονότων σε κάθε ενέργεια. Οι ενέργειες που χρησιμοποιούμε είναι 0.5, 1 , 2, 3 και 5 GeV (συγκεκριμένα φτιάχνουμε γεγονότα σε μικρές περιοχές γύρω από αυτές τις ενέργειες). Έτσι, τρέχουμε σε κάθε ενέργεια δύο φορές το 'gminos.ffr', μία για ν_e και μία για ν_μ. Τα μεγέθη που μας ενδιαφέρει να αλλάζουμε κάθε φορά σε αυτό το αρχείο δίνονται στο παράρτημα ΙΙ. Τρέχουμε το GMINOS για 0.5 GeV (ενεργειακή περιοχή από 0.25 έως 0.75 GeV) δύο φορές, μία για 10000 γεγονότα ν_μ και μία για 10000 γεγονότα ν_e (βλ. παράρτημα ΙΙ). Επαναλαμβάνουμε για ενέργειες 1 GeV (ενεργειακή περιοχή από 0.75 έως 1.25 GeV), 2 GeV (ενεργειακή περιοχή από 1.55 έως 2.45 GeV), 3 GeV (ενεργειακή περιοχή από 2.95 έως 3.05 GeV) και 5 GeV (ενεργειακή περιοχή από 4.75 έως 5.25 GeV). Με

αυτό τον τρόπο κατασκευάζουμε MC γεγονότα νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή, ο αριθμός των οποίων δίνεται στον πίνακα 5.1 που ακολουθεί. Στις ενέργειες των

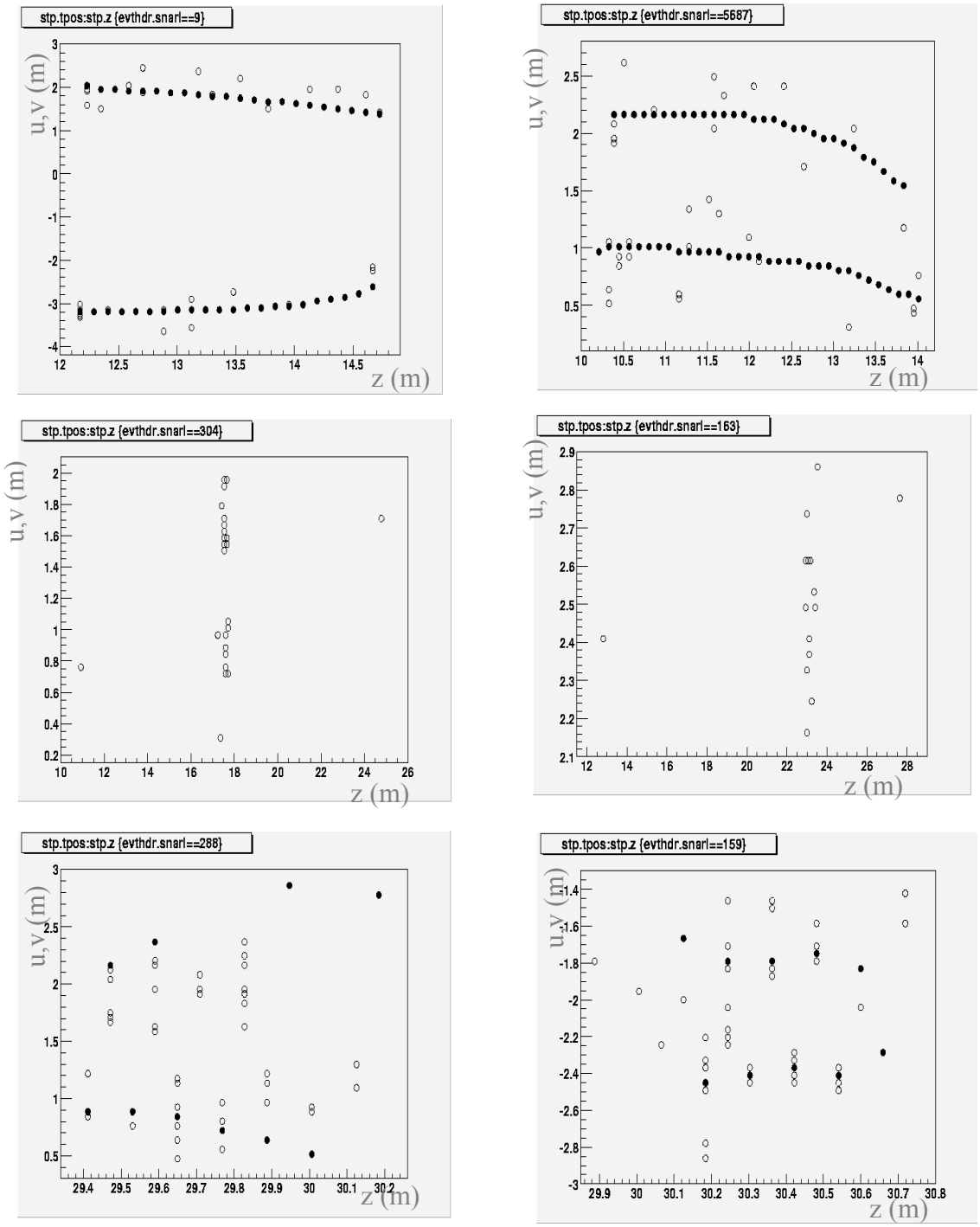
E_ν (GeV)	ν_μ total	ν_μCC	ν_μNC	ν_e total	ν_eCC	ν_eNC
0.5	9073	6991	2082	9227	7267	1960
1	9636	7428	2208	9643	7528	2115
2	9770	7547	2223	9774	7586	2188
3	7744	5912	1832	9843	7474	2369
5	4676	3499	1177	7290	5541	1749

***Πίνακας 5.1**: Οι αριθμοί των MC γεγονότων που κατασκευάσαμε σε κάθε ενέργεια νετρίνου.*

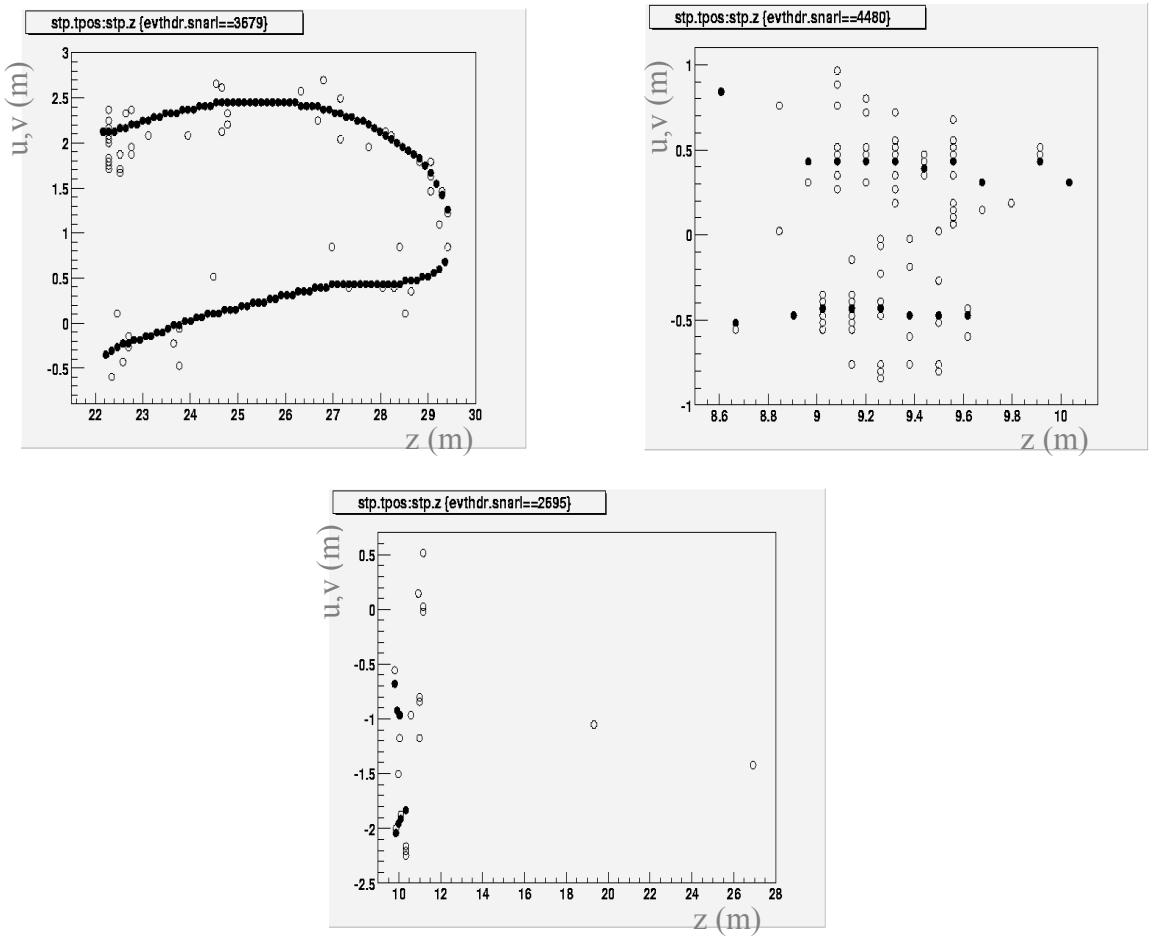
3 και 5 GeV φαίνεται πως φτιάχτηκαν, λόγω αδυναμίας του κώδικα ανακατασκευής (ο οποίος ανακατασκευάζει ένα MC αρχείο στη μορφή ενός ROOT Tree, ενός αρχείου δηλαδή που διαβάζεται εύκολα από το πακέτο εργασίας ROOT που είναι συμβατό σε γλώσσα C/C++), πολύ λιγότερα γεγονότα ν_μ από 10000. Έτσι, προκειμένου να εξασφαλίσουμε την απαίτηση να έχουμε ίσο περίπου αριθμό ν_e και ν_μ γεγονότων σε κάθε ενέργεια, στην ενέργεια 3 GeV χρησιμοποιούμε από τα 9843 ν_e γεγονότα μόνο τα 7900 και στα 5 GeV από τα 7290 ν_e γεγονότα χρησιμοποιούμε μόνο τα 4800. Για κάθε μία από τις πέντε ανωτέρω ενέργειες θα φτιάξουμε στη συνέχεια τρία νευρωνικά δίκτυα, ένα για διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC), ένα για διαχωρισμό ν_eCC–NC και ένα για διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC. Στα Σχ.5.1 έως 5.3 φαίνονται μερικά χαρακτηριστικά γεγονότα από τα ανωτέρω. Ο οριζόντιος άξονας είναι ο άξονας z του μακρινού ανιχνευτή σε m (έχει την κατεύθυνση της δέσμης νετρίνων) και ο κατακόρυφος άξονας είναι οι άξονες u και v σε m (βλ. τρίτο κεφάλαιο). Τα μαυρισμένα σημεία σε κάθε γεγονός είναι αυτά που ο κώδικας ανακατασκευής βρίσκει ότι ανήκουν σε μία τροχιά. Πριν προχωρήσουμε όμως στην κατασκευή των νευρωνικών δικτύων θα δούμε συνοπτικά μερικές βασικές αρχές και ορισμούς της τεχνικής ενός νευρωνικού δικτύου.



***Σχ.5.1**: Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=0.5 GeV (αριστερά) και ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_μNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=1 GeV (δεξιά).*



***Σχ.5.2**: Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=2 GeV (αριστερά) και ένα τυπικό γεγονός ν_μCC, ν_eNC και ν_eCC στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=3 GeV (δεξιά).*



Σχ.5.3*: Από πάνω προς τα κάτω: Ένα τυπικό γεγονός ν_μCC (πάνω αριστερά), ν_eCC (πάνω δεξιά) και ν_μNC (κάτω) στον μακρινό ανιχνευτή με E_ν=5 GeV.*

Από τα σχήματα αυτά είναι χαρακτηριστικές οι πολύ καλά ευδιάκριτες τροχιές των μιονίων στις ν_μCC αλληλεπιδράσεις. Μάλιστα, στις ενέργειες νετρίνων των 3 και 5 GeV φαίνεται και η καμπύλωση των τροχιών αυτών από το μαγνητικό πεδίο. Μάλιστα, όπως φαίνεται, στην ενέργεια νετρίνου των 5 GeV η τροχιά του μιονίου φτάνει τα 8 m μέσα στον μακρινό ανιχνευτή. Επίσης, χαρακτηριστικό είναι πως τα NC γεγονότα περιορίζονται σε ένα μόνο επίπεδο σιδήρου του μακρινού ανιχνευτή, δηλαδή εκτείνονται σε ένα μήκος 2.54 cm. Επίσης, στις ενέργειες νετρίνων των 2, 3 και 5 GeV φαίνονται οι ηλεκτρομαγνητικοί καταιγισμοί στα ν_eCC γεγονότα. Όπως είδαμε, τα μαυρισμένα σημεία σε κάθε γεγονός είναι αυτά που ο κώδικας ανακατασκευής βρίσκει ότι ανήκουν σε μία τροχιά. Σημεία που ξεφεύγουν πολύ από τα υπόλοιπα σε ένα γεγονός οφείλονται σε λάθος του κώδικα λόγω της πολυπλεξίας (η διόρθωση στην αποπολυπλεξία δεν είναι πλήρης).

5.4. Διαχωρισμός αλληλεπιδράσεων νετρίνων – Νευρωνικά δίκτυα

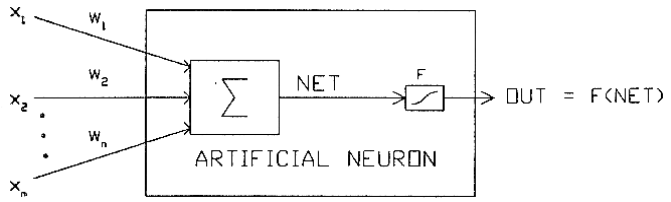
Στην παράγραφο αυτή θα αναφερθούμε στο βασικό μέρος της δουλειάς μας που είναι η ταυτοποίηση MC γεγονότων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS, με κριτήριο την ενέργεια των νετρίνων. Συγκεκριμένα, θα επιχειρήσουμε τον διαχωρισμό:

i. ν_μCC–(ν_eCC, NC)
ii. ν_eCC–NC
iii. ν_μCC–ν_μNC

Από τις υπάρχουσες μεθόδους διαχωρισμού θα χρησιμοποιήσουμε τη μέθοδο των νευρωνικών δικτύων. Η μέθοδος αυτή απαιτεί την ύπαρξη μεταβλητών διευκρίνησης, οι οποίες εν μέρει να διαχωρίζουν τους δύο πληθυσμούς. Οι μεταβλητές που θα χρησιμοποιήσουμε υπάρχουν στο MC και θα αναφερθούμε σε αυτές στη συνέχεια του κεφαλαίου. Πριν προχωρήσουμε, όμως, θα κάνουμε μία εισαγωγή στη θεωρία των νευρωνικών δικτύων. Ένα νευρωνικό δίκτυο είναι ο πιο διαδεδομένος σήμερα τρόπος για τον διαχωρισμό δύο πληθυσμών. Όπως θα δούμε και στη συνέχεια, ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο μιμείται σε πρώτη τάξη τα χαρακτηριστικά ενός βιολογικού νευρώνα. Στην ουσία έχουμε ένα σύνολο από εισόδους $x_1, x_2, ..., x_n$ που κάθε μία πολλαπλασιάζεται με το αντίστοιχό της βάρος $w_1, w_2, ..., w_n$ και στη συνέχεια αθροίζονται όλα τα γινόμενα και το αποτέλεσμα καλείται NET. Η έξοδος OUT λαμβάνεται με την εφαρμογή στην τιμή NET μιας συνάρτησης, καλούμενη σιγμοειδής (sigmoid) συνάρτηση:

$$NET = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \qquad OUT = \frac{1}{1+e^{-NET}} (sigmoid)$$

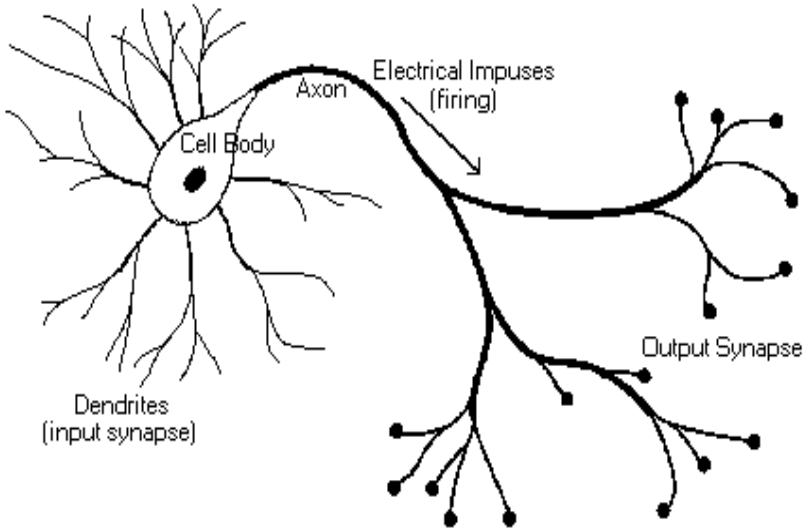
Αυτή είναι η βασική αρχή λειτουργίας μιας δομικής μονάδας (νευρώνα) ενός νευρωνικού δικτύου [42]. Στο Σχ.5.4 δίνεται σχηματικά αυτή η αρχή λειτουργίας. Είναι φανερό ότι η εκπαίδευση του νευρωνικού συνίσταται στον καθορισμό σε κάθε νευρώνα των τιμών των βαρών $w_1, w_2, ..., w_n$. Θα δούμε όμως με μεγαλύτερη λεπτομέρεια το θέμα αυτό στις αμέσως επόμενες παραγράφους.



***Σχ.5.4**: Η βασική αρχή λειτουργίας ενός τεχνητού νευρώνα* [42].

5.4.1. Βιολογικός νευρώνας

Ο ανθρώπινος εγκέφαλος αποτελείται από περίπου 10 δισεκατομμύρια νευρώνες συνδεδεμένους μεταξύ τους με ένα δίκτυο από περίπου 10 τρισεκατομμύρια συνάψεις. Ο βιολογικός νευρώνας είναι ένα εξειδικευμένο κύτταρο για τη λήψη, επεξεργασία και αποστολή πληροφοριών. Κάθε νευρώνας αποτελείται από το σώμα, τη δενδριτική δομή των συνάψεων εισόδου (που προέρχονται από 10^3 γειτονικούς νευρώνες) και τις εξερχόμενες συνάψεις οι οποίες συνδέονται με το σώμα μέσω του άξονα. Μία αναπαράσταση ενός βιολογικού νευρώνα δίνεται στο Σχ.5.5, όπου φαίνονται το σώμα, οι δενδρίτες, ο άξονας και οι εξερχόμενες συνάψεις. Ηλεκτρικό φορτίο από τη δραστηριότητα των γειτονικών νευρώνων

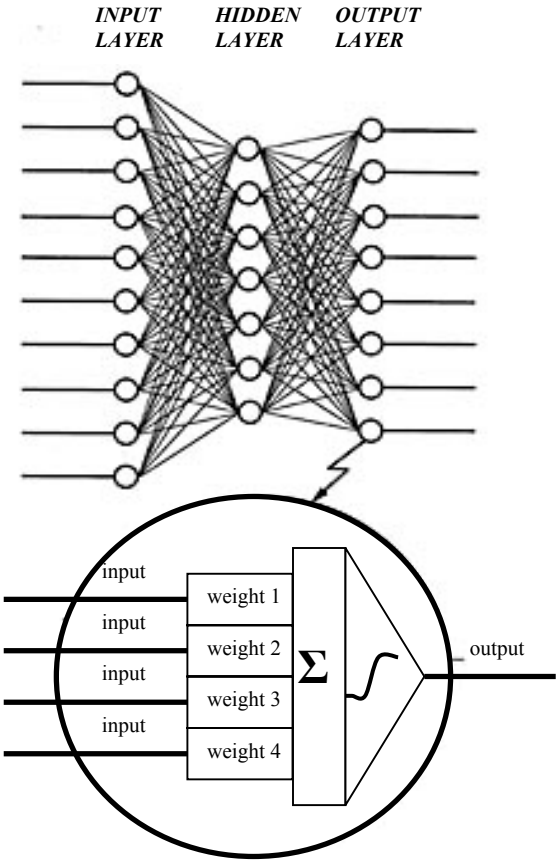


Σχ.5.5*: Σχηματική αναπαράσταση ενός βιολογικού νευρώνα* [43].

φθάνει στο νευρώνα μέσω της δενδριτικής δομής των συνάψεων εισόδου και προστίθεται μέσα σε ένα συγκεκριμένο χωρικό και χρονικό παράθυρο. Το συνολικό ηλεκτρικό σήμα προωθείται από το σώμα στη βάση του άξονα που λειτουργεί ως διευκρινιστής. Έτσι, εάν αυτό το συνολικό ηλεκτρικό σήμα υπερβαίνει ένα συγκεκριμένο κατώφλι, ένα σταθερό, ανεξάρτητο από το σήμα εισόδου, ηλεκτρικό σήμα μεταδίδεται μέσω του άξονα στη δενδριτική δομή εξόδου και κατόπιν, μέσω αυτής, σε ένα δίκτυο γειτονικών νευρώνων. Το μέγεθος και η πολυπλοκότητα του ηλεκτρικού σήματος που μεταδίδεται σε κάθε νευρώνα εξαρτάται από τις νευροχημικές ιδιότητες κάθε σύναψης οι οποίες μεταβάλλονται έτσι ώστε να προσαρμόσουν τη συμπεριφορά του νευρωνικού δικτύου.

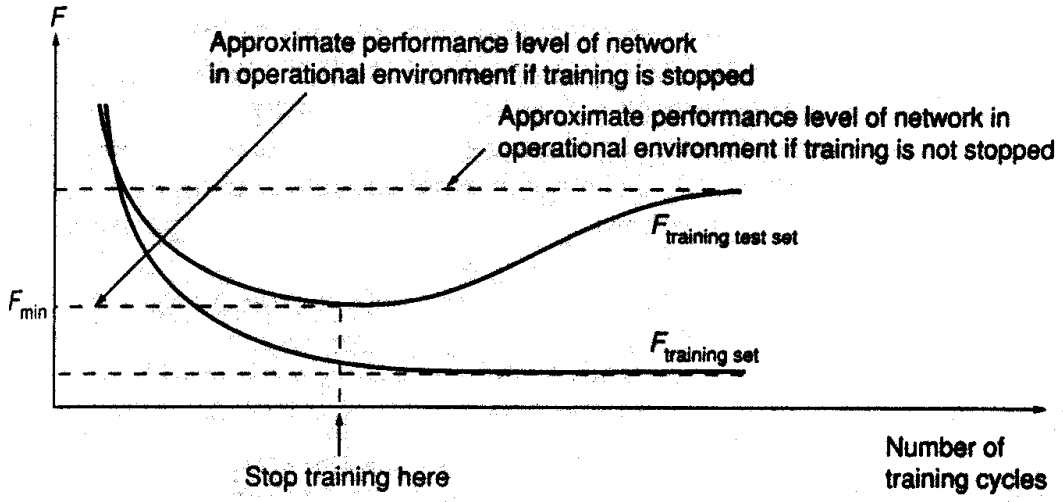
5.4.2. Τεχνητά νευρωνικά δίκτυα

Ένα τεχνητό νευρωνικό δίκτυο είναι ένα δίκτυο που προσομοιάζει τη λειτουργία του βιολογικού νευρωνικού δικτύου, είναι δηλαδή ένα δίκτυο από στοιχειώδεις επεξεργαστές (τεχνητούς νευρώνες) καθένας από τους οποίους διαθέτει μικρή τοπική μνήμη. Οι νευρώνες αυτοί είναι συνδεδεμένοι με διαύλους επικοινωνίας μέσω των οποίων ανταλλάσσονται αριθμητικά δεδομένα. Κάθε νευρώνας επιδρά μόνο πάνω στα τοπικά δεδομένα. Εδώ θα χρησιμοποιήσουμε νευρωνικά δίκτυα, όπως είδαμε και παραπάνω, για να διαχωρίσουμε δύο πληθυσμούς. Προς αυτό, θα αξιοποιήσουμε τη δυνατότητα των τεχνιτών νευρωνικών δικτύων να 'απομνημονεύουν' (Adaptive Learning) μία σειρά από παραδείγματα–patterns (training samples) έτσι ώστε να αναγνωρίζουν παρόμοια, αλλά διαφορετικά, patterns. Ουσιαστικά, στο Σχ.5.4 αναπαρίσταται ένας νευρώνας ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου. Στο Σχ.5.6 έχουμε την αναπαράσταση ενός τεχνητού νευρωνικού δικτύου, όπου φαίνεται σε μεγέθυνση ένας νευρώνας όπως ακριβώς και στο Σχ.5.4. Η εκπαίδευση ενός νευρωνικού



Σχ.5.6: *Σχηματική αναπαράσταση τεχνητού νευρωνικού δικτύου (Artificial Neural Network, ANN). Φαίνεται σε μεγέθυνση ένας νευρώνας.*

δικτύου έγκειται ουσιαστικά, όπως είδαμε και στην παράγραφο 5.4, στην προσαρμογή των βαρών του μέσω μιας χ^2 ελαχιστοποίησης, ώστε η 'απομνημόνευση' των patterns που παρουσιάζονται στο νευρωνικό δίκτυο κατά την εκπαίδευση να είναι βέλτιστη. Για την εκπαίδευση των νευρωνικών δικτύων που θα φτιάξουμε θα χρησιμοποιηθούν οι Back–Propagation και Momentum τεχνικές. Back–Propagation είναι μια καθιερωμένη μέθοδος εκπαίδευσης νευρωνικών δικτύων και αναφέρεται στον τρόπο που διαδίδονται οι διορθώσεις στα βάρη του νευρωνικού δικτύου μετά από κάθε παρουσίαση του συνόλου των training samples. Ο όρος Momentum αναφέρεται σε μία τεχνική για την αποφυγή τοπικών ελαχίστων στον n–διάστατο χώρο του χ^2 (όπου n ο αριθμός των μεταβλητών εισόδου του νευρωνικού, των μεγεθών που είδαμε στην παράγραφο 5.4 ότι χαρακτηρίζουν τους δύο πληθυσμούς) που σχετίζεται με τη διαταραχή από το σημείο ισορροπίας για να διαπιστωθεί η σταθερότητα του δικτύου. Επίσης, για την αποφυγή τοπικών ελαχίστων στο χώρο του χ^2, φροντίζουμε τα training samples να παρουσιάζονται κάθε φορά κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης με διαφορετική σειρά (shuffle). Για να αποφύγουμε την υπερεκπαίδευση, μία κατάσταση στην οποία το νευρωνικό μπορεί να αναγνωρίσει μόνο τα patterns που του παρουσιάζονται κατά την εκπαίδευση, ένα ανεξάρτητο σύνολο (ανεξάρτητο από το σύνολο των training samples) patterns (validation samples) χρησιμοποιήθηκε κατά την εκπαίδευση των νευρωνικών μας, ώστε να ελέγχεται η ικανότητα του νευρωνικού δικτύου να γενικεύει. Έτσι, σε κάθε νευρωνικό δίκτυο που φτιάχνουμε, χωρίζουμε τα MC γεγονότα που κατασκευάσαμε σε δύο σύνολα ίδιου αριθμού patterns, το ένα για εκπαίδευση (training samples) και το άλλο για έλεγχο αυτής (validation samples). Φροντίζουμε η αναλογία των NC και CC γεγονότων να διατηρείται και στα δύο αυτά σύνολα. Για παράδειγμα, έστω ότι θέλουμε να φτιάξουμε το νευρωνικό για το διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC στα 0.5 GeV. Στην παράγραφο 5.3 είδαμε ότι φτιάξαμε στην ενέργεια αυτή 9227 ν_e MC γεγονότα (1960 NC+7267 CC) και 9073 ν_μ MC γεγονότα (2082 NC+6991 CC). Για το συγκεκριμένο νευρωνικό, χρησιμοποιούμε μόνο τα ν_μ γεγονότα και θεωρούμε σαν σήμα τα ν_μ CC και σαν υπόβαθρο τα ν_μ NC. Προκειμένου να διατηρήσουμε την αναλογία των NC και CC γεγονότων, για να φτιάξουμε το training αρχείο (training samples) χρησιμοποιούμε τα πρώτα μισά γεγονότα των 6991 ν_μ CC (με έξοδο του νευρωνικού, για την εκπαίδευση, 1 για σήμα) και τα πρώτα μισά των 2082 NC (με έξοδο του νευρωνικού, για την εκπαίδευση, 0 για υπόβαθρο), ενώ για να φτιάξουμε το testing αρχείο (validation samples) χρησιμοποιούμε τα δεύτερα μισά τμήματα. Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, τώρα, του νευρωνικού πρέπει να βλέπουμε τη συνάρτηση σφάλματος του νευρωνικού τόσο για το training όσο και για το testing αρχείο. Όπως φαίνεται στο Σχ.5.7, θα πρέπει να σταματήσουμε την εκπαίδευση εκεί που η συνάρτηση σφάλματος του testing αρχείου γίνεται αύξουσα με τον αριθμό των κύκλων



***Σχ.5.7**: Η συνάρτηση σφάλματος συναρτήσει των κύκλων εκπαίδευσης (training cycles) για το training αρχείο και το testing αρχείο κατά την εκπαίδευση του νευρωνικού. Φαίνεται ακριβώς το σημείο όπου πρέπει να σταματήσουμε την εκπαίδευση προκειμένου να αποφύγουμε την υπερεκπαίδευση (over training)* [43].

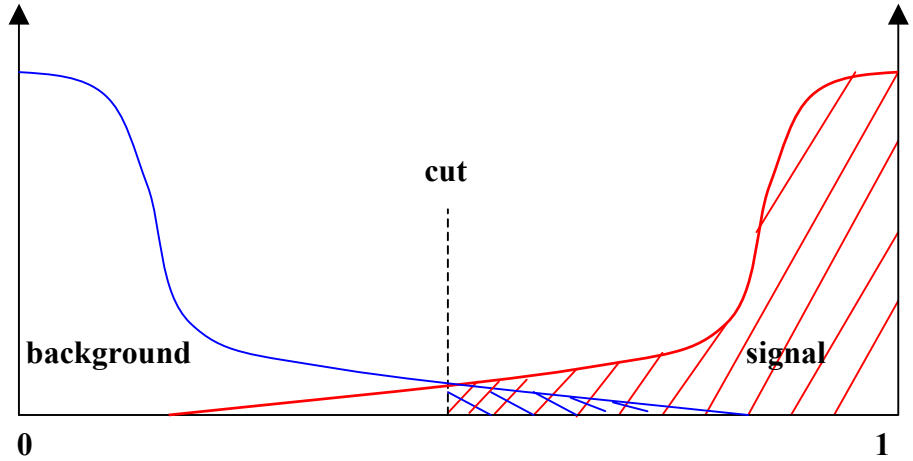
εκπαίδευσης (training cycles). Σε κάθε κύκλο το νευρωνικό επαναλαμβάνει όλα τα patterns στο training αρχείο, ενώ η συνάρτηση σφάλματος υπολογίζεται σε κάθε training cycle με βάση τον ακόλουθο ορισμό, όπου η άθροιση είναι πάνω σε όλα τα patterns στον συγκεκριμένο training cycle:

$$ErrorFunction = \sum_{patterns} (OUT - OUT')^2 \qquad (5.1)$$

όπου OUT είναι η έξοδος του νευρωνικού και OUT' είναι η έξοδος που θέτουμε κατά την εκπαίδευση (OUT'=1 για το σήμα και 0 για το υπόβαθρο). Χρησιμοποιούμε n μεταβλητές εισόδου στο νευρωνικό, οι οποίες διαχωρίζουν τους δύο πληθυσμούς (το σήμα και το υπόβαθρο). Οι τιμές των μεταβλητών αυτών μπαίνουν για κάθε γεγονός στα training και testing αρχεία κανονικοποιημένες στη μονάδα (δηλαδή για όλα τα MC γεγονότα ν_e και ν_μ, που κατασκευάσαμε στη συγκεκριμένη ενέργεια, βρίσκουμε για κάθε μεταβλητή εισόδου τη μέγιστη τιμή και διαιρούμε με αυτή). Τότε είναι φανερό ότι το νευρωνικό δίκτυο που κατασκευάζουμε είναι μία μη γραμμική απεικόνιση $R^n \rightarrow [0,1]$, όπου R^n ο n–διάστατος πραγματικός χώρος των μεταβλητών εισόδου του νευρωνικού [12]. Η έξοδος του νευρωνικού, $OUT \in [0,1]$, είναι ουσιαστικά η πιθανότητα για το αν ένα γεγονός είναι σήμα (OUT κοντά στο 1) ή υπόβαθρο

(OUT κοντά στο 0). Είναι φανερό πως μπορούμε να βάλουμε ένα όριο (cut) στο OUT=0.5 και να θεωρούμε τα γεγονότα με OUT>0.5 ως σήμα και με OUT<0.5 ως υπόβαθρο. Είναι φανερό πως μερικά γεγονότα σήματος (το γνωρίζουμε από το MC ότι πρόκειται για σήμα) βρίσκονται κάτω από την cut και επομένως θεωρούνται λανθασμένα από το νευρωνικό ως υπόβαθρο. Το ίδιο βέβαια συμβαίνει και με μερικά γεγονότα υποβάθρου, τα οποία βρίσκονται πάνω από την cut. Χαρακτηριστικό είναι το Σχ.5.8, όπου φαίνεται η κατανομή της συνάρτησης εξόδου του νευρωνικού για το σήμα (κόκκινο) και το υπόβαθρο (μπλε). Γραμμοσκιάζονται οι αντίστοιχες περιοχές που βρίσκονται πάνω από την cut. Προκειμένου, λοιπόν, να εκτιμήσουμε την απόδοση ενός νευρωνικού δικτύου χρησιμοποιούμε τρεις παραμέτρους, την **απόδοση** (efficiency), την **καθαρότητα** (purity) και την **πρόσμιξη** (contamination). Στη βιβλιογραφία αναφέρεται συχνά και μία τέταρτη παράμετρος, που ορίζεται ως **πρόσμιξη στο σήμα** (contamination to signal) ή background inefficiency. Έστω N_S ο συνολικός αριθμός γεγονότων σήματος, N_S^{cut} ο αριθμός γεγονότων σήματος πάνω από την cut, N_B ο συνολικός αριθμός γεγονότων υποβάθρου και N_B^{cut} ο αριθμός γεγονότων υποβάθρου πάνω από την cut [44]. Τότε, οι ανωτέρω παράμετροι ορίζονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

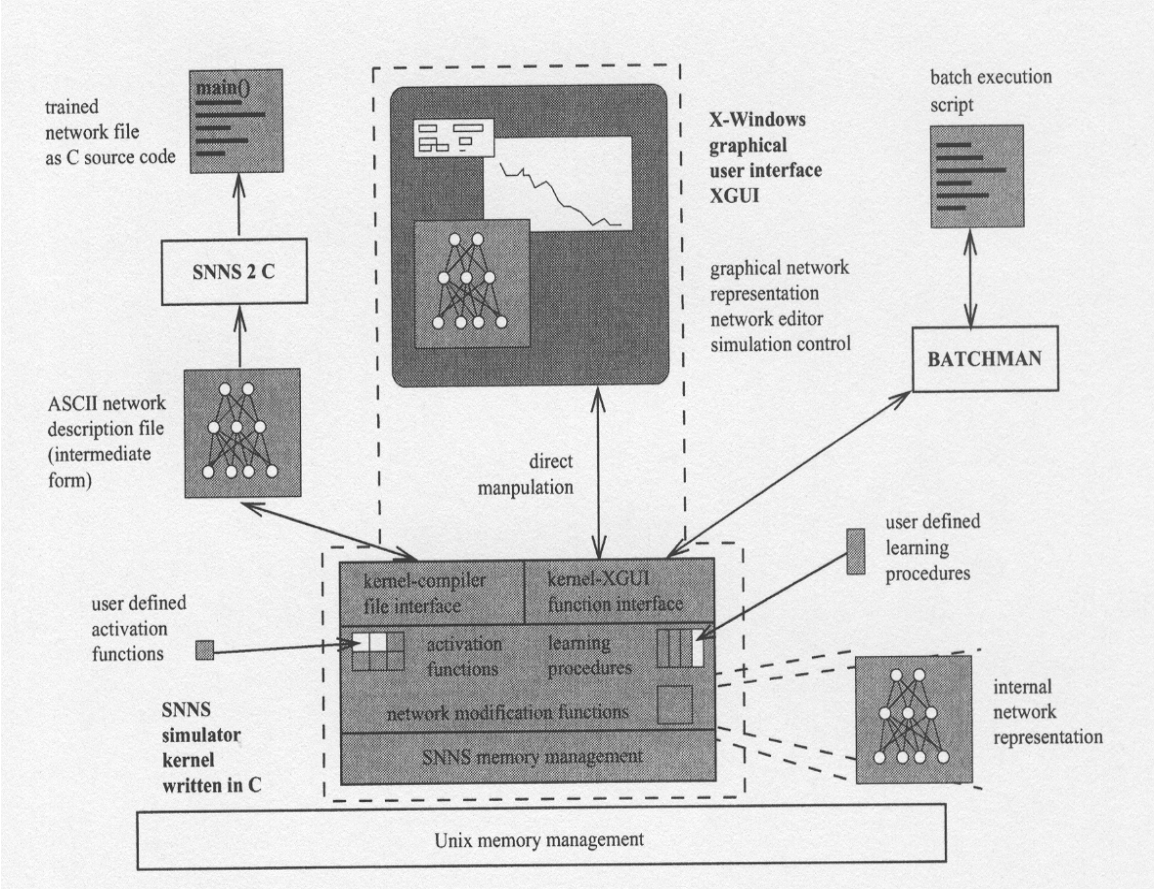
$$\varepsilon = efficiency = \frac{N_S^{cut}}{N_S} \qquad c = contamination = \frac{N_B^{cut}}{N_B}$$
$$p = purity = \frac{N_S^{cut}}{N_S^{cut} + N_B^{cut}} \qquad c' = background_inefficiency = \frac{N_B^{cut}}{N_S^{cut} + N_B^{cut}} \tag{5.2}$$



***Σχ.5.8**: Η κατανομή της συνάρτησης εξόδου του νευρωνικού για το σήμα (κόκκινο) και το υπόβαθρο (μπλε). Γραμμοσκιασμένες είναι οι αντίστοιχες περιοχές πάνω από την cut.*

5.4.3. Τα πακέτα SNNS και MLPfit

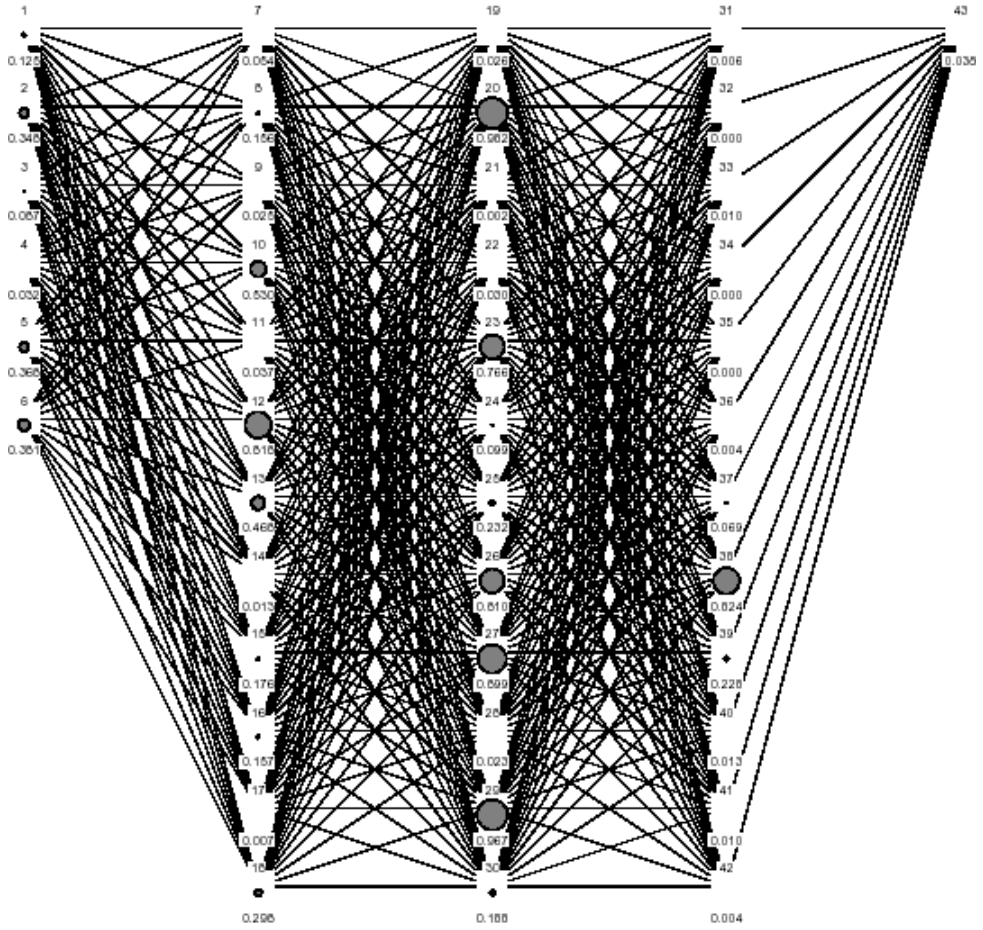
Για να κατασκευάσουμε τα νευρωνικά δίκτυα παρακάτω θα χρησιμοποιήσουμε το λογισμικό πακέτο SNNS (Stuttgart Neural Network Simulator) [45], το οποίο έχει αναπτυχθεί στο Institute for Parallel and Distributed High Performance Systems του Πανεπιστημίου του Stuttgart και στο Wilhelm–Schickard Institute for Computer Science του Πανεπιστημίου του Tubingen. Πρόκειται για ένα λογισμικό πακέτο που είναι συμβατό με τη γλώσσα C/C++ και το πακέτο της ROOT (στο τελευταίο αυτό πακέτο αναφερθήκαμε και στην παράγραφο 5.3). Αφού τελειώσει η εκπαίδευση του νευρωνικού δικτύου, το πακέτο αυτό δίνει τη δυνατότητα κατασκευής μιας συνάρτησης, μέσα σε μία ROOT βιβλιοθήκη, που πρόκειται για τη μη γραμμική απεικόνιση $R^n \rightarrow [0,1]$ όπου n ο αριθμός των μεταβλητών εισόδου του νευρωνικού που είδαμε παραπάνω. Η συνάρτηση αυτή μπορεί να εφαρμοστεί σε όλα τα MC γεγονότα και να δώσει για κάθε γεγονός την αντίστοιχη πιθανότητα να ανήκει στο σήμα ή στο υπόβαθρο, μια και η συνήθης έξοδος του νευρωνικού δίνει αυτή την πιθανότητα μόνο για τα γεγονότα του training αρχείου. Η κατασκευή της συνάρτησης αυτής γίνεται με τον compiler snns2c. Το πακέτο προσομοίωσης SNNS αποτελείται από τέσσερα κύρια τμήματα, τα οποία μπορούν να φανούν στο Σχ.5.9 και είναι ο πυρήνας προσομοίωσης (Simulator Kernel), η γραφική επιφάνεια για το χρήστη, ο compiler snns2c και η batch execution interface batchman [45]. Ο πυρήνας προσομοίωσης λειτουργεί στις εσωτερικές δομές δεδομένων του νευρωνικού και επιτελεί όλες τις λειτουργίες σε αυτά. Η γραφική επιφάνεια για το χρήστη XGUI (X Graphical User Interface) είναι κατασκευασμένη στην κορυφή του kernel προσφέροντας μία γραφική αναπαράσταση των νευρωνικών δικτύων, ενώ ταυτόχρονα ελέγχει τον kernel κατά τη διάρκεια της προσομοίωσης. Το πακέτο SNNS έχει υλοποιηθεί εξ'ολοκλήρου σε ANSI–C. Η XGUI είναι βασισμένη στην X11 έκδοση 5 από το MIT [45] και το Athena Toolkit [45]. Επίσης, θα κατασκευάσουμε τα νευρωνικά μας από την αρχή, χρησιμοποιώντας το πακέτο MLPfit [46] και θα συγκρίνουμε με τα αποτελέσματά μας από το πακέτο SNNS. Αυτό θα γίνει προκειμένου να ελέγξουμε τα αποτελέσματα του SNNS. Το MLPfit είναι ένα πακέτο προσομοίωσης το οποίο είναι συμβατό με κώδικα Fortran ή C. Το πακέτο αυτό μπορεί να χρησιμοποιηθεί από το πακέτο εργασίας PAW (το οποίο είναι συμβατό με κώδικα Fortran και είναι αντίστοιχο του πακέτου ROOT), από το πακέτο LabVIEW ή το λειτουργικό των Windows [46]. Εμείς θα το χρησιμοποιήσουμε με το πακέτο PAW.



Σχ.5.9*: Τα τέσσερα κύρια τμήματα του πακέτου SNNS: Simulator Kernel, γραφική επιφάνεια για το χρήστη xgui, batchman και compiler snns2c* [45].

5.5. Νευρωνικά δίκτυα για κατηγοριοποίηση MC αλληλεπιδράσεων νετρίνων για διάφορες τιμές της ενέργειάς τους

Για κάθε μία ενέργεια νετρίνου από τις 0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV, θα κατασκευάσουμε τρία νευρωνικά, ένα για διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC), ένα για διαχωρισμό ν_eCC–NC και ένα για διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC. Θα χρησιμοποιήσουμε έξι μεταβλητές εισόδου, οι οποίες εισέρχονται στο training και testing αρχείο του κάθε νευρωνικού κανονικοποιημένες στη μονάδα, όπως αναφέραμε στα προηγούμενα. Επίσης, στην παράγραφο 5.3 είδαμε πως φτιάχνουμε τα training και testing αρχεία, ώστε να διατηρείται ο λόγος των NC και CC γεγονότων. Αρχικά η δομή που χρησιμοποιούμε για την κατασκευή των νευρωνικών δικτύων με το πακέτο προσομοίωσης SNNS είναι αυτή του ενός επιπέδου εισόδου με έξι νευρώνες (αφού έχουμε έξι μεταβλητές εισόδου, τις οποίες θα δούμε στην επόμενη παράγραφο), τριών hidden επιπέδων με 12 νευρώνες το καθένα και ενός επιπέδου εξόδου με ένα μόνο νευρώνα (αφού έχουμε μόνο μία έξοδο, την πιθανότητα αν το γεγονός ανήκει στο σήμα ή στο υπόβαθρο). Αυτή η δομή φαίνεται στο Σχ.5.10, με τα αντίστοιχα βάρη, που αντιστοιχεί στη δομή του νευρωνικού ν_μCC–(ν_eCC, NC) στην ενέργεια των 3 GeV. Η δομή αυτή μοιάζει υπερβολική, λόγω του υπερβολικού αριθμού βαρών στο νευρωνικό. Δοκιμάστηκαν και απλούστερες δομές και βρέθηκε ότι η συγκεκριμένη είναι η πιο κατάλληλη. Αντίθετα, στη χρήση του πακέτου MLPfit χρησιμοποιήθηκε η ίδια δομή με τη διαφορά ότι αντί για τρία hidden επίπεδα είχαμε μόνο ένα [48]. Η δομή αυτή είναι ίσως για την περίπτωσή μας περισσότερο συντηρητική. Πάντως και για το MLPfit δοκιμάστηκαν και άλλες δομές και η συγκεκριμένη απεδείχθη ότι είναι η πιο κατάλληλη. Απόδειξη της σωστής επιλογής των δύο ανωτέρω δομών για τα πακέτα SNNS και MLPfit είναι η πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων, την οποία θα δούμε στη συνέχεια του κεφαλαίου.



