



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

Búsqueda de desaparición de neutrinos
del muón en el haz de neutrinos del
Booster de Fermilab

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

Diana Patricia Méndez Méndez

DIRECTOR DE TESIS:

DR. ALEXIS ARMANDO AGUILAR ARÉVALO



Cd. Universitaria, D.F. 2015

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

Hoja de Datos del Jurado

Datos del alumno: Méndez
Méndez
Diana Patricia
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
409007376

Datos del tutor: Dr.
Alexis Armando
Aguilar
Arévalo

Datos del sinodal 1: Dr.
Juan Carlos
D'Olivo
Saez

Datos del sinodal 2: Dra.
Gabriela
Murguía
Romero

Datos del sinodal 3: Dr.
Eric
Vázquez
Jáuregui

Datos del sinodal 4: Dr.
Eduardo
Peinado
Rodríguez

Trabajo escrito: Búsqueda de desaparición de neutrinos del muón en el haz de neutrinos
del Booster de Fermilab
143 pp.
2015

Esta página ha sido intencionalmente dejada en blanco.

*A mi mamá, quien siempre estará.
A Isabela, quien nació con una gran estrella.*

El verdadero título de esta tesis es *Neutrinos geniales de la vida* pero, aunque certero, Diani Patito creyó que eso se leería un tanto informal y poco específico (y seguramente ni a Alexis ni a la UNAM les habría agradado la idea). Pero en fin, ese es el nombre que llevará en su corazón.

*Science is not only a disciple of reason but,
also, one of romance and passion.*

— Stephen Hawking

Agradecimientos

Quise hacer esta parte lo más corta posible pero no me salió. Creo que no solo debo agradecer a quienes influyeron directamente en la conclusión de este trabajo o que estuvieron presentes en esta última etapa de la Licenciatura. Cada paso y experiencia determina quienes somos; seríamos distintos a la más mínima perturbación de nuestra historia. Sinceramente me siento muy afortunada de contar con el apoyo y amistad de muchos que quisiera mencionarlos a todos en la medida de lo posible. Además, ¿Cuándo volveré a tener la oportunidad de agradecerles públicamente?

El tiempo y el conocimiento son invaluable. Alexis me regaló ambos desde el primer día que llegué a su cubo para preguntarle sobre el servicio social. Él me abrió la puerta a un mundo al que apenas me asomaba haciéndome encontrar esa pasión que sobresaltara entre todo aquello que me maravillaba de la Física. Alexis, agradezco tu paciencia, perfeccionismo y emoción en cada explicación. Ha sido un privilegio trabajar y aprender de y con un investigador como tu. Mi *padre adoptivo*, aquel que me guió y vio dar mis primeros pasos, siempre llevaré conmigo tu ejemplo y enseñanzas. Muchas gracias por ayudarme a construir la base de mi carrera.

Por supuesto, agradezco mucho a quien fungió como mi *asesor secundario*. Iker siempre estuvo dispuesto a ayudar y a darme su opinión. De él también aprendí muchas cosas que ignoraba del mundo en general mientras coincidíamos en el gusto por los neutrinos y el ciclismo. No solo la hiciste de maestro sino también de grata compañía fuera del Instituto. Gracias Iker.

To Kendall Mahn and Yasuhiro Nakajima; they answered kindly and unsparingly to all my questions regarding the analysis developed in this work. Thank you so much. I look forward to meeting you in person!

Gracias a mis Sinodales por su disposición para revisar este trabajo y enriquecerlo: al Dr. Juan Carlos D'Olivo, a quien tengo el gusto de conocer desde hace un par de años y a la Dra. Gabriela Murguía, quien ha sido un gran apoyo a lo largo de la carrera, gracias a los Doctores Eric Vázquez y Eduardo Peinado por sus consejos más allá de esta tesis.

Practice makes perfect. I want to thank the Hertel Foundation and Erick Ramberg, without whom my internship in Fermilab wouldn't have been possible. Many thanks to my mentors, Julie Whitmore and Jake Anderson, for giving me the freedom to chose my projects and for my first paper. Thanks to Hector and Tote: working beside you made the time fly even faster than it already does within a lab. It has been my best summer and one of the reasons why I decided to follow this path.

Los viajes de estudio e investigación influyeron significativamente en mi formación. Durante éstos, pude conocer a muchos futuros colegas y brillantes investigadores. Gracias a la Dra. Catalina Stern por confiar en mi y financiar varios de ellos. También, gracias al Dr.

Alberto Güijosa por su apoyo durante la aplicación al posgrado y por su consejos. Espero poder retribuir a mi *alma mater* aunque sea un poco de lo mucho que me brindó, sobre todo a la Facultad de Ciencias y al Instituto de Ciencias Nucleares de la UNAM.

Ciencias es un lugar muy peculiar, fuera de lo ordinario, en donde conocí a muchísima gente particularmente genial y a personas que me han marcado de una manera muy positiva y especial. Dicen que uno debe creer en sí mismo para que consecuentemente los demás lo hagan. Sin embargo, muchos creyeron en mí incluso cuando yo no lo hacía: Ángela, *la mejor*, y Fabián estuvieron ahí desde la primera clase de la carrera. Ángela, agradezco tu amistad y camaradería, tantas risas, música en el laboratorio y claro que también el no tomar en serio mis cartas de disertación. Fabián, el chico más brillante, sencillo y bonachón a quien he conocido, gracias por compartir tus conocimientos y hacerme partícipe de tu inteligencia, por tantos bailes y trucos de magia. Los tres hicimos un gran equipo y no pude haber pedido mejores aliados y amigos que ustedes.

La licenciatura tampoco habría sido tan alegre y enriquecedora sin la amistad de Diana quien me escuchó hablar tanto y de tantas cosas, con pocas personas me identifico como con ella; gracias por ser mi angelito. Con Pili fui incansable exploradora del mundo; gracias por aceptarme con todos mis tipos y niveles de locura. Agradezco a aquellos con quienes también pasé de los mejores días dentro y fuera de la facultad, mis físicos y matemáticos favoritos: Alonso, Ray, Estefania, Emilio, Angel, Joaquín, Gaby, Lupita, Paola, Hector, Víctor y, por supuesto, Francisco. Gracias también a los investigadores y maestros, especialmente a René Ortega.

Me mudé al D.F. dejando mucho atrás para comenzar una vida totalmente distinta. El cambio habría sido más difícil de no haber llegado al refugio escolar con *las Chelis* quienes se convirtieron en mi familia fuera de casa: Itzel, Cheli y Beti. Vivir con ustedes fue participar en una película con soundtrack infinito, con muchas fiestas y desveladas mientras jugábamos a ser adultas.

Hay gente que siempre logra hacerte reír, con quienes nada parece haber cambiado y te mantienen con los pies en la tierra, como aquellos amigos de mi pueblo quienes perdonan el tiempo y la distancia: Cynthia, Nayive, Gaby, Laila, Jorge, Anais, Erick y Rafa. Mi mejor amiga de la vida desde la primaria, Lupita, con quien comparto tanto mi mundo Defeño como Xalapeño siendo uno de mis pilares y testigos de evolución: Muchas gracias por estar en cada escalón.

Gracias a mis hermanas Bety, por su cariño incondicional, y Judith, por ofrecerme su ayuda desde la primera vez que planeé esta aventura; se que muchas veces no me entienden pero siempre las he querido y las tengo muy presentes. A mis tíos Gude y Pepe y Tere y Rubén quienes a pesar de la distancia siempre se mantienen al pendiente. A mi padre porque fue de mis mayores influencias en el gusto por la física.

Por último, agradezco a la mujer tan fuerte de quien soy hija, a mi mamá, ejemplo y motor que me dio los regalos más hermosos: la vida y el amor. Gran parte de quien soy se lo debo a ella y ninguna cantidad de palabras serán suficientes para expresar su importancia en mi vida. Sus enseñanzas y consejos los sigo aplicando incluso a las experiencias que ya no compartimos, como si todo lo que me dio formara una teoría de vida universalmente aplicable. Aún así no hay día que no me faltes ni que no te extrañe. Mami, ya descifré lo que me hace más feliz. Se que estarías orgullosa, tranquila y también muy feliz porque tu *Nana Petra* al fin encontró su lugar. Te amo.