Σχ.5.10*: Η δομή του νευρωνικού για διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) στην ενέργεια των 3 GeV. Η δομή αυτή είναι ενός επιπέδου εισόδου, τριών hidden επιπέδων με 12 νευρώνες το καθένα και ενός μόνο νευρώνα εξόδου. Φαίνονται και τα αντίστοιχα βάρη. Η ίδια δομή χρησιμοποιείται για όλα τα νευρωνικά που κατασκευάστηκαν με τη χρήση του πακέτου προσομοίωσης SNNS.*

5.5.1. Μεταβλητές εισόδου των νευρωνικών

Σε όλα τα νευρωνικά που κατασκευάζουμε χρησιμοποιούμε έξι μεταβλητές εισόδου. Οι μεταβλητές αυτές επελέχθησαν ώστε να παρέχουν καλό διαχωρισμό και για τις τρεις περιπτώσεις των νευρωνικών που θα κατασκευάσουμε, όπως θα δούμε και στις κατανομές τους παρακάτω. Οι μεταβλητές αυτές έχουν επιλεγεί να παρέχουν άμεση πληροφορία, δηλαδή δεν παρέχουν ανακατασκευασμένη πληροφορία (όπως πληροφορία που αφορά τροχιές γεγονότων). Ο λόγος είναι ότι από κατανομές τέτοιων μεταβλητών που κάναμε, διαπιστώσαμε πολλά σημεία που δεν είχαν λογική και τα αποδώσαμε σε αδυναμίες του κώδικα ανακατασκευής. Οι μεταβλητές που χρησιμοποιούμε είναι οι ακόλουθες έξι:

evthdr.planeall.n: Ο αριθμός επιπέδων που καταλαμβάνει το γεγονός στην διαμήκη του έκταση

evthdr.nstrip: Ο συνολικός αριθμός των ενεργών καναλιών σπινθηριστή στο γεγονός

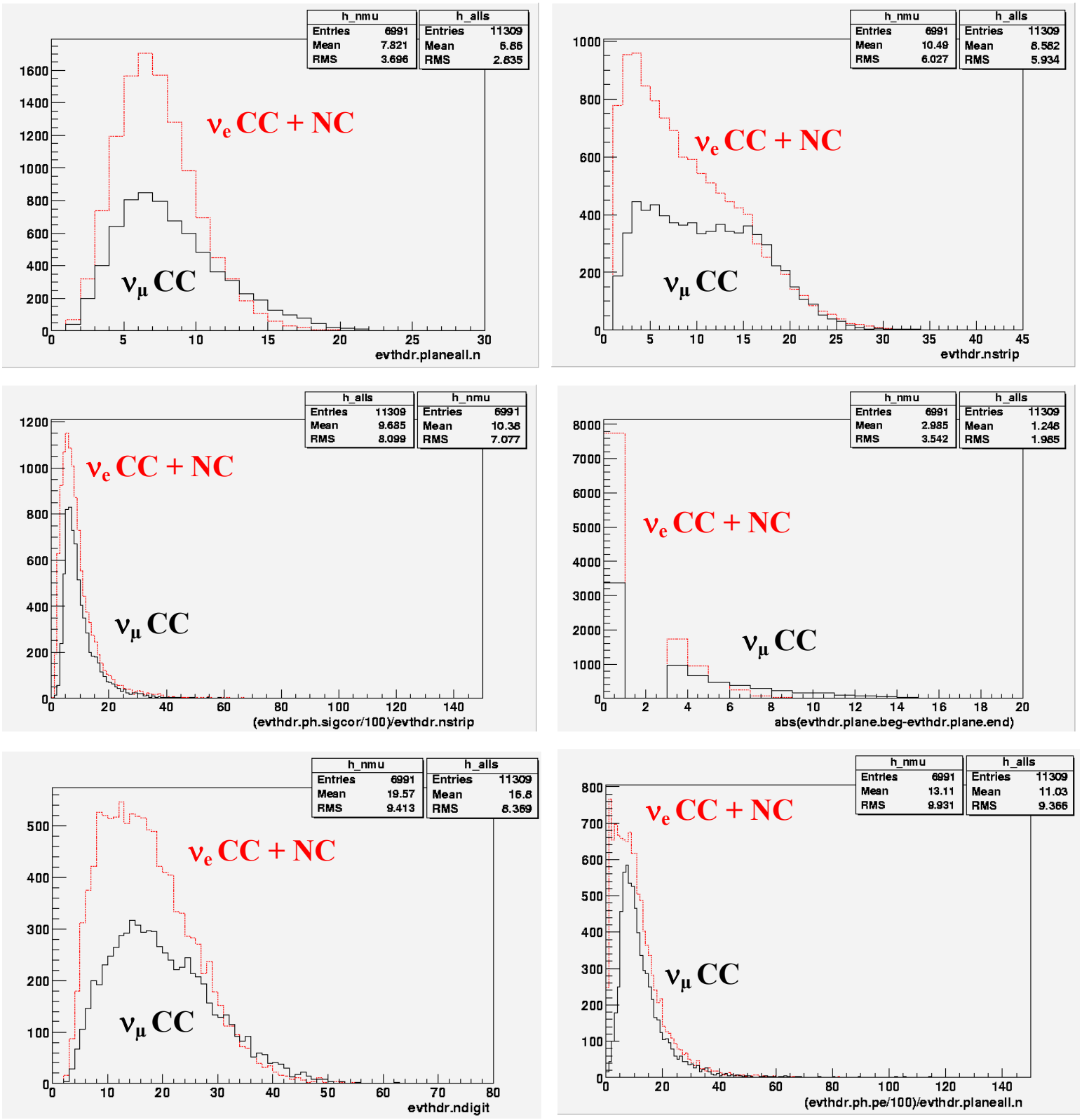
(evthdr.ph.singor/100)/evthdr.nstrip: Το συνολικό ύψος παλμού του γεγονότος σε φωτοηλεκτρόνια (σημειώνουμε ότι ένα φωτοηλεκτρόνιο αντιστοιχεί σε 100 ADC counts) προς τον συνολικό αριθμό των ενεργών καναλιών σπινθηριστή στο γεγονός

/evthdr.plane.beg–evthdr.plane.end/: Ο αριθμός επιπέδων που καταλαμβάνει το γεγονός στην διαμήκη του έκταση (δεν περιλαμβάνεται πιθανή καμπυλότητα της τροχιάς)

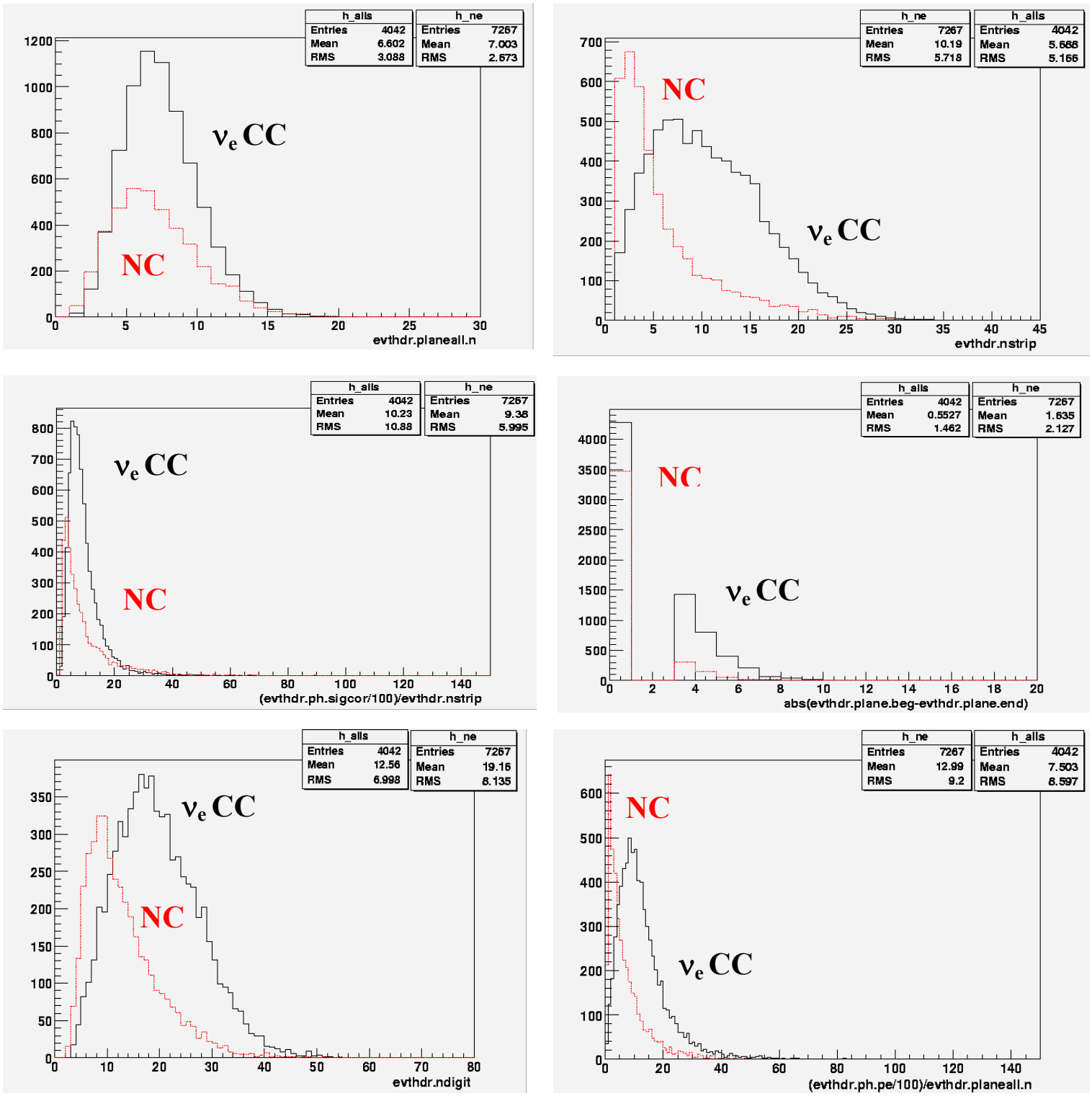
(evthdr.ph.pe/100)/evthdr.planeall.n: Το μέσο ύψος παλμού του γεγονότος σε φωτοηλεκτρόνια ανά επίπεδο

evthdr.ndigit: Ο συνολικός αριθμός digits του γεγονότος

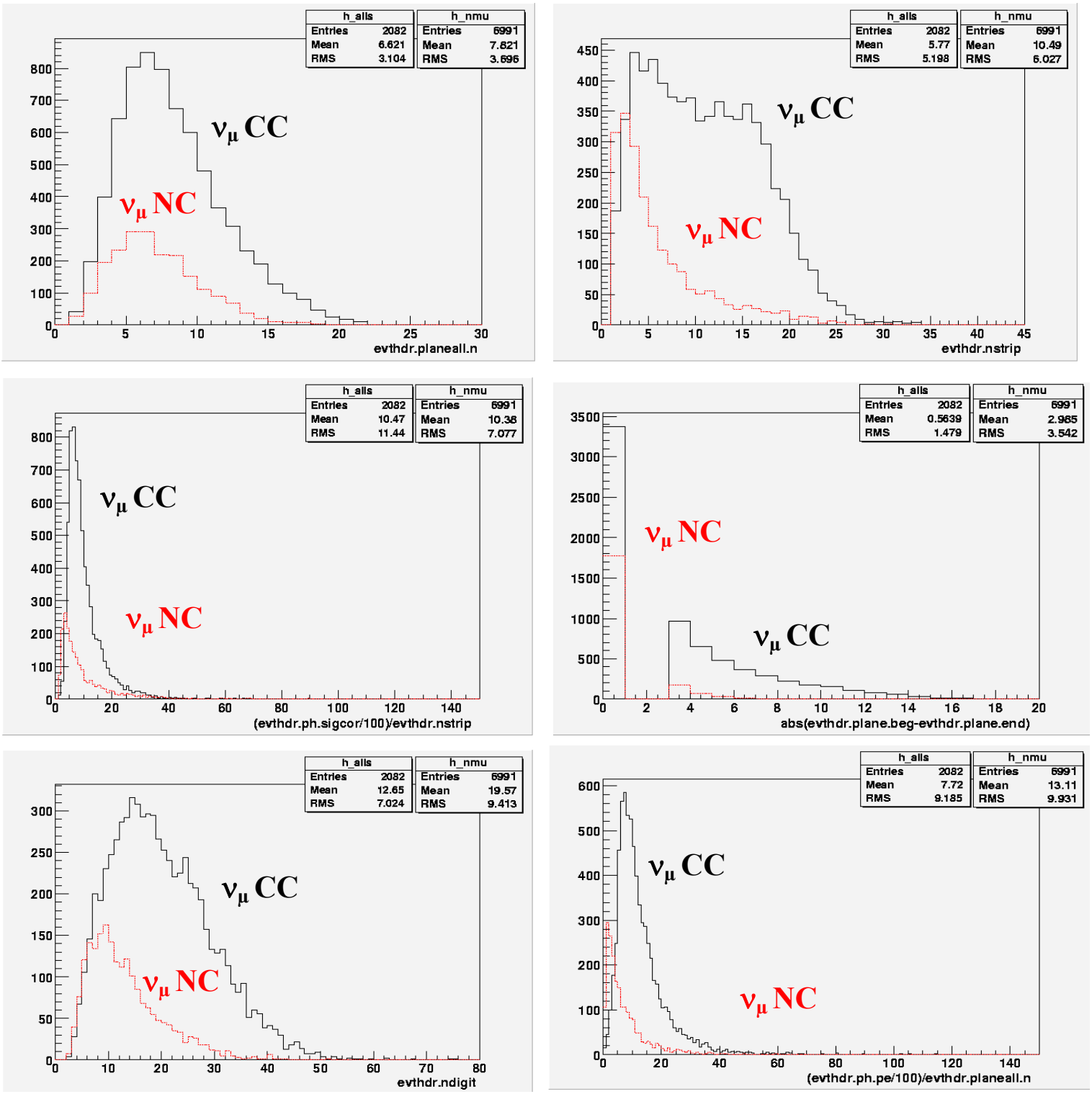
Στη συνέχεια θα δώσουμε τις κατανομές αυτών των μεταβλητών. Στα Σχ.5.11 έως 5.25 φαίνονται οι έξι αυτές μεταβλητές για καθένα διαχωρισμό (ν_μCC–(ν_eCC, NC), ν_eCC–NC και ν_μCC–ν_μNC) και για κάθε μία ενέργεια (0.5, 1, 2, 3 και 5GeV). Από τα σχήματα αυτά παρατηρούμε, ότι αυξανομένης της ενέργειας οι μεταβλητές διαχωρίζουν καλύτερα και στις τρεις ανωτέρω περιπτώσεις. Αυτό εξηγείται εύκολα στην περίπτωση των ν_μ CC, όπου μεγαλύτερης ενέργειας ν_μ δίνουν μεγαλύτερης ενέργειας μιόνια και επομένως, μεγαλύτερων σε μήκος τροχιών γεγονότα.



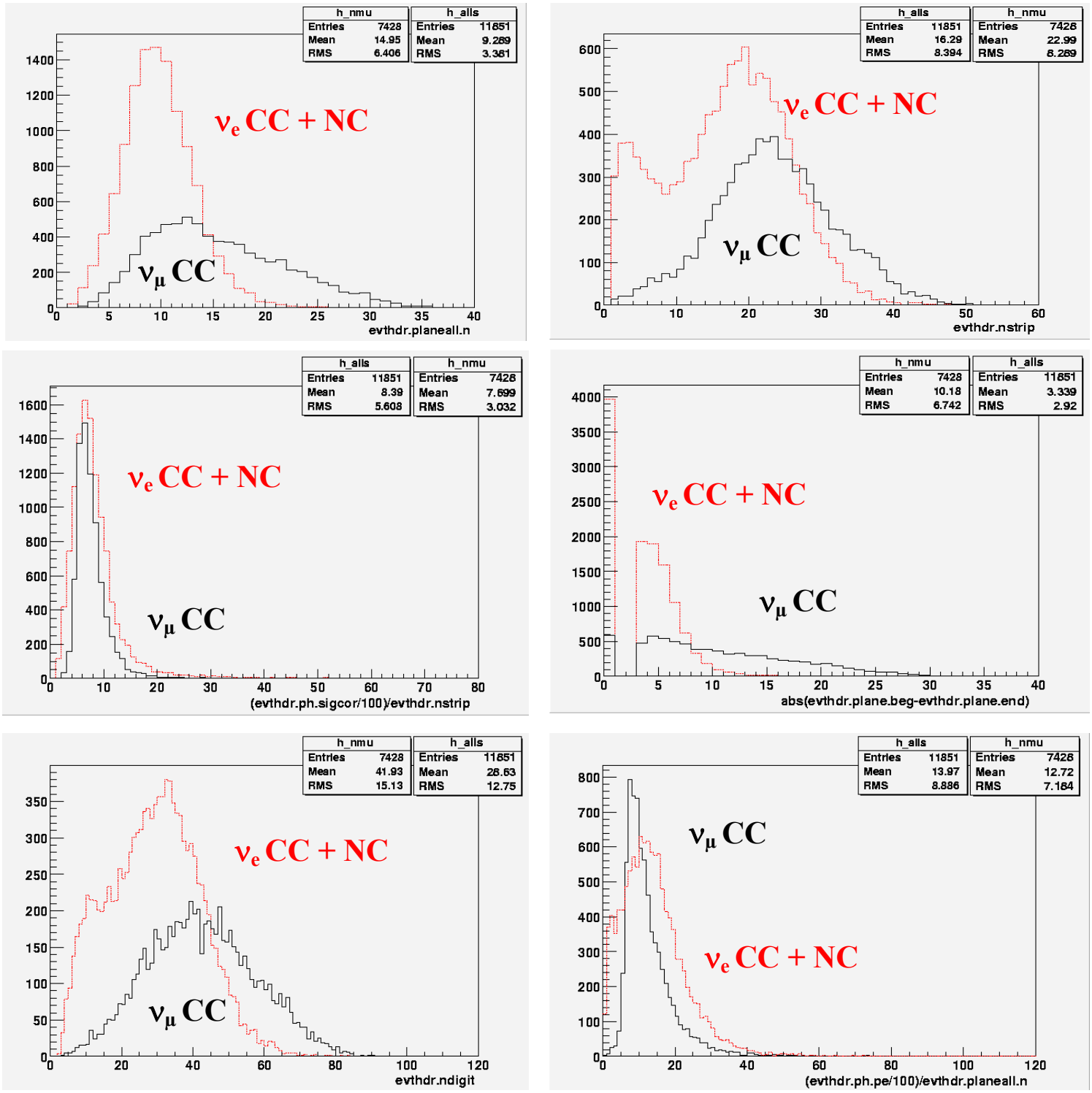
***Σχ.5.11**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στα 0.5 GeV.*



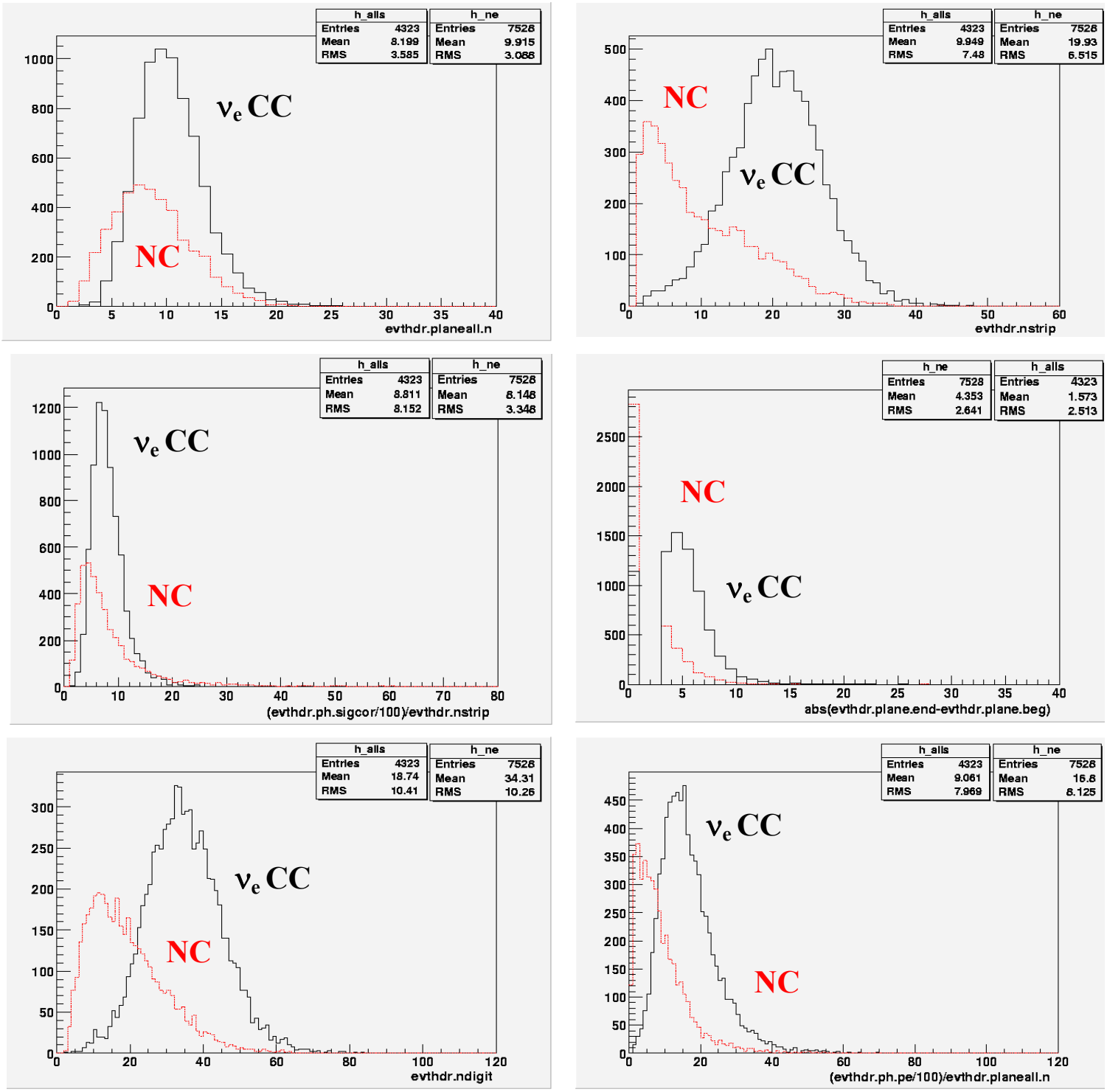
***Σχ.5.12**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_eCC–NC στα 0.5 GeV.*



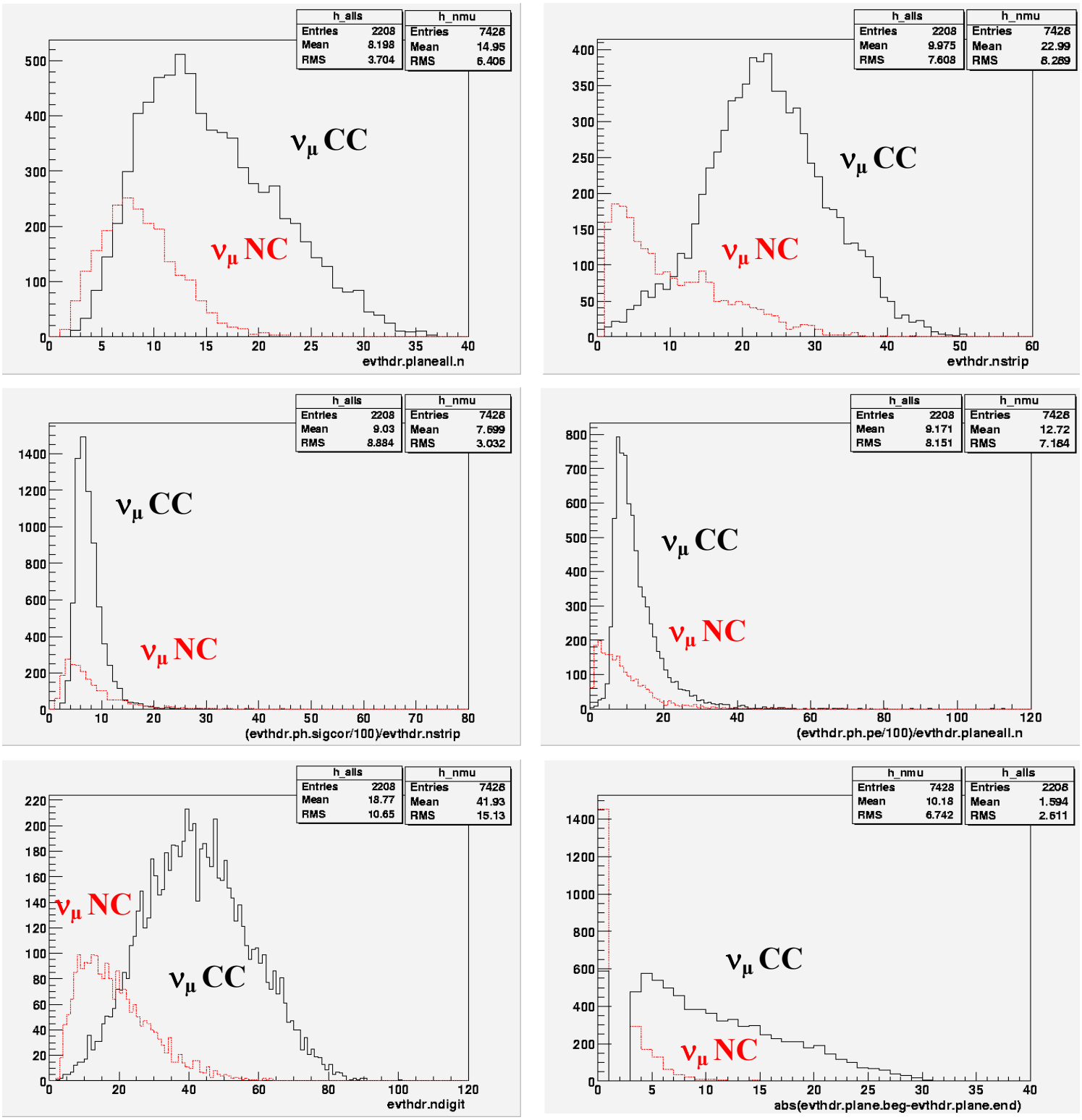
***Σχ.5.13**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ στα 0.5 GeV.*



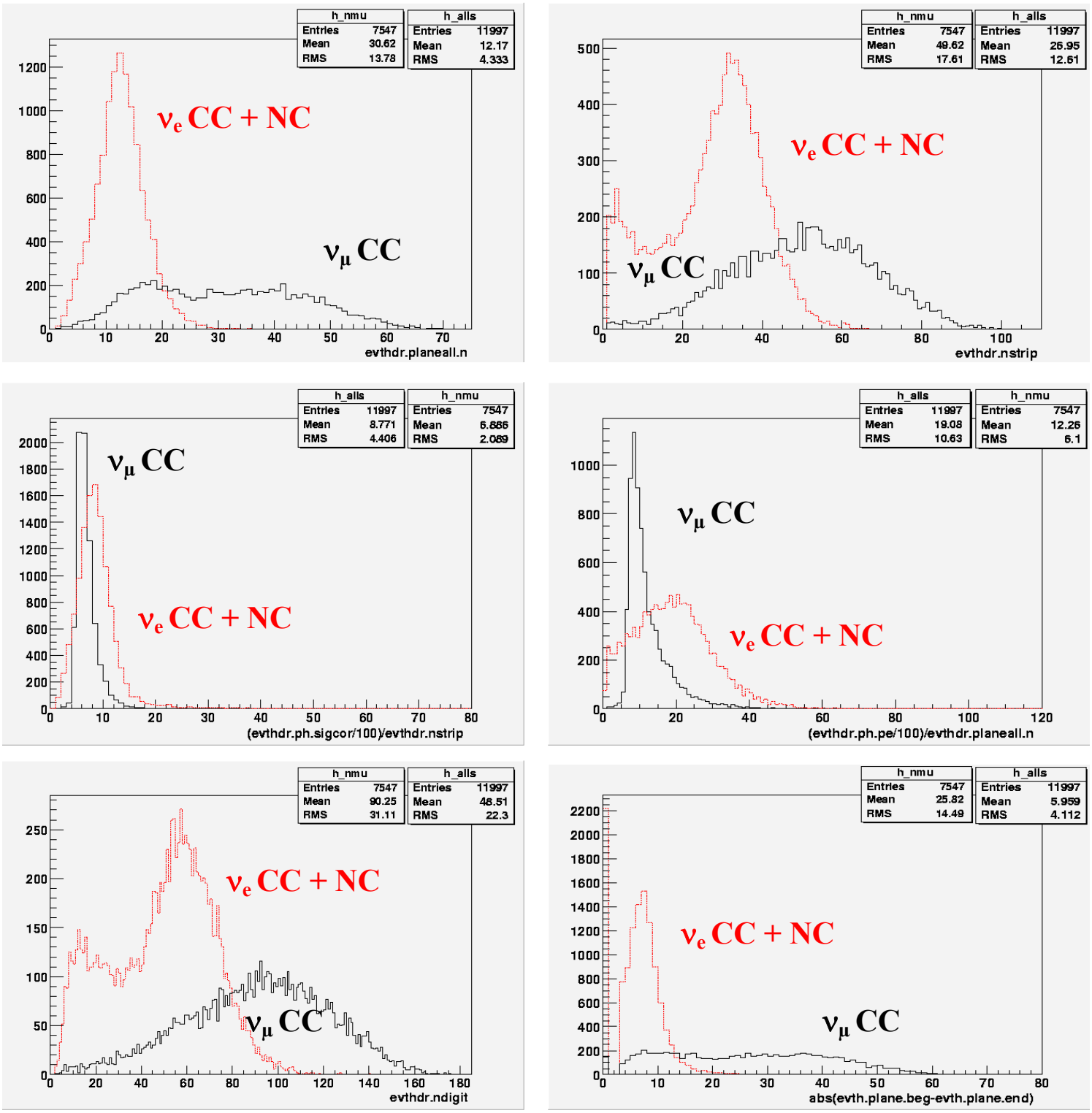
***Σχ.5.14**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στο 1 GeV.*



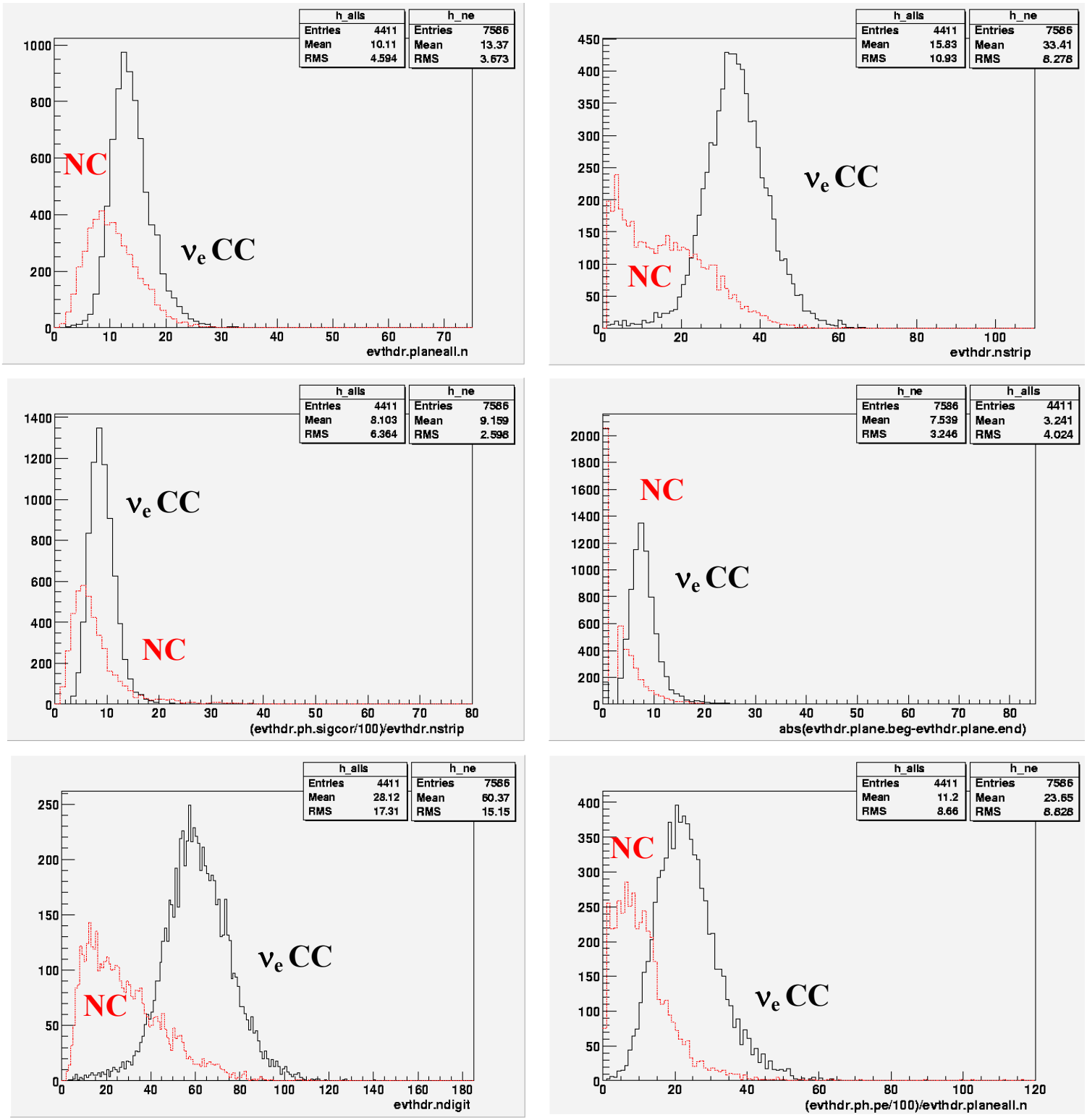
***Σχ.5.15**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_eCC–NC στο 1 GeV.*



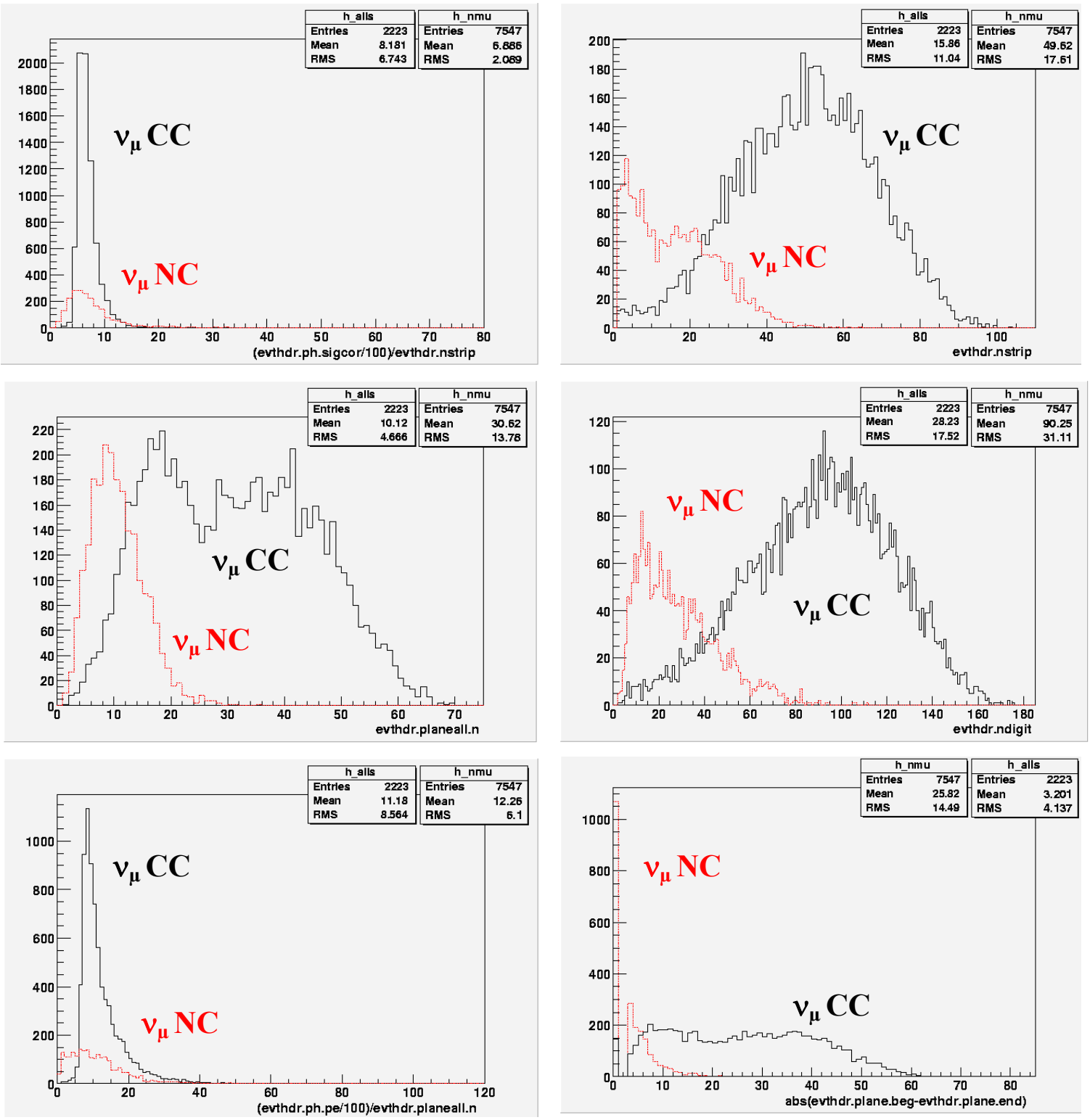
***Σχ.5.16**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ στο 1 GeV.*



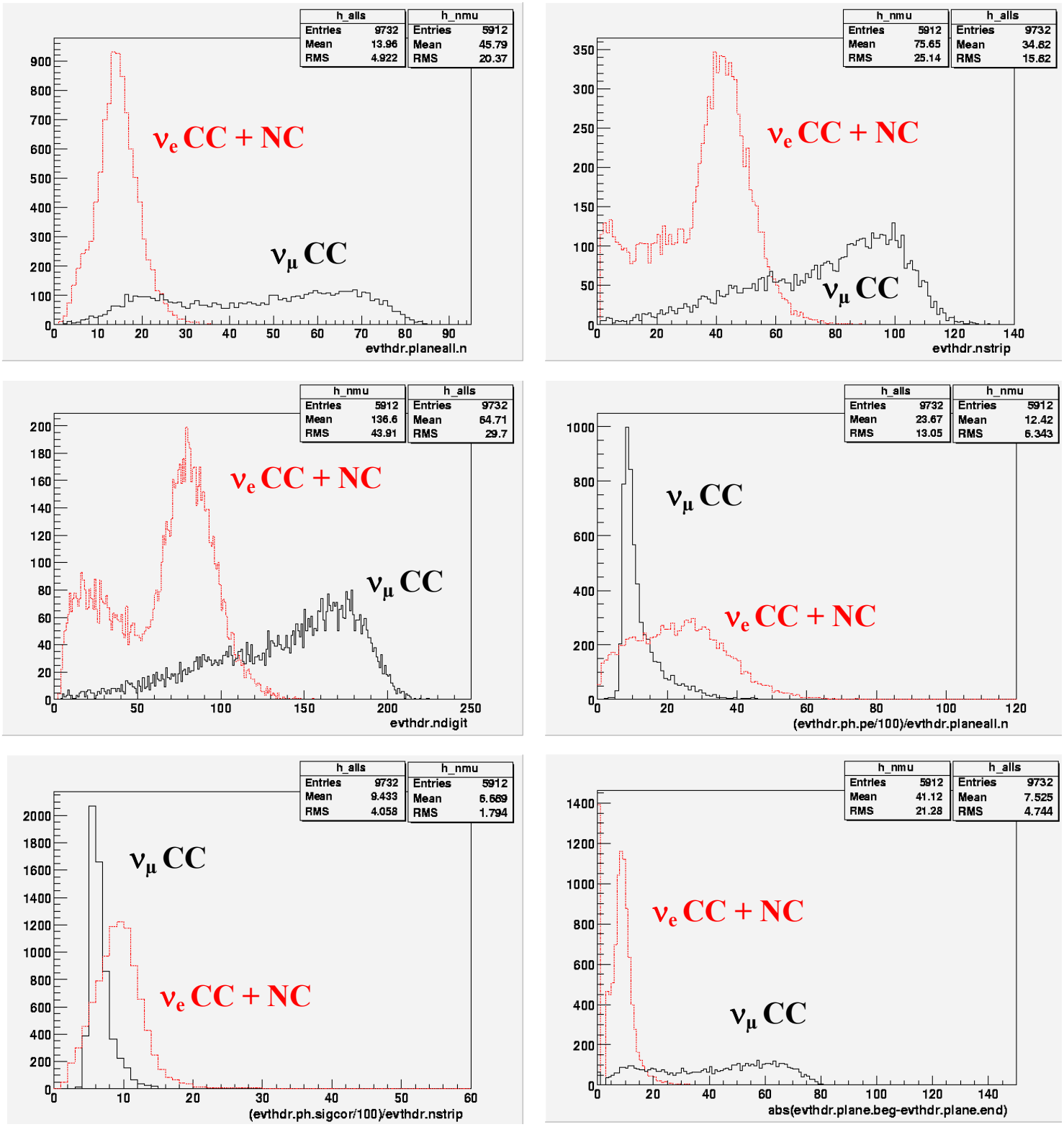
***Σχ.5.17**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στα 2 GeV.*



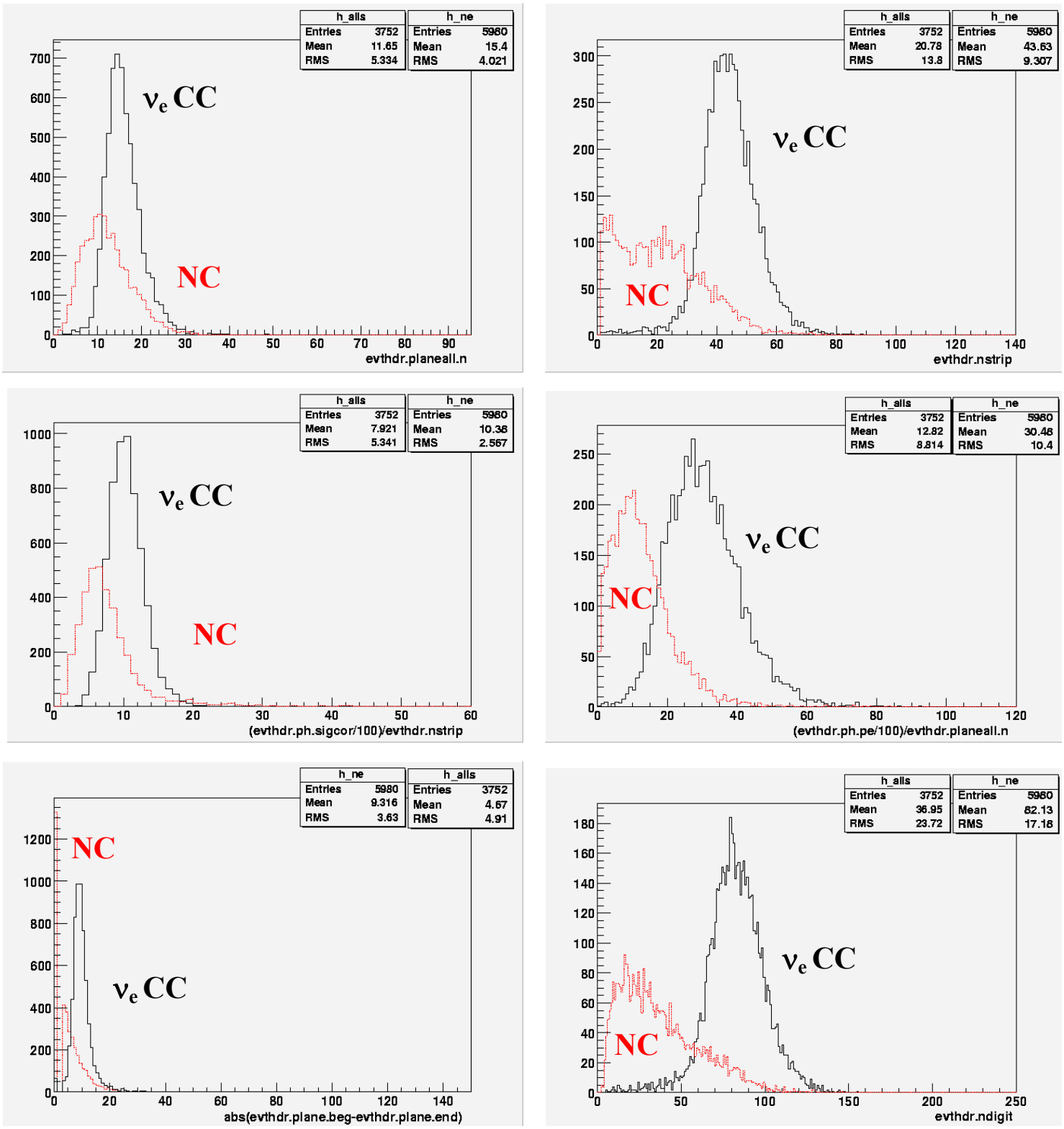
***Σχ.5.18**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_eCC–NC στα 2 GeV.*



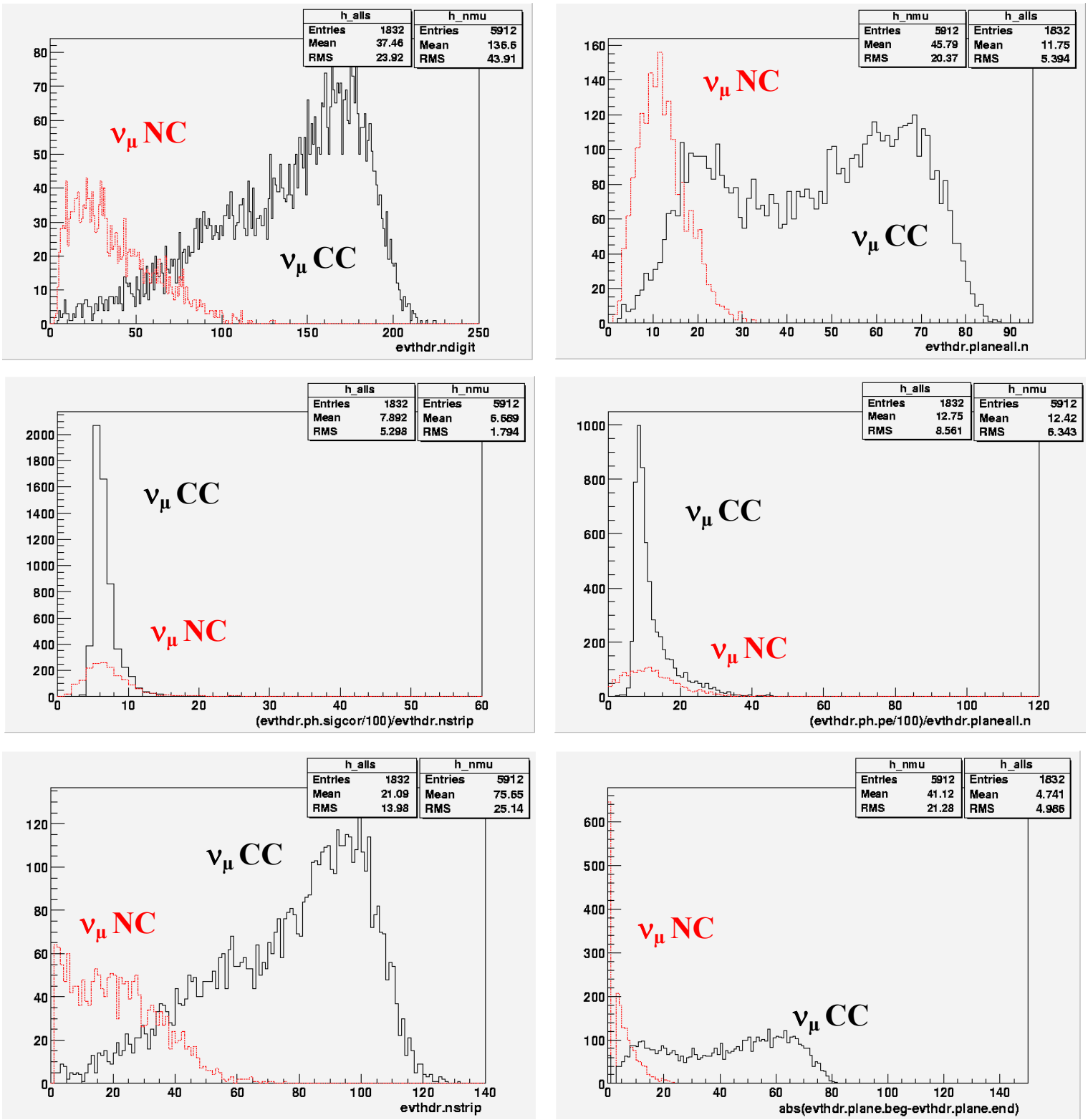
***Σχ.5.19**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ στα 2 GeV.*



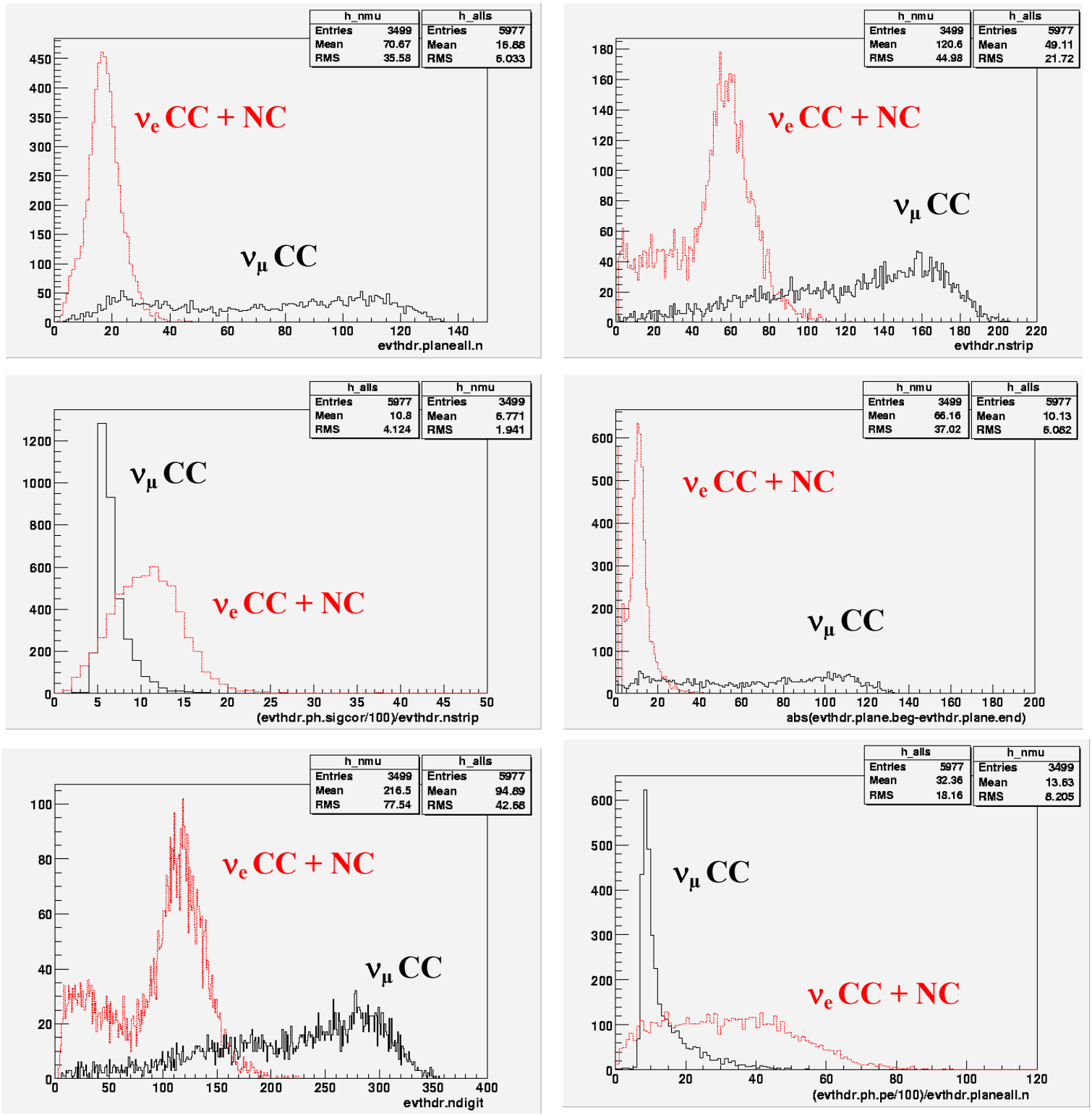
***Σχ.5.20**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στα 3 GeV.*



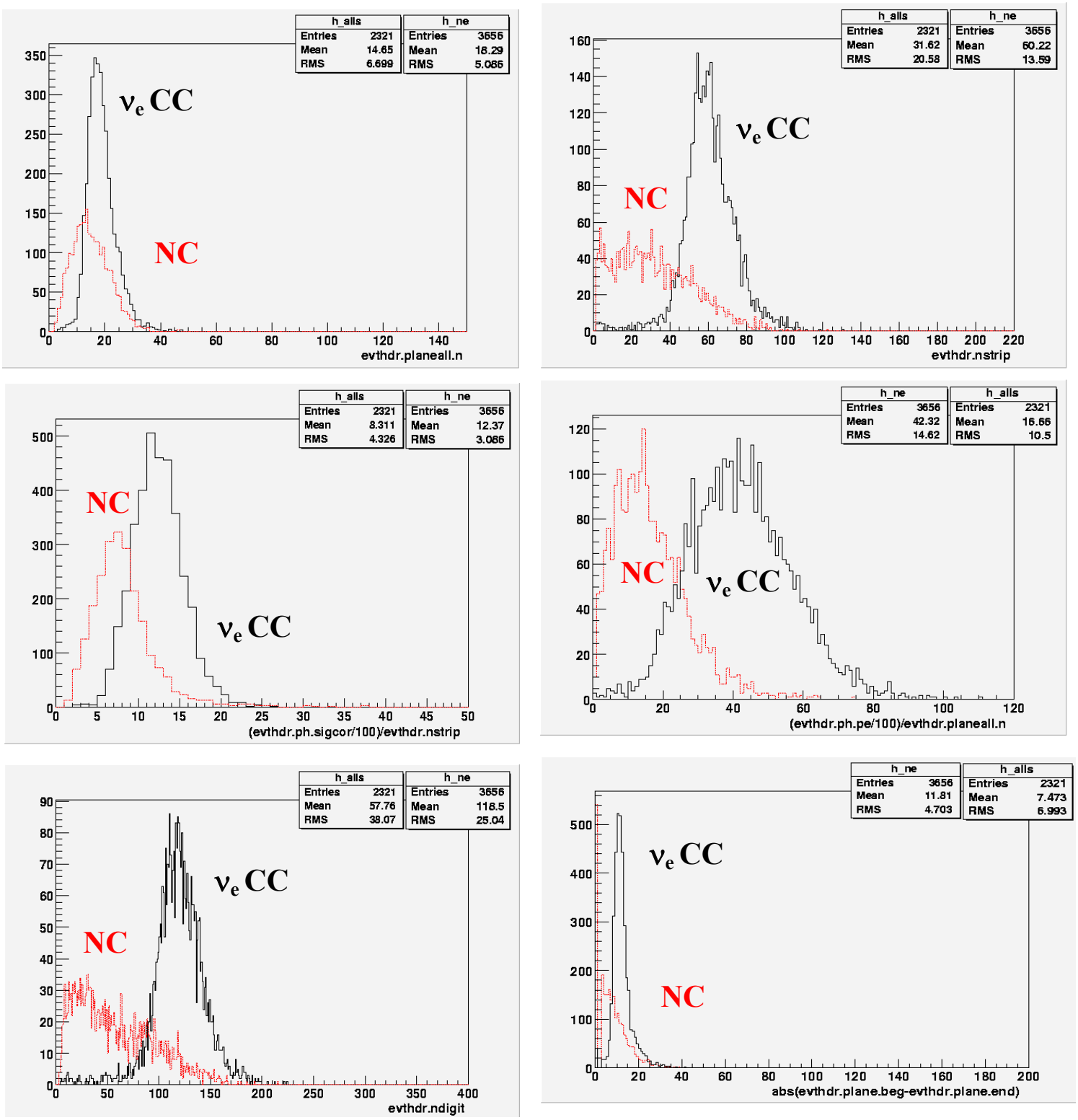
***Σχ.5.21**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_eCC–NC στα 3 GeV.*



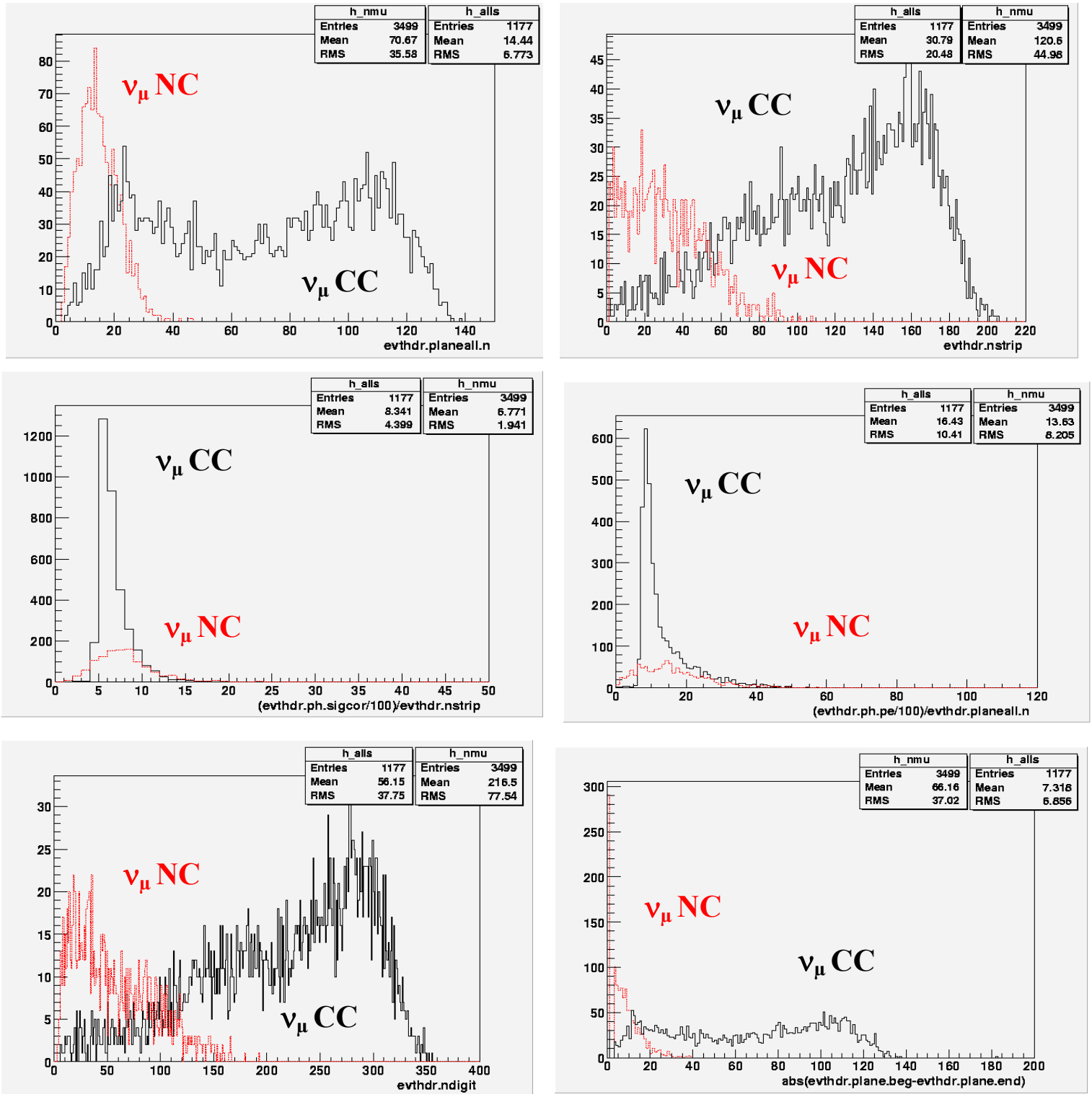
***Σχ.5.22**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ στα 3 GeV.*



***Σχ.5.23**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_μCC–(ν_eCC, NC) στα 5 GeV.*



***Σχ.5.24**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό ν_eCC–NC στα 5 GeV.*



***Σχ.5.25**: Μεταβλητές εισόδου για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ στα 5 GeV.*

5.5.2. Διαχωρισμός ν_μCC–(ν_eCC, NC)

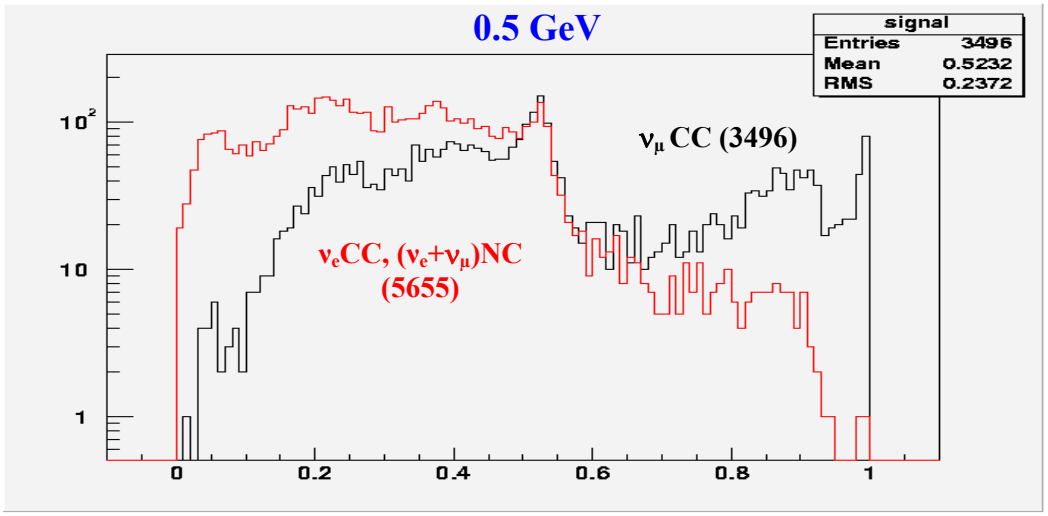
Στην παράγραφο 5.3 παρουσιάσαμε δείγμα MC γεγονότων που φτιάξαμε για κάθε ενέργεια νετρίνου (0.5, 1, 2, 3 και 5 GeV) για τον διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC). Για το σκοπό αυτό κατασκευάσαμε πέντε συνολικά νευρωνικά δίκτυα[1] που επιτελούν τον ανωτέρω διαχωρισμό, ένα σε κάθε ενέργεια. Στον πίνακα 5.2 δίνονται συγκεντρωτικά οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου. Από τα γεγονότα αυτά είδαμε αναλυτικά στην παράγραφο 5.4.2 πως κατασκευάσαμε το training και testing αρχείο για κάθε νευρωνικό. Τα

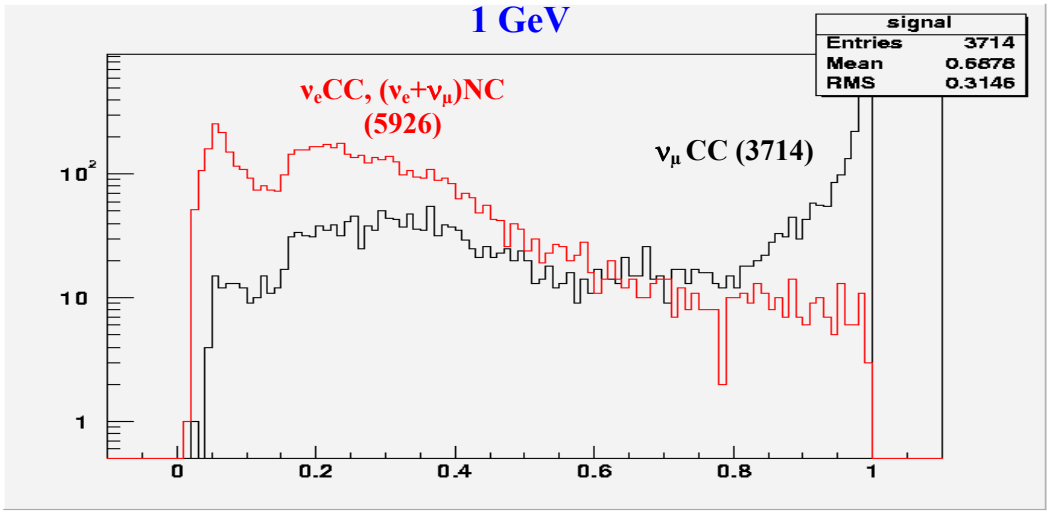
E_ν (GeV)	ν_μ CC	ν_μ NC	ν_e CC	ν_e NC	NC Total	Grand Total
0.5	6991	2082	7267	1960	4042	18300
1.0	7428	2208	7528	2115	4323	19279
2.0	7547	2223	7586	2188	4411	19544
3.0	5912	1832	5980	1920	3752	15644
5.0	3499	1177	3656	1144	2321	9476

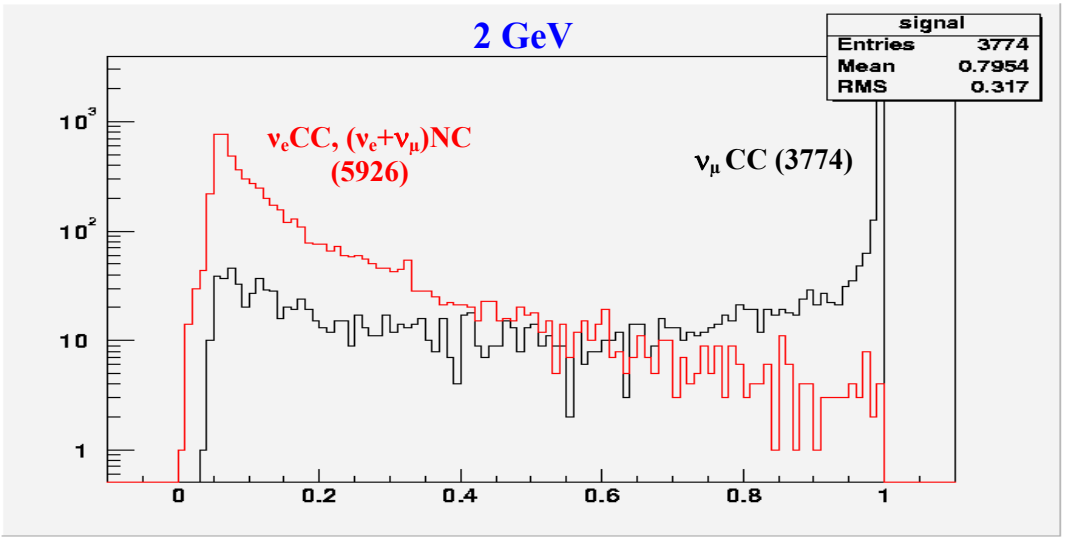
***Πίνακας 5.2**: Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC) σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου.*

αποτελέσματα του νευρωνικού δίνονται στα Σχ.5.26 και 5.27, όπου φαίνεται η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού για κάθε ενέργεια για τα training samples (γεγονότα του training αρχείου). Επίσης, με τη διαδικασία που είδαμε στην παράγραφο 5.4.3 φτιάχνουμε τη συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού και την εφαρμόζουμε σε όλα τα MC γεγονότα για τον συγκεκριμένο διαχωρισμό και παίρνουμε το αποτέλεσμα του νευρωνικού για κάθε ενέργεια που δίνεται στα Σχ. 5.28 και 5.29. Επίσης, στα Σχ.5.30 έως 5.34 φαίνονται οι efficieny, purity και contamination για κάθε ενέργεια από τα πακέτα SNNS και MLPfit.

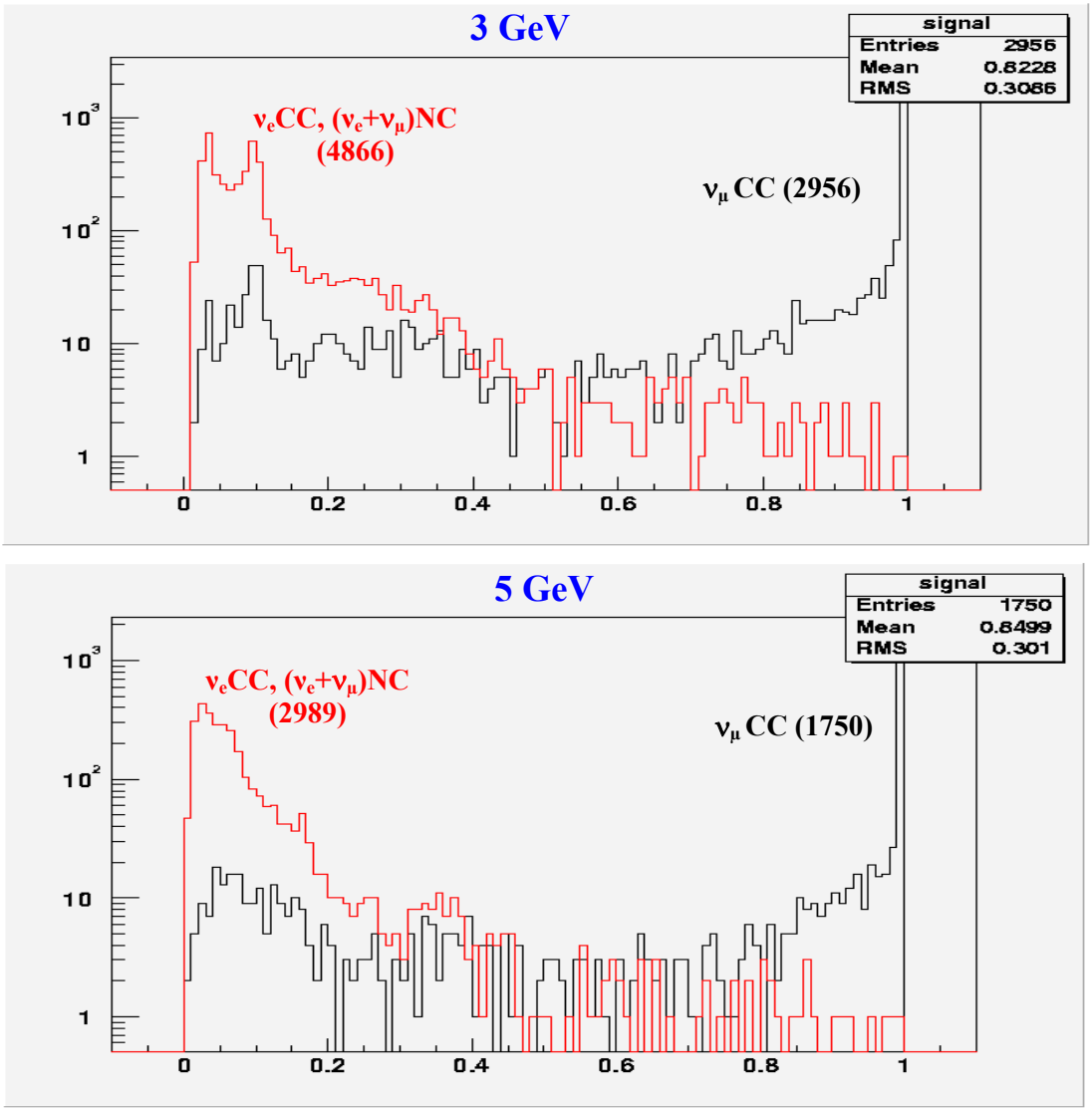
[1] όπως αναφέραμε, χρησιμοποιήσαμε την αρχιτεκτονική των τριών hidden επιπέδων με 12 νευρώνες το καθένα.





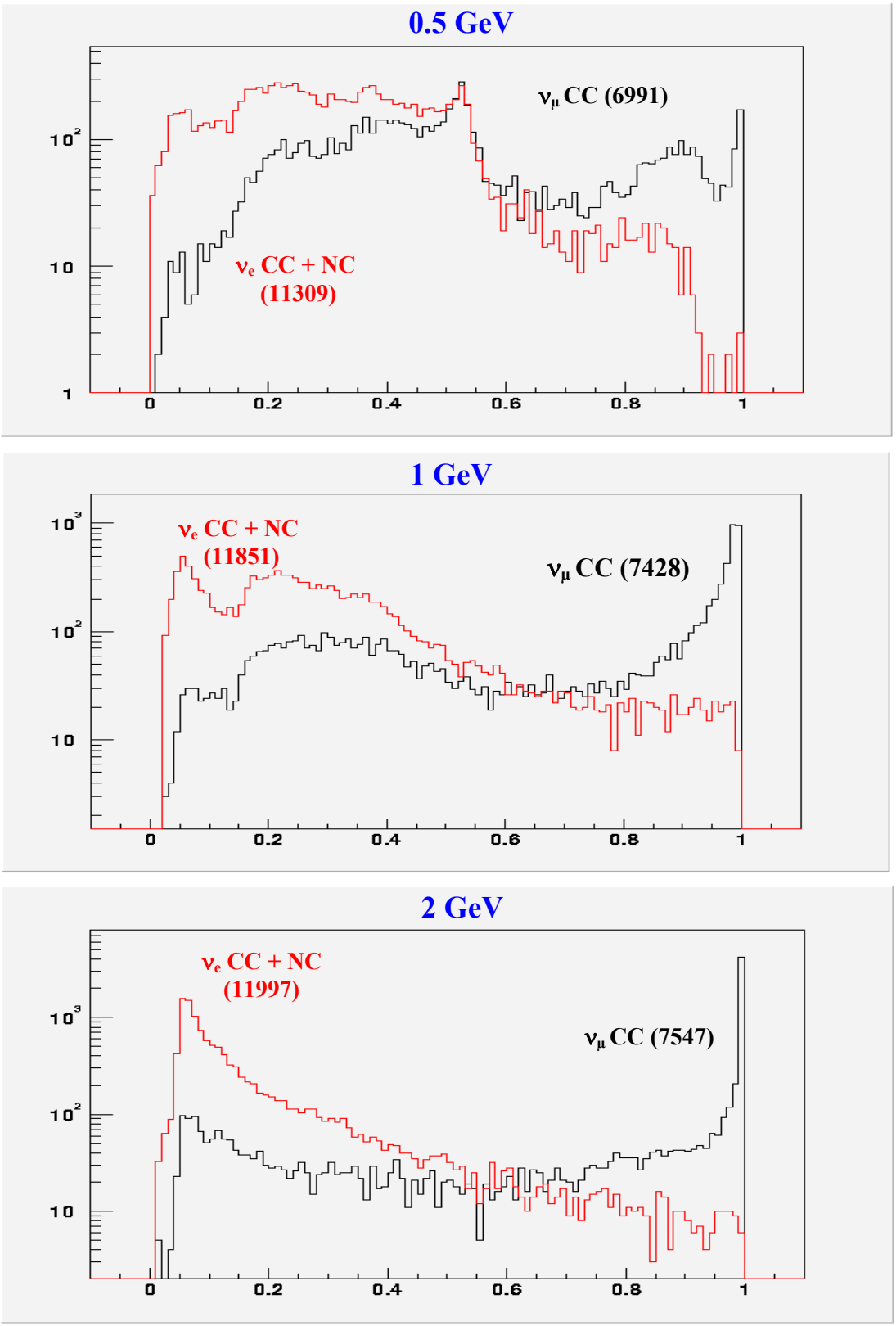


***Σχ.5.26**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–(ν_eCC, NC) για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*

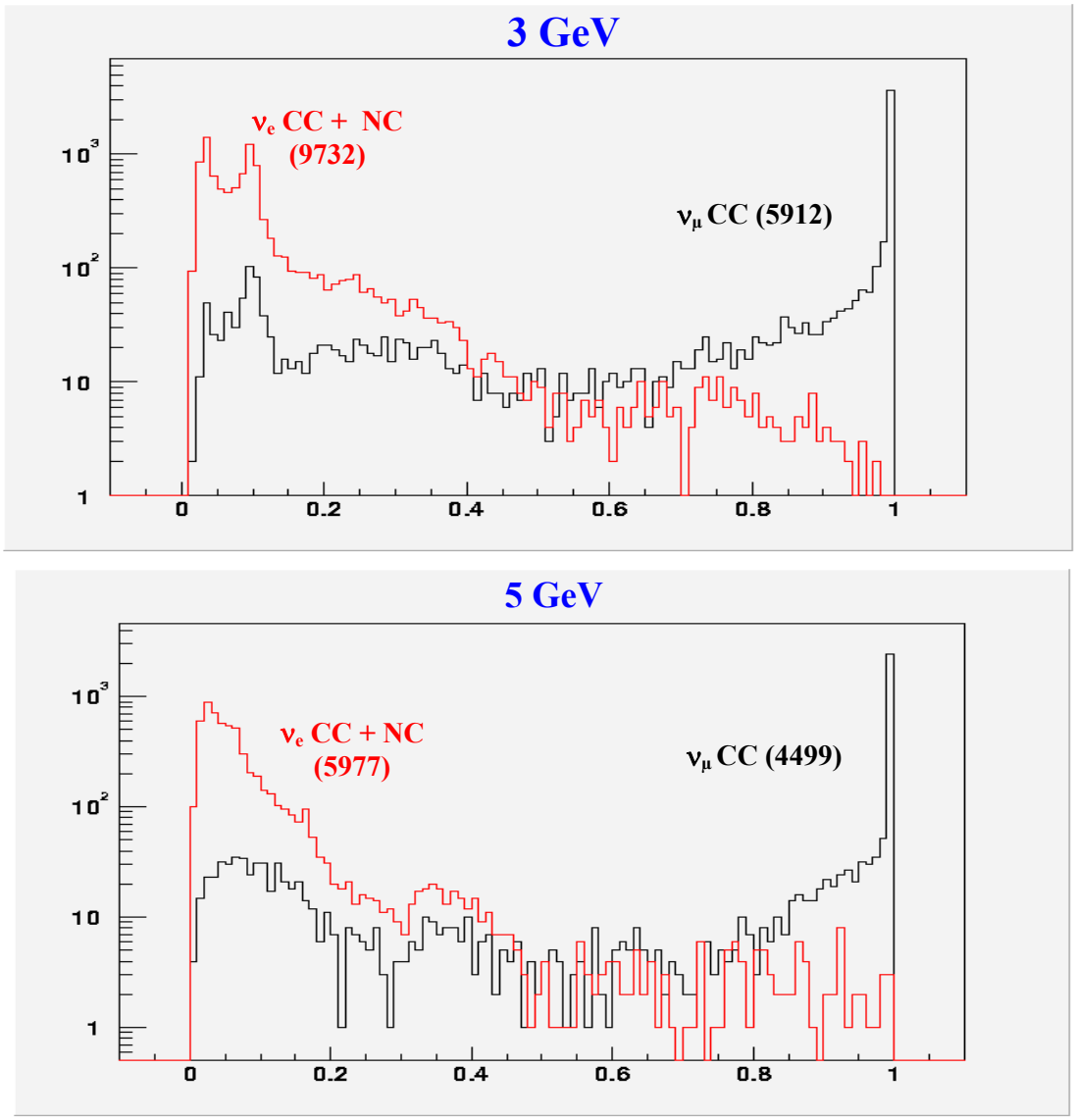


***Σχ.5.27**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) για τα training samples στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*

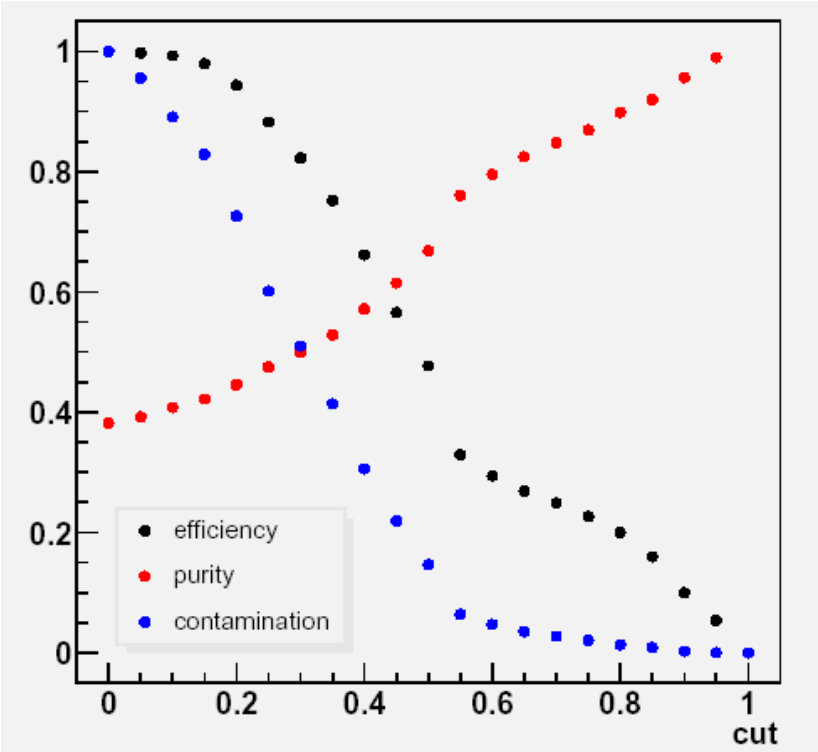
Στα Σχ.5.35 έως 5.39 φαίνονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης των πακέτων λογισμικού MLPfit και SNNS, όσον αφορά την efficiency και την purity του νευρωνικού σε κάθε ενέργεια. Από τα σχήματα αυτά παρατηρούμε την πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων του MLPfit και του SNNS. Στο παράρτημα III δίνονται για κάθε ενέργεια το γινόμενο efficiency×purity συναρτήσει της cut. Εκεί που παρατηρείται το μέγιστο της κατανομής αυτής είναι και η θέση που πρέπει να βάλουμε την cut.

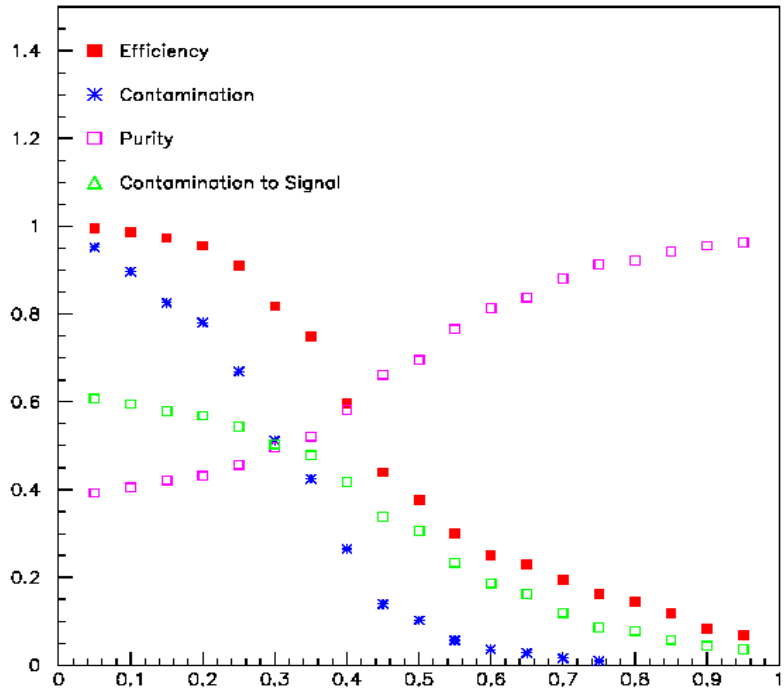


***Σχ.5.28**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*

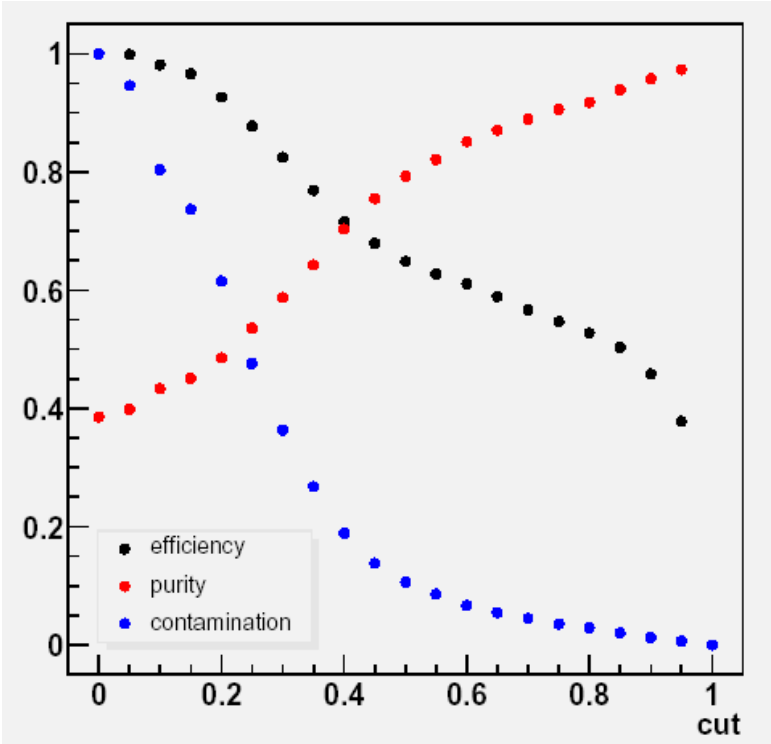


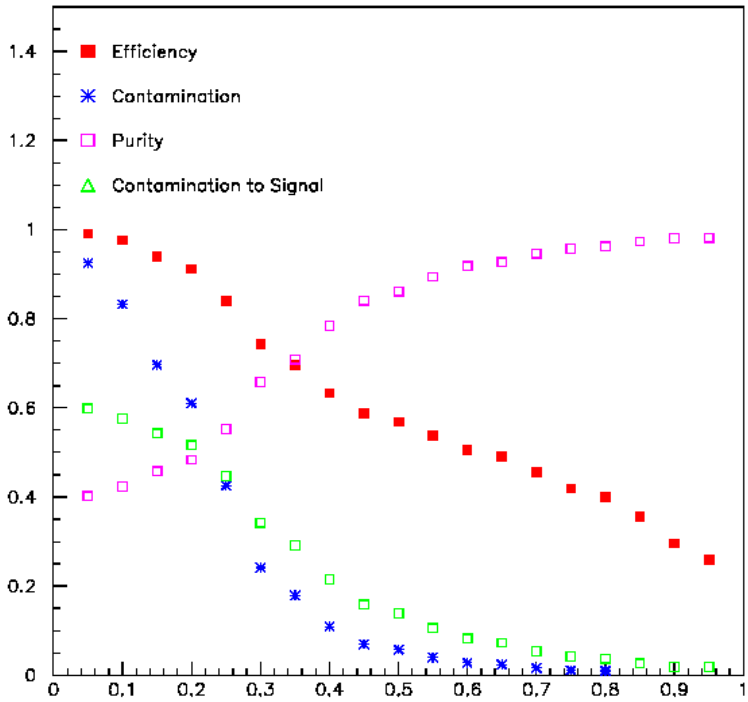
***Σχ.5.29**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*



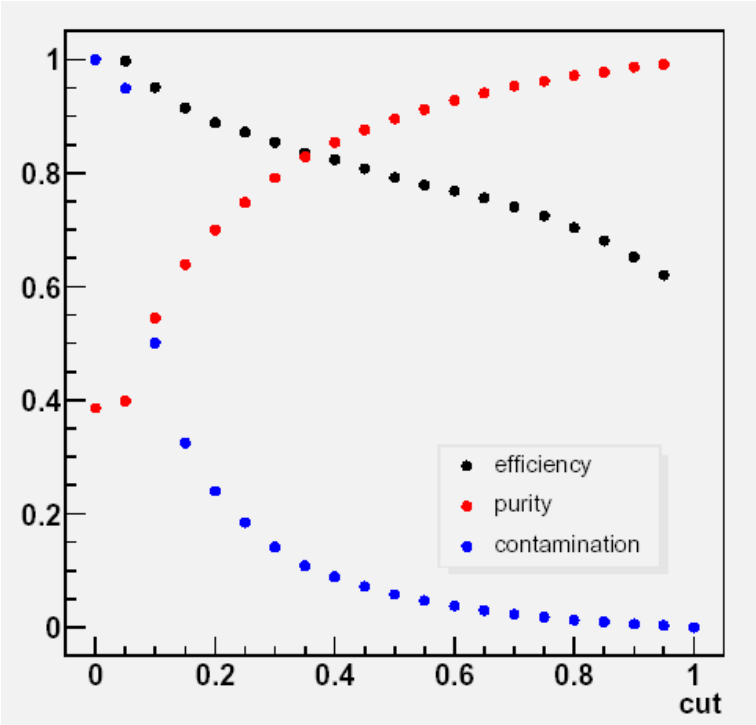


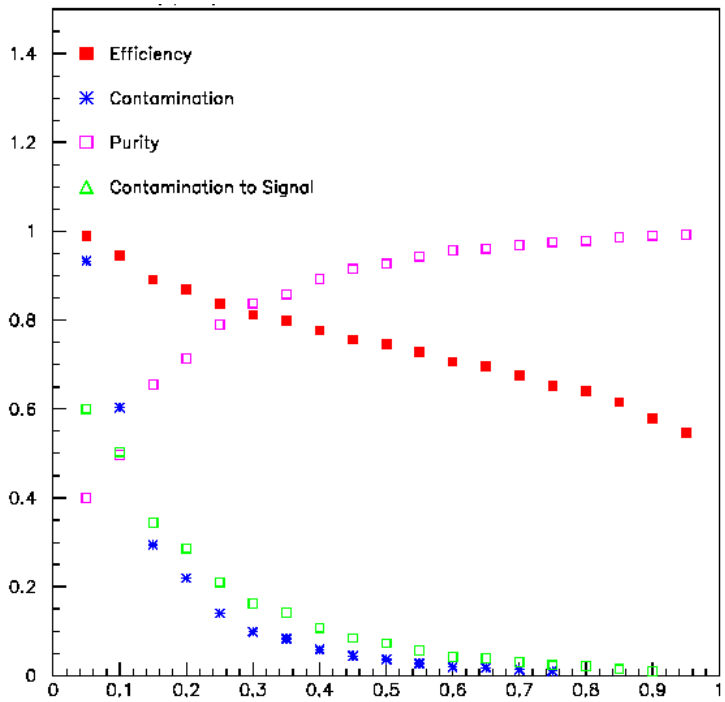
***Σχ.5.30**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



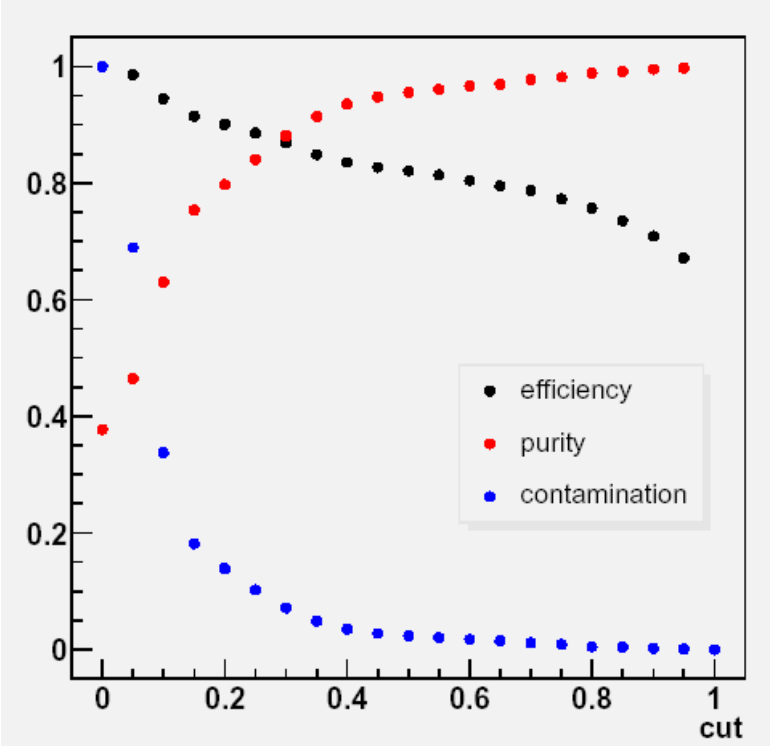


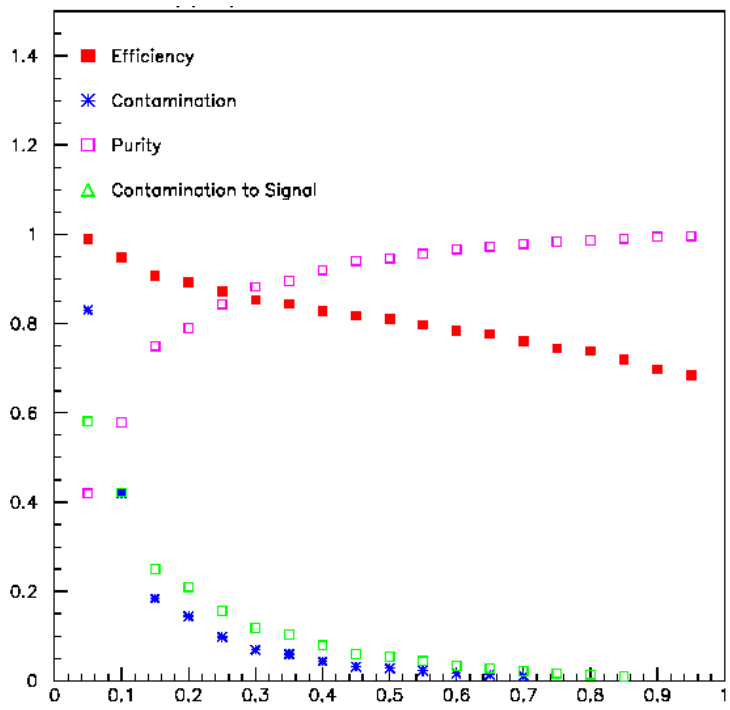
***Σχ.5.31**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



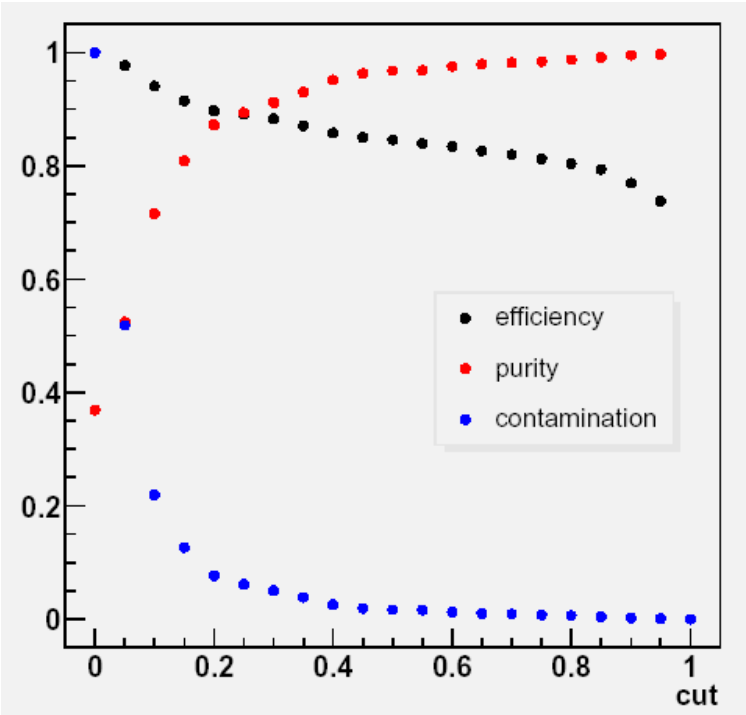


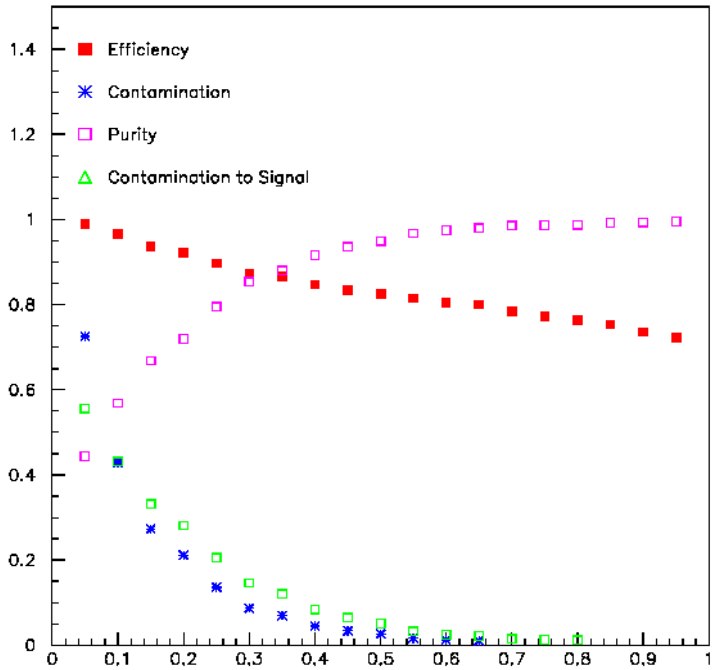
***Σχ.5.32**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



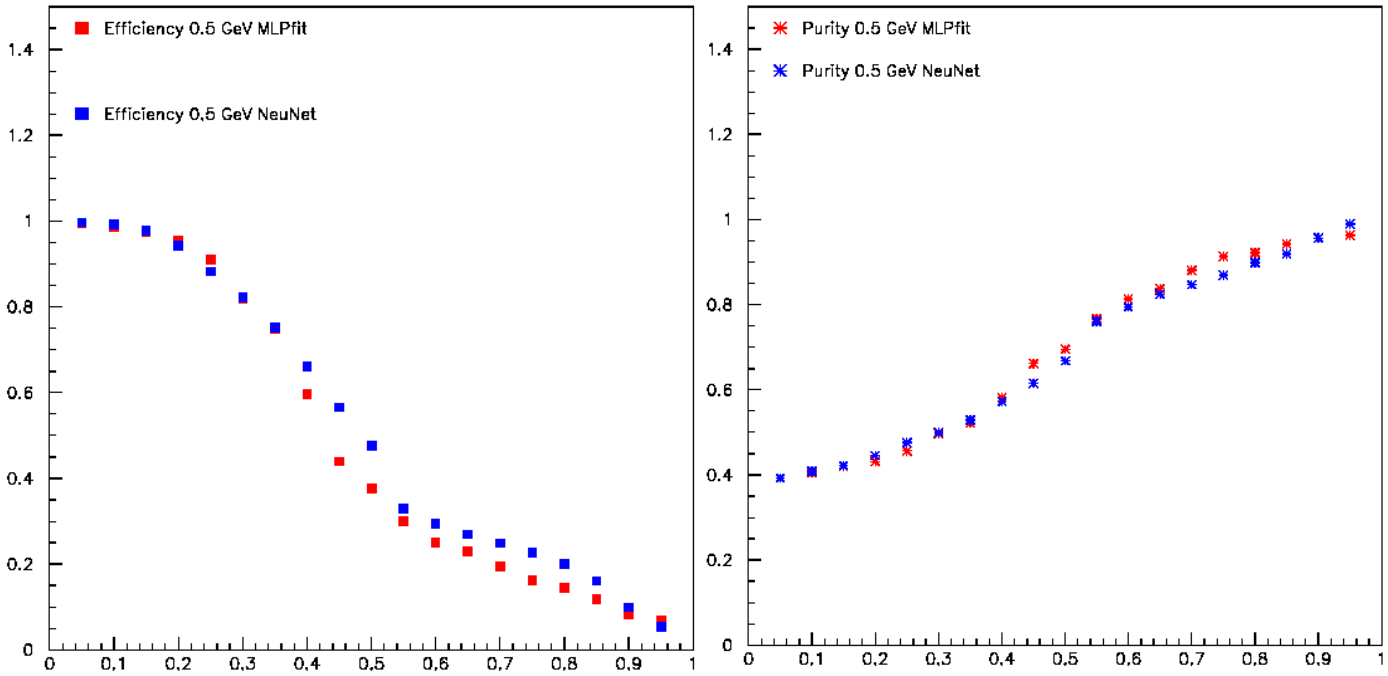


***Σχ.5.33**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*

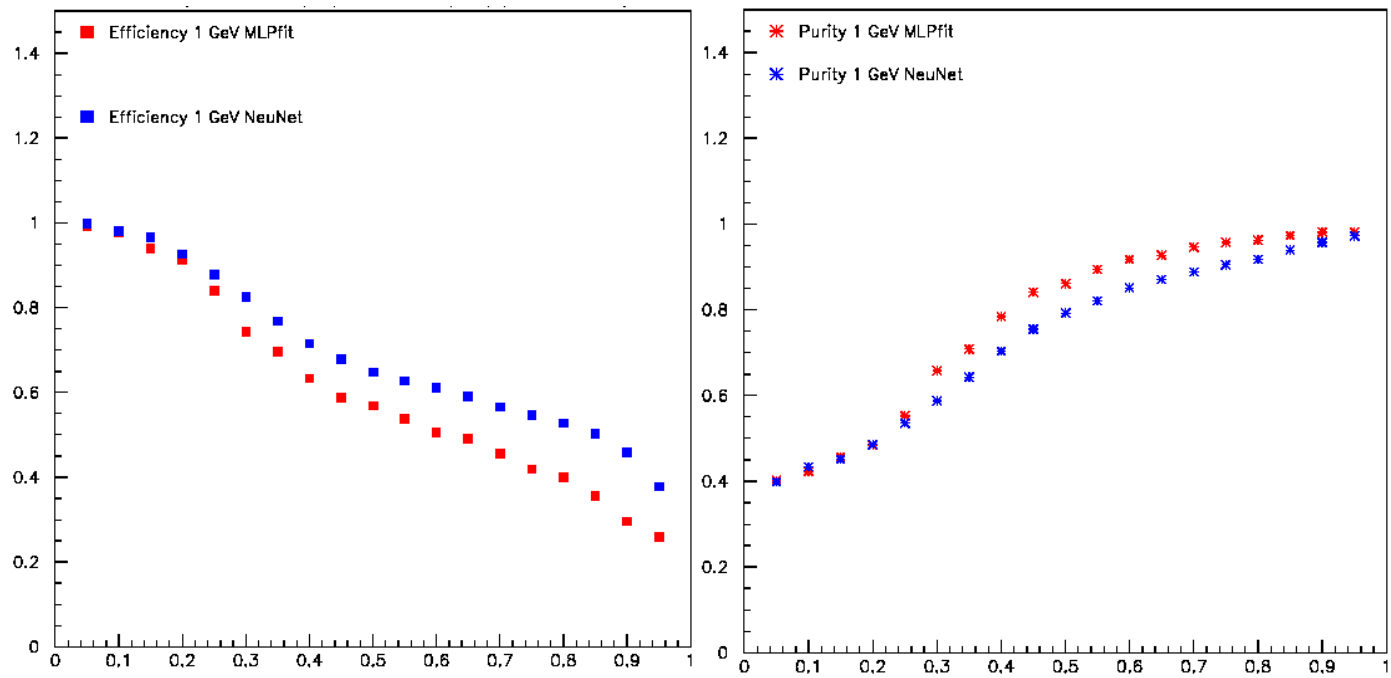




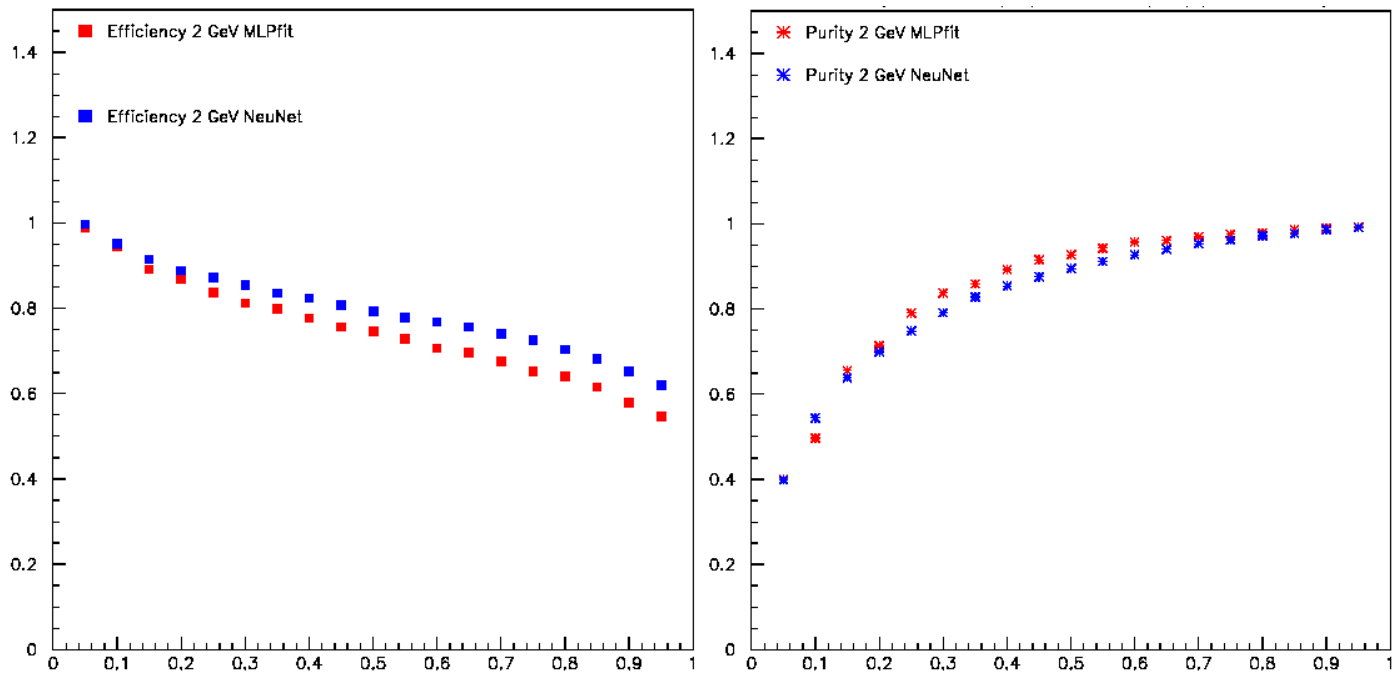
***Σχ.5.34**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