Índice general

Agradecimientos	II
Índice general	V
Lista de figuras	VIII
Resumen	IX
Abstract	X
Introducción	XI
1. Neutrinos geniales	2
1.1. Reseña histórica	2
1.2. El Modelo Estándar	8
1.2.1. Interacciones fundamentales	10
1.2.2. Propiedades de los neutrinos	12
1.3. Fuentes de ν	13
1.4. Oscilaciones de neutrinos	17
1.4.1. Formalismo	17
1.4.2. Estatus experimental	23
2. Los experimentos MiniBooNE y SciBooNE	32
2.1. El haz de neutrinos del Booster	33
2.1.1. Haz primario de protones	34
2.1.2. Haz secundario de mesones	35
2.1.3. Conducto de decaimiento y haz terciario de neutrinos	36
2.2. El experimento SciBooNE	37
2.2.1. El rastreador de barras centelladoras: SciBar	38
2.2.2. El receptor de electrones: EC	39
2.2.3. El detector de muones: MRD	41
2.3. El experimento MiniBooNE	42
2.3.1. El detector de MiniBoone	43
2.4. Corridas y POT	45
2.4.1. Resultados oficiales	46
3. Simulaciones Monte Carlo y selección de eventos	48
3.1. Predicción del flujo de neutrinos	48
3.1.1. Contribuciones al flujo	50

3.1.2. Incertidumbres sistemáticas	51
3.2. Simulación de interacciones de neutrinos	53
3.2.1. Incertidumbres en la sección eficaz	56
3.3. Simulación de los detectores	57
3.3.1. Simulación del detector de MiniBooNE	57
3.3.2. Simulación de los detectores de SciBooNE	58
3.4. Selección de eventos	59
4. Análisis de la búsqueda de desaparición de ν_μ	63
4.1. Generalidades del análisis de oscilación	63
4.2. Datos liberados por las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE	64
4.3. Análisis sólo en MiniBooNE	67
4.3.1. Ajuste de forma y normalización en MiniBooNE	68
4.4. Análisis de desaparición sólo en SciBooNE	69
4.5. Análisis conjunto MiniBooNE + SciBooNE	70
4.5.1. Predicciones de oscilación de oscilación	70
4.5.2. Ajuste simultáneo	80
4.5.3. Correcciones al Data Release	86
5. Resultados	88
5.1. Resultado sólo con MiniBooNE	88
5.2. Resultado sólo con SciBooNE	90
5.3. Resultado conjunto MiniBooNE + SciBooNE	91
5.3.1. Método de Pearson	92
5.3.2. Método de Feldman-Cousins	95
6. Conclusiones	100
A. Correcciones al Data Release	103
A.1. Data Release corregido	103
A.2. Guía para la obtención del límite de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2	105
A.2.1. Pearsons' χ^2	105
A.2.2. Feldman-Cousin's frequentist $\Delta\chi^2$	106
A.2.3. Feldman-Cousin's frequentist χ^2	107
B. Predicción de rayos cósmicos y matriz de errores sistemáticos	108
C. Ejemplo de ajuste simultáneo para el caso de dos bins	112
C.1. Ejemplo de constricción con detector cercano	113
D. Matrices de error	115
D.1. Cálculo de una matriz de error	115
D.1.1. Resumen de incertidumbres	117
Lista de Acrónimos	119
Bibliografía	120

Índice de figuras

1.1.	Esquema del experimento de Cowan y Reines	5
1.1a.	Señal del decaimiento beta inverso	5
1.1b.	Esquema del equipo	5
1.2.	Ajuste de los datos de LEP y SLC para determinar el número de sabores de neutrinos a partir del ancho de Z^0	8
1.3.	Modelo estándar de partículas elementales	9
1.4.	Escala de masas en el Modelo Estándar	11
1.5.	Interacción débil.	11
1.5a.	Interacción del bosón W^\pm	11
1.5b.	Interacción del bosón Z^0	11
1.6.	Fuentes de neutrinos	14
1.7.	Ejemplo de oscilación de neutrinos en el modelo de dos sabores	21
1.8.	Esquema de la mezcla de neutrinos con un modelo de 3 neutrinos	23
1.8a.	Representación gráfica de los elementos de la matriz de mezcla de neutrinos	23
1.8b.	Esquema de jerarquía de masas de neutrinos	23
1.9.	Gráfica logarítmica de la probabilidad de oscilación $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ como función de L/E	24
1.10.	Resultado global de experimentos con neutrinos solares	26
1.11.	Espectro de neutrinos atmosféricos en el detector Super-Kamiokande	27
1.12.	Estatus de los experimentos con neutrinos de reactores	28
1.13.	Resultado de las regiones permitidas de parámetros de acuerdo con el experimento MINOS	30
1.13a.	Modo de neutrinos	30
1.13b.	Modo de antineutrinos	30
1.14.	Resultados preliminares de MINOS+	31
1.14a.	Resultado de jerarquía de masas	31
1.14b.	Espectro de energías de neutrinos en eventos de corriente neutra.	31
2.1.	Esquema de los experimentos SciBooNE y MiniBooNE	33
2.2.	Vista aérea de la línea del haz de neutrinos	34
2.3.	Corno electromagnético	36
2.3a.	Imagen del blanco de berilio	36
2.3b.	Fotografía del corno electromagnético	36
2.4.	El rastreador de barras centelladoras: SciBar	38
2.4a.	Esquema del detector	38
2.4b.	Fotografía de las fibras de corrimiento de longitud de onda	38
2.5.	Electrónica de SciBar	39

2.6.	El receptor de electrones: EC	40
2.6a.	Esquema del calorímetro electromagnético	40
2.6b.	Fotografía del calorímetro electromagnético	40
2.7.	El detector de muones: MRD	41
2.7a.	Imagen del detector	41
2.7b.	Esquema de paleta	41
2.8.	Esquema del edificio de MiniBooNE	42
2.9.	Detector de MiniBooNE	43
2.9a.	Esquema del tanque de MiniBooNE	43
2.9b.	Separación entre la región de señal (en negro) y de veto (en blanco).	43
2.9c.	Región de señal dentro del tanque de MiniBooNE.	43
2.10.	Resultado oficial de la búsqueda de desaparición en el experimento conjunto entre MiniBooNE y SciBooNE	47
2.10a.	Resultado de desaparición de ν_μ	47
2.10b.	Resultado de desaparición de $\bar{\nu}_\mu$	47
3.1.	Predicción del flujo de neutrinos en SciBooNE	49
3.1a.	Flujo en modo de neutrinos	49
3.1b.	Flujo en modo de antineutrinos	49
3.2.	Predicción del flujo de neutrinos en MiniBooNE	50
3.2a.	Flujo en modo de neutrinos	50
3.2b.	Flujo en modo de antineutrinos	50
3.3.	Sección eficaz de los neutrinos para distintos tipos de interacciones.	56
3.4.	Evento de dispersión cuasi-elástica de corriente cargada en SciBooNE	61
3.4a.	Vista desde arriba del detector	61
3.4b.	Vista lateral del detector	61
3.5.	Evento con tres trazas en SciBooNE: producción de piones	61
3.5a.	Vista desde arriba del detector	61
3.5b.	Vista lateral del detector	61
3.6.	Identificación de partículas en MiniBooNE	62
3.7.	Topología de los eventos en el detector de MiniBooNE	62
3.7a.	Muón	62
3.7b.	Electrón	62
3.7c.	Pión	62
4.1.	Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ en los detectores de SciBooNE y de MiniBooNE para distintos parámetros de oscilación	72
4.2.	Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ de ν_μ en los detectores de SciBooNE y de MiniBooNE para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$	73
4.3.	Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ normalizadas con el factor en el punto de nula oscilación.	74
4.4.	Predicción de distribuciones normalizadas con el factor en el punto de nula oscilación para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$	75
4.5.	Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ normalizadas al número de eventos observados en los detectores de SciBooNE para distintos parámetros de oscilación	76
4.6.	Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ normalizadas al número de eventos observados en los detectores de SciBooNE para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$	77