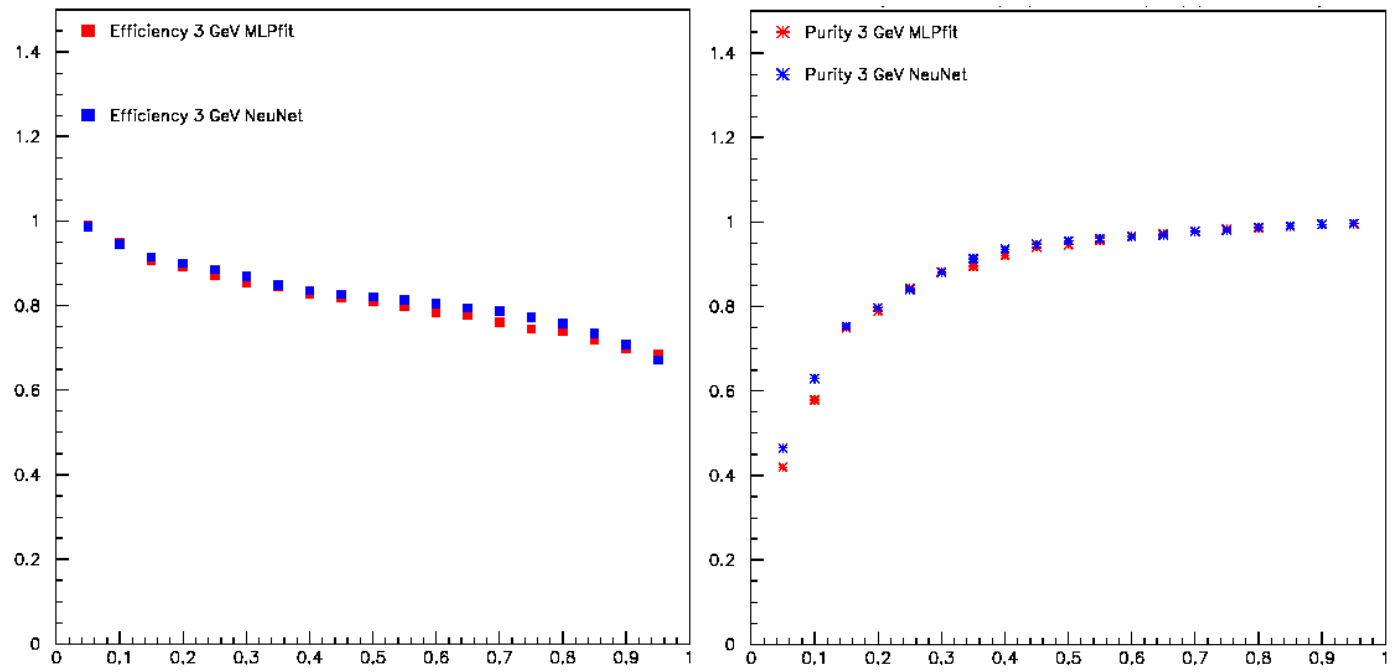
***Σχ.5.35**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



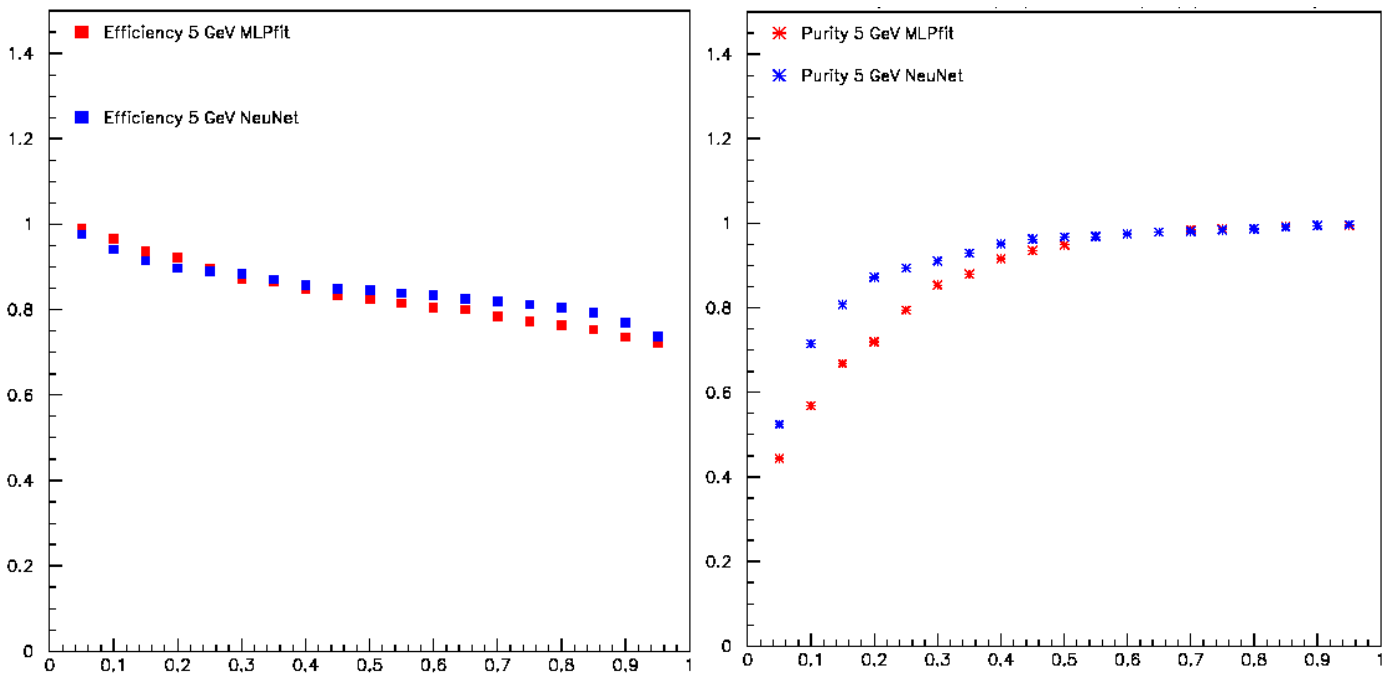
***Σχ.5.36**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.37**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.38**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



Σχ.5.39*: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–($\nu_e CC$, NC) συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*

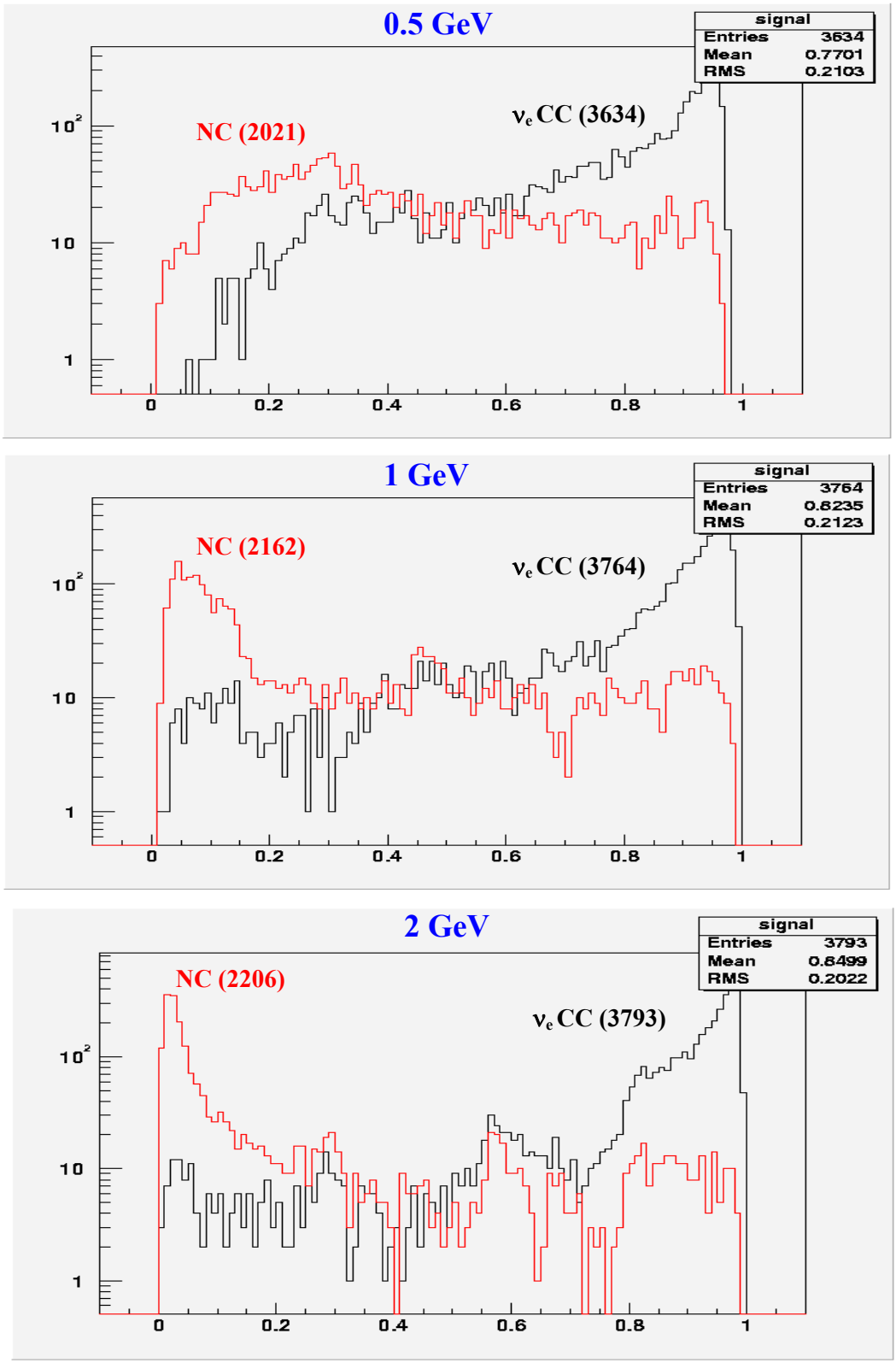
5.5.3. Διαχωρισμός ν_eCC–NC

Ο πίνακας 5.3 είναι ο ίδιος με τον πίνακα 5.2 με τη μόνη διαφορά ότι τώρα με κόκκινο φαίνεται ο αριθμός των γεγονότων σήματος (ν_eCC) και με μπλε ο αριθμός των γεγονότων υποβάθρου (ν_μNC, ν_eNC) που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό ν_eCC–NC, σε κάθε τιμή της ενέργειας. Τα αποτελέσματα του

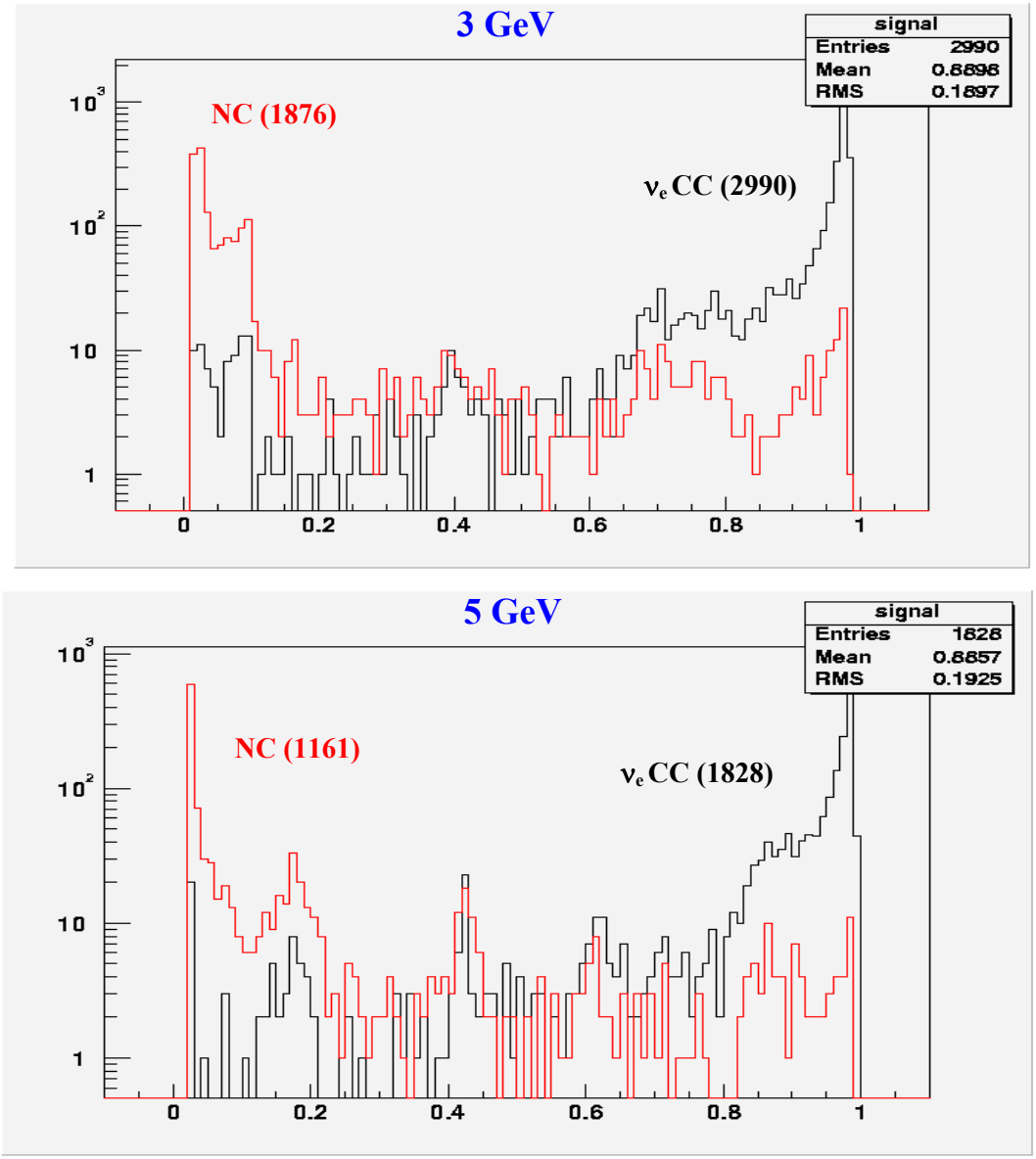
E_ν (GeV)	ν_μ CC	ν_μ NC	ν_e CC	ν_e NC	NC Total	Grand Total
0.5	6991	2082	7267	1960	4042	18300
1.0	7428	2208	7528	2115	4323	19279
2.0	7547	2223	7586	2188	4411	19544
3.0	5912	1832	5980	1920	3752	15644
5.0	3499	1177	3656	1144	2321	9476

***Πίνακας 5.3**: Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό ν_eCC–NC σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου.*

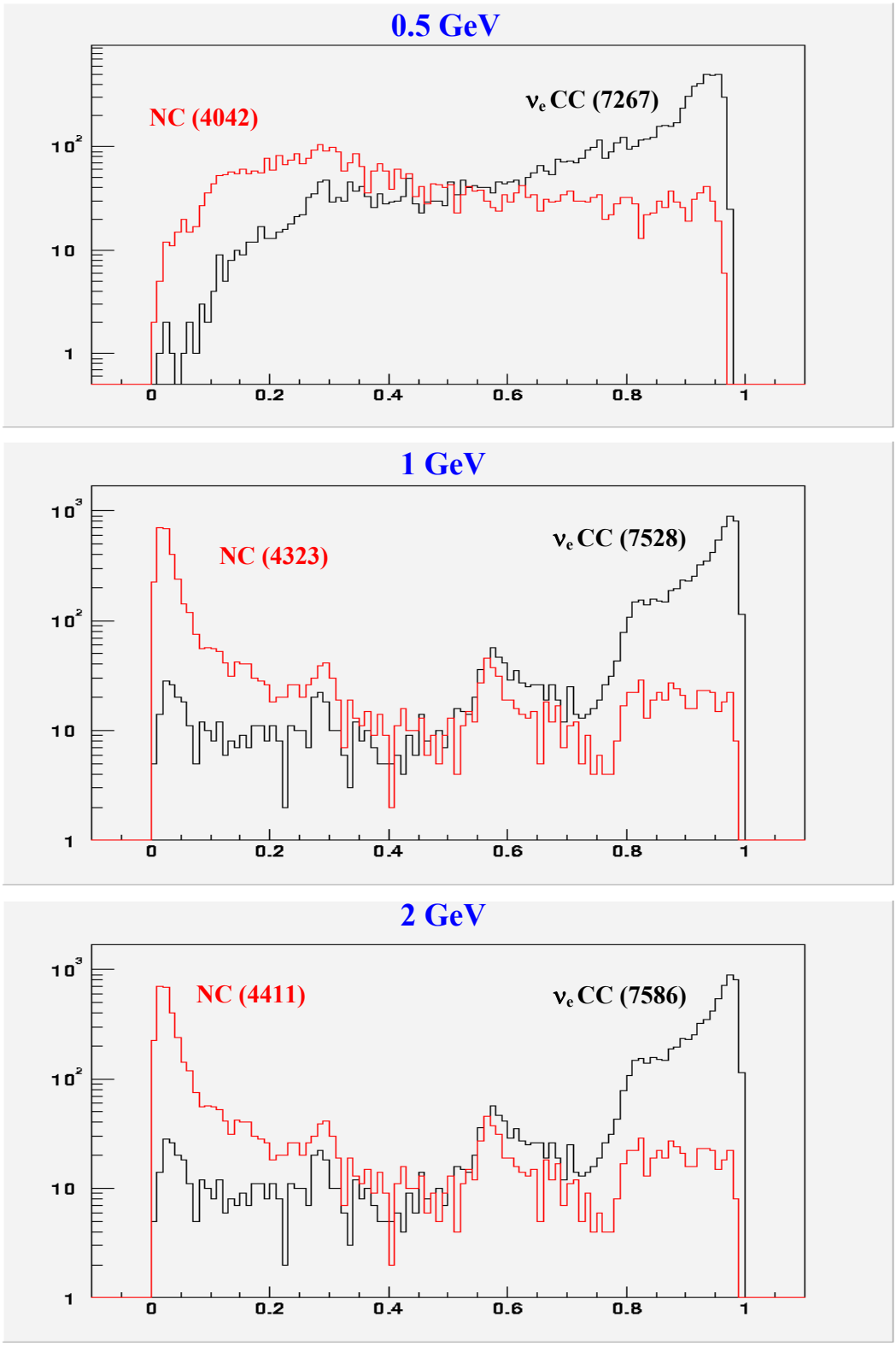
νευρωνικού δίνονται στα Σχ.5.40 και 5.41, όπου φαίνεται η κατανομή της συνάρτησης εξόδου του νευρωνικού για κάθε ενέργεια για τα training samples (γεγονότα του training αρχείου). Στη συνέχεια, φτιάχνουμε τη συνάρτηση του νευρωνικού και την εφαρμόζουμε σε όλα τα MC γεγονότα για τον συγκεκριμένο διαχωρισμό και παίρνουμε το αποτέλεσμα του νευρωνικού για κάθε ενέργεια που δίνεται στα Σχ.5.42 και 5.43. Επίσης, στα Σχ.5.44 έως 5.48 φαίνονται οι efficieny, purity και contamination για κάθε ενέργεια από τα πακέτα SNNS και MLPfit, ενώ στα Σχ.5.49 έως 5.53 φαίνονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης των πακέτων λογισμικού MLPfit και SNNS, όσον αφορά την efficiency και την purity του νευρωνικού σε κάθε ενέργεια. Από τα σχήματα αυτά παρατηρούμε και πάλι την πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων του MLPfit και του SNNS. Στο παράρτημα III δίνονται για κάθε ενέργεια το γινόμενο efficiency×purity συναρτήσει της cut



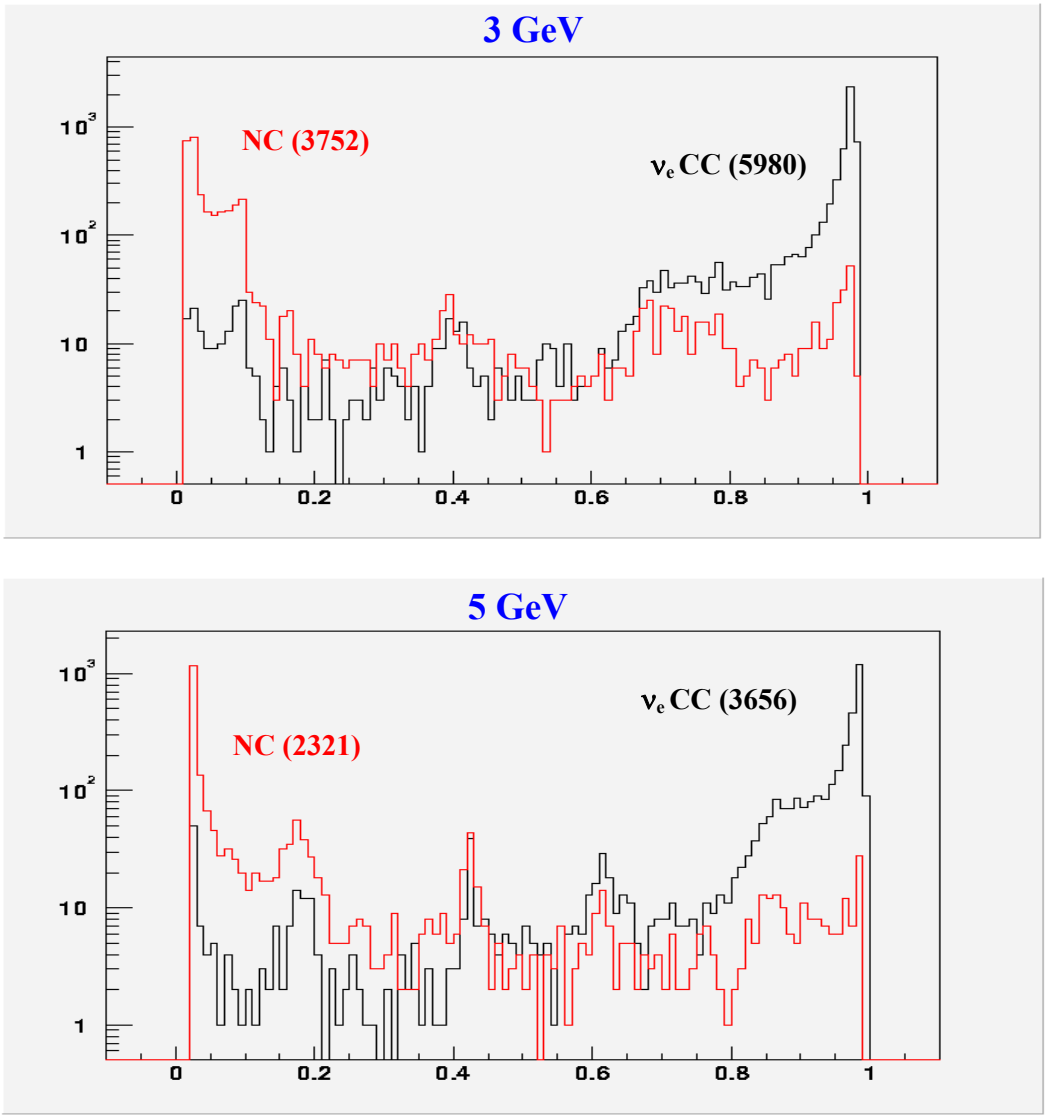
***Σχ.5.40**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_eCC–NC για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*



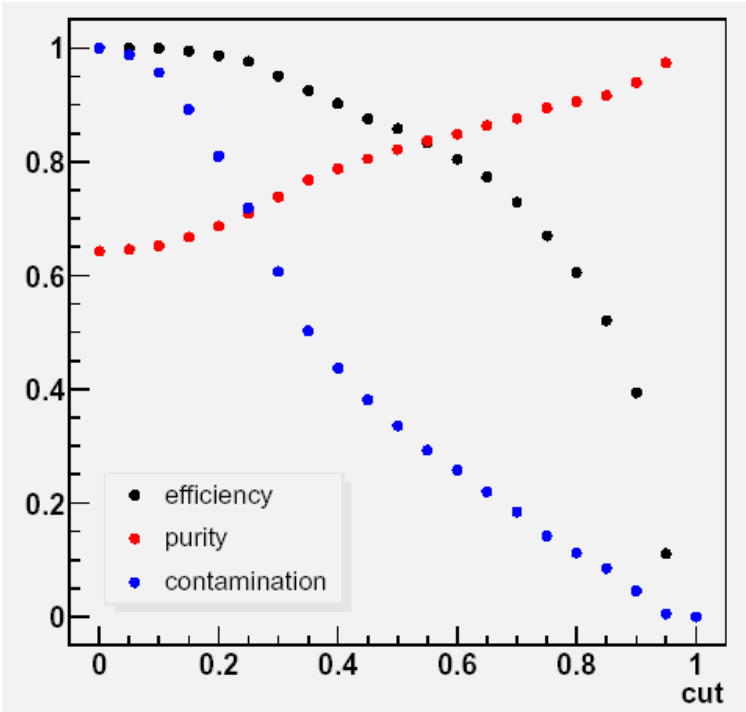
***Σχ.5.41**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_eCC–NC για τα training samples στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*

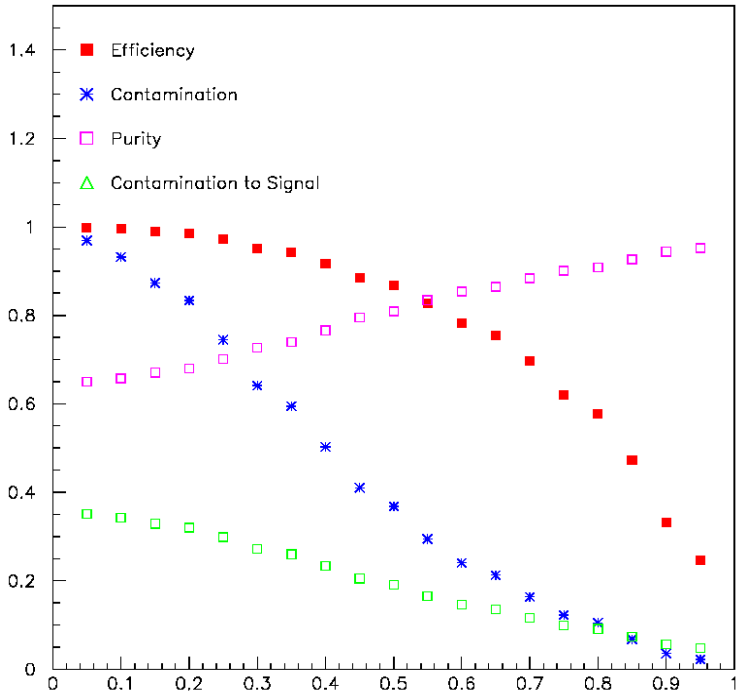


***Σχ.5.42**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_eCC–NC για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*

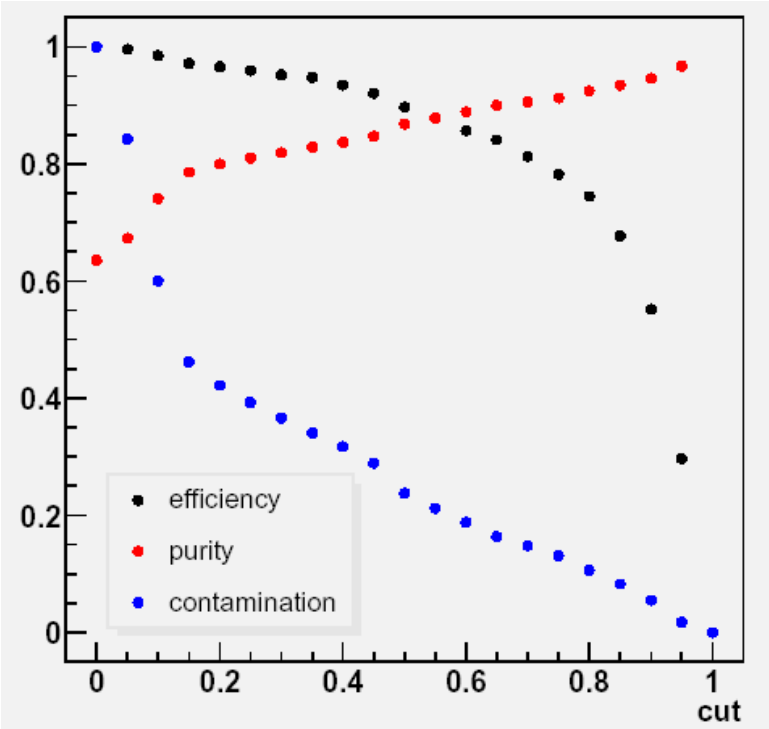


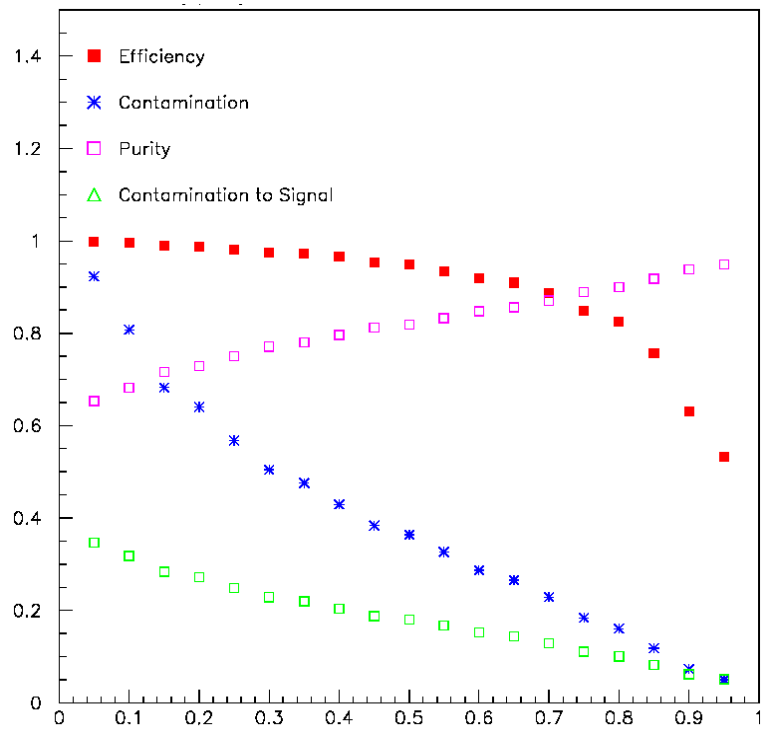
***Σχ.5.43**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_eCC–NC για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*



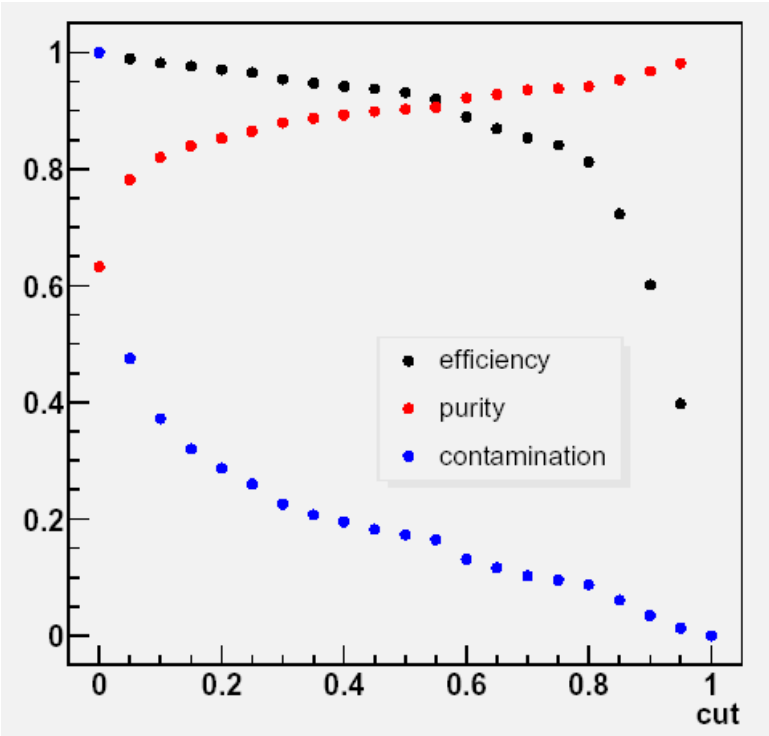


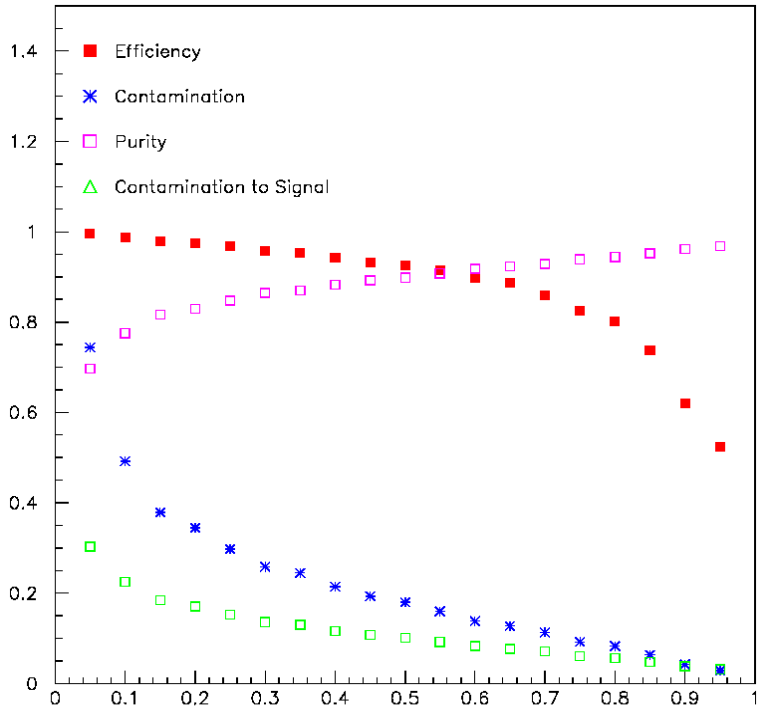
***Σχ.5.44**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



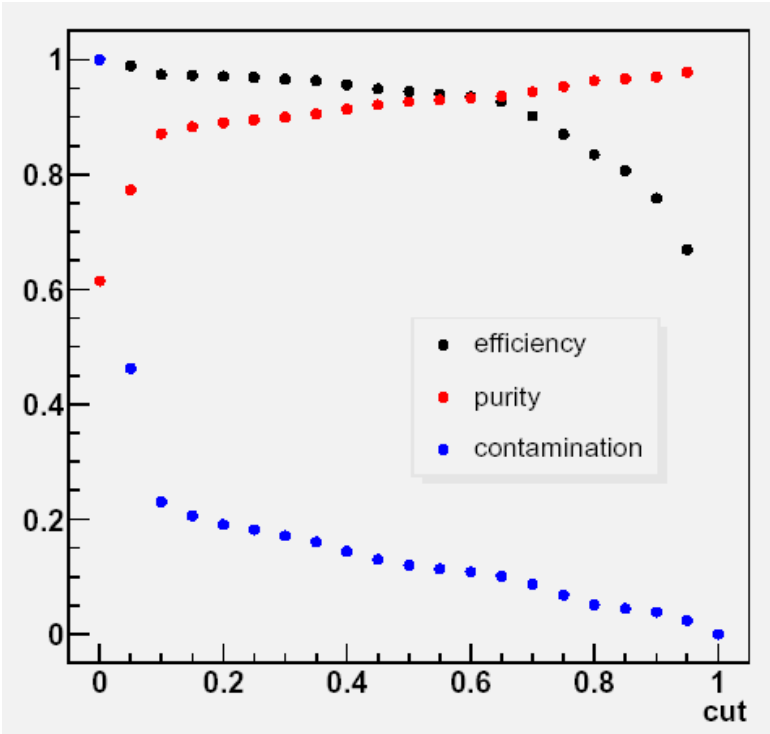


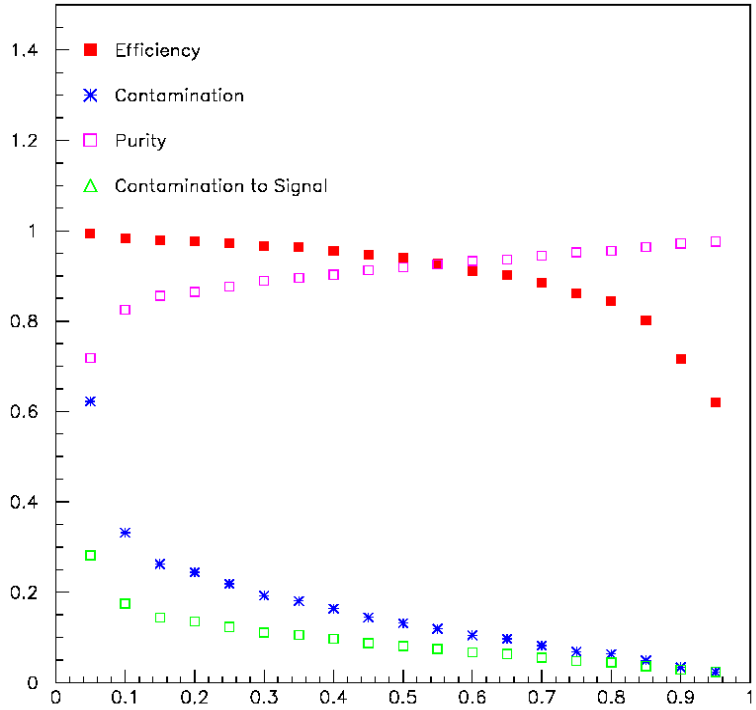
***Σχ.5.45**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



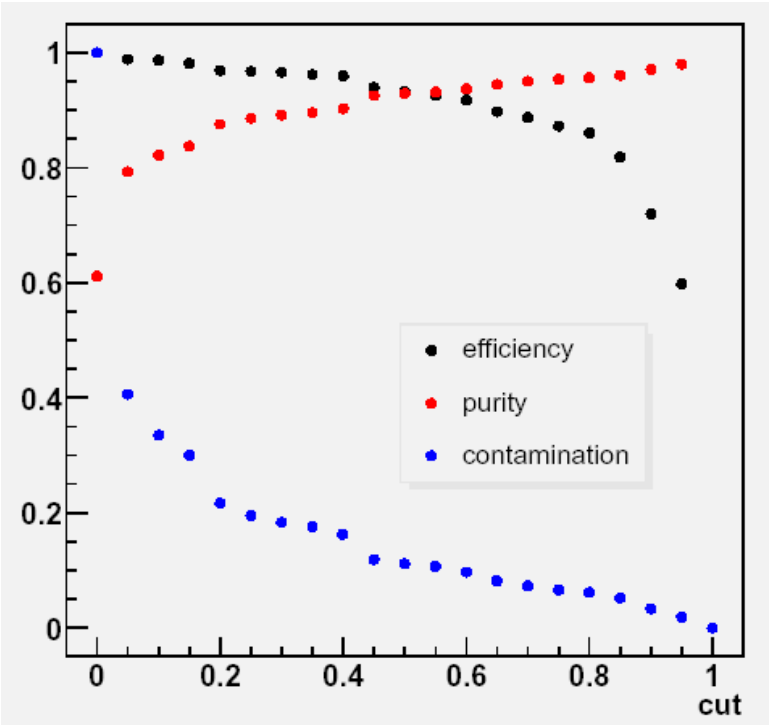


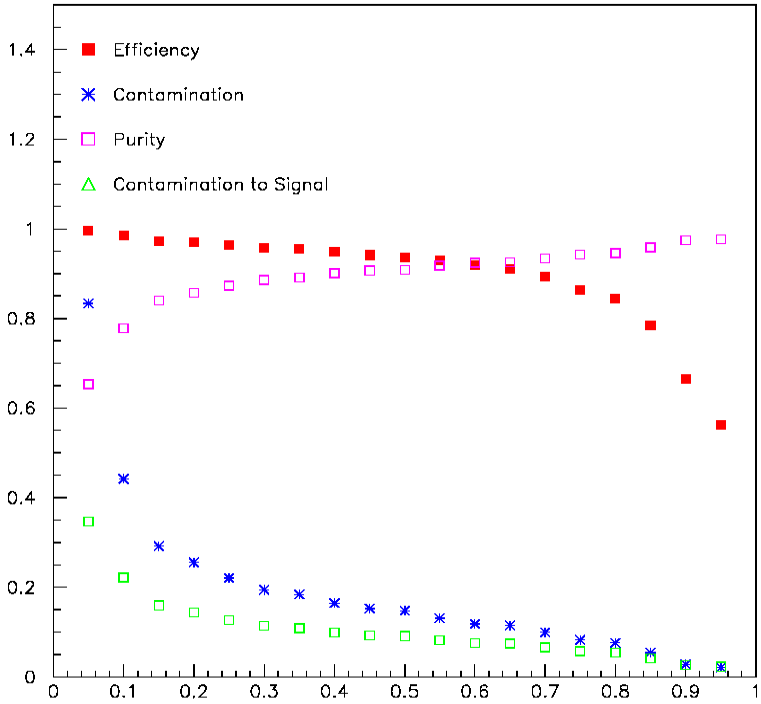
***Σχ.5.46**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



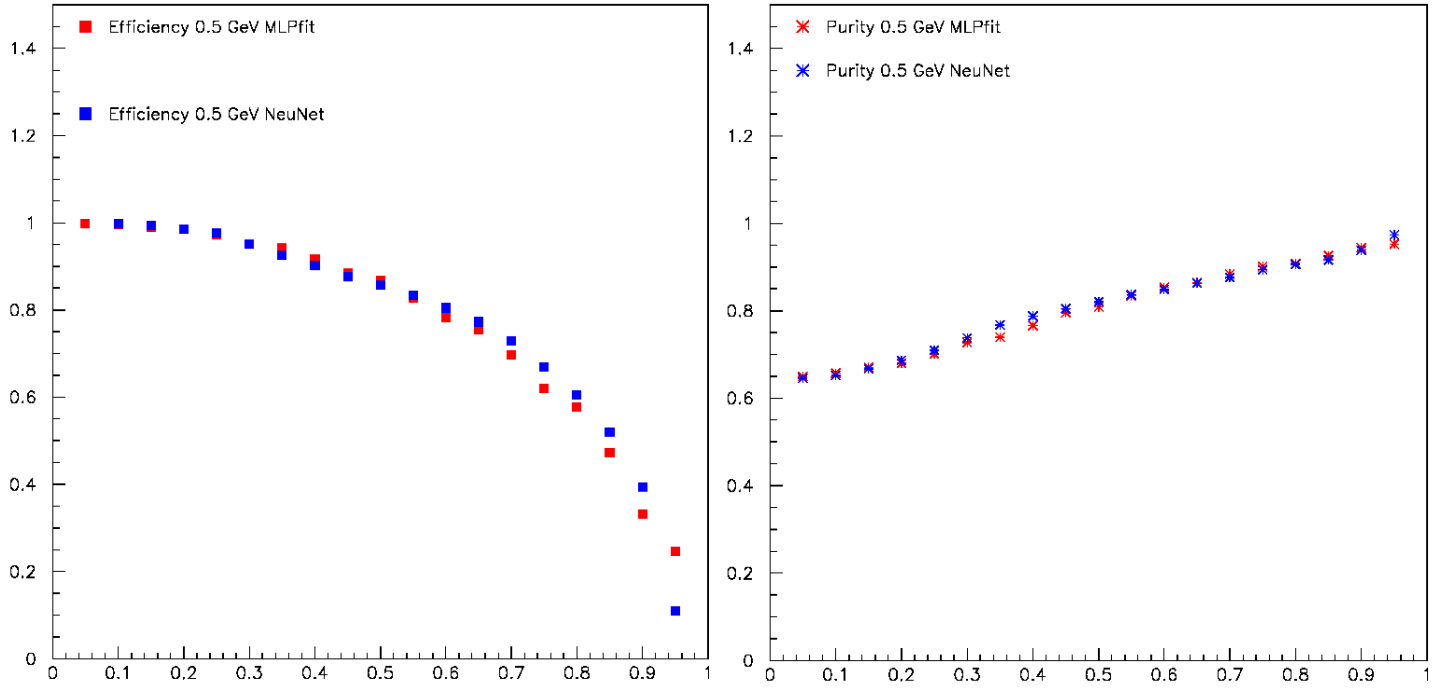


***Σχ.5.47**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*

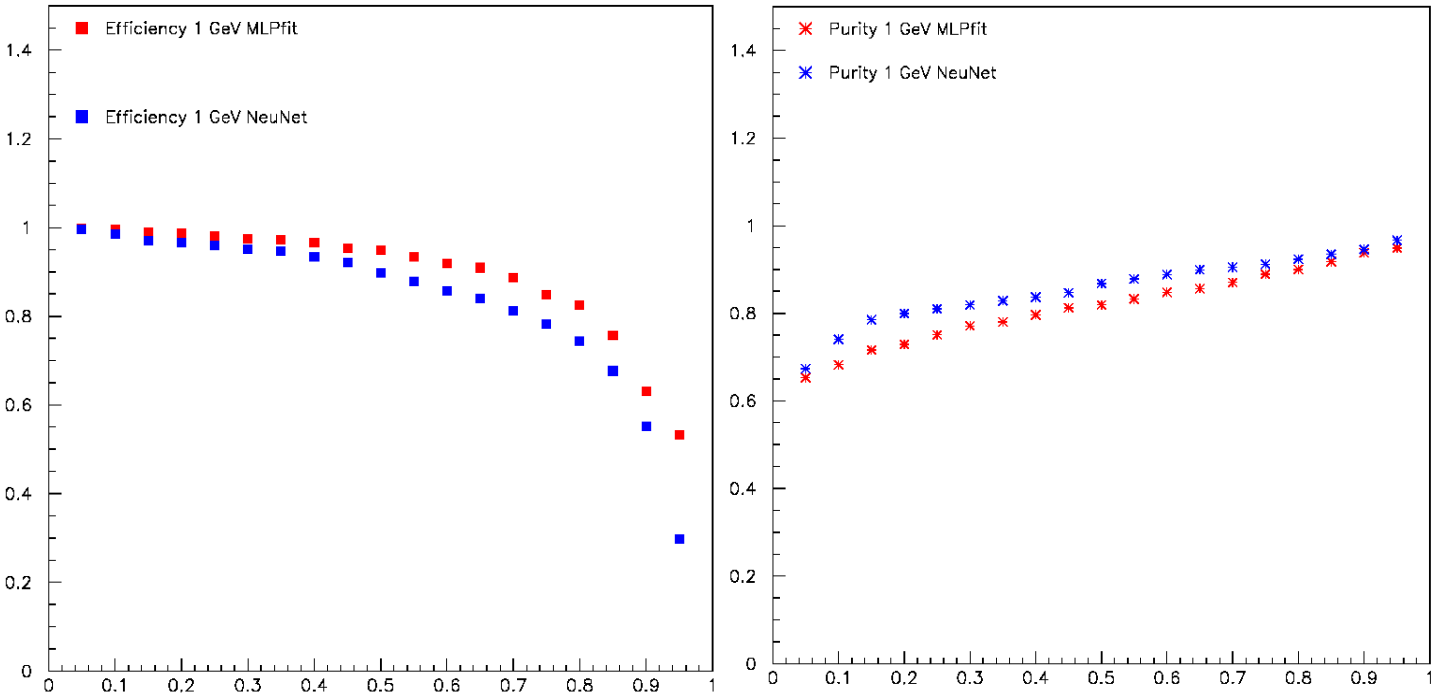




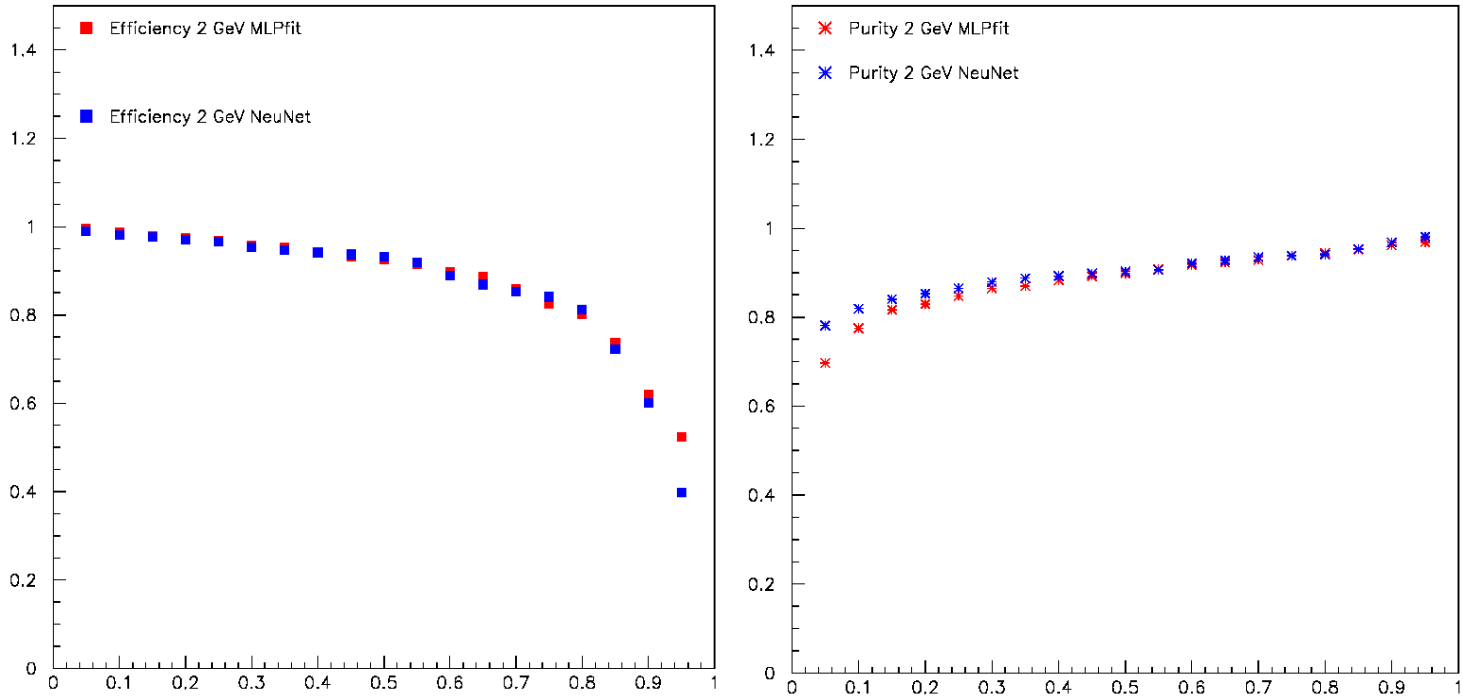
***Σχ.5.48**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



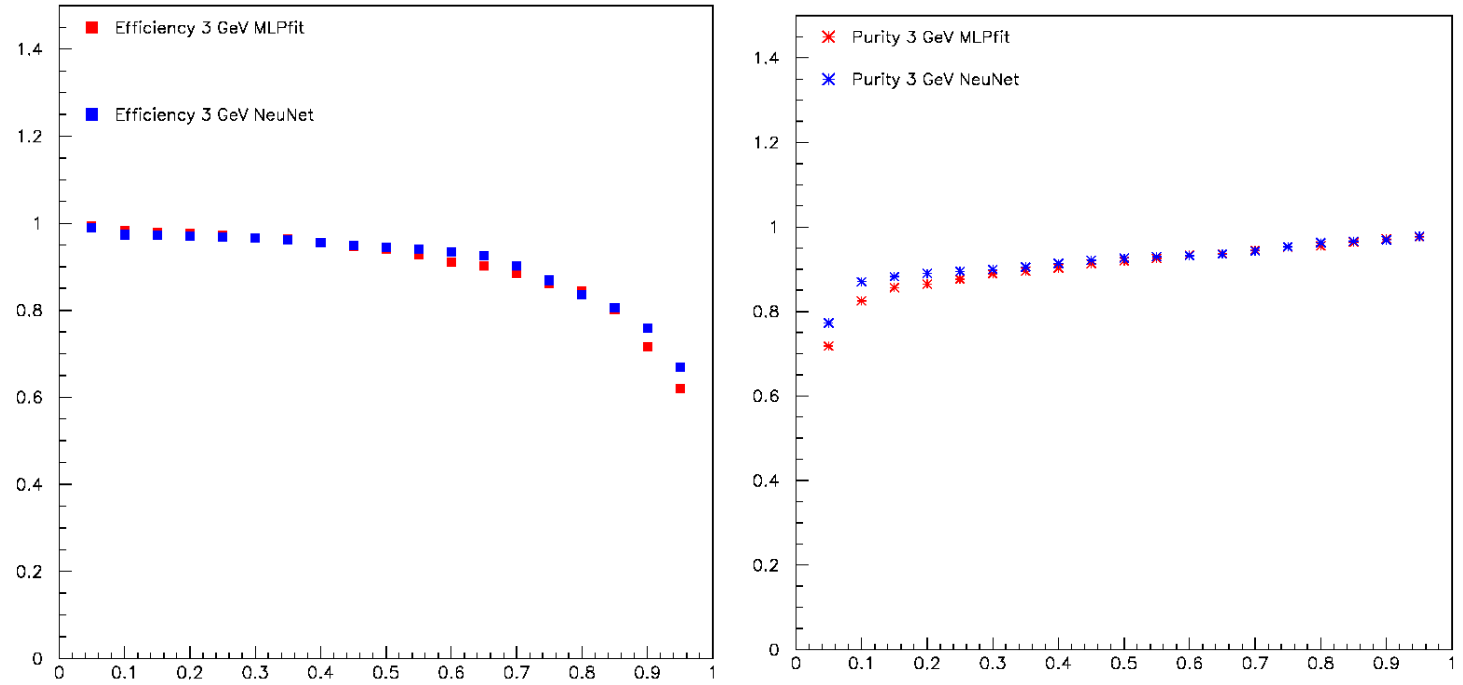
***Σχ.5.49**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



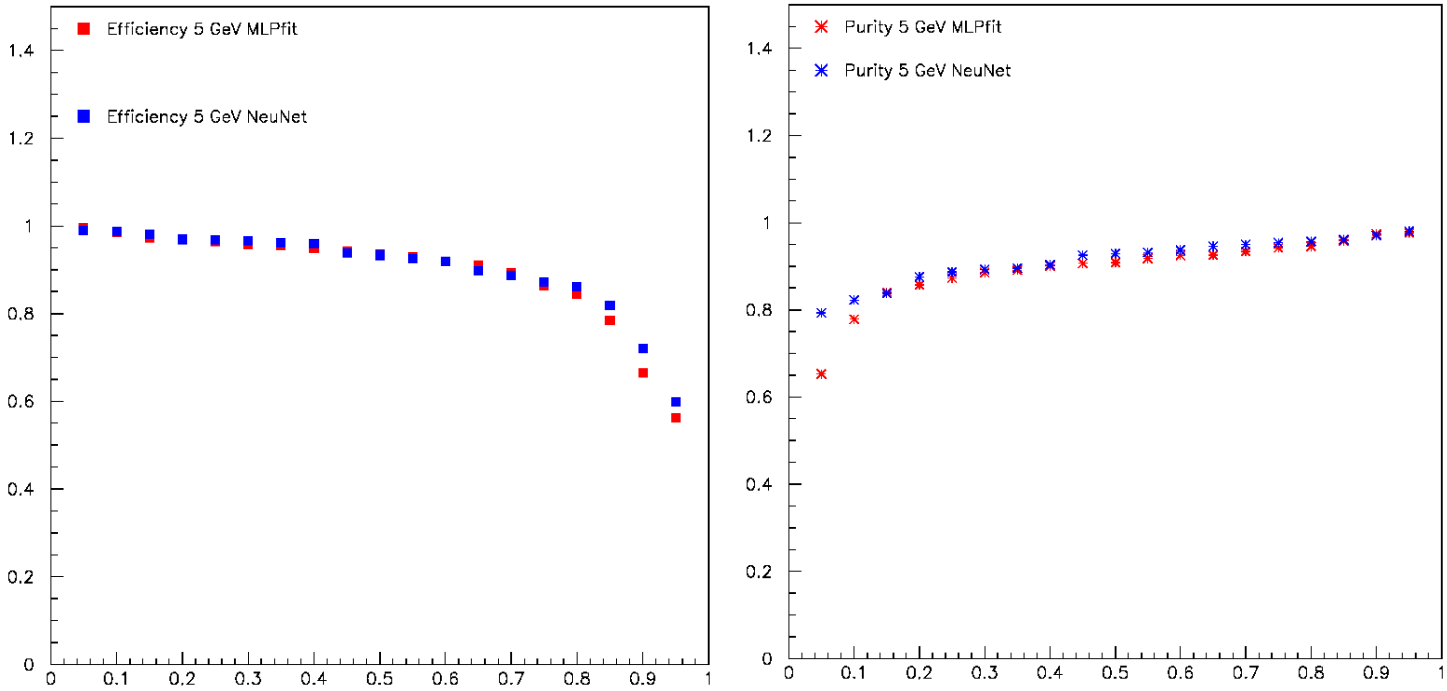
***Σχ.5.50**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.51**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.52**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.53**: H efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού ν_eCC–NC συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*

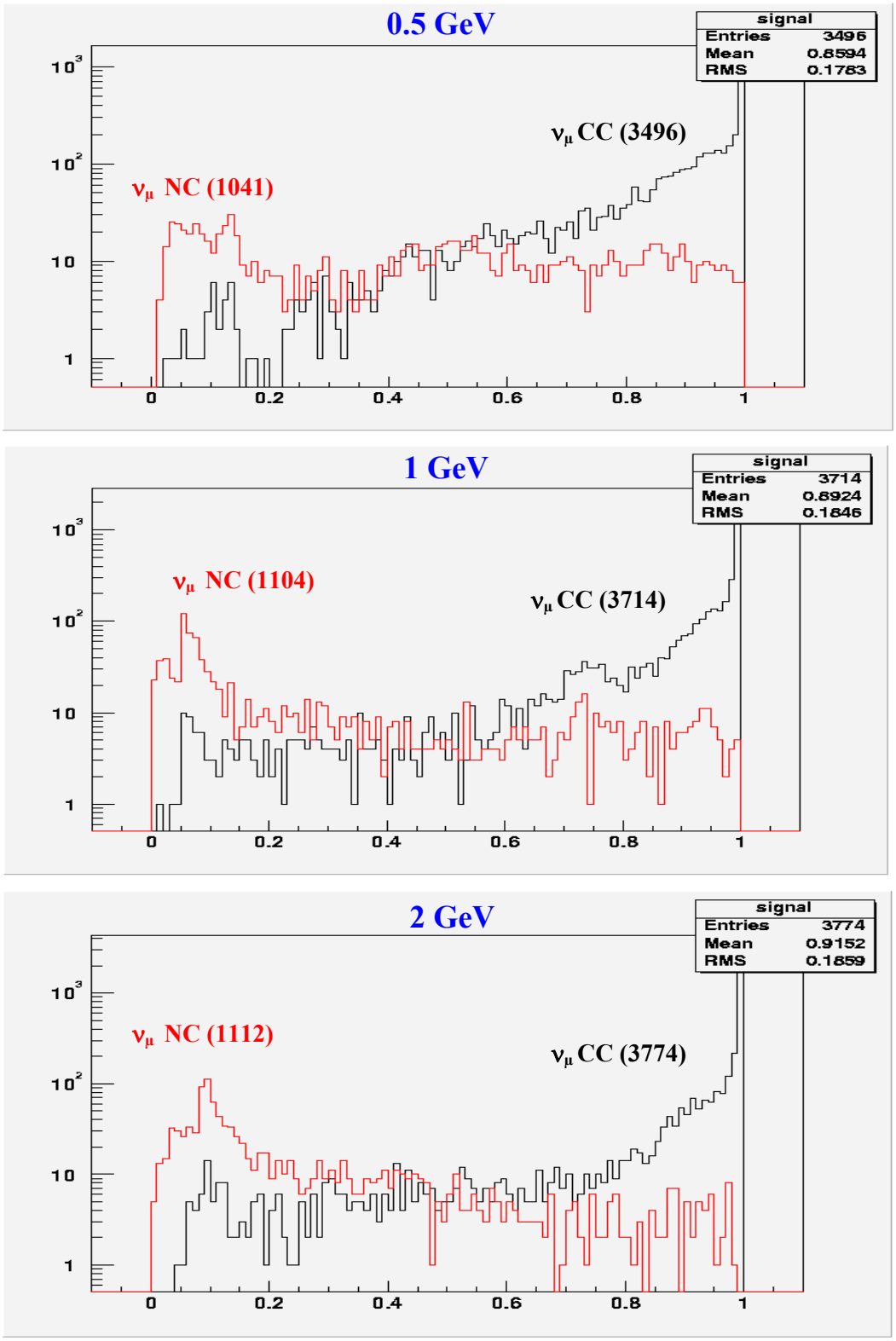
5.5.4. Διαχωρισμός ν_μCC–ν_μNC

Ο πίνακας 5.4 είναι ο ίδιος με τους πίνακες 5.2 και 5.3 με τη μόνη διαφορά ότι τώρα με κόκκινο φαίνεται ο αριθμός των γεγονότων σήματος (ν_μCC) και με μπλε ο αριθμός των γεγονότων υποβάθρου (ν_μNC) που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC σε κάθε τιμή της ενέργειας. Τα αποτελέσματα του

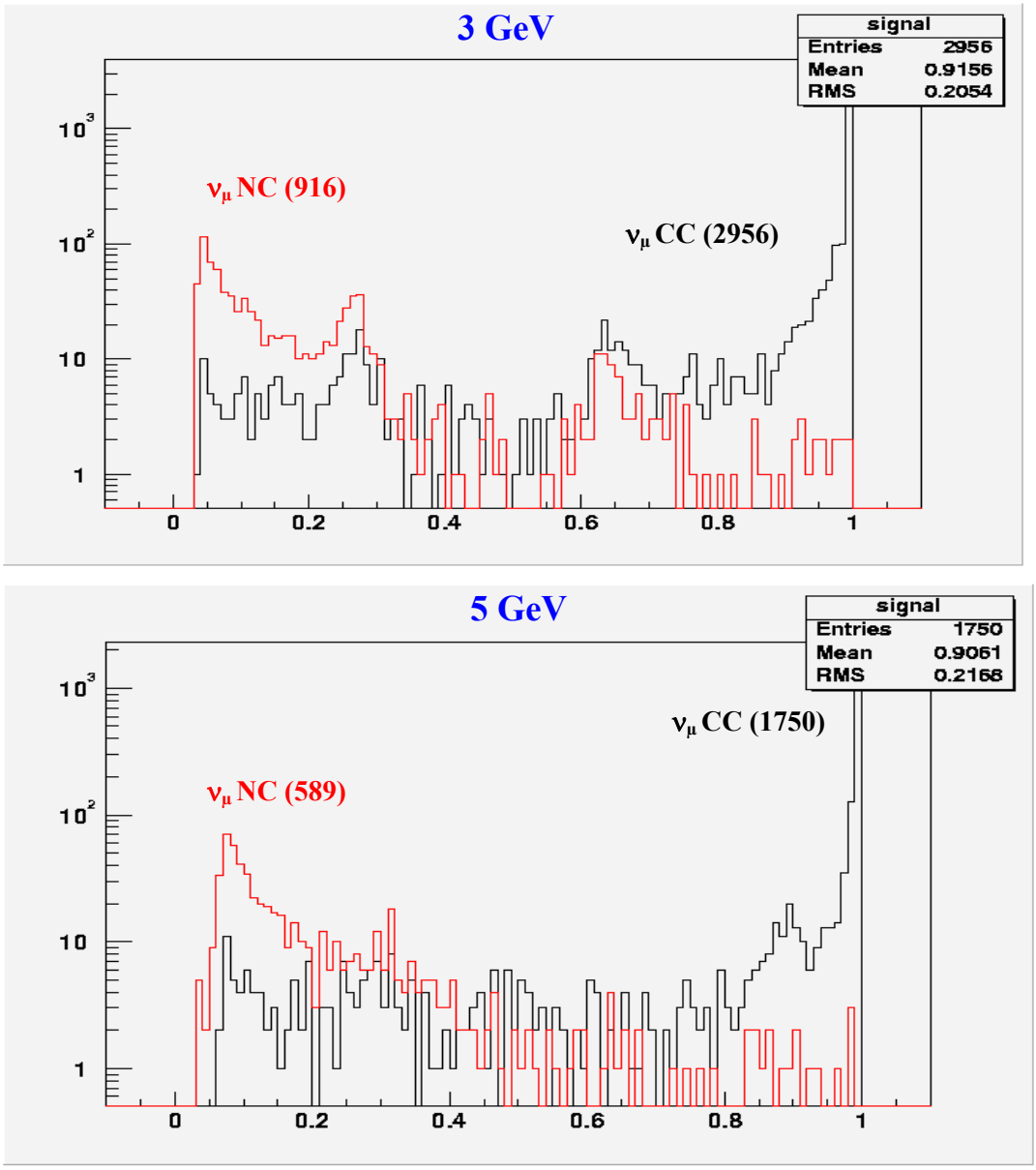
E_ν (GeV)	ν_μ CC	ν_μ NC	ν_e CC	ν_e NC	NC Total	Grand Total
0.5	6991	2082	7267	1960	4042	18300
1.0	7428	2208	7528	2115	4323	19279
2.0	7547	2223	7586	2188	4411	19544
3.0	5912	1832	5980	1920	3752	15644
5.0	3499	1177	3656	1144	2321	9476

***Πίνακας 5.4**: Οι αριθμοί των MC γεγονότων που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC σε κάθε ενέργεια. Με κόκκινο φαίνονται τα γεγονότα σήματος και με μπλε τα γεγονότα υποβάθρου.*

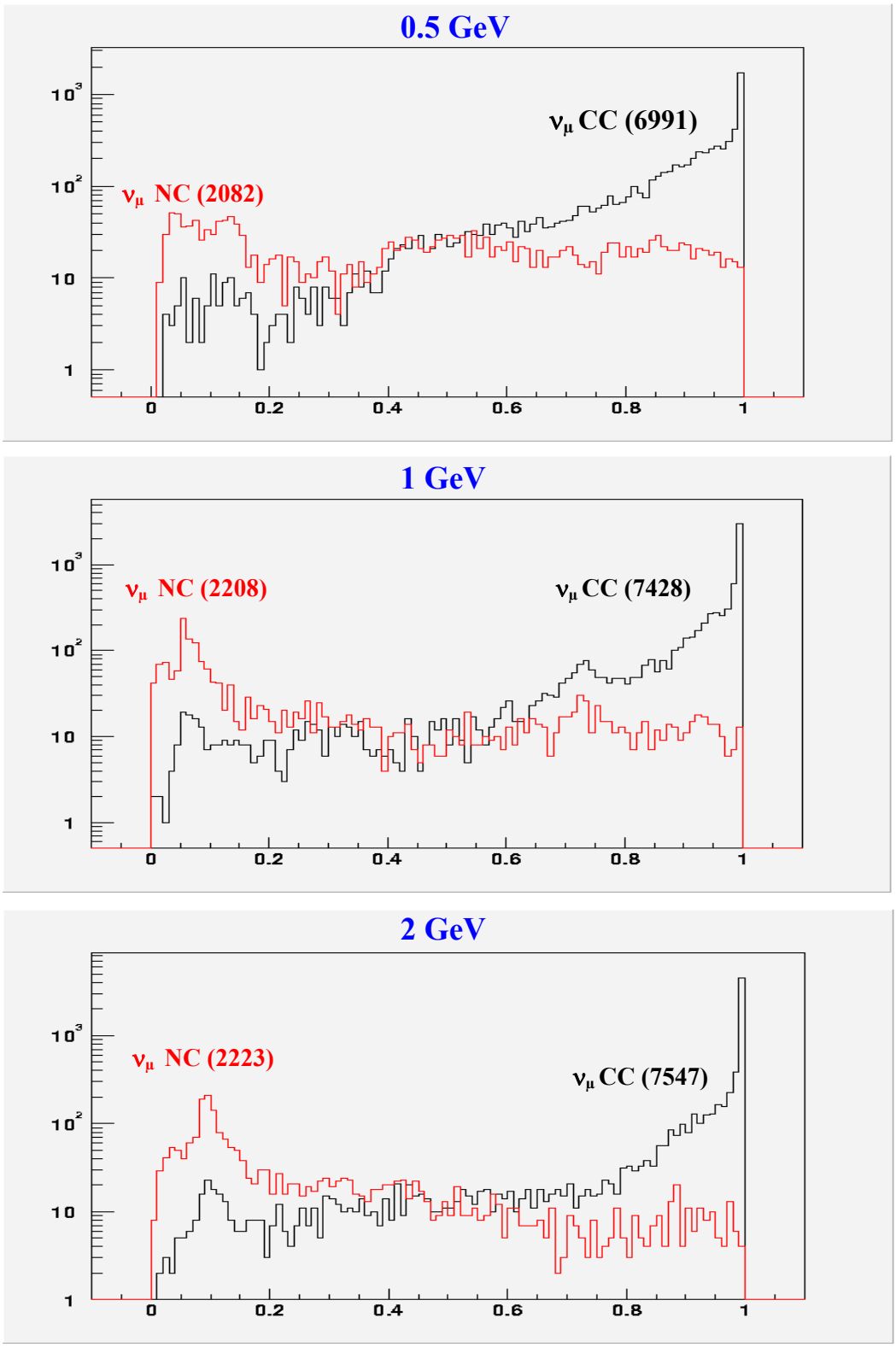
νευρωνικού δίνονται στα Σχ.5.54 και 5.55, όπου φαίνεται η κατανομή της συνάρτησης εξόδου του νευρωνικού για κάθε ενέργεια για τα training samples. Στη συνέχεια, φτιάχνουμε τη συνάρτηση του νευρωνικού και την εφαρμόζουμε σε όλα τα MC γεγονότα για τον συγκεκριμένο διαχωρισμό και παίρνουμε το αποτέλεσμα του νευρωνικού για κάθε ενέργεια που δίνεται στα Σχ.5.56 και 5.57. Επίσης, στα Σχ.5.58 έως 5.62 φαίνονται οι efficieny, purity και contamination για κάθε ενέργεια από τα πακέτα SNNS και MLPfit, ενώ στα Σχ.5.63 έως 5.67 φαίνονται τα αποτελέσματα της σύγκρισης των πακέτων λογισμικού MLPfit και SNNS, όσον αφορά την efficiency και την purity του νευρωνικού σε κάθε ενέργεια. Από τα σχήματα αυτά παρατηρούμε και πάλι την πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων του MLPfit και του SNNS. Πρέπει να τονίσουμε ότι ο διαχωρισμός αυτός είναι πολύ σημαντικός, αφού όπως έχουμε δει το κύριο υπόβαθρο στην ανίχνευση γεγονότων ν_μCC είναι γεγονότα ν_μNC. Στο παράρτημα III δίνονται για κάθε ενέργεια το γινόμενο efficiency×purity συναρτήσει της cut.



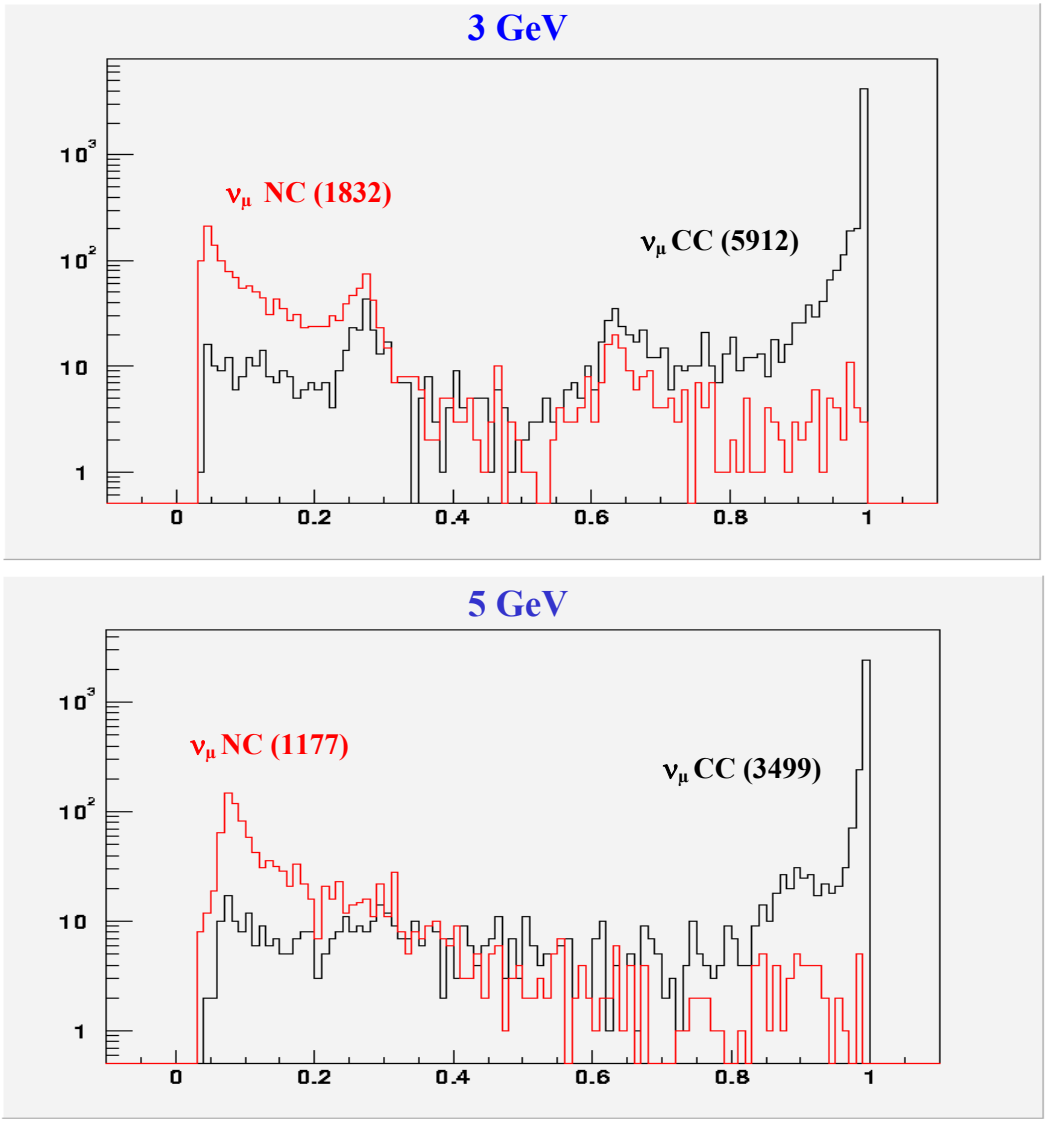
Σχ.5.54*: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για τα training samples στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*



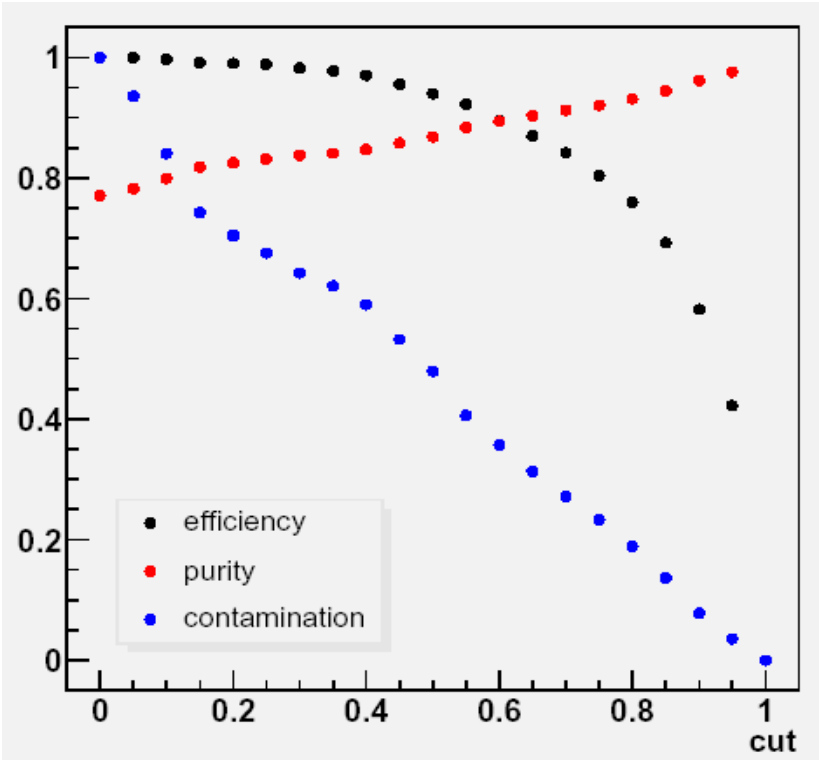
***Σχ.5.55**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για τα training samples στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*

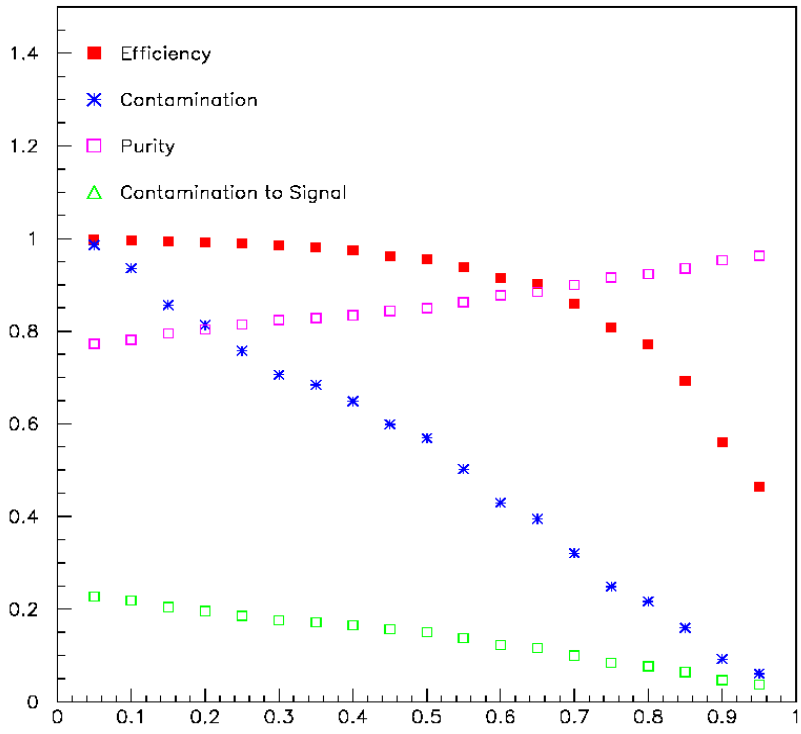


***Σχ.5.56**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 0.5, 1 και 2 GeV.*

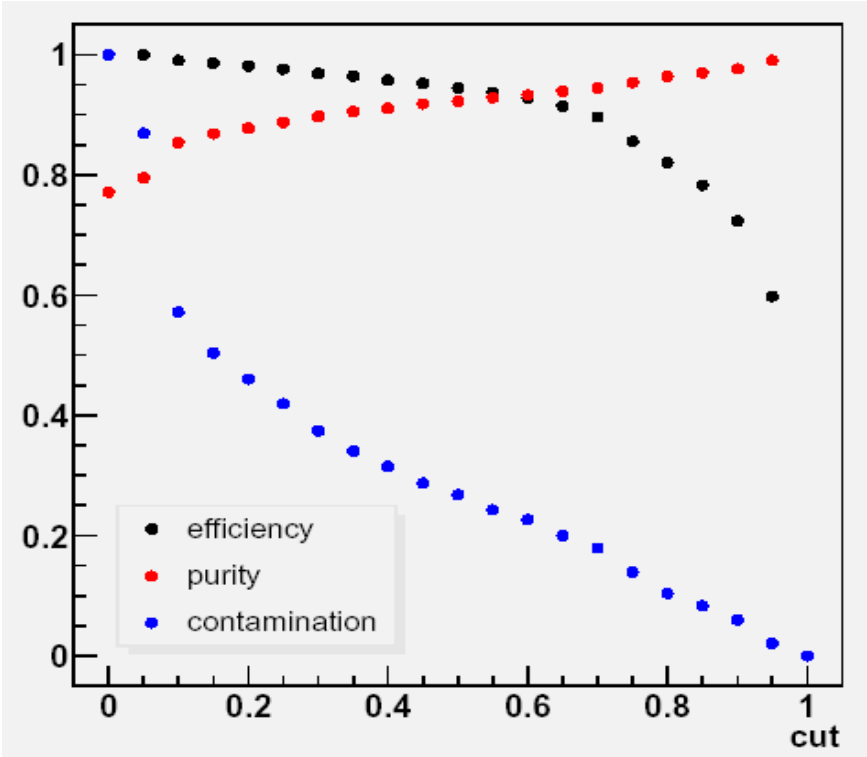


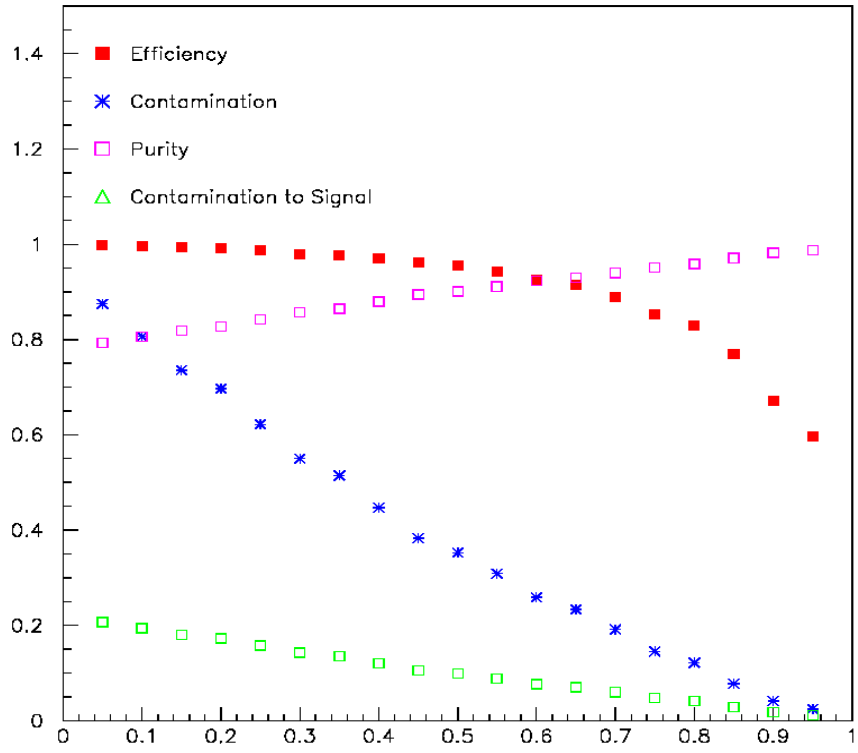
***Σχ.5.57**: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για όλα τα MC γεγονότα στις ενέργειες 3 και 5 GeV.*



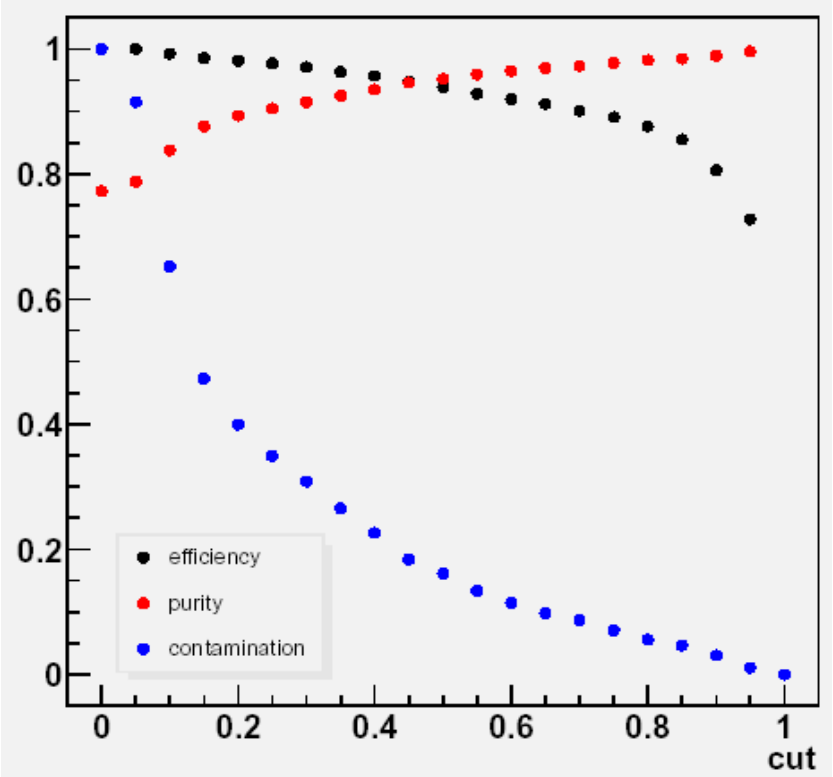


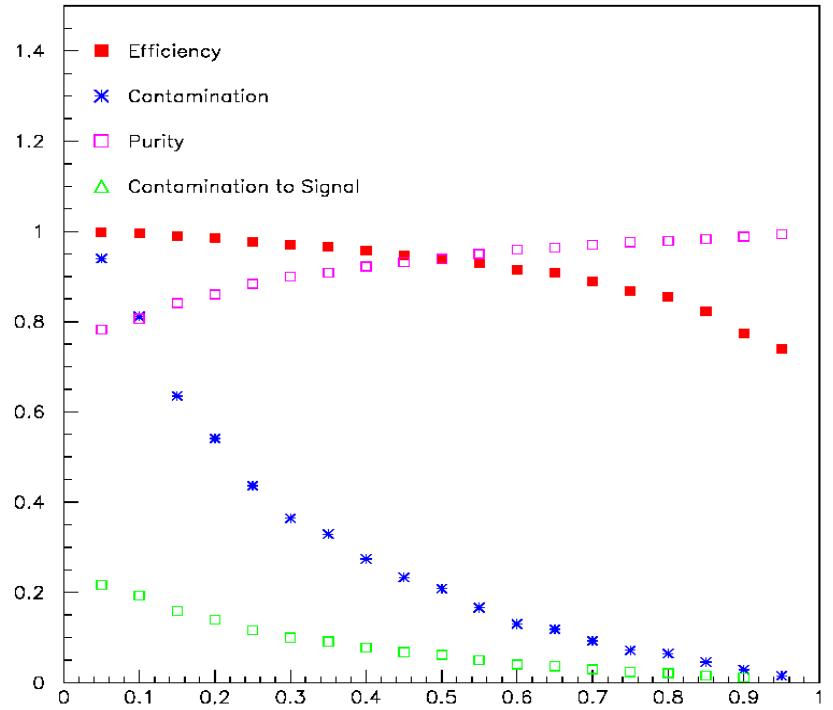
***Σχ.5.58**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



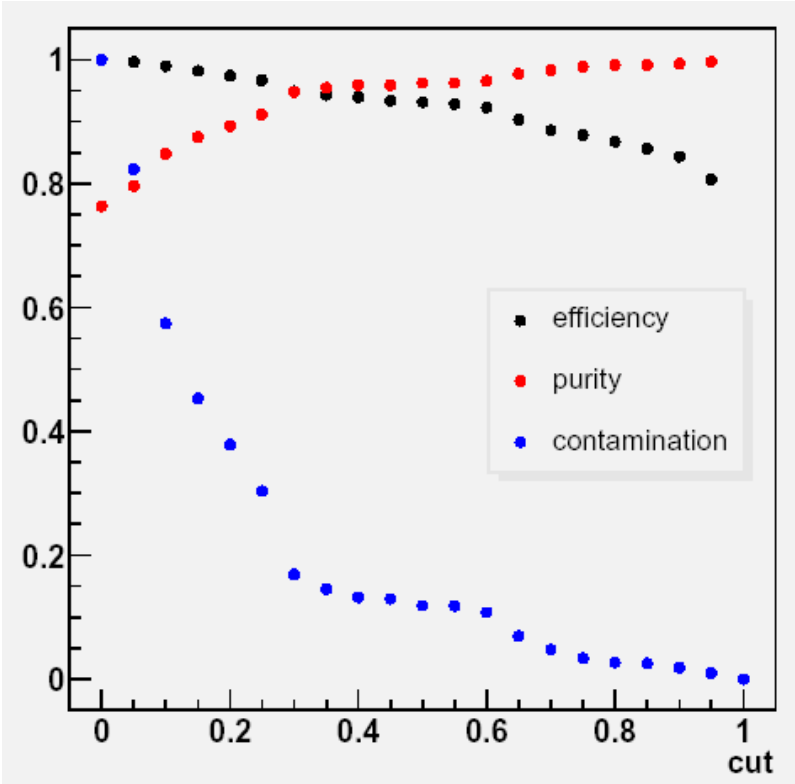


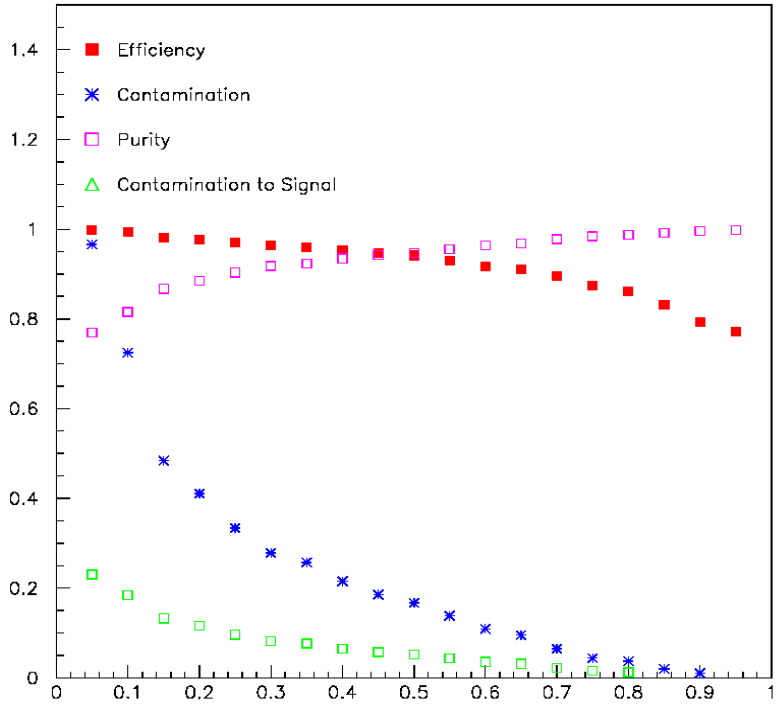
***Σχ.5.59**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



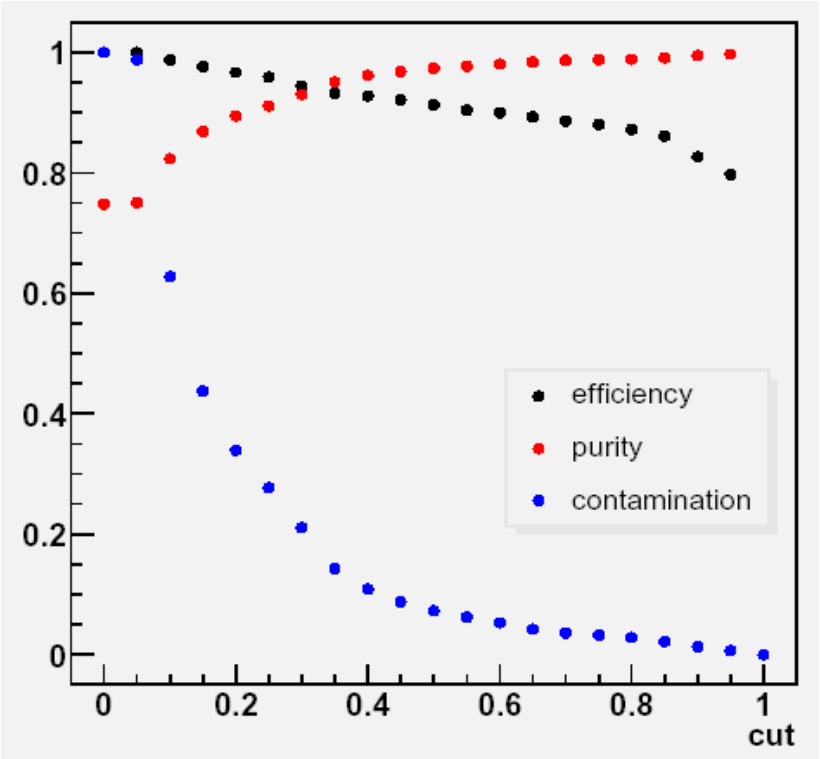


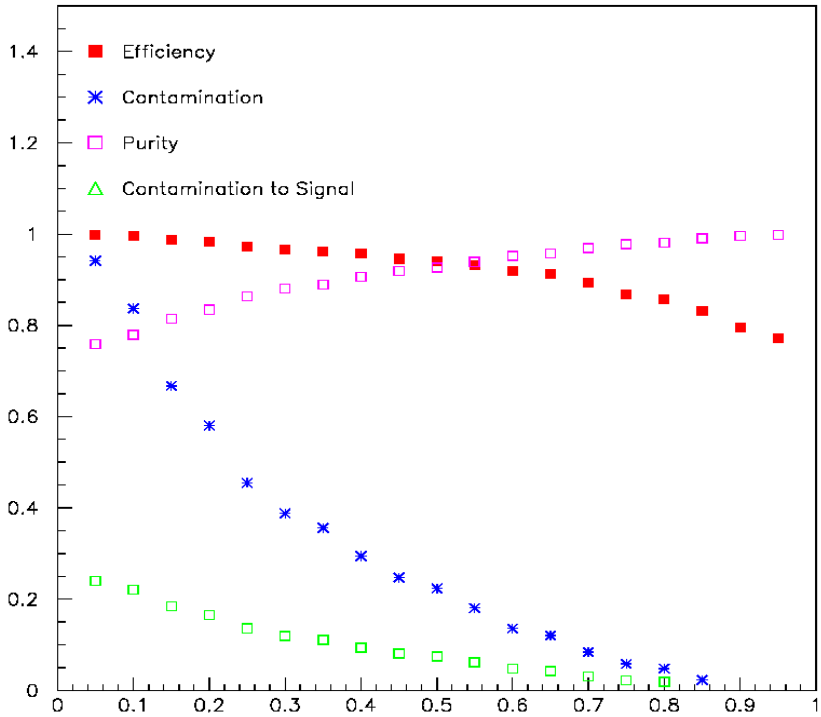
***Σχ.5.60**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