4.7.	Representación de la correlación entre los detectores SciBar, SciMRD y MiniBooNE	79
4.7a.	Esquema de la correlación entre bins de los detectores SciBar, SciMRD y MiniBooNE	79
4.7b.	Elementos de la matriz fraccionaria de error sistemático	79
4.8.	Efecto de la perturbación alrededor del histograma de predicción en el punto de nula oscilación y en el mejor ajuste.	84
4.9.	Superficie χ^2 liberada por SciBooNE y MiniBooNE	85
4.10.	Superficie $\Delta\chi^2$ liberada por SciBooNE y MiniBooNE	85
4.11.	Distribuciones de $\chi^2(\mathbf{p}_v)$ y $\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v)$ para 1000 experimentos ficticios generados en el punto verdadero $\mathbf{p}_v = (\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$	86
4.11a.	Distribución de χ^2 para experimentos ficticios en el punto de nula oscilación.	86
4.11b.	Distribución de χ^2 para experimentos ficticios en el punto de mejor ajuste.	86
4.11c.	Distribución de $\Delta\chi^2$ para experimentos ficticios en el punto de nula oscilación.	86
4.11d.	Distribución de $\Delta\chi^2$ para experimentos ficticios en el punto de mejor ajuste.	86
5.1.	Límites al 90 % N.C. de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 obtenidos usando únicamente los datos de MiniBooNE.	89
5.2.	Límites al 90 % N.C. de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 obtenidos usando únicamente los datos de los detectores SciBar y SciMRD.	91
5.3.	Comparación entre las curvas de nivel a 60.8 de la χ^2 oficial y de la obtenida independientemente para el análisis conjunto	93
5.4.	Límites de exclusión de $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ al 90 % N.C. con cortes de χ^2 y de $\Delta\chi^2$ para los casos solo MiniBooNE, solo SciBooNE y análisis simultáneo con el método de Pearson.	94
5.5.	Superficies estadísticas calculadas para el análisis simultáneo.	97
5.5a.	Superficie χ^2_{DPM} de Pearson.	97
5.5b.	Superficie $\Delta\chi^2_{DPM}$ frecuentista	97
5.6.	Histogramas de eventos de ν_μ observados en los detectores SciBar y SciMRD. Cociente entre predicciones con respecto al punto de nula oscilación.	98
5.7.	Resultado del experimento conjunto de búsqueda de desaparición de ν_μ en SciBooNE y MiniBooNE	99

**Búsqueda de desaparición de neutrinos del muón
en el haz de neutrinos del Booster de Fermilab**

por

Diana Patricia Méndez Méndez

Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias, UNAM

Resumen

En este trabajo se realizó el análisis de desaparición de neutrinos del muón producidos en el haz de neutrinos del Booster de Fermilab, empleando los datos puestos a disposición del público por las colaboraciones de los experimentos MiniBooNE y SciBooNE. Los cálculos se realizaron en programas escritos en los lenguajes C y C++, implementando las librerías de ROOT. Del análisis, tanto con un acercamiento clásico con el método de Pearson como con las correcciones frecuentistas del método de Feldman y Cousins, se obtuvo el límite al 90% de N.C. de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 en la región $0.1 \leq \Delta m^2 \leq 10 \text{eV}^2$ con un modelo de dos neutrinos. El resultado presentado en este trabajo es consistente con el oficial, con pequeñas desviaciones debidas a errores de redondeo en el formato de los datos utilizados, así como a fluctuaciones estadísticas en la generación de experimentos ficticios usados en el cálculo de Feldman y Cousins. Tanto el resultado oficial como el presentado aquí son consistentes con la hipótesis de oscilación nula. Este trabajo fue realizado de manera independiente a las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE y sus resultados no son oficiales.

Director: Dr. Alexis Armando Aguilar Arévalo, Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.