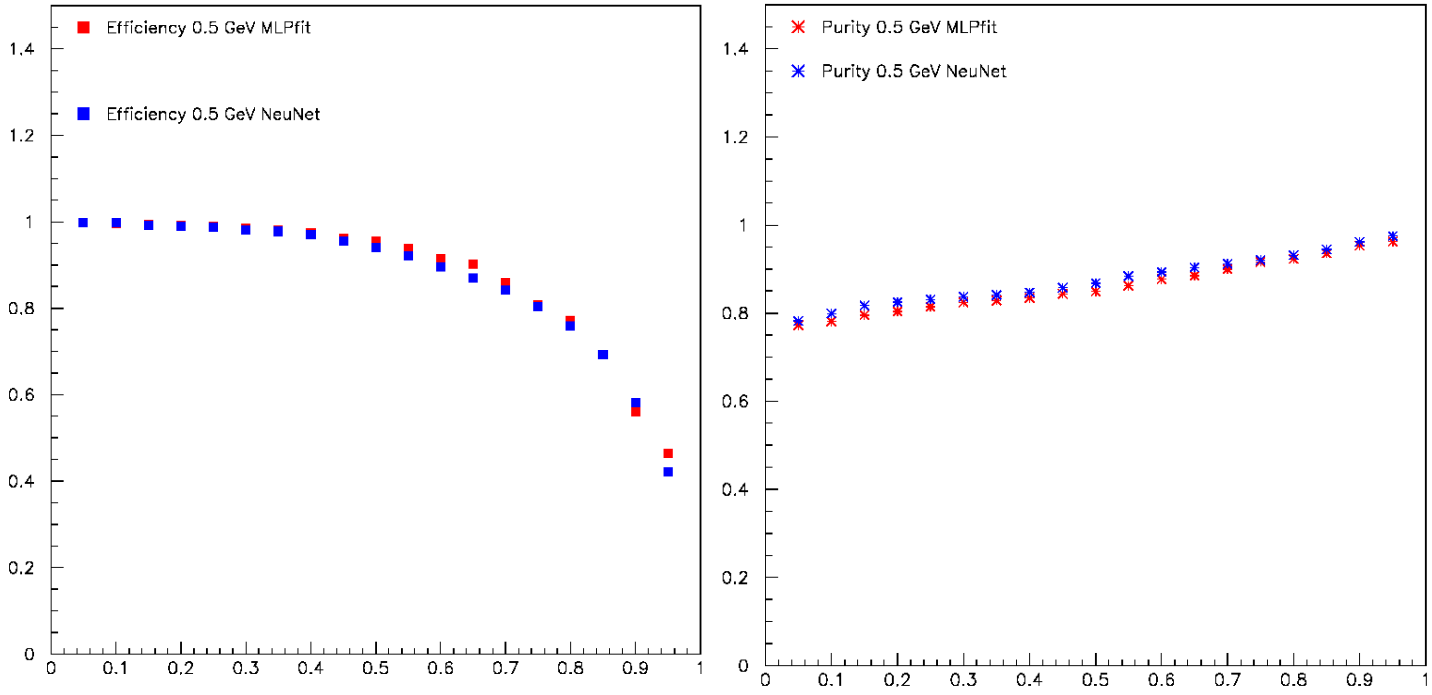


***Σχ.5.61**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*

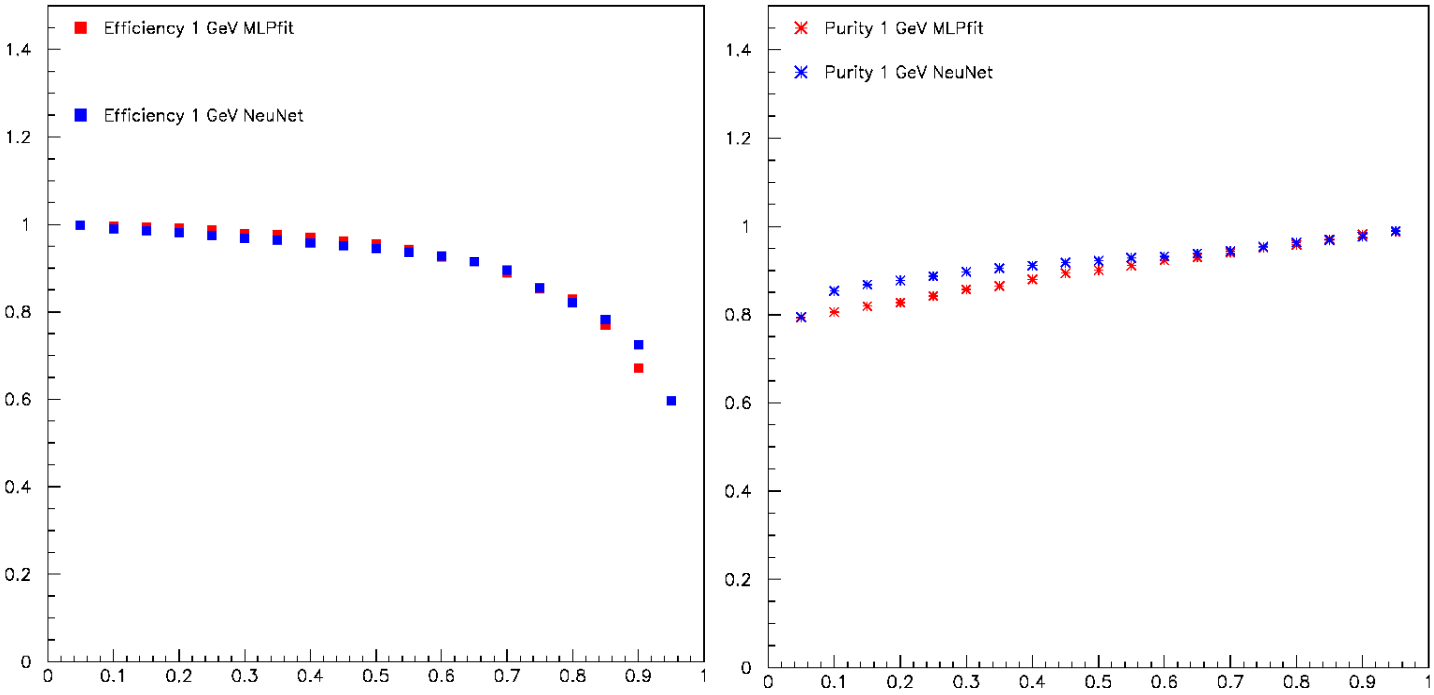




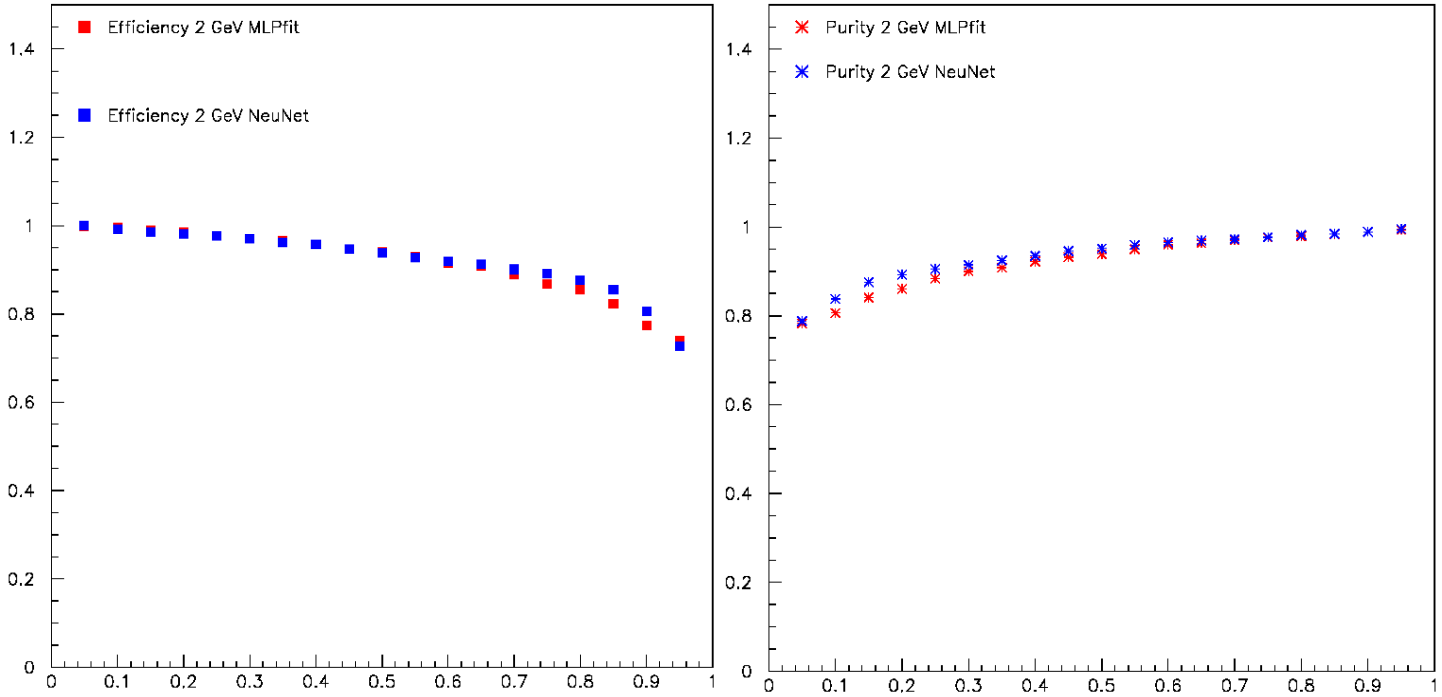
***Σχ.5.62**: Οι efficiency (ε), purity (p) και contamination (c) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (πάνω) και το MLPfit (κάτω).*



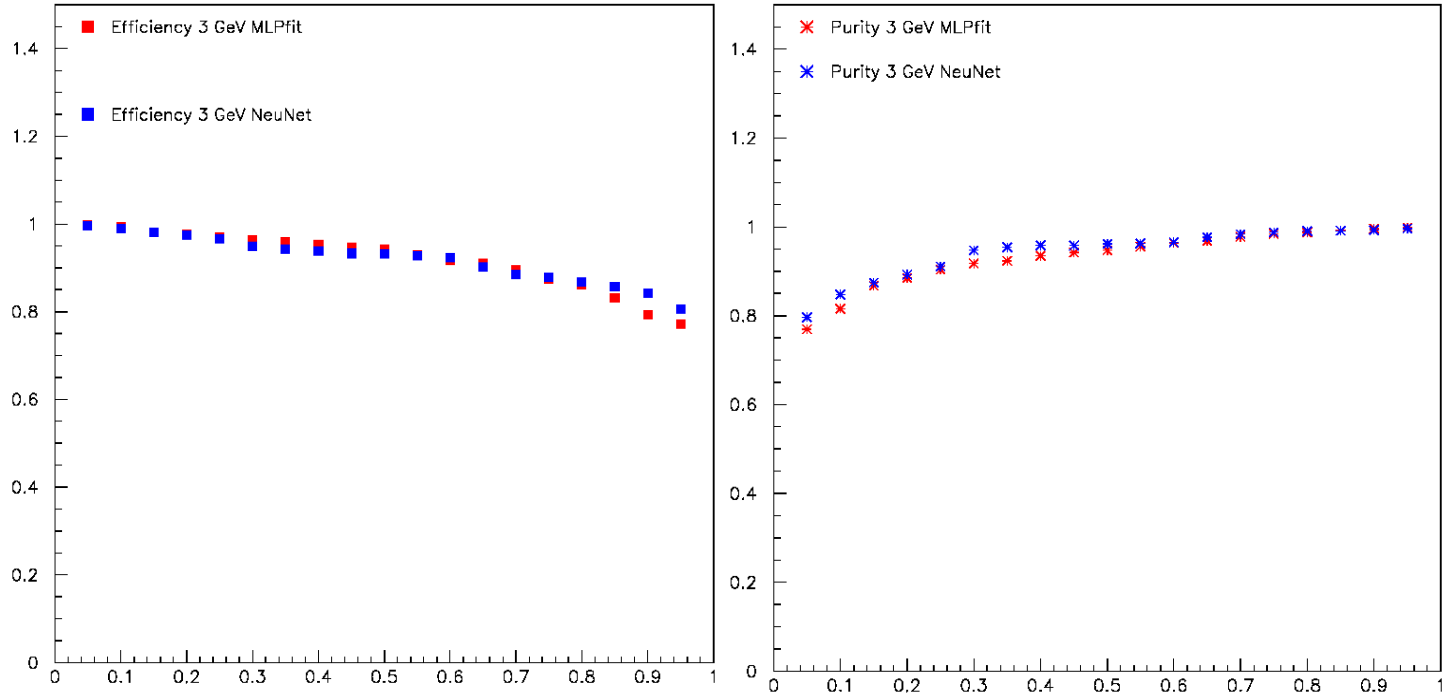
***Σχ.5.63**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 0.5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



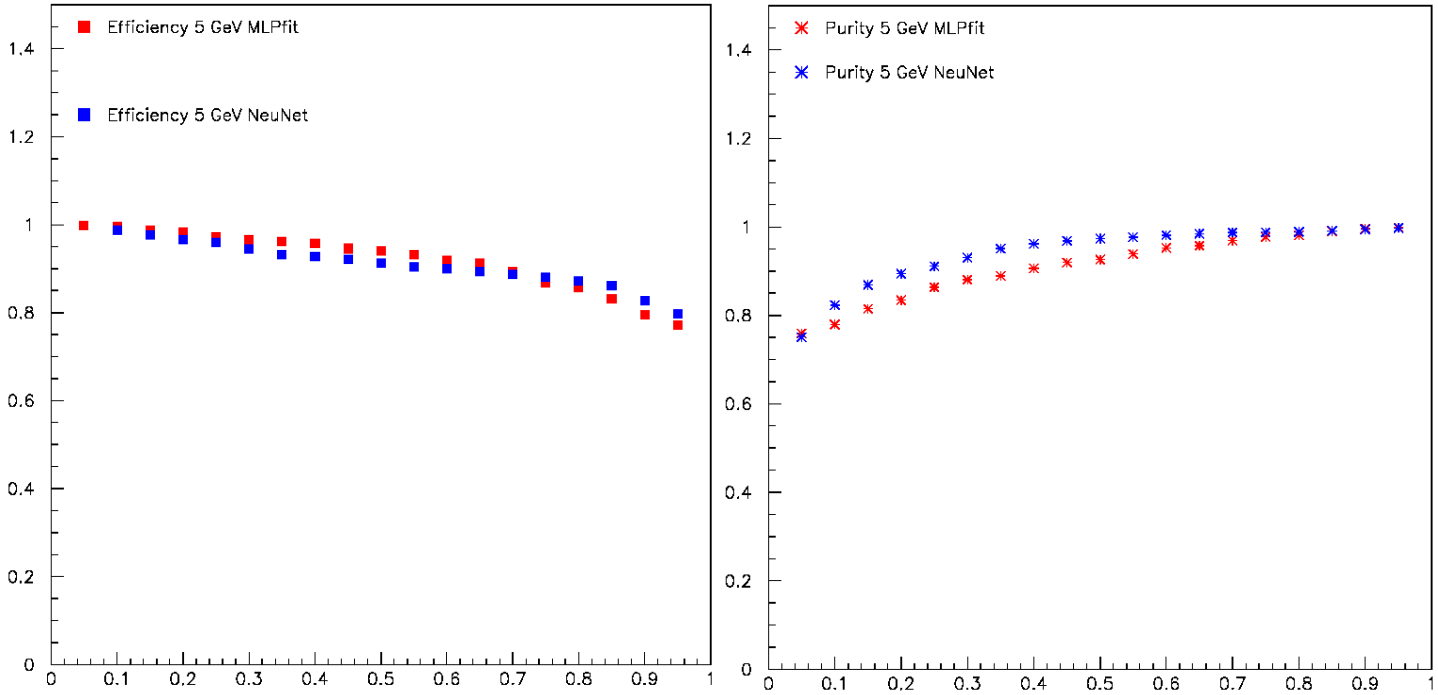
***Σχ.5.64**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 1 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.65**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 2 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



***Σχ.5.66**: Η efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 3 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*



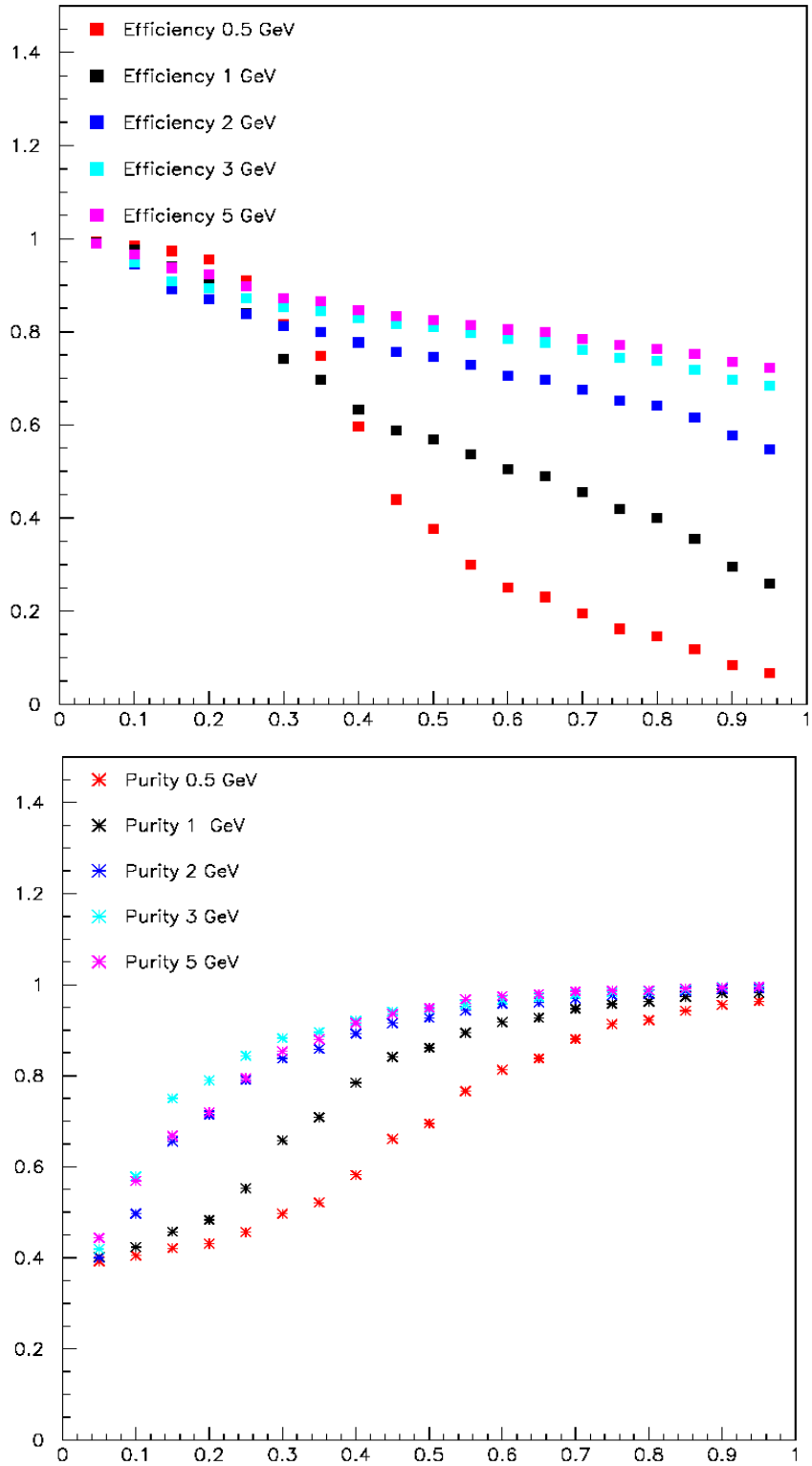
***Σχ.5.67**: H efficiency (ε) και η purity (p) του νευρωνικού $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ συναρτήσει της cut στην ενέργεια 5 GeV από το SNNS (μπλε) και το MLPfit (κόκκινη).*

5.5.5. Μεταβολή ευαισθησίας νευρωνικού δικτύου με την ενέργεια των αλληλεπιδράσεων των νετρίνων

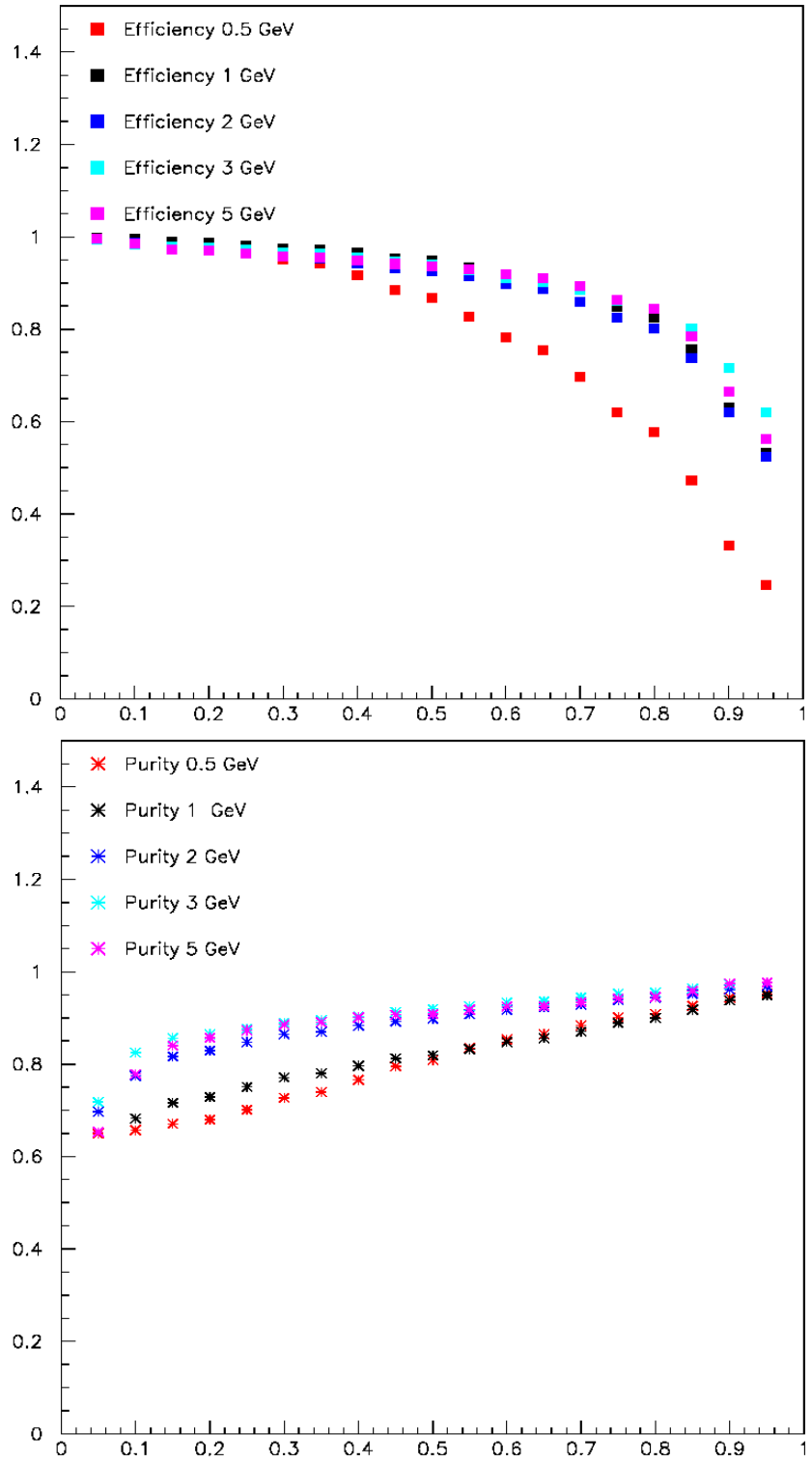
Στα Σχ.5.11 έως 5.25 παρουσιάστηκαν οι μεταβλητές εισόδου για καθε διαχωρισμό (ν_μCC–(ν_eCC, NC), ν_eCC–NC και ν_μCC–ν_μNC) και για κάθε μία ενέργεια (0.5, 1, 2, 3 και 5GeV). Παρατηρούμε, όπως είναι αναμενόμενο και όπως αναφέραμε στην παράγραφο 5.5.1, ότι αυξανομένης της ενέργειας οι μεταβλητές διαχωρίζουν καλύτερα και στις τρεις ανωτέρω περιπτώσεις. Για παράδειγμα, στην περίπτωση των ν_μ CC, όπου μεγαλύτερης ενέργειας ν_μ δίνουν μεγαλύτερης ενέργειας μιόνια και επομένως, μεγαλύτερων σε μήκος τροχιών γεγονότα. Αναμένουμε, επομένως, η efficiency των νευρωνικών σε κάθε διαχωρισμό να αυξάνει με την ενέργεια. Εξ'ορισμού, βάση της σχέσης (5.2) και η purity αναμένεται να έχει την ίδια αυτή συμπεριφορά με την ενέργεια. Στα Σχ.5.30 έως 5.34, 5.44 έως 5.48 και 5.58 έως 5.62 παρουσιάστηκαν η efficiency, η purity και η contamination συναρτήσει της cut για κάθε νευρωνικό, τόσο από το SNNS όσο και από το MLPfit. Για να δείξουμε την ανωτέρω συμπεριφορά της efficiency με την ενέργεια, δίνουμε για παράδειγμα τον πίνακα 5.5, όπου φαίνεται για τον διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC) η τιμή της efficiency (από τα αποτελέσματα του SNNS, όταν η τιμή της cut είναι 0.5, σε κάθε ενέργεια. Παρατηρούμε ότι η τιμή της efficiency για cut=0.5 αυξάνει με την ενέργεια. Επίσης, από τα αποτελέσματα του MLPfit στα Σχ.5.68 έως 5.70 δίνουμε στο ίδιο σχήμα την efficiency (και την purity) για όλες τις ενέργειες για κάθε διαχωρισμό χωριστά. Παρατηρούμε ότι για κάθε διαχωρισμό τόσο η efficiency όσο και η purity αυξάνει με την ενέργεια.

Efficiency	Energy (GeV)
0.49	0.5
0.65	1
0.79	2
0.82	3
0.84	5

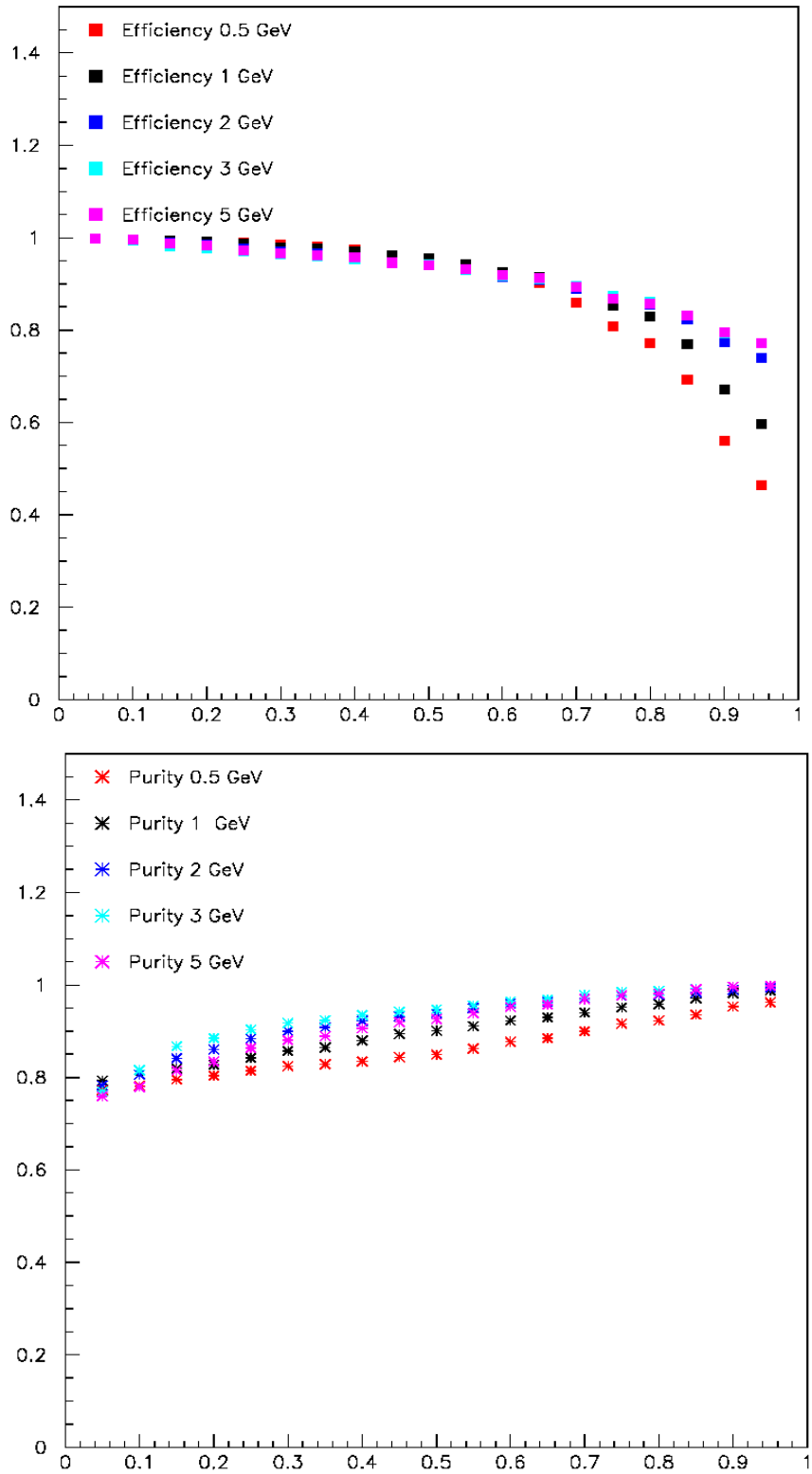
Πίνακας 5.5*: Η τιμή της efficiency για κάθε νευρωνικό όταν η cut είναι 0.5 σαν συνάρτηση της ενέργειας. Φαίνεται, όπως είναι αναμενόμενο, η αύξηση της efficiency με την ενέργεια. Οι τιμές αυτές της efficiency είναι από τα αποτελέσματα του SNNS.*



***Σχ.5.68**: Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό ν_μCC–(ν_eCC, NC) σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.4 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια.*



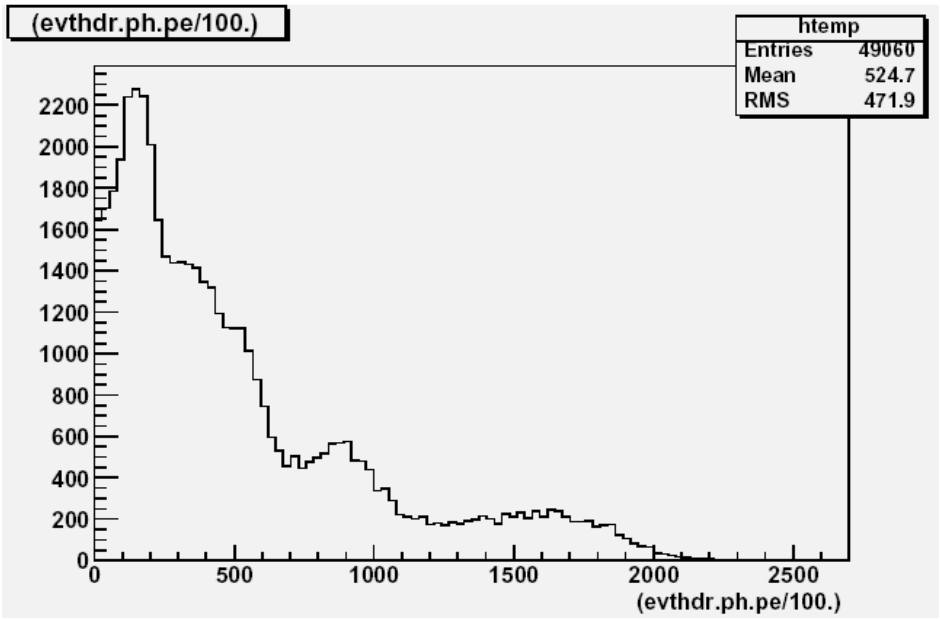
***Σχ.5.69**: Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό ν_eCC–NC σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.6 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια.*



***Σχ.5.70**: Η efficiency (πάνω) και η purity (κάτω) σαν συνάρτηση της cut για τον διαχωρισμό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε κάθε τιμή της ενέργειας από τα αποτελέσματα του MLPfit. Παρατηρούμε ότι στην περιοχή cut>0.7 η efficiency και η purity γίνονται αύξουσες με την ενέργεια.*

5.6. Ταυτοποίηση γεγονότων αλληλεπιδράσεων νετρίνων με κριτήριο την εναποτιθέμενη ενέργεια στον μακρινό ανιχνευτή

Μέχρι τώρα η προσπάθεια ταυτοποίησης γεγονότων νετρίνων έγινε με κριτήριο την ενέργεια των νετρίνων. Στην πράξη όμως δεν έχουμε άμεση πληροφορία για την ενέργεια των νετρίνων, όπως είναι φυσικό και επομένως, η μέχρι τώρα δουλειά μας ήταν μια προσπάθεια κατανόησης του τρόπου με τον οποίο μπορούμε να ταυτοποιήσουμε γεγονότα αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή, μία προσπάθεια που κατέστη ιδιαιτέρως επιτυχής όπως φάνηκε από τα αποτελέσματά μας. Στην παράγραφο αυτή θα γίνει η ίδια προσπάθεια ταυτοποίησης, αυτή τη φορά όμως με κριτήριο την ενέργεια που εναποθέτει κάθε γεγονότος στον μακρινό ανιχνευτή για την οποία και έχουμε άμεση πληροφορία στο πείραμα MINOS μέσω του ύψους παλμού του γεγονότος. Έτσι το κριτήριο της ταυτοποίησης τώρα δεν είναι η ενέργεια του νετρίνου αλλά το ύψος παλμού του γεγονότος μετρημένο σε φωτοηλεκτρόνια (πρόκειται δηλαδή για τη μεταβλητή *"evthdr.ph.pe/100"* του gminos MC, όπως είδαμε στην παράγραφο 5.5.1). Και στην περίπτωση αυτή θα χρησιμοποιήσουμε MC γεγονότα και θα επιχειρήσουμε τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC σε διάφορες περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας. Όπως είδαμε, το πείραμα MINOS είναι κυρίως ένα πείραμα εξαφάνισης μιονικών νετρίνων και κατά συνέπεια οι σπουδαιότερες αλληλεπιδράσεις είναι οι ν_μ CC. Επίσης είδαμε ότι το κυριότερο υπόβαθρο στην



Σχ.5.71: *Η κατανομή της εναποτιθέμενης ενέργειας όλων των MC γεγονότων που φτιάξαμε για τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC με κριτήριο την εναποτιθέμενη ενέργεια.*

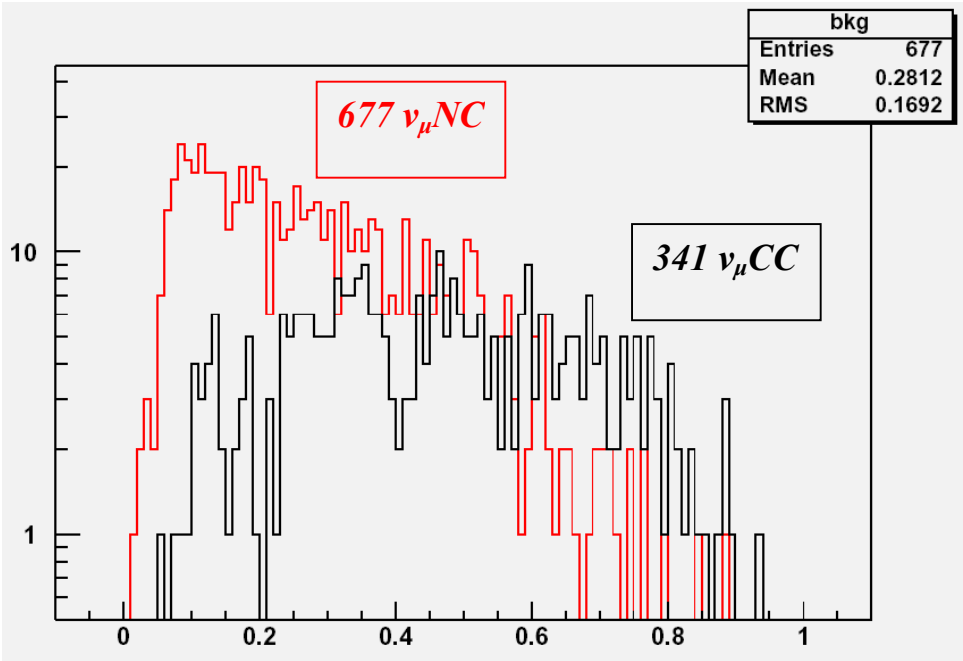
ανίχνευση τέτοιων αλληλεπιδράσεων είναι οι ν_μ NC αλληλεπιδράσεις και άρα ο διαχωρισμός ν_μCC–ν_μNC είναι ο πιο σημαντικός και γι'αυτό θα επικεντρωθούμε σε αυτόν. Πρέπει να σημειώσουμε ότι κάναμε μία προσπάθεια να βελτιώσουμε τον κώδικα του GMINOS, ώστε να μην έχουμε τα προβλήματα που είχαμε στις ενέργειες των 3, 5 και 10 GeV όπου φτιάχνονταν πολύ λιγότερα από 10000 γεγονότα. Η προσπάθεια αυτή απεδείχθη επιτυχής και συνίσταται κύρια στην αποφυγή χρησιμοποίησης ανακατασκευασμένων τροχιών των γεγονότων, πληροφορία που άλλωστε όπως είδαμε δεν χρησιμοποιούμε στην ταυτοποίηση. Επίσης κόβουμε όσα γεγονότα προκύπτουν με τελικό και αρχικό επίπεδο μεγαλύτερο του 484 (αύξων αριθμός επιπέδου), τα οποία προφανώς οφείλονται σε λάθος του κώδικα ανακατασκευής. Με τον τρόπο αυτό κατασκευάζουμε ν_μCC και ν_μNC γεγονότα στις ενέργειες νετρίνων των 3GeV, 5GeV και 10GeV, οι αριθμοί των οποίων δίνονται στον πίνακα 5.6. Στις ενέργειες των 1 και 2 GeV χρησιμοποιούμε τα γεγονότα που είχαμε και στην προηγούμενη προσπάθεια διαχωρισμού με κριτήριο την ενέργεια του νετρίνου, μια και στις ενέργειες αυτές δεν είχαμε πρόβλημα. Για όλα τα γεγονότα αυτά η κατανομή της εναποτιθέμενης ενέργειας (Visible Energy) φαίνεται στο Σχ.5.71. Ταξινομούμε τα γεγονότα αυτά στις ακόλουθες περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας: [0,100), [100,200), [200,300), [300,400), [400,500), [500,600), [600,800), [800,1000) και [1000,2200) PEs. Σε κάθε τέτοια περιοχή θα κάνουμε ένα νευρωνικό για τον διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC, με τον τρόπο που είδαμε και προηγουμένως. Τώρα, όμως, που για κάθε νευρωνικό έχουμε πολύ λιγότερα γεγονότα, σε σχέση με την προηγούμενη ανάλυσή μας, χρησιμοποιούμε ένα μόνο hidden επίπεδο των 12 νευρώνων και όχι τρία τέτοια επίπεδα. Η υπόλοιπη δομή των νευρωνικών είναι η ίδια. Η ανάλυση αυτή γίνεται με χρήση του πακέτου SNNS και στα Σχ.5.72 έως 5.80 που ακολουθούν φαίνεται για κάθε περιοχή της εναποτιθέμενης ενέργειας η έξοδος του νευρωνικού για τα training samples και οι efficiency, purity, contamination και efficiency×purity συναρτήσει της cut. Η cut επιλέγεται από τη θέση στην οποία η τελευταία αυτή κατανομή παρουσιάζει μέγιστο. Θα πρέπει να σημειώσουμε ότι η επιλογή του εύρους των περιοχών της εναποτιθέμενης ενέργειας έγινε έτσι ώστε αυτές να περιέχουν ίσο περίπου αριθμό γεγονότων. Από το Σχ.5.71 φαίνεται ότι όσο πάμε σε μεγαλύτερες τιμές της εναποτιθέμενης ενέργειας τόσο μειώνεται ο αριθμός των γεγονότων σε αυτές και επομένως, η τελευταία περιοχή είναι πολύ μεγαλύτερου εύρους από τις υπόλοιπες. Στον πίνακα 5.7 που ακολουθεί φαίνεται ο αριθμός των γεγονότων ν_μ CC και ν_μ NC που έχουμε κατασκευάσει σε κάθε περιοχή της εναποτιθέμενης ενέργειας. Από τα Σχ.5.72 έως 5.80 διαπιστώνουμε ότι δεν φαίνεται καθαρά η αύξηση της απόδοσης των νευρωνικών με την αύξηση της εναποτιθέμενης ενέργειας, όπως και αναμέναμε. Όπως θα δούμε και στο επόμενο κεφάλαιο, στα συμπεράσματα, το θέμα χωρά περαιτέρω μελέτη.

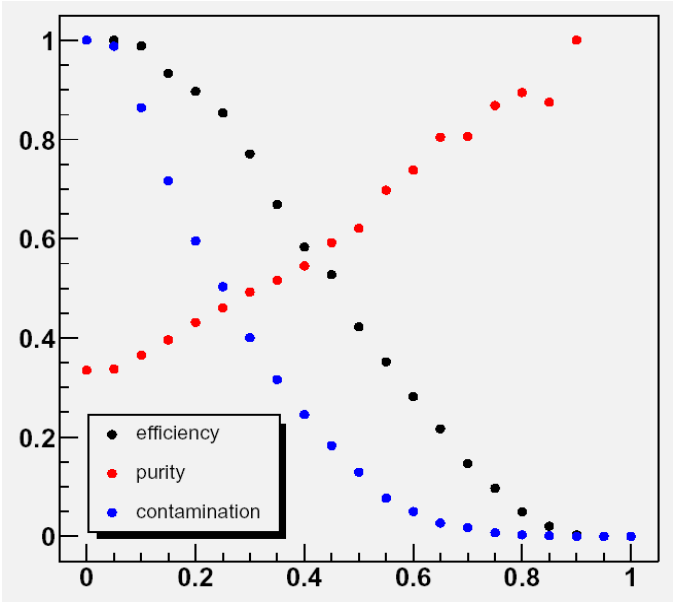
E_ν (GeV)	Total	ν_μCC	ν_μNC
1	9636	7428	2208
2	9770	7547	2223
3	9822	7459	2363
5	9887	7554	2333
10	9945	7598	2347

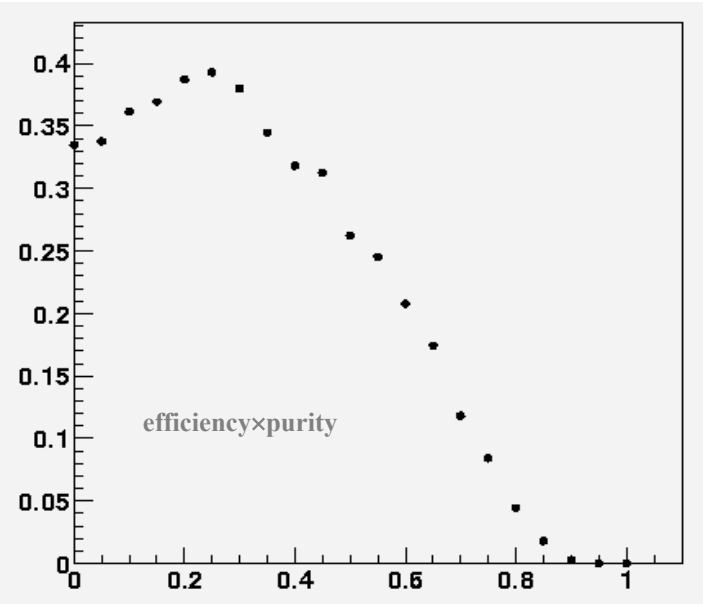
Πίνακας 5.6: *Οι αριθμοί των ν_μ CC και ν_μ NC γεγονότων MC που δημιουργήσαμε σε κάθε ενέργεια νετρίνων.*

$E_{visible}$ (PEs)	ν_μ CC	ν_μ NC
[0,100)	679	1350
[100,200)	4719	1979
[200,300)	2419	1101
[300,400)	3958	720
[400,500)	3531	444
[500,600)	3049	332
[600,800)	2826	437
[800,1000)	2994	298
[1000,2200)	5898	333

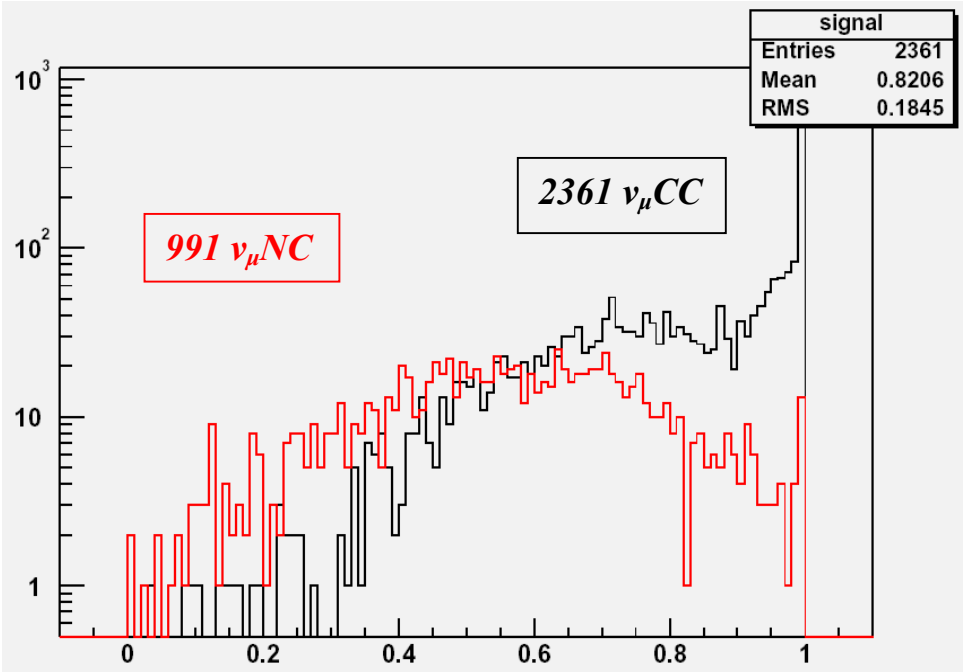
Πίνακας 5.7: *Οι αριθμοί των ν_μ CC και ν_μ NC γεγονότων MC σε κάθε περιοχή της εναποτιθέμενης ενέργειας. Σε κάθε μία περιοχή θα γίνει προσπάθεια διαχωρισμού ν_μCC–ν_μNC γεγονότων.*

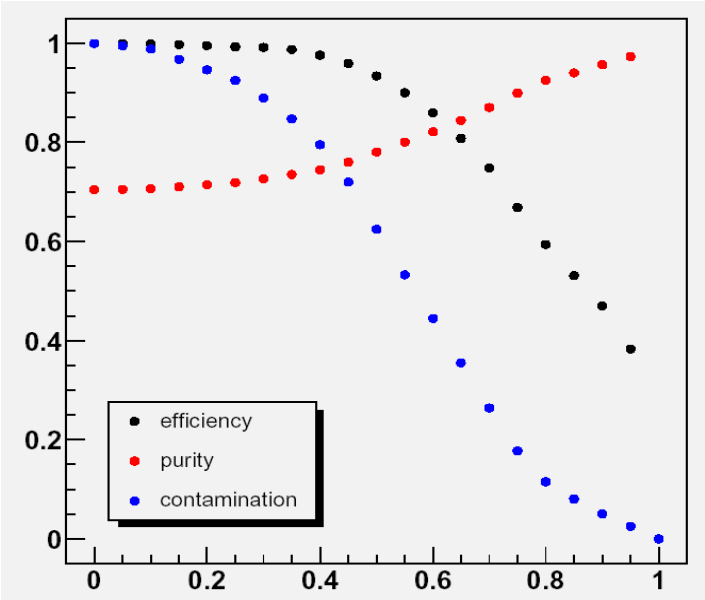


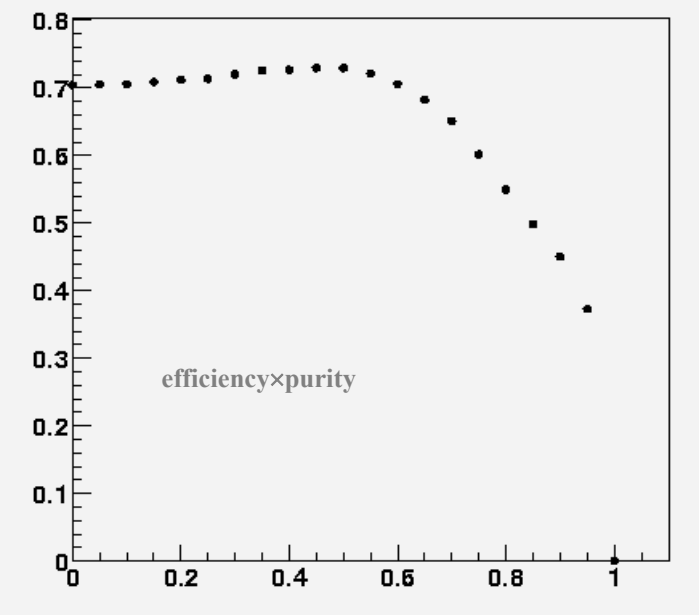




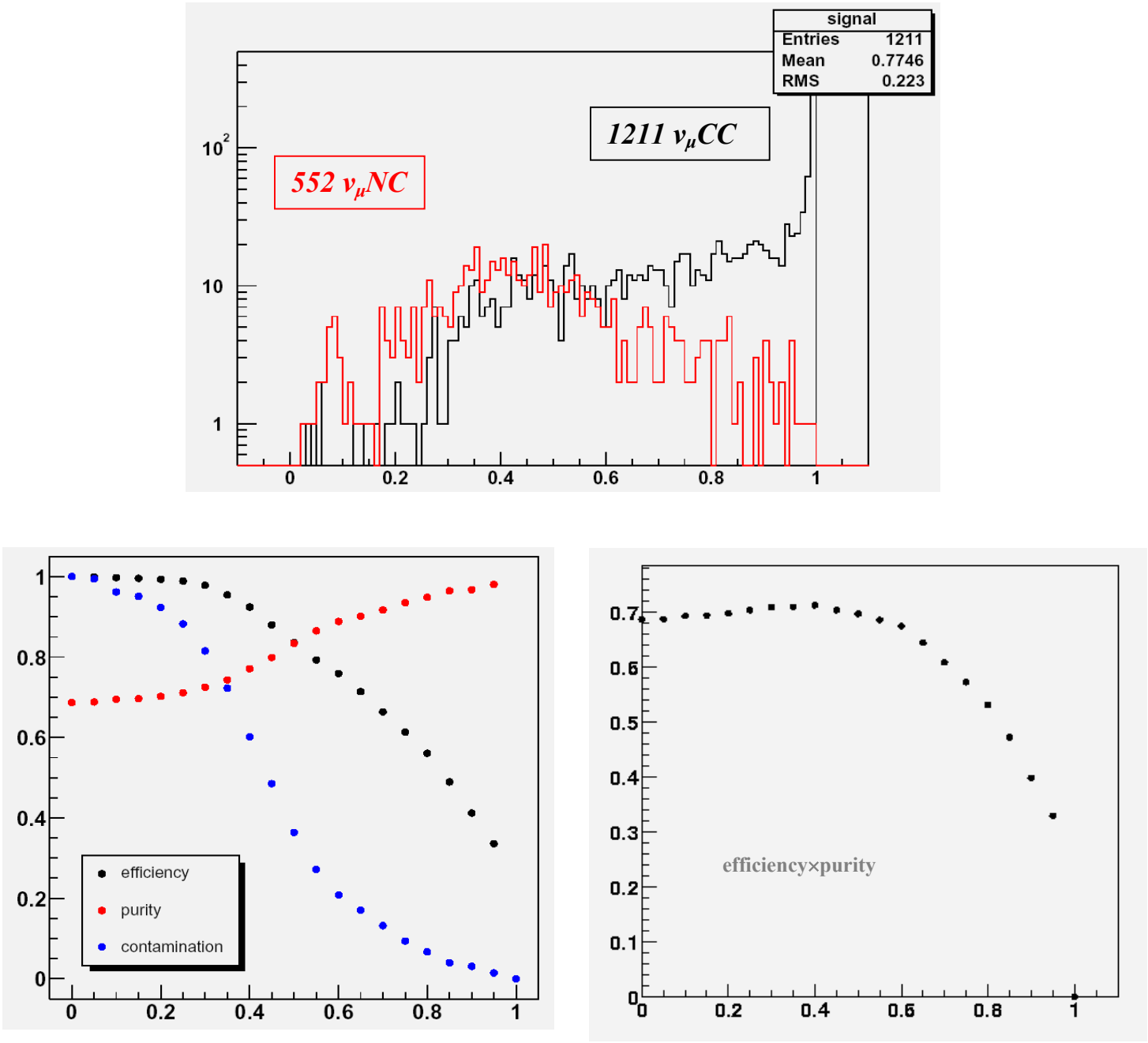
Σχ.5.72: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [0,100)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*



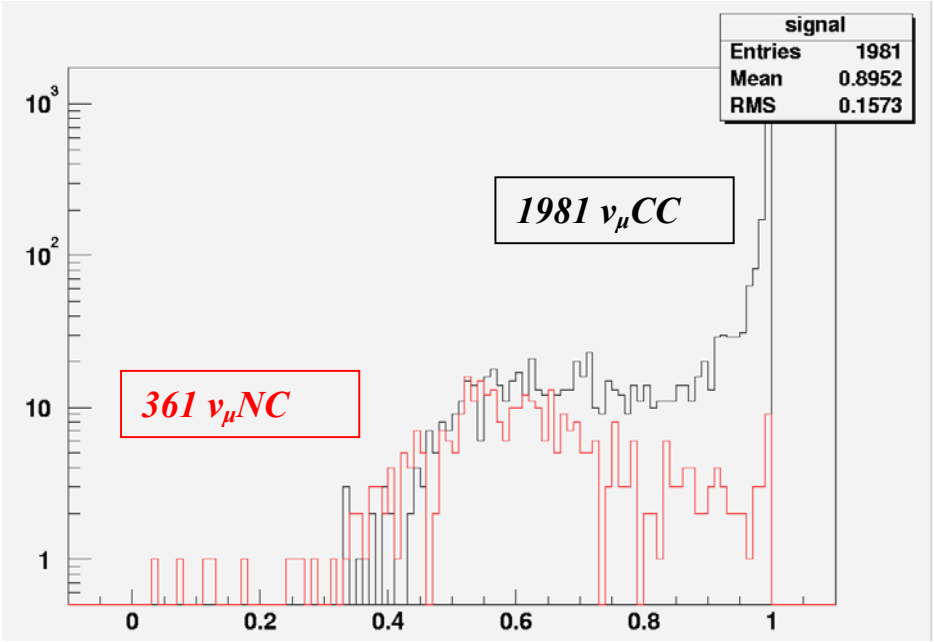


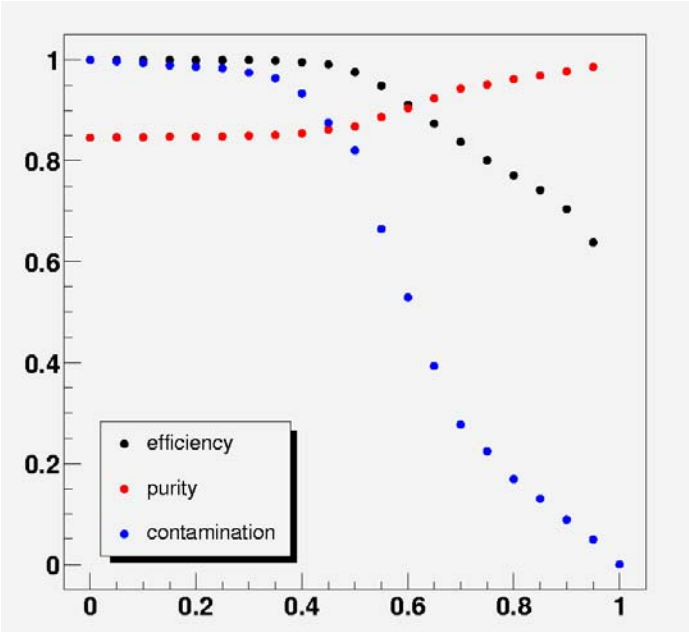


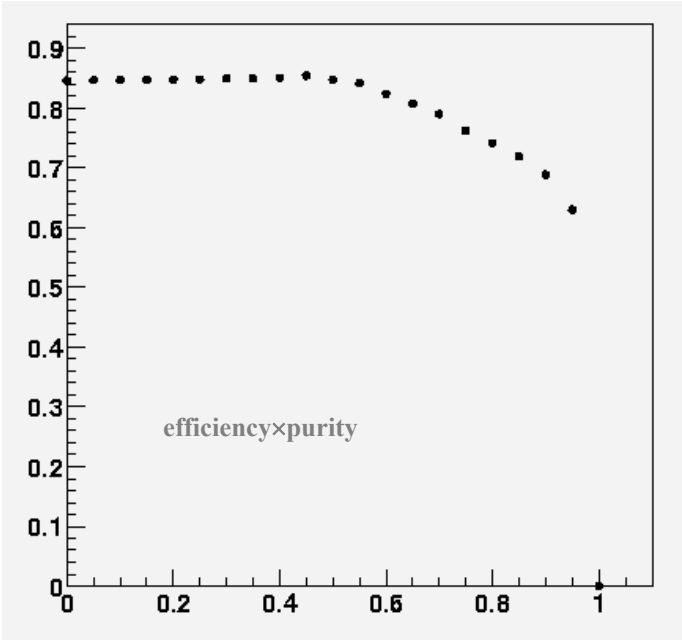
Σχ.5.73: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [100,200)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*



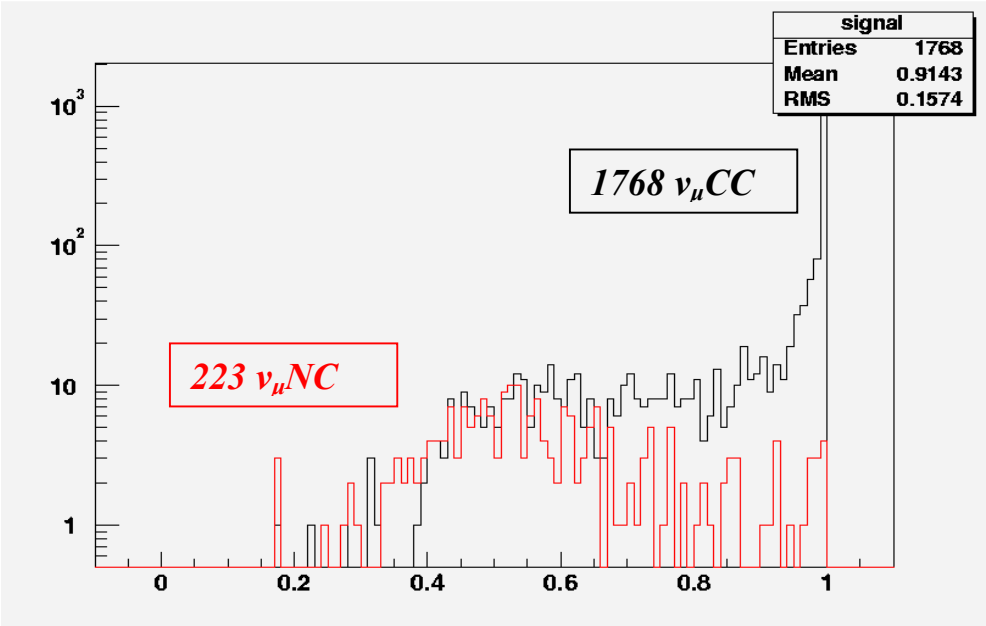
Σχ.5.74: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [200,300)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

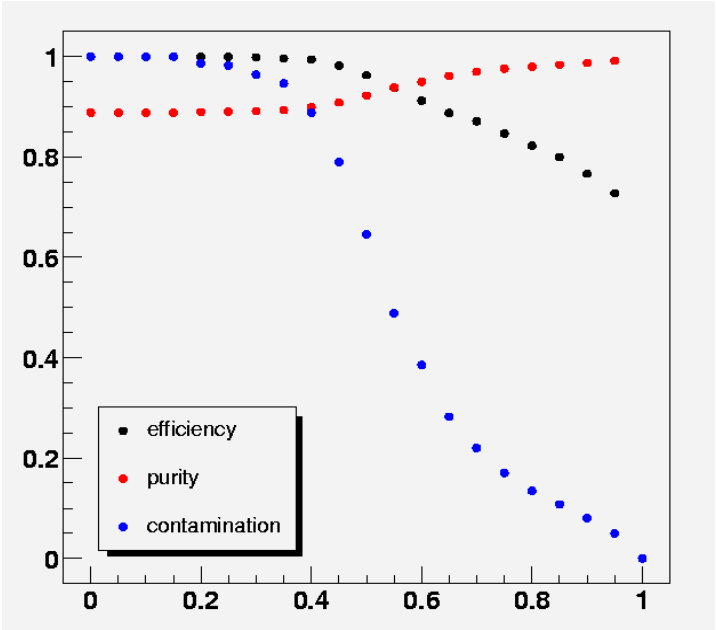


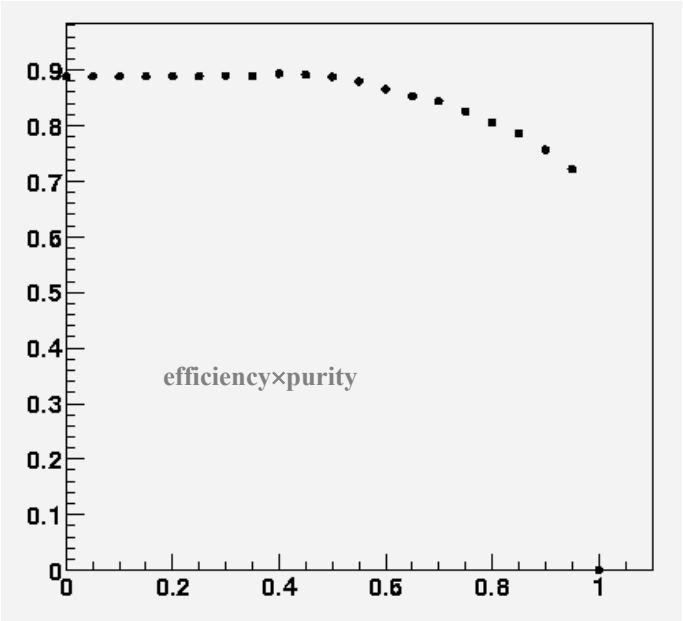




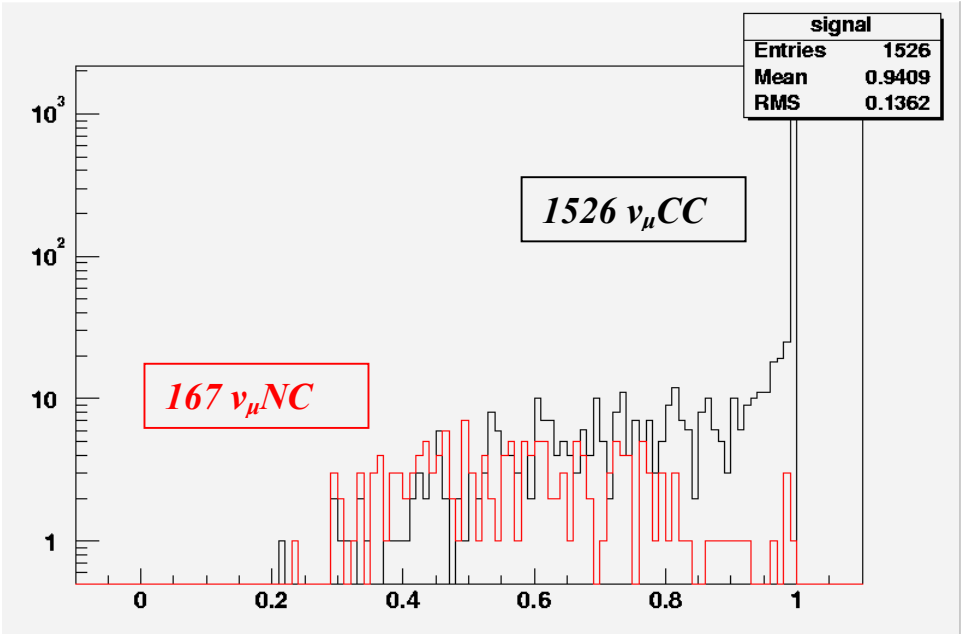
Σχ.5.75: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [300,400)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

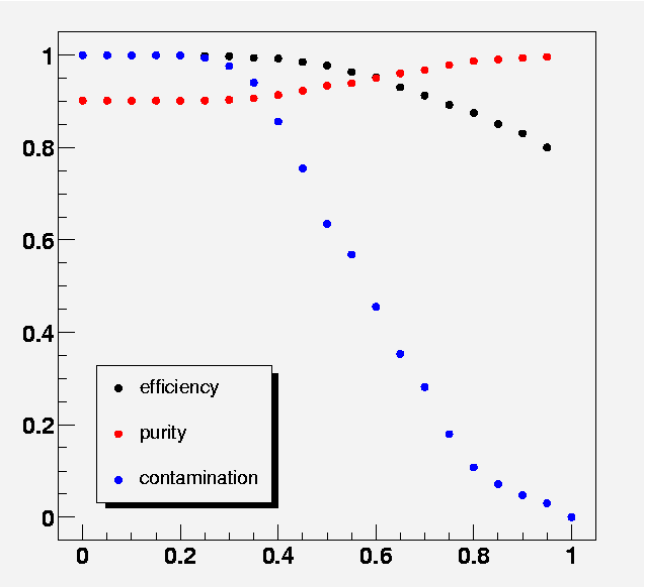


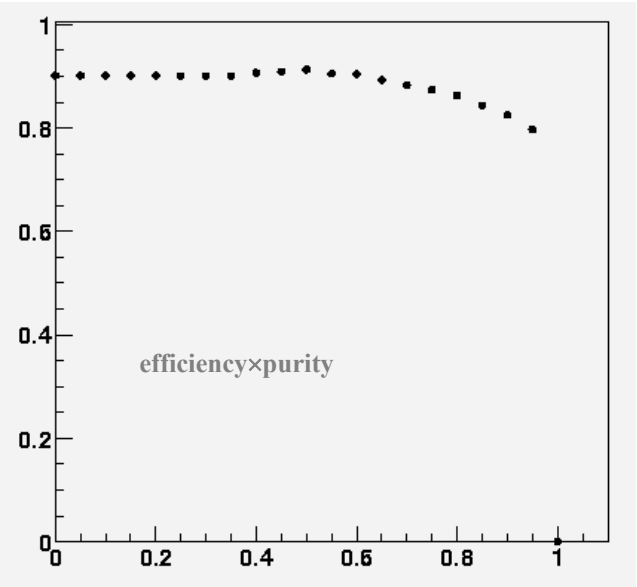




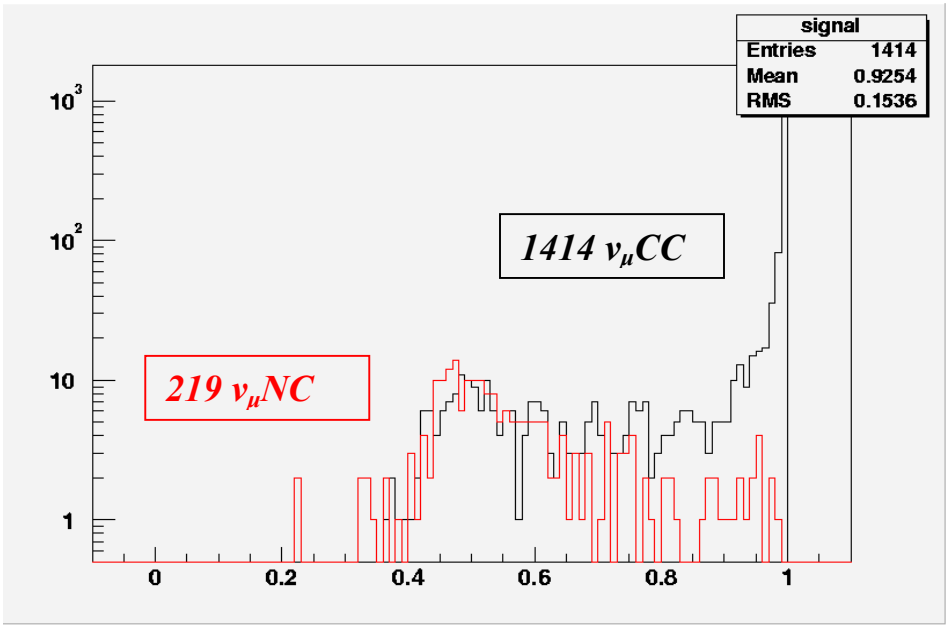
Σχ.5.76: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [400,500)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

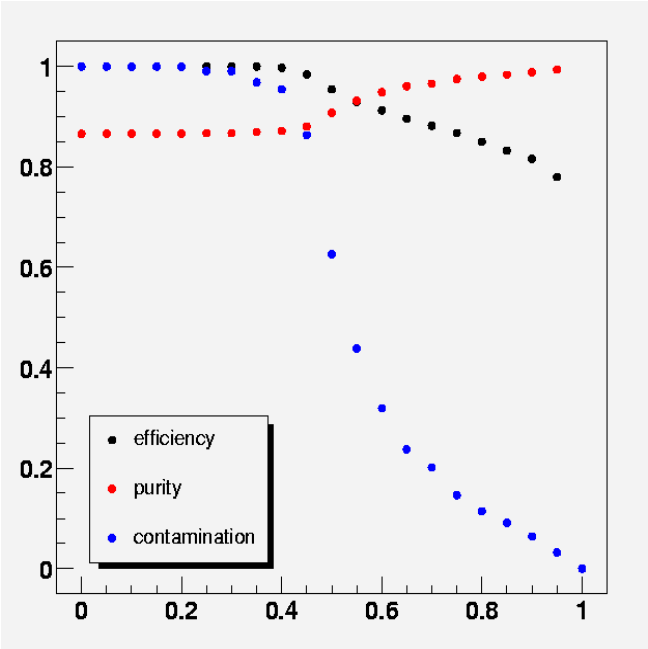


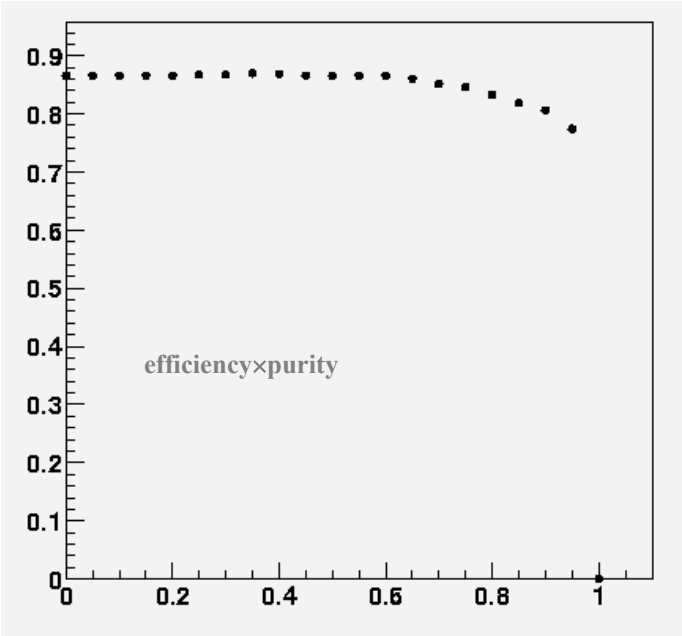




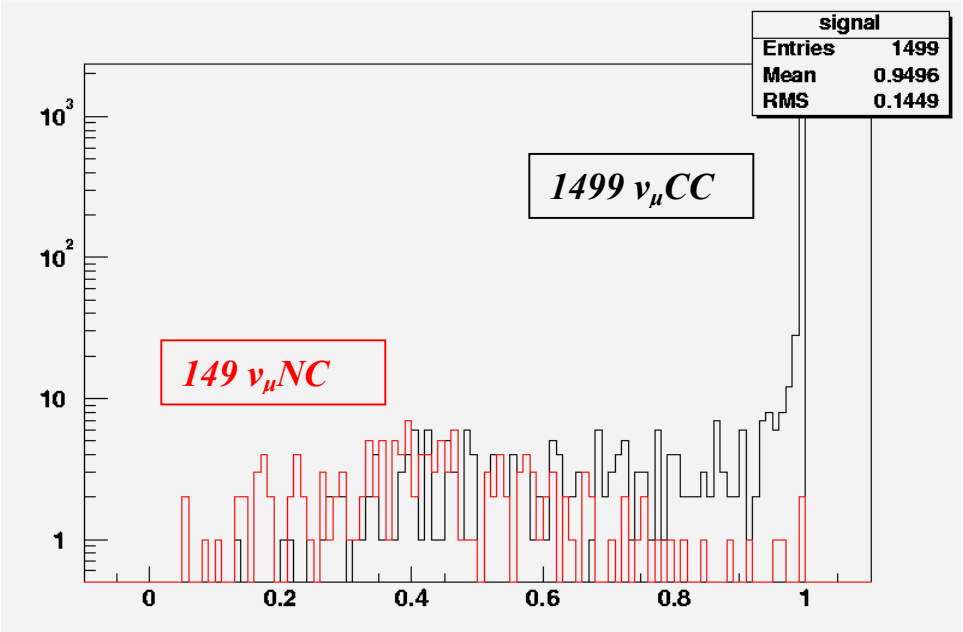
Σχ.5.77: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [500,600)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

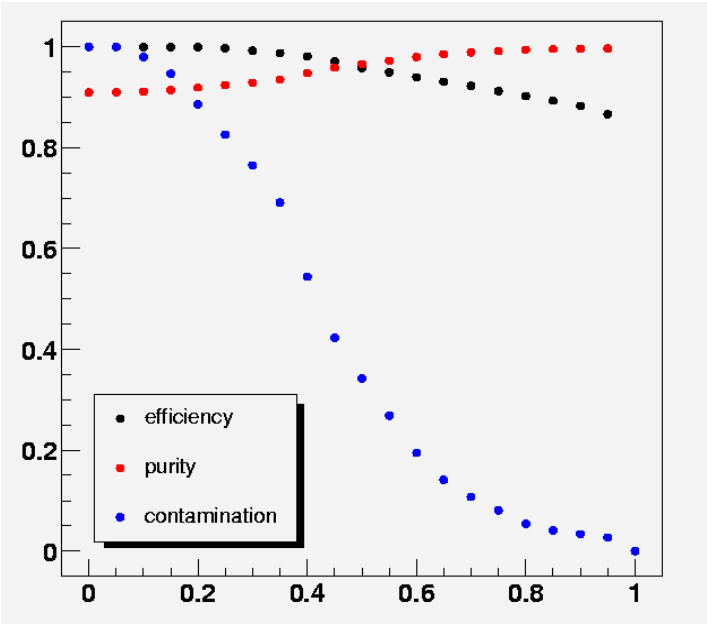


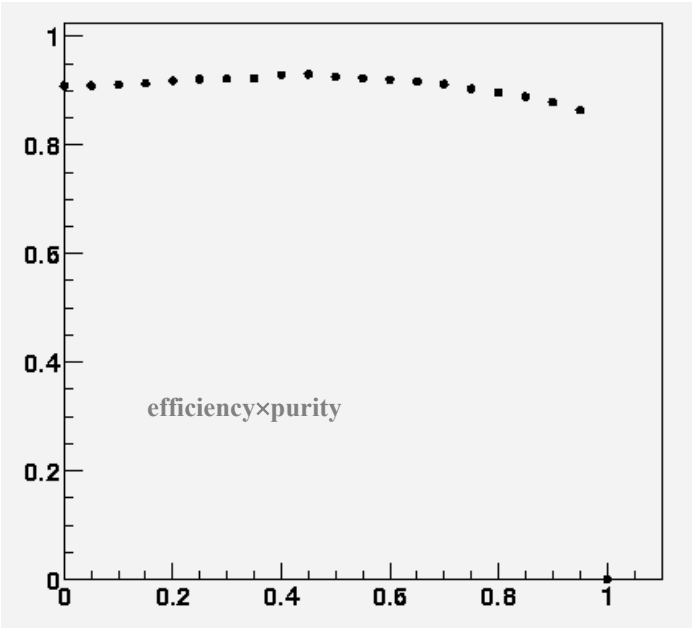




Σχ.5.78: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [600,800)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

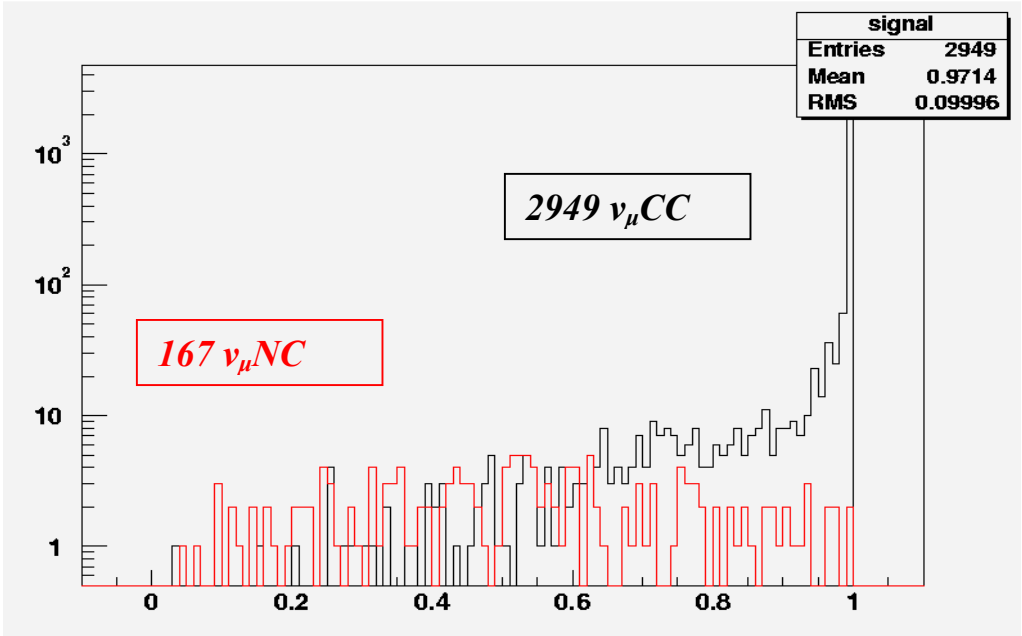


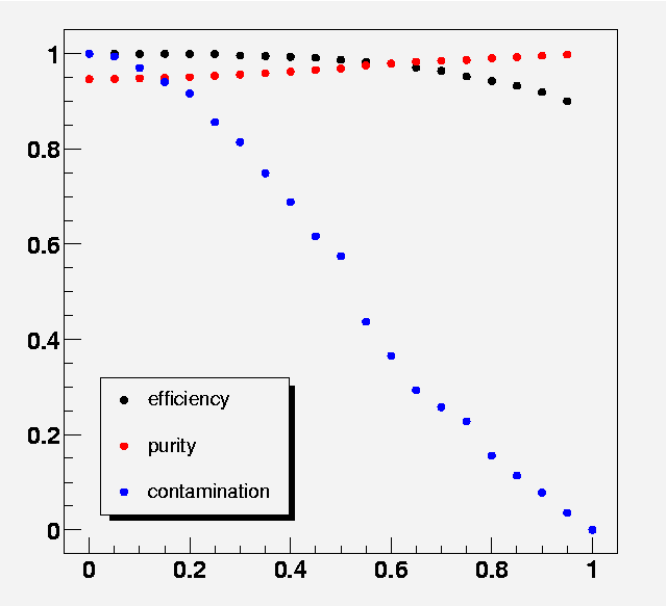


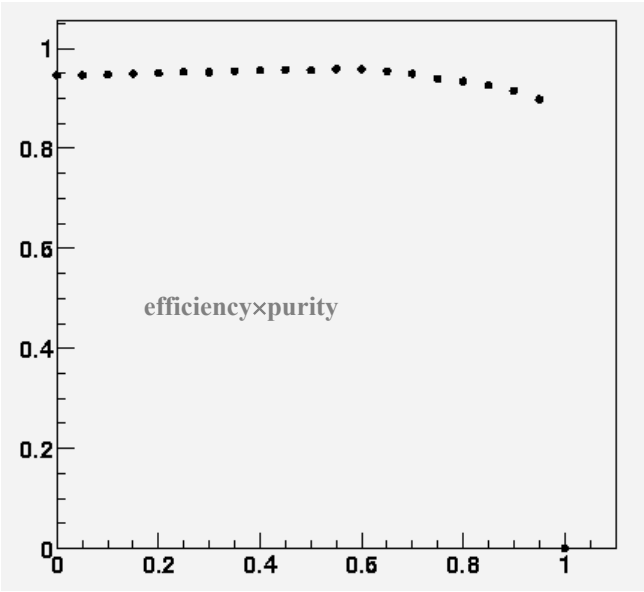


\

Σχ.5.79: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [800,1000)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

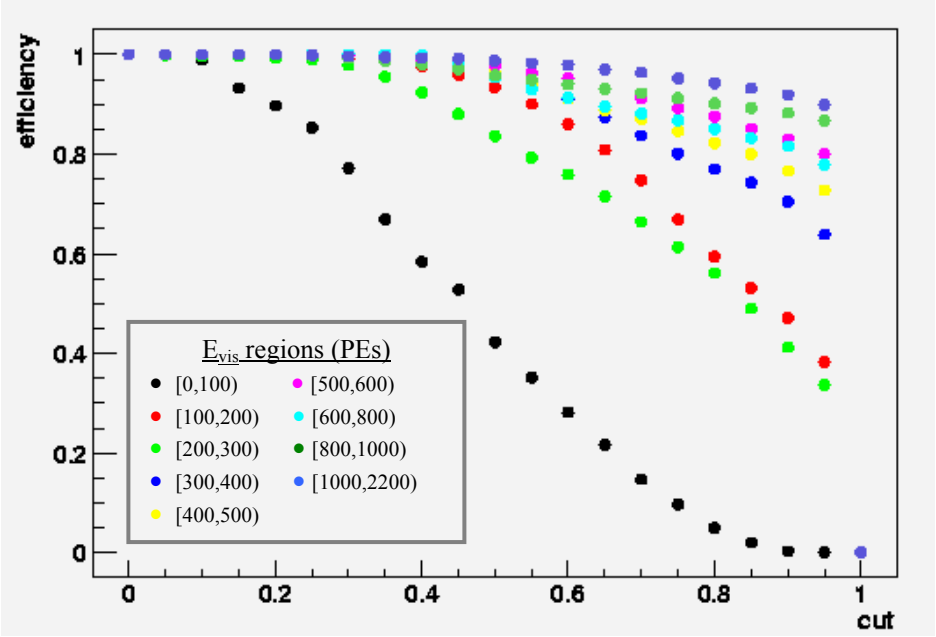




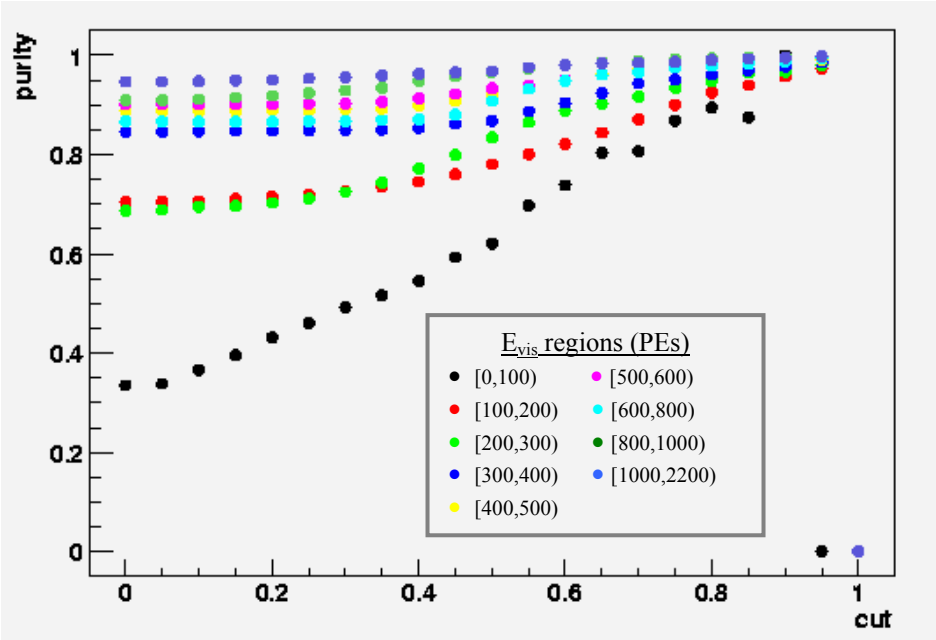


Σχ.5.80: *Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC για την περιοχή [1000,2200)PEs της εναποτιθέμενης ενέργειας (πάνω) και η efficiency (ε), purity (p), contamination (c) και efficiency×purity συναρτήσει της cut από τα αποτελέσματα του SNNS (κάτω).*

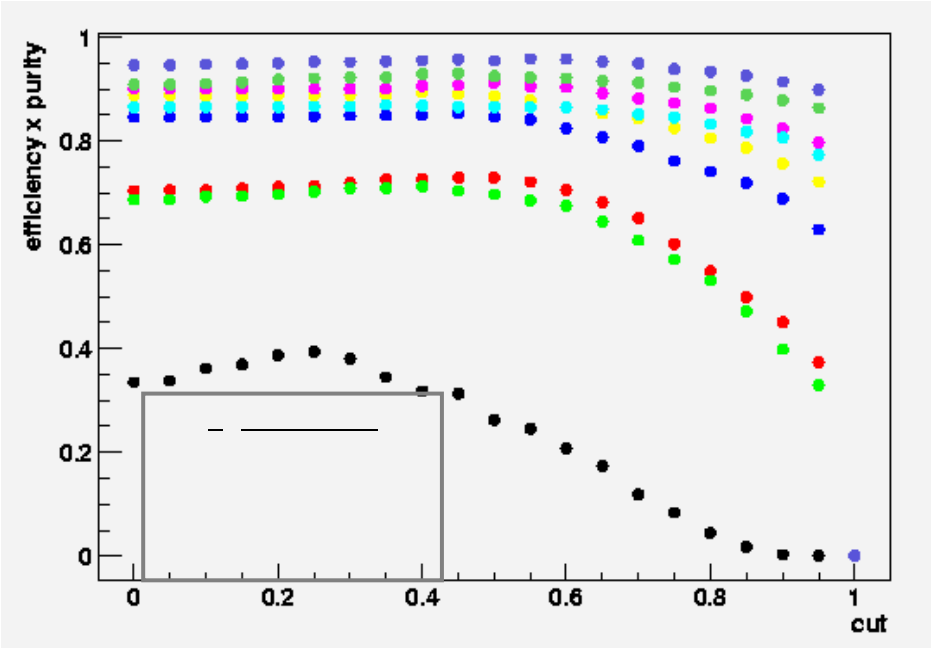
Στα Σχ.5.81 έως 5.83 που ακολουθούν δίνονται αντίστοιχα η efficiency, η purity και το γινόμενο efficiency×purity συναρτήσει της cut συγκριτικά για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας. Αμέσως παρατηρούμε ότι αυξανομένης της ενεποτιθέμενης ενέργειας αυξάνει τόσο η purity όσο και η efficiency των νευρωνικών. Όπως είδαμε και ανωτέρω, το γεγονός αυτό είναι αναμενόμενο αφού, για παράδειγμα, όσο μεγαλύτερη είναι η ενέργεια ενός γεγονότος ν_μCC τόσο μεγαλύτερης ενέργειας μιόνιο θα παραχθεί δίνοντας μία καλά καθοριμένη τροχιά που θα κάνει αποδοτικότερο τον διαχωρισμό του γεγονότος αυτού από ένα γεγονός ν_μNC.



Σχ.5.81: *Οι efficiencies των νευρωνικών ν_μCC–ν_μNC για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας.*



Σχ.5.82: *Οι purities των νευρωνικών $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας.*



Σχ.5.83: *Η efficiency×purity των νευρωνικών $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ για όλες τις περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας.*

Κεφάλαιο 6
Συμπεράσματα

6.1. Συμπεράσματα και προοπτικές στο μέλλον

Σκοπός της παρούσας εργασίας ήταν η ταυτοποίηση αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Δεδομένου ότι η κατασκευή τόσο του κοντινού ανιχνευτή όσο και της διάταξης της δέσμης δεν έχει ολοκληρωθεί (η λειτουργία της δέσμης αναμένεται να αρχίσει στις αρχές του 2005), δεν έχουμε δεδομένα του πειράματος από τη δέσμη. Τα μόνα δεδομένα που έχουμε είναι αυτά του ανιχνευτή βαθμονόμησης CalDET σε δέσμες μιονίων, πιονίων, καονίων και ηλεκτρονίων. Επομένως, καταφεύγουμε στη δημιουργία γεγονότων αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή με τη χρήση του Monte Carlo του πειράματος MINOS (GMINOS) [49], [50]. Κατασκευάσαμε 10000 MC γεγονότα ν_μ και 10000 γεγονότα ν_e στον μακρινό ανιχνευτή για κάθε μία ορισμένη ενέργεια νετρίνων (0.5, 1, 2, 3 και 5GeV). Ο κώδικας λαμβάνει υπ'όψιν τις a priori πιθανότητες για μία αλληλεπίδραση να είναι CC ή NC. Χρησιμοποιώντας την τεχνική των νευρωνικών δικτύων, προσπαθήσαμε σε κάθε ενέργεια νετρίνου την ταυτοποίηση:

i. ν_μCC–(ν_eCC, NC)
ii. ν_eCC–NC
iii. ν_μCC–ν_μNC

Μετά από μελέτη των χαρακτηριστικών των γεγονότων στον ανιχνευτή, επιλέχθηκαν παράμετροι που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για καθ'έναν από τους ανωτέρω διαχωρισμούς. Οι μεταβλητές που χρησιμοποιήσαμε για τον διαχωρισμό έχουν να κάνουν με την ενέργεια και την τοπολογία των γεγονότων. Δεν χρησιμοποιήσαμε πληροφορία από το fit των τροχιών λόγω προβλημάτων του κώδικα ανακατασκευής τροχιών. Για την κατασκευή των νευρωνικών μας χρησιμοποιήσαμε τα πακέτα SNNS και MLPfit και τα αποτελέσματα ήταν ταυτόσημα. Η αρχιτεκτονική των νευρωνικών μας που κατασκευάστηκαν με το MLPfit ήταν πολύ απλούστερη σε σχέση με αυτή με το SNNS (δομή με ένα hidden επίπεδο με δώδεκα νευρώνες, ένα επίπεδο εισόδου με έξι νευρώνες και ένα νευρώνα εξόδου με το MLPfit και η ίδια δομή αλλά με τρία hidden επίπεδα με το SNNS). Επαναλάβαμε την κατασκευή των νευρωνικών για διαχωρισμό ν_μCC–ν_μNC με τη χρήση του πακέτου SNNS για την αρχιτεκτονική που χρησιμοποιήθηκε και με το MLPfit (βλ. παράρτημα

III). Η συμφωνία των αποτελεσμάτων μας επιβεβαιώνει την ορθότητα της όλης προσπάθειας διαχωρισμού. Η προσπάθεια ταυτοποίησης των αλληλεπιδράσεων νετρίνων είναι πολύ σημαντική για το πείραμα MINOS, μια και όπως είδαμε είναι ουσιαστικά ένα πείραμα εξαφάνισης μιονικών νετρίνων. Για την πιστοποίηση της εξαφάνισης μιονικών νετρίνων απαιτείται η ανίχνευση ν_μCC αλληλεπιδράσεων, στις οποίες το βασικό υπόβαθρο είναι οι ν_μNC αλληλεπιδράσεις. Άρα πολύ μεγάλης σημασίας είναι ο διαχωρισμός ν_μCC–ν_μNC αλληλεπιδράσεων που επιτελέσαμε στην τρίτη κατηγορία των νευρωνικών μας δικτύων. Για τον διαχωρισμό αυτό θεωρήσαμε ως σήμα τα γεγονότα ν_μCC και ως υπόβαθρο τα γεγονότα ν_μNC. Χρησιμοποιήσαμε έξι μεταβλητές εισόδου, κανονικοποιημένες στη μονάδα, που σχετίζονται με το μήκος των τροχιών των γεγονότων (λαμβάνοντας υπ'όψιν την καμπύλωση ή όχι από το μαγνητικό πεδίο), την εναποτιθέμενη ενέργεια και τον αριθμό των strips του σπινθηριστή που χτυπήθηκαν. Τα περισσότερα γεγονότα που αναμένονται στο πείραμα MINOS (αν και τα περισσότερα γεγονότα προέρχονται από ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$, αυτές δεν γίνονται με άμεσο τρόπο λόγω μικρής τιμής του Δm^2, αλλά ως $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ και $\nu_\tau \rightarrow \nu_e$) είναι γεγονότα από ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ (δηλαδή αλληλεπιδράσεις ν_e στον μακρινό ανιχνευτή). Επομένως ο διαχωρισμός ν_μCC από ν_eCC είναι επίσης πολύ σημαντικός. Μελέτη των ταλαντώσεων ν_μ Ï ν_e (με τη μέτρηση της ροής των ν_e στους δύο ανιχνευτές) μπορεί να οδηγήσει σε μέτρηση της παραμέτρου $s_{13}=\sin\theta_{13}$ με ακρίβεια, για την οποία η μοναδική μέτρηση που υπάρχει μέχρι σήμερα είναι αυτή του πειράματος CHOOZ [8]. Η μέτρηση αυτή είναι πολύ σημαντική για την διαπίστωση της παραβίασης της CP συμμετρίας στα λεπτόνια (βλ. κεφάλαιο 5). Στο πείραμα θα έχουμε και γεγονότα από ταλαντώσεις $\nu_\mu \rightarrow \nu_s$ (ν_s είναι τα sterile νετρίνα, τα οποία είδαμε στο πρώτο κεφάλαιο). Δεδομένου ότι τα ν_s δεν αλληλεπιδρούν (ούτε με CC ούτε με NC), η ανίχνευση τέτοιων γεγονότων γίνεται με τη μέτρηση των NC αλληλεπιδράσεων τόσο στον μακρινό όσο και στον κοντινό ανιχνευτή. Το κύριο υπόβαθρο εδώ είναι τα χαμηλής ενέργειας CC γεγονότα, επομένως μεγάλης σημασίας είναι και ο διαχωρισμός CC και NC γεγονότων. Όπως είναι προφανές, για τα περισσότερα γεγονότα έχουμε μείωση του αριθμού των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος στον μακρινό ανιχνευτή (αφού έχουμε μείωση των ν_μ) σε σχέση με τον κοντινό ανιχνευτή. Το γεγονός αυτό ενισχύει την αξία του διαχωρισμού των ν_μCC αλληλεπιδράσεων από όλες τις υπόλοιπες αλληλεπιδράσεις, που επιτελέσαμε στην πρώτη κατηγορία των νευρωνικών μας δικτύων. Και βέβαια, ενώ αναφερθήκαμε αποκλειστικά στον μακρινό ανιχνευτή, η ίδια προσπάθεια ταυτοποίησης μπορεί και είναι αναγκαίο να γίνει και στον κοντινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS. Επίσης παρατηρούμε εύκολα, από τη μεταβολή των efficiencies και των purities των νευρωνικών μας με την ενέργεια, ότι κάθε προσπάθεια ταυτοποίησης γίνεται εύκολα για ενέργειες νετρίνων μεγαλύτερες των 2 GeV. Η προσπάθεια ταυτοποίησης γεγονότων νετρίνων έγινε με κριτήριο την ενέργεια των νετρίνων. Στο πείραμα όμως έχουμε μόνο έμμεση

πληροφορία για την ενέργεια αυτή. Η εναποτιθέμενη ενέργεια κάθε γεγονότος είναι αυτή που μετράται. Η προσπάθεια ταυτοποίησης ν_μCC–ν_μNC επαναλήφθηκε για διάφορες περιοχές της εναποτιθέμενης ενέργειας (visible energy). Η δομή των νευρωνικών μας ήταν αυτή με ένα hidden επίπεδο των δώδεκα νευρώνων, ένα επίπεδο εισόδου με έξι νευρώνες και ένα νευρώνα εξόδου, ενώ οι μεταβλητές διαχωρισμού είναι οι ίδιες με αυτές που χρησιμοποιήθηκαν και προηγουμένως.

Όπως έγινε φανερό, λοιπόν, η βασική δουλειά της παρούσας ερευνητικής εργασίας είχε δύο σκέλη. Το πρώτο ήταν μία προσπάθεια προσδιορισμού της ευαισθησίας του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS στην ανίχνευση ταλαντώσεων $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$. Η μελέτη αυτή έγινε με πολύ συγκεκριμένο τρόπο, προσπαθώντας να προσομοιώσουμε την πραγματική πειραματική διαδικασία, όπως είδαμε και επικεντρωθήκαμε στη σύγκριση του ενεργειακού φάσματος των αλληλεπιδράσεων φορτισμένου ρεύματος ν_μ στους δύο ανιχνευτές. Είδαμε επίσης, πώς με αυτόν τον τρόπο μπορούν να προσδιοριστούν οι παράμετροι ταλάντωσης και πως η ενεργειακή διακριτική ικανότητα και του μακρινού και του κοντινού ανιχνευτή επηρεάζει τον προσδιορισμό αυτό. Το δεύτερο και πιο ουσιαστικό σκέλος αφορούσε την ταυτοποίηση των αλληλεπιδράσεων στον μακρινό ανιχνευτή. Η μελέτη αυτή έγινε με τη χρήση νευρωνικών δικτύων και μάλιστα με δύο διαφορετικά πακέτα λογισμικού (το SNNS και το MLPfit). Η πολύ καλή συμφωνία των αποτελεσμάτων των δύο αυτών πακέτων είναι δείγμα εμπιστοσύνης στην όλη μας προσπάθεια, η οποία είναι ιδιαιτέρως σημαντική όπως εξηγήθηκε στην αρχή της παρούσας παραγράφου. Τα αποτελέσματα της δουλειά μας αυτής της ταυτοποίησης έχουν ήδη παρουσιαστεί στη MINOS collaboration το Σεπτέμβριο του 2003 και είναι πολύ σημαντικά. Βέβαια, η δουλειά μας αυτή δεν σταματά εδώ. Θα συνεχιστεί, όπως αναφέραμε, με την επανάληψή της για τον κοντινό ανιχνευτή και με τις απαιτούμενες προς αυτό τροποποιήσεις. Επίσης, θα γίνει επέκταση του αριθμού των μεταβλητών εισόδου στα νευρωνικά μας και με χρησιμοποίηση της ανακατασκευασμένης πληροφορίας που δεν χρησιμοποιήσαμε εδώ λόγω προβλημάτων του κώδικα ανακατασκευής. Ακριβώς η μελέτη αυτών των προβλημάτων είναι σε εξέλιξη, ώστε να φτάσει το MC του πειράματος MINOS στην τελική του μορφή. Από την άλλη πλευρά, θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν και οι a priori πιθανότητες στον αριθμό των ν_e και ν_μ, μια και χρησιμοποιήθηκαν μόνο στον αριθμό των CC και NC γεγονότων. Επίσης, στα μελλοντικά σχέδια ανήκει η ίδια προσπάθεια ταυτοποίησης για πραγματικά γεγονότα από τον ανιχνευτή CalDet.

Όπως είδαμε στο τρίτο κεφάλαιο, το πείραμα MINOS είναι υπό κατασκευή και αναμένεται να ολοκληρωθεί στις αρχές του 2005. Η κατασκευή του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος στο ορυχείο Soudan στη Minnesota έχει ολοκληρωθεί από τον Ιούνιο του 2003, μετά από δύο χρόνια εργασιών στο εκεί υπόγειο εργαστήριο και πολλά περισσότερα χρόνια σχεδιασμού, πραγματοποίησης προσομοιώσεων, προετοιμασίας των εγκαταστάσεων για την κατασκευή, τη συναρμολόγηση και τον έλεγχο των τμημάτων του ανιχνευτή.

Από την άλλη μεριά, έχει ολοκληρωθεί η διάνοιξη στοών στο Fermilab για την εγκατάσταση των στοιχείων της δέσμης NuMI και του κοντινού ανιχνευτή του πειράματος. Ο κοντινός ανιχνευτής, του οποίου όλα τα ενεργά και παθητικά επίπεδα έχουν ήδη κατασκευαστεί και αποθηκευτεί, θα αρχίσει να συναρμολογείται στους επόμενους μερικούς μήνες σε υπόγεια πειραματική αίθουσα και αναμένεται να ολοκληρωθεί η κατασκευή του μέχρι το τέλος του 2004, λίγο πριν αρχίσει η λειτουργία της δέσμης στις αρχές του 2005.

Οι φωτοπολλαπλασιαστές M16, στις οποίες αναφερθήκαμε κυρίως στην παράγραφο 4.1.4, είναι τα 'μάτια' του μακρινού ανιχνευτή του πειράματος MINOS και αποτελούν το σημαντικότερο και περισσότερο ευαίσθητο υποσύστημά του. Από την καλή λειτουργία αυτών των PMTs εξαρτάται σε πολύ μεγάλο βαθμό η απόδοση του μακρινού ανιχνευτή και από την λεπτομερή γνώση των χαρακτηριστικών τους εξαρτάται ο περιορισμός των συστηματικών σφαλμάτων κατά το στάδιο της ανάλυσης. Επομένως, ο έλεγχος των φωτοπολλαπλασιαστών είναι πολύ σημαντικός και σε αυτόν έχει συμμετάσχει και το Πανεπιστήμιο Αθηνών [47].

Το πείραμα MINOS, μετά από αρκετά χρόνια σκληρής δουλειάς, πλησιάζει προς την ολοκλήρωση της κατασκευής του. Στα επόμενα χρόνια σημαντικές μετρήσεις θα πραγματοποιηθούν με τους ανιχνευτές αυτού του πειράματος συντελώντας στην καλύτερη κατανόηση της φυσικής των λεπτονίων και των χαρακτηριστικών τους και δίνοντας απάντηση σε πολλά ερωτήματα που έχουν να κάνουν με την ισχύ του καθιερωμένου προτύπου.

Παράρτημα I

Η μέθοδος Newton

Εδώ δεν θα περιγράψουμε τη μέθοδο Newton [60] γενικά, αλλά θα δώσουμε την εφαρμογή της για την επίλυση της σχέσης (3.4). Με βάση τη σχέση αυτή και τη μέθοδο Newton φτιάχνουμε την κατανομή των ορμών των νετρίνων για 100000 γεγονότα. Στη συνέχεια παρατίθεται ο κώδικας (σε γλώσσα προγραμματισμού C) που επιλύει την (3.4) με τη μέθοδο Newton.

```
Float_t  NEWTON(Float_t R,Float_t beta) {

Float_t  mi,a,xnew,xold,G,Gp,Dx,x0;

Float_t  d=.001;

x0=sqrt(R)/beta;
xnew=x0;

do {
xold=xnew;
a=beta*xnew;
G=1-(a+1)*exp(-a)-R;
Gp=beta*a*exp(-a);
xnew=xold-G/Gp;
Dx=xnew-xold;
mi=TMath::Abs(Dx);
} while(mi>=d);

return xnew;
}
```

Η μέθοδος αυτή παίρνει σαν είσοδο τη σταθερά β ('beta') της σχέσης (3.4) και έναν τυχαίο R από το διάστημα [0,1). Ξεκινάει με μία αρχική τιμή της ορμής ('x0') $R^{1/2}/\beta$ και υπολογίζει την τιμή G από την (3.4), όπου (a=βÿx):

$$G=1-(a+1)ÿexp(-a)-R$$

Η παράγωγος της έκφρασης αυτής ως προς x είναι η Gp και υπολογίζουμε την απόλυτη τιμή της διόρθωσης G/Gp στην τιμή x. Επαναλαμβάνουμε,

χρησιμοποιώντας σαν αρχική τιμή της x την προηγούμενη διορθωμένη, όσο ικανοποιείται η συνθήκη G/GpÔ0.001. Η τελευταία διορθωμένη τιμή της x είναι και η ορμή που ζητάμε. Είναι φανερό, τώρα, πως η επανάληψη της όλης ανωτέρω διαδικασίας για 100000 τυχαίους R από το διάστημα [0,1) μας δίνει την κατανομή των ορμών νετρίνων από την (3.4) για 100000 γεγονότα.