**Search for muon neutrino disappearance
in the Booster neutrino beam of Fermilab**

by

Diana Patricia Méndez Méndez
Bachelor Thesis. Facultad de Ciencias, UNAM

Abstract

In this work we carried out the disappearance analysis of muon neutrinos produced in the Fermilab Booster Neutrino Beam, using the data released to the public by the collaborations of the MiniBooNE and SciBooNE experiments. The calculations were made with programs in C and C++, implementing the ROOT libraries. From the analysis, using both the classical Pearson method and the Feldman and Cousins frequentist corrections, we obtained the 90% C.L. limit for the oscillation parameters $\sin^2 2\theta$ and Δm^2 in the region $0.1 \leq \Delta m^2 \leq 10 \text{eV}^2$ using a two neutrino model. The result presented in this work is consistent with the official one, with small deviations ascribed to round-off errors in the format of the used data, as well as statistical fluctuations in the generation of fake experiments used in the Feldman and Cousins method. As the official one, our result is consistent with the null oscillation hypothesis. This work was carried out independently to the MiniBooNE and SciBooNE collaborations and its results are not official.

Thesis Supervisor: Dr. Alexis Armando Aguilar Arévalo, Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.

Introducción

Las oscilaciones de neutrinos son un fenómeno de interferencia en mecánica cuántica a través del cual un neutrino creado de un sabor específico puede ser detectado como un neutrino de otro sabor a una cierta distancia de la fuente, con una probabilidad que depende del cociente entre la energía E del neutrino y la distancia recorrida L . En 1957 Bruno Pontecorvo [1] propuso oscilaciones entre neutrinos y antineutrinos de manera análoga a como ocurre entre kaones neutros y en 1962 Maki, Nakagawa y Sakata [2] sugirieron transiciones entre neutrinos de distintos sabores siempre y cuando los neutrinos fueran partículas con masa y si los eigenestados de sabor fueran mezclas de los eigenestados de masa. Así pues hay tres eigenestados de sabor: neutrino del electrón (ν_e), neutrino del muón (ν_μ) y neutrino del tau (ν_τ), los cuales son producidos o detectados experimentalmente, y tres eigenestados de masa ν_1 , ν_2 y ν_3 con masas m_1 , m_2 y m_3 respectivamente, los cuales se expresan como combinaciones lineales de los eigen estados de sabor a través de una matriz conocida como la matriz de mezcla o matriz PMNS (Pontecorvo, Maki, Nakagawa y Sakata). Considerando el caso de sólo dos neutrinos y bajo la aproximación ultra relativista la probabilidad de supervivencia de un neutrino, es decir, que por ejemplo un neutrino muón no oscile y sea detectado como un ν_μ es

$$P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu} = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \left(1.27 \frac{\Delta m^2 L}{E} \right), \quad (1)$$

en donde θ es el ángulo de mezcla, Δm^2 la diferencia de masas al cuadrado en eV^2/c^4 , L en m y E en MeV.

Desde el descubrimiento de un déficit en el flujo de neutrinos provenientes del sol, conocido como el *problema de los neutrinos solares (solar neutrino problem)* por Davis en 1968 [3], numerosos experimentos se han realizado para detectar los neutrinos provenientes de distintas fuentes, tanto naturales como artificiales [4], para estudiar su fenómeno de oscilación.

Observaciones de oscilaciones de neutrinos para diferencias de masa Δm^2 de $\sim 10^{-5} \text{eV}^2$ y de $\sim 10^{-3} \text{eV}^2$ son consistentes con tres generaciones de neutrinos y con una matriz unitaria de mezcla. Sin embargo, los experimentos LSND en el laboratorio de Los Alamos y MiniBooNE en Fermilab observaron un exceso de $\bar{\nu}_e$ provenientes de un haz de $\bar{\nu}_\mu$ indicando la posible existencia de nueva física en $\Delta m^2 \sim 1 \text{eV}^2$. Dicho fenómeno puede ser explicado al introducir generaciones adicionales de neutrinos ligeros así como también la adición de especies de neutrinos ligeros estériles, respaldados por datos experimentales de la teoría electrodébil [5], es decir de neutrinos con acoplamiento despreciable a los bosones W^\pm y Z . La búsqueda de desaparición de ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) en especies de neutrinos estériles puede restringir los modelos usados para explicar los resultados de los experimentos de aparición de $\bar{\nu}_e$ en el LSND y en MiniBooNE. Primero, se espera que las oscilaciones de neutrinos y de antineutrinos sean o bien idénticas en tales modelos o relacionadas via fases de violación de la simetría CP