Παράρτημα ΙΙ

GMINOS MC

Τα μεγέθη που μας ενδιαφέρει να αλλάζουμε κάθε φορά στο 'gminos.ffr' είναι τα ακόλουθα [50]:

'MFLV': Μέθοδος αλλαγής γεύσης νετρίνων (0 = όχι αλλαγές , 1 = αλλαγές προκαθορισμένες)
'PFLV': Αν έχουμε MFLV=1, τότε παίρνει ακέραιες τιμές ανάλογα με την ταυτότητα των νετρίνων, ν_e=12, ν_μ=14, ν_τ=16 (αντινετρίνα με μείον)
'MFLX': Ενεργειακό φάσμα των νετρίνων. Στην περίπτωση που θέλουμε μία συγκεκριμένη ενέργεια νετρίνων E_ν , επιλέγουμε φάσμα $1/E_\nu$ με το να θέσουμε MFLX=4
'FFLX': Αν MFLX=4, παίρνει δύο τιμές, την μέγιστη ενέργεια των νετρίνων και την ελάχιστη, στην περίπτωση ενεργειακής περιοχής
'SUPR': Σε ποιόν ανιχνευτή κατασκευάζονται τα γεγονότα. Αν θέλουμε γεγονότα στον μακρινό ανιχνευτή στην πραγματική του δομή, τότε SUPR=+2
'TRIG' και 'FNDE': Αριθμός γεγονότων που θέλουμε να κατασκευάσουμε (ίσος με 10000)

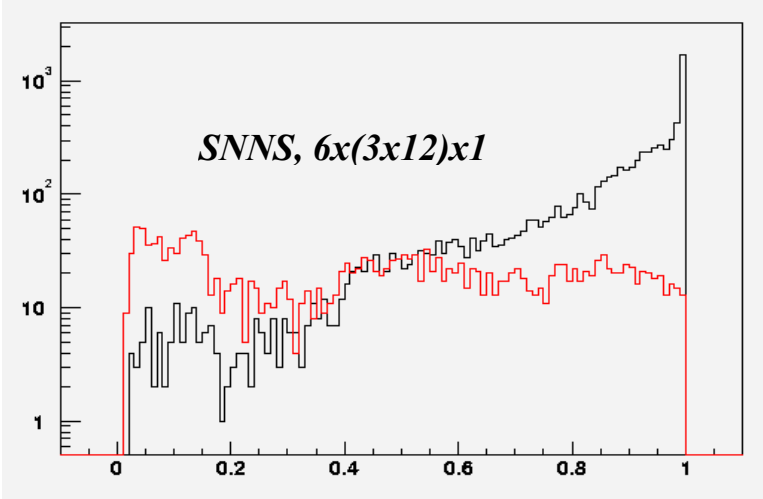
Το μόνο μειονέκτημα του κώδικα είναι ότι αν θέλουμε μία συγκεκριμένη μικρή ενεργειακή περιοχή γύρω από δεδομένη ενέργεια, τότε δεν μπορούμε να κατασκευάσουμε παρά μόνο γεγονότα μιας μόνο γεύσης νετρίνων. Έτσι, αν τρέξουμε για παράδειγμα για ν_μ, δεν μπορούμε να λάβουμε υπ'όψιν και τα $\bar{\nu}_\mu$. Αυτό όμως δεν παρέχει σημαντικό σφάλμα, μια και στην δέσμη η αναλογία σε αντινετρίνα είναι απειροελάχιστη. Για παράδειγμα, λοιπόν, τρέχουμε το GMINOS για 0.5 GeV (ενεργειακή περιοχή από 0.25 GeV έως 0.75 GeV) δύο φορές, μία για 10000 γεγονότα ν_μ και μία για 10000 γεγονότα ν_e. Τότε στο 'gminos.ffr' θα έχουμε:

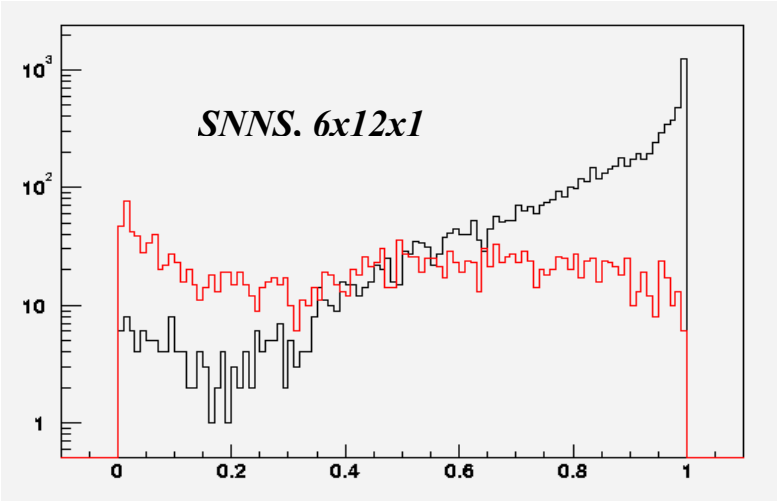
'MFLV 1'
Για ν_μ: 'PFLV 14 14 14 14 14 14' και για ν_e: 'PFLV 12 12 12 12 12 12'
'MFLX 4'
'FFLX 0.25 0.75'
'SUPR +2'
'TRIG 10000'
'FNDE 10000'

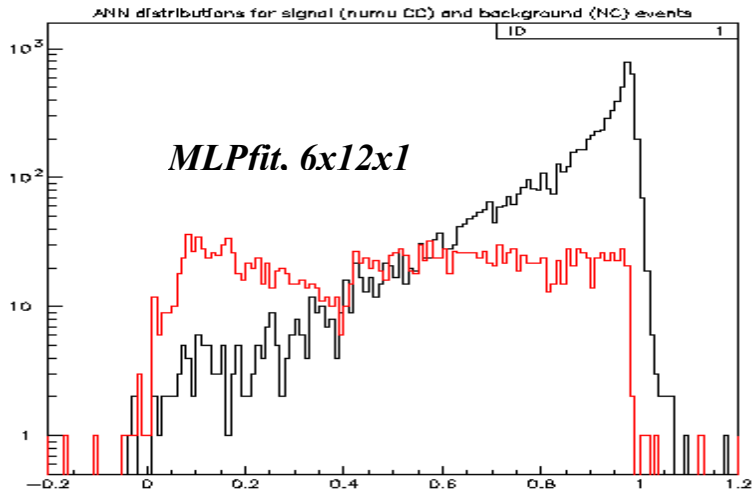
Παράρτημα III

Έλεγχος της αρχιτεκτονικής των νευρωνικών δικτύων

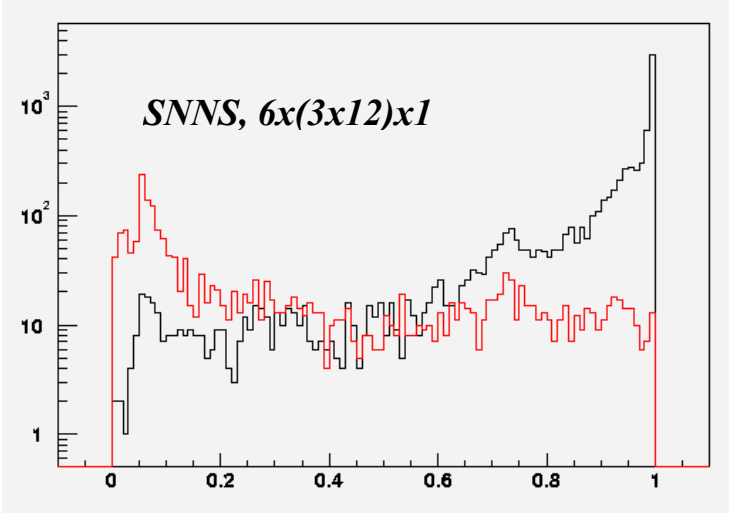
Στην προσπάθεια ταυτοποίησης αλληλεπιδράσεων νετρίνων στον μακρινό ανιχνευτή του πειράματος MINOS με κριτήριο την ενέργεια των νετρίνων χρησιμοποιήσαμε στα νευρωνικά μας τη δομή τριών hidden επιπέδων με δώδεκα νευρώνες το καθ'ένα, ενός επιπέδου εισόδου με έξι νευρώνες και ενός νευρώνα εξόδου. Η αρχιτεκτονική αυτή έχει σαν συνέπεια έναν πολύ μεγάλο αριθμό βαρών που πρέπει να προσδιοριστούν. Ένας έλεγχος της εμπιστοσύνης των αποτελεσμάτων αυτών (με το πακέτο SNNS) πραγματοποιήθηκε με τη σύγκρισή τους με τα αποτελέσματα του πακέτου MLPfit, δεδομένου ότι στο MLPfit χρησιμοποιήθηκε η απλούστερη δομή με ένα hidden επίπεδο των δώδεκα νευρώνων. Για έναν δεύτερο έλεγχο των αποτελεσμάτων μας, θα επαναλάβουμε την προσπάθεια διαχωρισμού ν_μCC–ν_μNC με το πακέτο SNNS με τη χρήση ενός hidden επιπέδου με δώδεκα νευρώνες. Στα Σχ.II1 έως II5 δίνεται συγκριτικά η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC σε κάθε ενέργεια (0.5, 1, 2, 3, 5 GeV) από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες). Επίσης, στα Σχ.II6 έως II10 δίνεται η efficiency×purity του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC σε κάθε ενέργεια από το πακέτο SNNS με τη δομή των τριών και του ενός hidden επιπέδου.

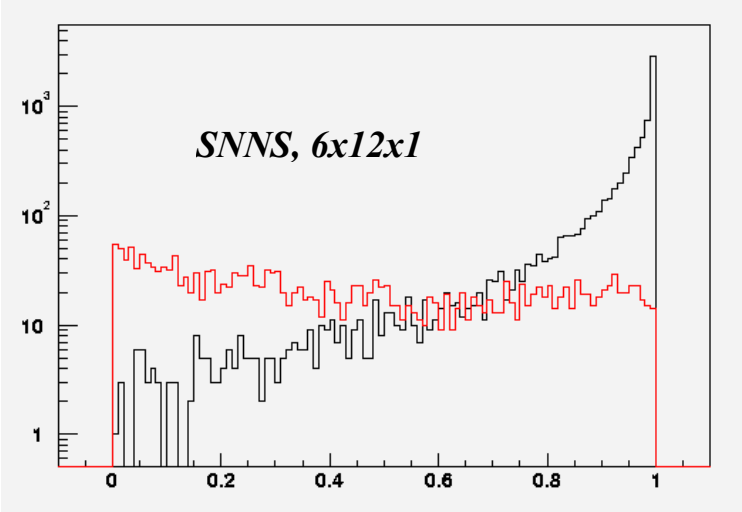


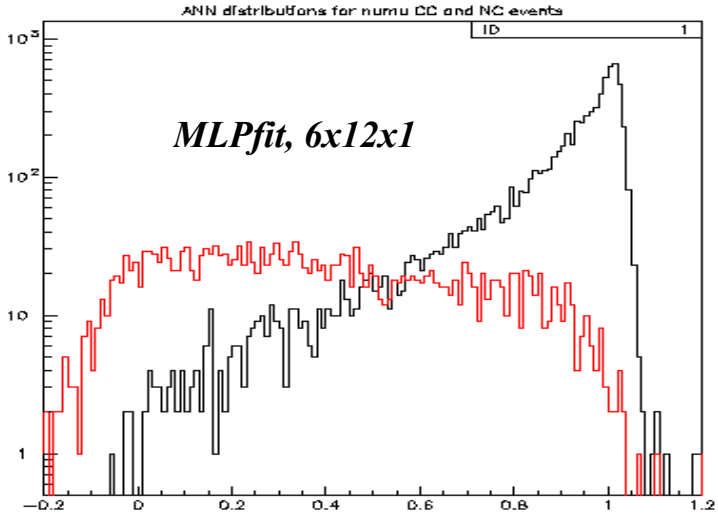




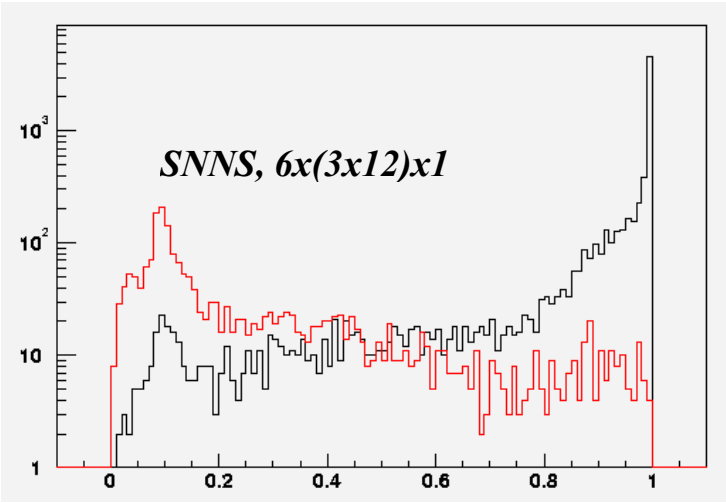
Σχ.ΙΙ1: *Από πάνω προς τα κάτω: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού* $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ *σε ενέργεια νετρίνων 0.5GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες).*

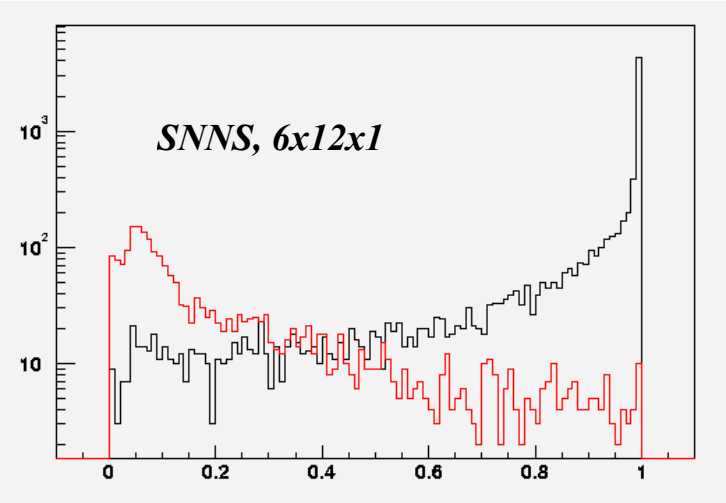


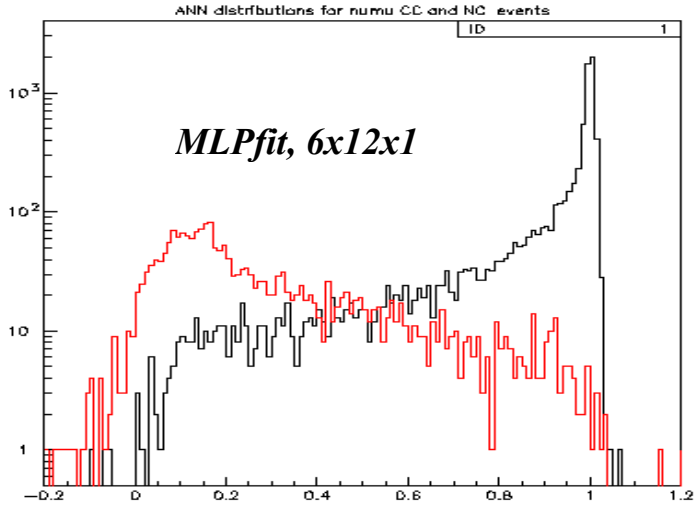




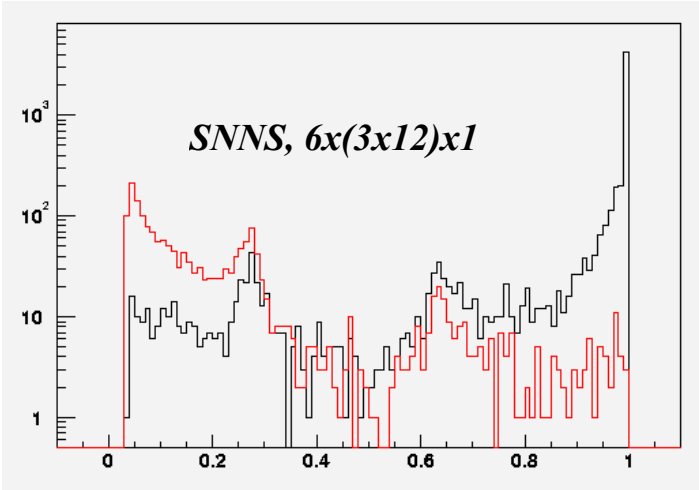
Σχ.II2: *Από πάνω προς τα κάτω: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC σε ενέργεια νετρίνων 1GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες).*

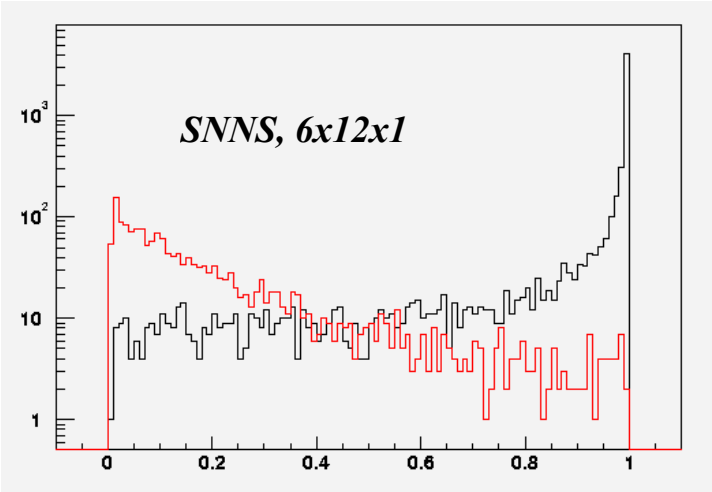


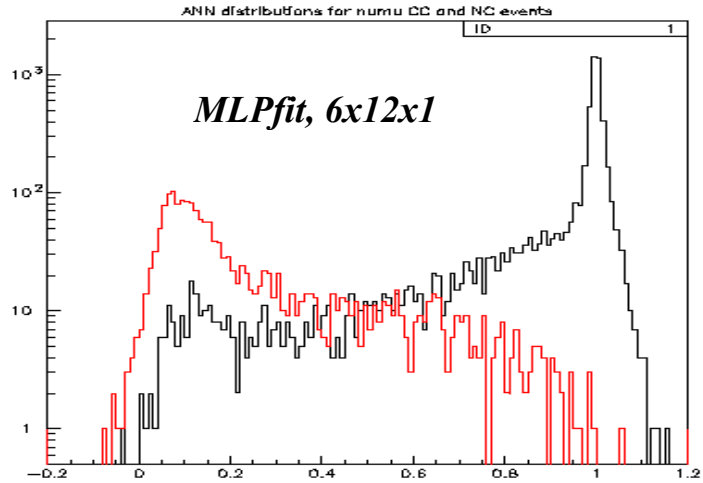




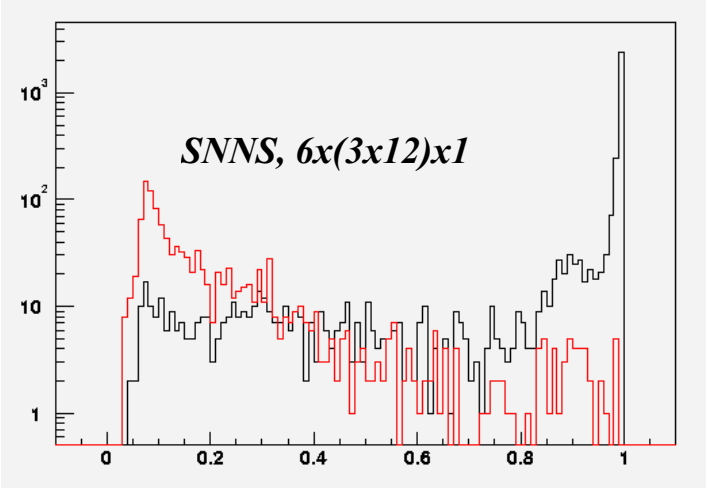
Σχ.ΙΙ3: *Από πάνω προς τα κάτω: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού* $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ *σε ενέργεια νετρίνων 2GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες).*

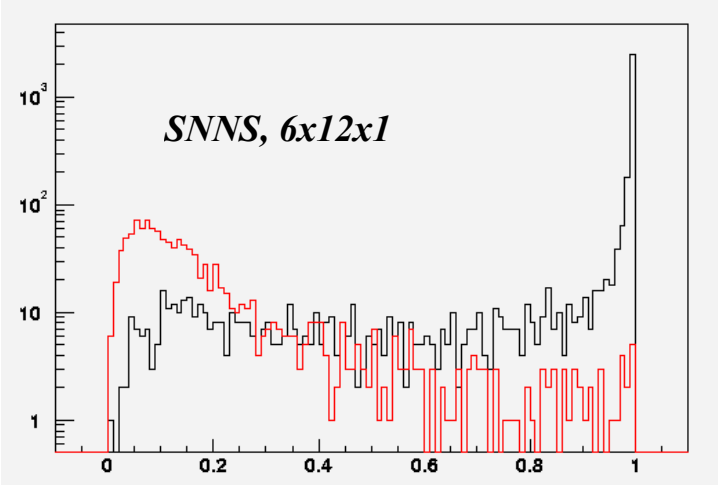


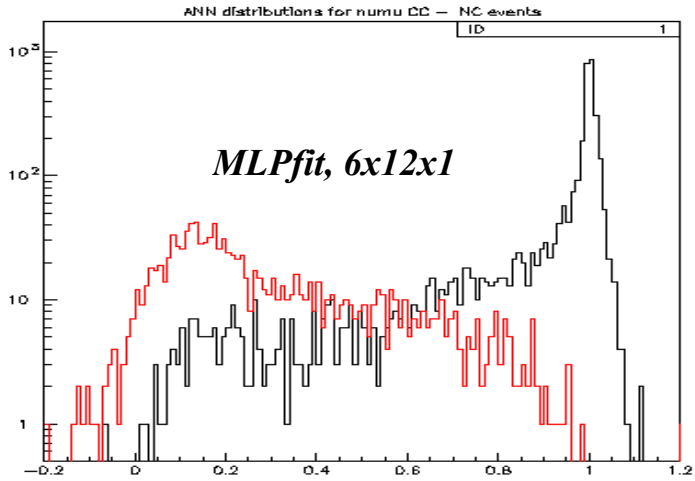




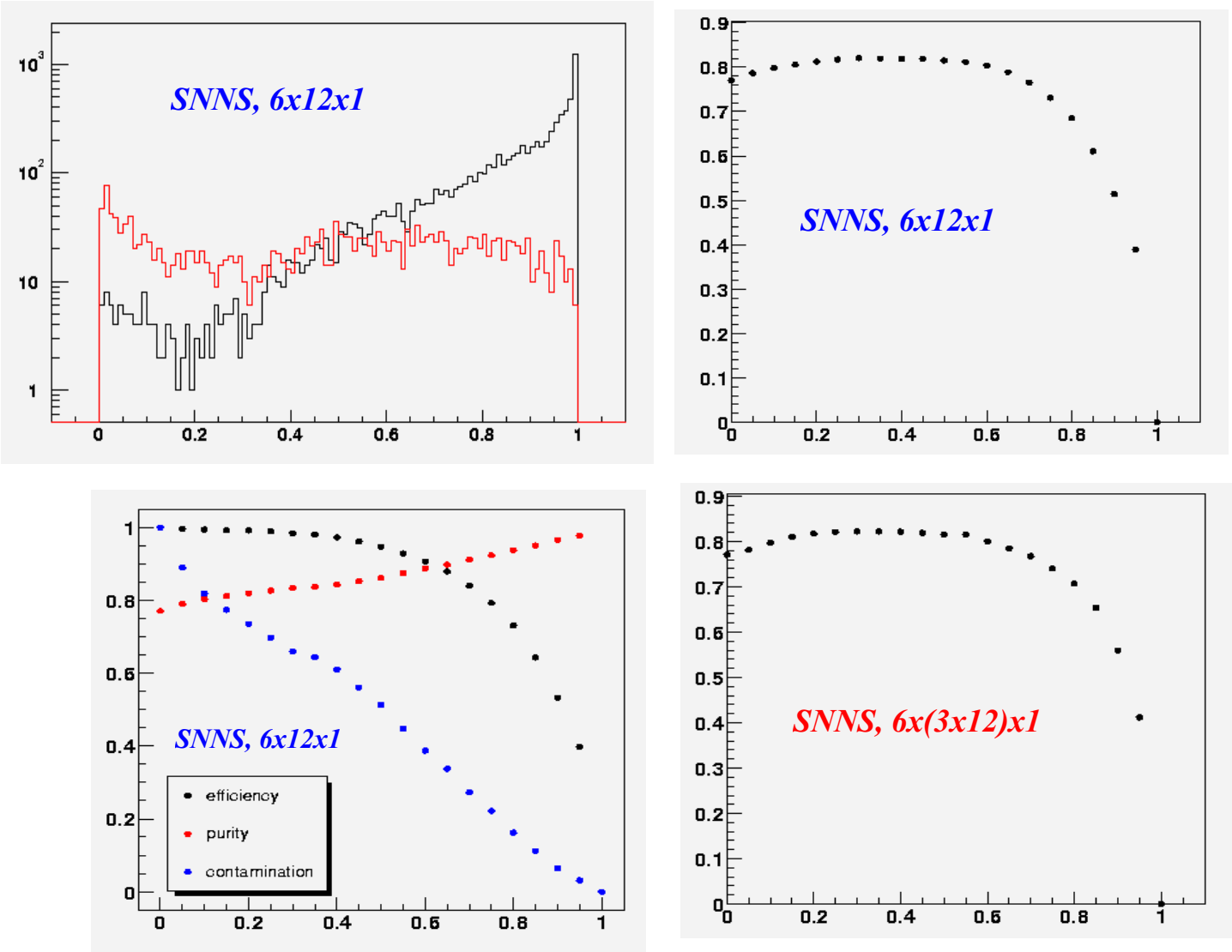
Σχ.ΙΙ4: *Από πάνω προς τα κάτω: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού ν_μCC–ν_μNC σε ενέργεια νετρίνων 3GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες).*



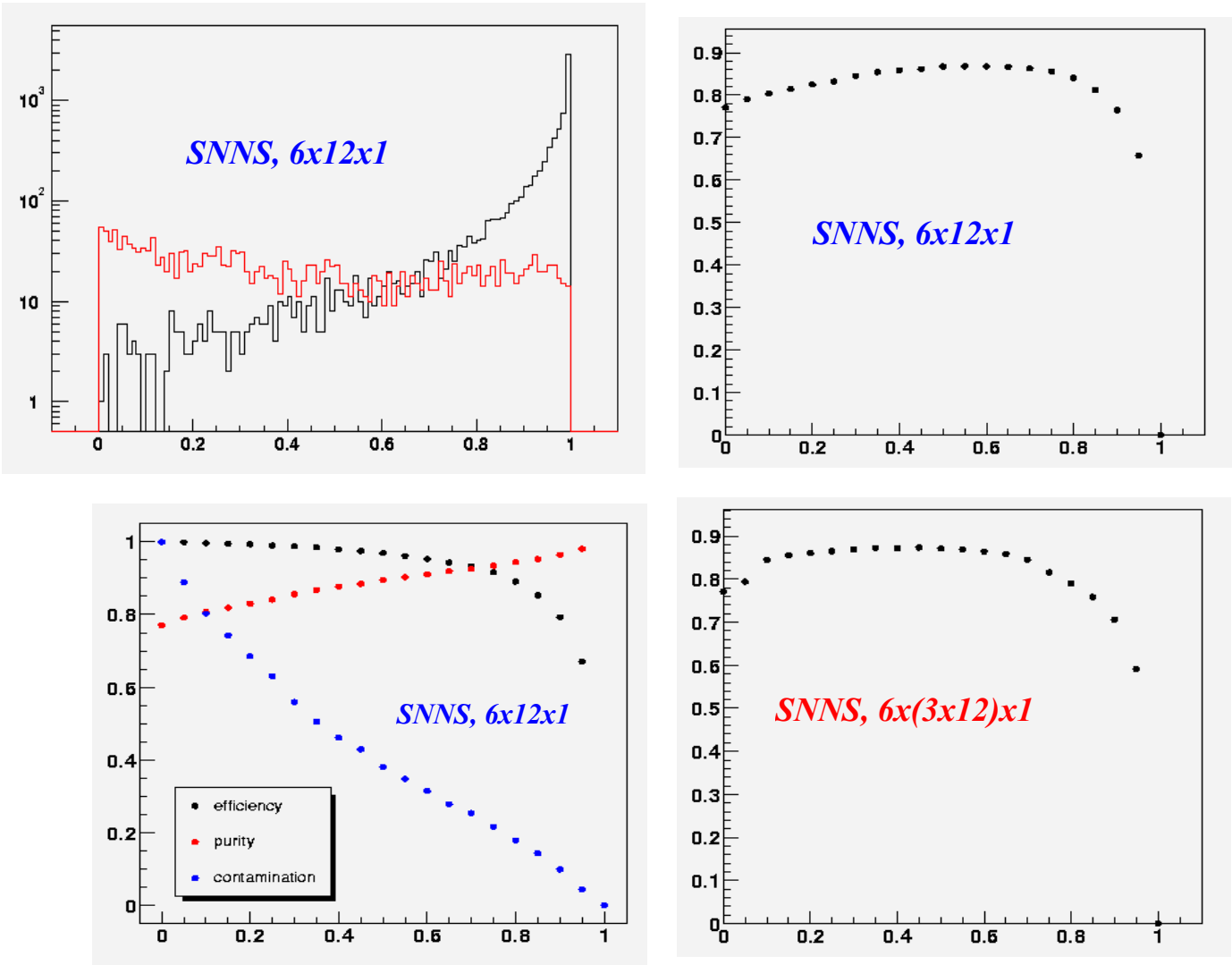




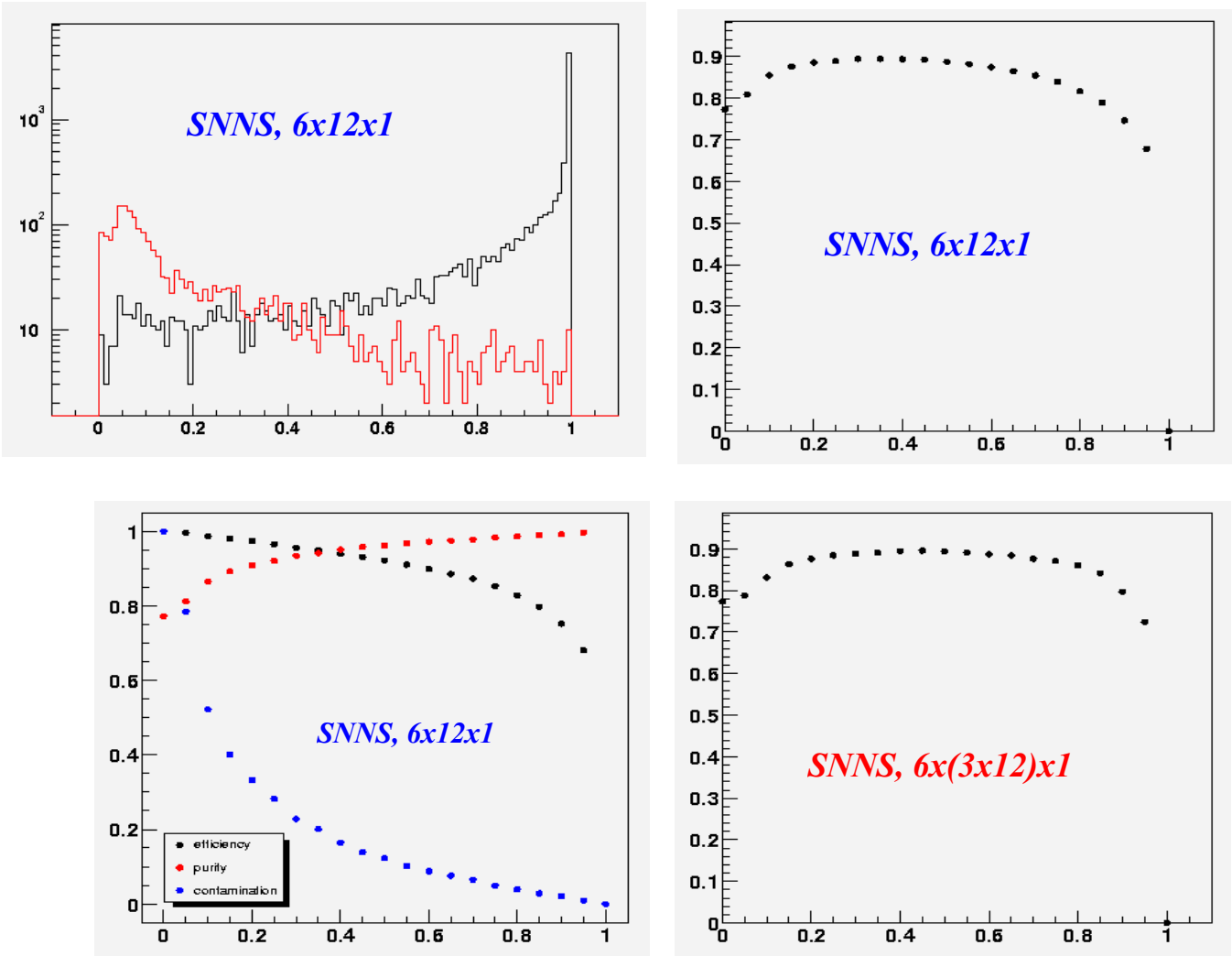
Σχ.II5: *Από πάνω προς τα κάτω: Η συνάρτηση εξόδου του νευρωνικού* $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ *σε ενέργεια νετρίνων 5GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή τριών και ενός hidden επιπέδου και από το πακέτο MLPfit με τη δομή ενός hidden επιπέδου (κάθε επίπεδο έχει δώδεκα νευρώνες).*



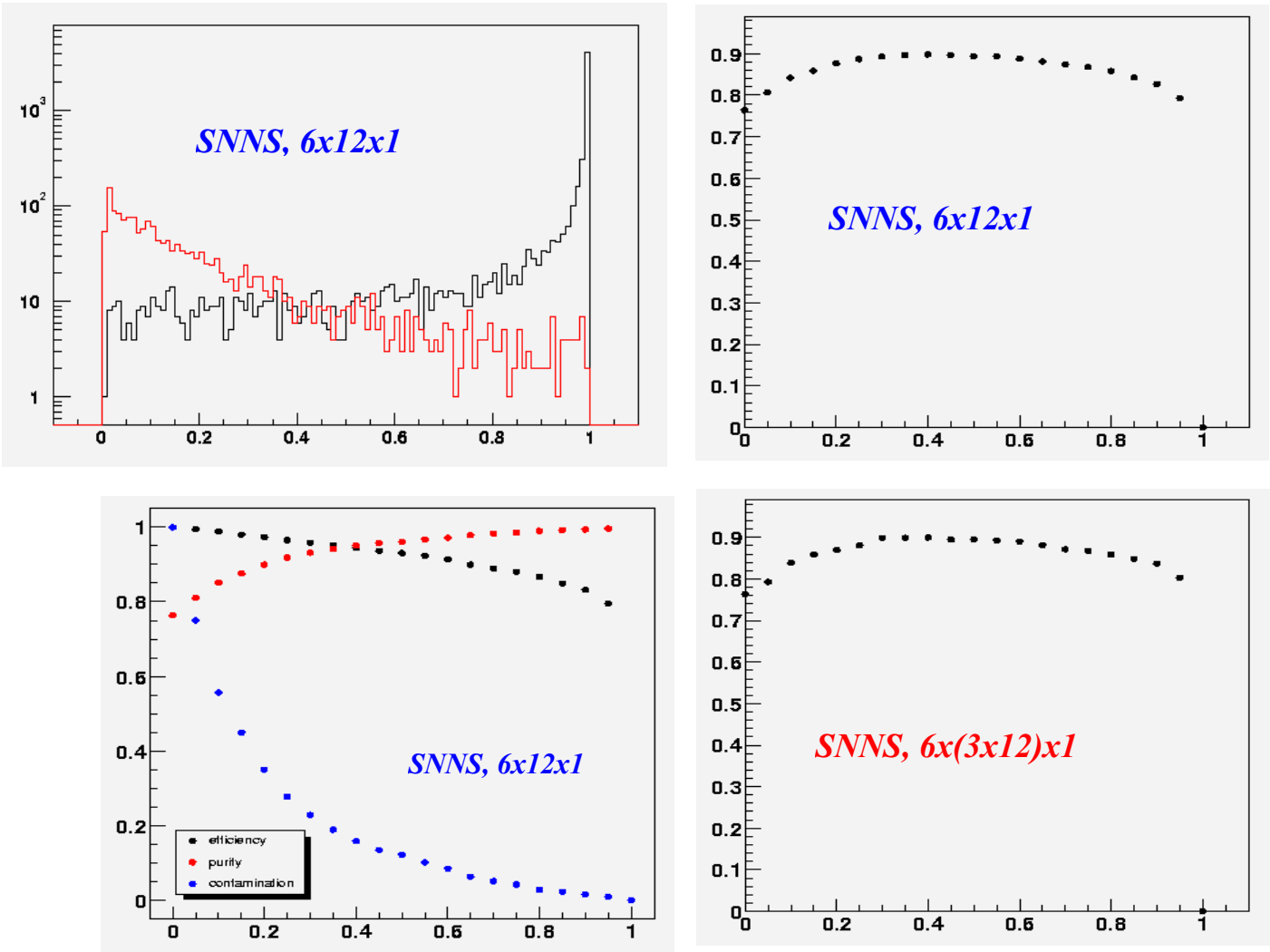
Σχ.II6: *Η συνάρτηση εξόδου (πάνω αριστερά), η efficiency, purity και contamination συναρτήσει της cut (κάτω αριστερά), η efficiency×purity συναρτήσει της cut (πάνω δεξιά) για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε ενέργεια νετρίνων 0.5GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή ενός hidden επιπέδου. Επίσης δίνεται για σύγκριση και η efficiency×purity συναρτήσει της cut (κάτω δεξιά) του ίδιου νευρωνικού για τη δομή τριών hidden επιπέδων.*



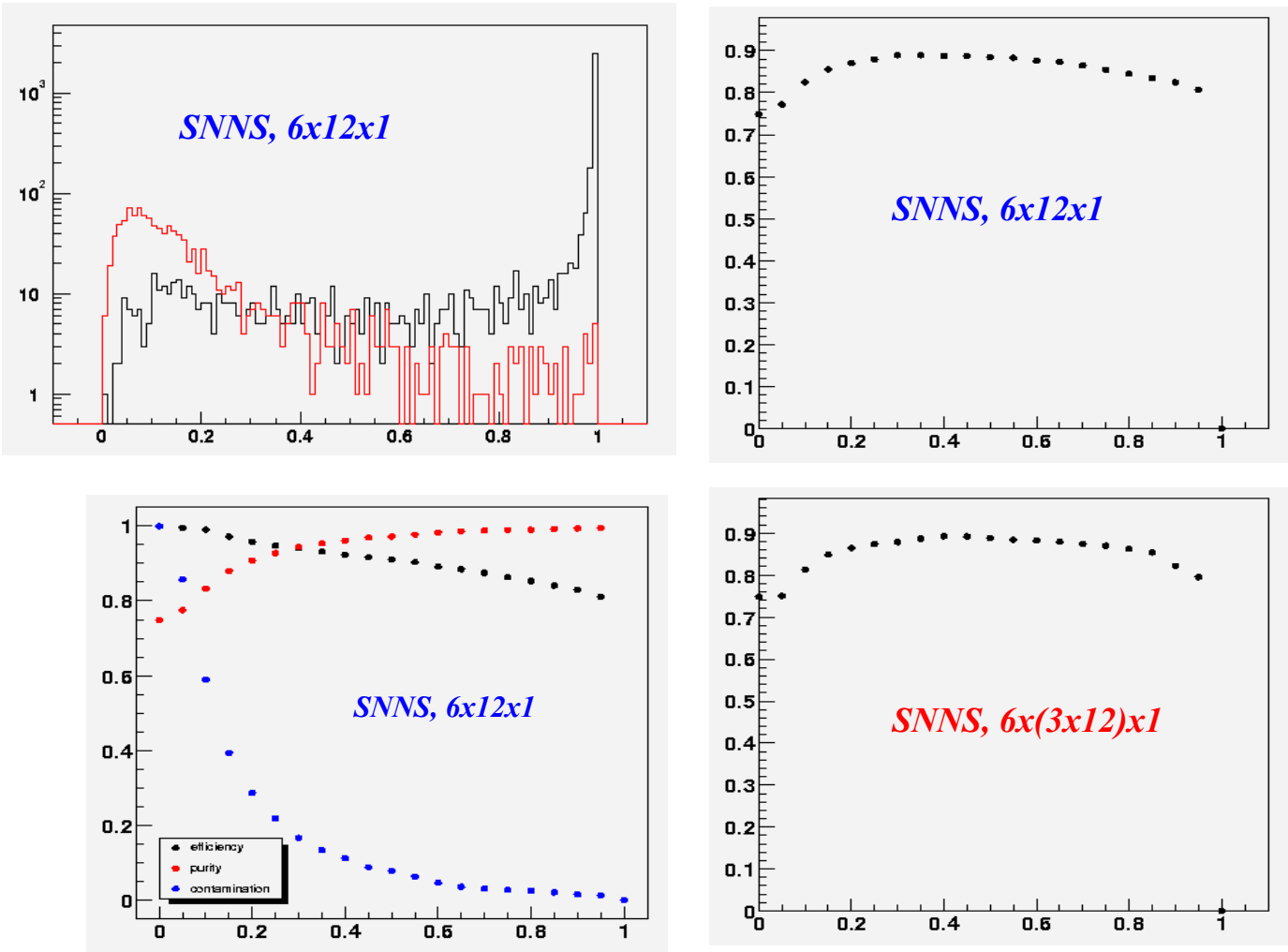
Σχ.II7: *Η συνάρτηση εξόδου (πάνω αριστερά), η efficiency, purity και contamination συναρτήσει της cut (κάτω αριστερά), η efficiency×purity συναρτήσει της cut (πάνω δεξιά) για το νευρωνικό* ν_μ*CC–*ν_μ*NC σε ενέργεια νετρίνων 1GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή ενός hidden επιπέδου. Επίσης δίνεται για σύγκριση και η efficiency×purity συναρτήσει της cut (κάτω δεξιά) του ίδιου νευρωνικού για τη δομή τριών hidden επιπέδων.*



Σχ.II8: *Η συνάρτηση εξόδου (πάνω αριστερά), η efficiency, purity και contamination συναρτήσει της cut (κάτω αριστερά), η efficiency×purity συναρτήσει της cut (πάνω δεξιά) για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε ενέργεια νετρίνων 2GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή ενός hidden επιπέδου. Επίσης δίνεται για σύγκριση και η efficiency×purity συναρτήσει της cut (κάτω δεξιά) του ίδιου νευρωνικού για τη δομή τριών hidden επιπέδων.*



Σχ.II9: *Η συνάρτηση εξόδου (πάνω αριστερά), η efficiency, purity και contamination συναρτήσει της cut (κάτω αριστερά), η efficiency×purity συναρτήσει της cut (πάνω δεξιά) για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε ενέργεια νετρίνων 3GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή ενός hidden επιπέδου. Επίσης δίνεται για σύγκριση και η efficiency×purity συναρτήσει της cut (κάτω δεξιά) του ίδιου νευρωνικού για τη δομή τριών hidden επιπέδων.*



Σχ.ΙΙ10: *Η συνάρτηση εξόδου (πάνω αριστερά), η efficiency, purity και contamination συναρτήσει της cut (κάτω αριστερά), η efficiency×purity συναρτήσει της cut (πάνω δεξιά) για το νευρωνικό $\nu_\mu CC$–$\nu_\mu NC$ σε ενέργεια νετρίνων 5GeV από το πακέτο SNNS με τη δομή ενός hidden επιπέδου. Επίσης δίνεται για σύγκριση και η efficiency×purity συναρτήσει της cut (κάτω δεξιά) του ίδιου νευρωνικού για τη δομή τριών hidden επιπέδων.*

Βιβλιογραφία

[1] F. Reines and C. Cowan, 'Detection of the Free Neutrino', Phys. Rev. 92, 830 (1953). F. Reines, C. Cowan, F. Harrison, H. Kruse and A. McGuire, Science 124, 103 (1956)

[2] 'The MINOS Detectors: Technical Design Report', Fermilab report NuMI – L – 337, October 1998

[3] Quarks & Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics, Francis Halzen, Alan D. Martin, John Wiley and Sons, 1984

[4] 'Neutrino oscillations, masses and mixing', W.M. Albarico, S.M. Bilenky, 24 Jun 2003, hep-ph/0306239 v1

[5] Particle Data Group, K. Hagiwara et al., Phys. Rev. D66, 010001 (2002)

[6] Super–Kamiokande Collaboration, Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Lett. 81, 1158 (1998)

[7] V. Barger and D. Marfatia, Phys. Lett. B555, 144 (2003)

[8] CHOOZ Collaboration, M. Apollonio et al, Phys. Lett. B420, 397 (1998)

[9] Bilenky S.M. and Petcov S.T., 'Massive Neutrinos And Neutrino Oscillations', Rev. Mod. Phys. 59, 671 (1987)

[10] Bilenky S.M., Giunti C. and Grimus W., 'Phenomenology of neutrino oscillations', Prog. Part. Nucl. Phys. 43, 1–86 (1999), hep–ph/9812360

[11] M. Kobayashi and T. Maskawa, 'CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interactions', Prog. Theor. Phys. 49, 652 (1973)

[12] 'Πειραματική μελέτη του φαινομένου των ταλαντώσεων νετρίνων με το πείραμα MINOS', Κωνσταντίνος Β. Ανδρεόπουλος, Διδακτορική Διατριβή, Ιούνιος 2003

[13] Buchmuller W., 'Neutrinos, grand unification and leptogenesis', hep–ph/0204288

[14] Wu C.S. et al, 'Experimental Test Of Parity Conservation In Beta Decay', Phys. Rev. 105, 1413–1414 (1957)

[15] Landau L.D., 'On The Conservation Laws For Weak Interactions', Nucl. Phys. 3, 127–131 (1957)

[16] Lee T.D. and Yang C.N., 'Parity Nonconservation And A Two Component Theory Of The Neutrino', Phys. Rev. 105, 1671–1675 (1957)

[17] Salam A., 'On Parity Conservation And Neutrino Mass', Nuovo Cimento 5, 299–301 (1957)

[18] Pontecorvo B., 'Mesonium And Antimesonium', Zh. Eksp. Teor. Fiz. 33, 549–551 (1957)

[19] Massive Neutrinos In Physics And Astrophysics, Rabindra N. Mohapatra, Palash B. Pal, World Scientific, Second Edition, 1998

[20] Introduction to High Energy Physics, Donald H. Perkins, Addison–Wesley, Third edition, 1987

[21] 'Neutrino oscillations with three flavors in matter: Applications to neutrinos traversing the Earth', Tommy Ohlsson, Hakan Snellman, 30 Jun 2000, hep-ph/9912295 v2

[22] Particle Data Group, The European Physical Journal C, Review of Particle Physics 15, Number 1–4, 359 (2000)

[23] Super–Kamiokande Collaboration, Fukuda Y. et al, 'Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos', Phys. Rev. Lett. 81, 1562–1567, (1998)

[24] Soudan2 Collaboration, D. Petyt, 'Latest Results on Atmospheric Neutrinos from Soudan2', Nucl. Phys. B100, 349–351 (2002)

[25] 'Neutrino Physics and Astrophysics with the MACRO Experiment at the Gran Sasso Lab', Giorgio Giacomelli, 18 April 2003, hep-ex/0210006 v6

[26] E. Kearns, Nucl. Phys. B70, 315 (1999), hep-ex/9803007

[27] Web Page: http://www.sno.phy.queensu.ca/

[28] C.M. Cattadori for the GNO collaboration, 'Update of solar neutrino interaction rate measurements from GNO at LNGS', Nucl. Phys. B110, 311–314 (2002)

[29] M. Apollonio et al (the CHOOZ collaboration), 'Limits on neutrino oscillations from the CHOOZ Experiment', Phys. Lett. B466, 415–430 (1999)

[30] Web Page: http://superk.physics.sunysb.edu/k2k/near_detector.html/

[31] Web Page: http://superk.physics.sunysb.edu/k2k/physics_new.html/

[32] C. Athanasopoulos et al (the LSND collaboration), 'Evidence for Neutrino Oscillations from Muon Decay at Rest', nucl–exp/9605001, May 1, 1996

[33] C. Athanasopoulos et al (the LSND collaboration), Phys. Rev. Lett. 81, 1774 (1998)

[34] Web Page: http://www–boone.fnal.gov/publicpages/BvsMB.html/

[35] Web Page: http://www–boone.fnal.gov/publicpages/makingnus.html/

[36] WebPage:
http://www–boone.fnal.gov/publicpages/detectingnus.html/

[37] Web Page:
http://operaweb.web.cern.ch/operaweb/help/about_opera.shtml

[38] Web Pages: http://operaraweb.web.cern.ch/operaweb/index.shtml

[39] MINOS experiment 'blessed–plots', the official MINOS experiment Web Page

[40] 'The NuMI Facility Technical Design Report', October 1998, Version 1.0

[41] 'The MINOS Detectors Design Parameter Book', Version 1.3, Feb. 2001

[42] Neural Computing: Theory and Practice, Philip D. Wasserman, ANZA Research Inc, May 1989

[43] Neurocomputing, Robert Hecht–Nielsen, Addison Wesley, 1990

[44] 'Direct observation of the ν_τ in ν_τ+N Ï τ+X interactions', N. Σαουλίδου, Διδακτορική Διατριβή

[45] 'SNNS Stuttgart Neural Network Simulator User Manual', Version 4.2

[46] 'MLPfit: a tool for designing and using Multi–Layer Perceptrons', Version 1.40, January 2000

[47] 'The Athens Automated Test Station for MINOS/Hamamatsu M16 PMTs', Costas Andreopoulos, Pavlos Pashalis, Niki Saoulidou, Panagiotis Stamoulis, George Tzanakos and Miltos Zois, 22nd March 2003

[48] N. Σαουλίδου, private communication

[49] 'The MINOS Off–line Software User's Manual', Version 0.40, August 19, 2003

[50] Robert Hatcher, private communication

[51] Kamiokande Collaboration, Fukuda Y. et al, 'Atmospheric Muon–Neutrino / Electron–Neutrino Ratio in the Multi–GeV Energy Range', Phys. Rev. Lett. B335, 237 (1994)

[52] SNO Collaboration, Q.R. Ahmad et al, 'Measurement of the Rate of ν_e+d→p+p+e^- Inetractions Produced by ^{8}B Solar Neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory', Phys. Rev. Lett. 87: 071301 (2001), nucl–ex/0106015

[53] KamLAND Collaboration, Eguchi K. et al, 'First results from KamLAND: Evidence for reactor anti-neutrino disappearance', Phys. Rev. Lett. 90, 021802 (2003), hep–ex/0212021

[54] R. Davis, 'A review of the Homestake solar neutrino experiment', Prog. Part. Nucl. Phys. 32, 13–32 (1994)

[55] Bruce T. Cleveland, 'Measurement of the solar neutrino flux with the Homestake chlorine detector', Astrophys. J. 496, 505–526 (1998)

[56] W. Hampel et al, PL B447 127 (1999)

[57] K2K Collaboration, 'Search For Electron Neutrino Appearance in a 250 km Long–baseline Experiment', 10 Feb. 2004, hep–ex/0402017 v1

[58] A. Murat Guler, 'Recent Results From CHORUS Charm Analysis', 2003, hep-ex/0305030

[59] Emily Maher, 'Status Report of DONUT Experiment', 28 July 2003

[60] ELEMENTARY NUMERICAL ANALYSIS: AN ALGORITHMIC APPROACH, S. D. Conte, Carl de Boor, McGraw–Hill Book Company, Second Edition, 1972

[61] MINOS Collaboration, 'MINOS Status and Physics Goals', G. S. Tzanakos, 2004