[6] o debidas a efectos por materia fuera del modelo estandar [7, 8]. En segundo lugar, los experimentos de desaparición de ν_μ y de $\bar{\nu}_\mu$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x$) someten a prueba a los elementos en la matriz de mezcla de neutrinos los cuales también gobiernan la aparición de ν_e y $\bar{\nu}_e$ ($\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$). Como resultado, se han realizado numerosos análisis globales para determinar si los datos adquiridos son relevantes en la región de oscilación para $\Delta m^2 \sim 1\text{eV}^2$ en tres canales distintos (aparición de ν_e y desaparición tanto de ν_e como de ν_μ) y consistentes con los modelos de neutrinos estériles.

La colaboración del experimento MiniBooNE ha reportado límites en la desaparición de ν_μ y de $\bar{\nu}_\mu$ en dicha region de Δm^2 . Debido a que la sensibilidad del experimento MiniBooNE se vio limitada por incertidumbres significativas que repercutieron en el cálculo del flujo de neutrinos y de las secciones eficaces, se contempló entonces el uso de los datos del experimento SciBooNE para contrañir los errores. La constrictión es posible debido a que ambos detectores comparten el mismo haz de neutrinos provenientes del Booster del laboratorio Fermilab y el mismo material elemental como blanco. Por otro lado, el experimento SciBooNE es un experimento de medición de secciones eficaces de neutrinos y de antineutrinos a energías alrededor de 1 GeV; está formado por tres subdetectores: Un rasteador de centelleo (SciBar), un calorímetro electromagnético (EC) y un detector de muones (MRD). Las mediciones de SciBooNE han sido usadas por experimentos como T2K y fungió como detector cercano del experimento K2K (ambos en Japón) antes de ser trasladado a Fermilab. SciBooNE y MiniBooNE adquirieron datos conjuntamente durante un año (Julio 2007-Agosto 2008) en la segunda corrida de este último en modo de neutrinos comprendiendo 0.83×10^{20} protones en el blanco, *Protons On Target* (POT); en modo de antineutrinos, SciBooNE contribuyó en 1.53×10^{20} POT de un total de 1.01×10^{21} .

Actualmente existe interés dentro de la colaboración MiniBooNE en hacer un análisis conjunto de los datos de aparición de ν_e ($\bar{\nu}_e$) y de desaparición de ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) en un esquema con neutrinos estériles (modelos $3 + n$). Trabajos anteriores han demostrado que los resultados publicados de análisis de aparición de ν_e pueden reproducirse de los datos puestos a disposición pública por la colaboración MiniBooNE, sin embargo la documentación sobre la desaparición correspondiente a la reproducibilidad de los resultados publicados sobre la desaparición de ν_μ y $\bar{\nu}_\mu$ empleando los datos liberados incluyendo a SciBooNE es escasa.

En esta tesis se utilizaron los datos liberados al público por las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE en la búsqueda de desaparición de ν_μ para obtener las regiones de exclusión de los parámetros de oscilación en un modelo con dos sabores de neutrinos empleando dos tipos de análisis, clásico y frecuentista. El primer análisis se hizo usando el estadístico clásico χ^2 de Pearson con los datos de MiniBooNE y SciBooNE separadamente y posteriormente se implementó para el análisis conjunto. El método frecuentista de Feldman-Cousins se implementó en el caso del análisis conjunto únicamente. Este ejercicio sirvió para mostrar la mejora que tienen los resultados con el experimento conjunto así como también para corroborar los resultados de las colaboraciones involucradas. Aunado a ello, durante la realización de este trabajo se identificó que había información faltante en los datos liberados públicamente, la cual es necesaria para reproducir los resultados. Para la obtención de los resultados independientes, se escribieron programas de propia autoría para el cálculo de los límites al 90% de nivel de confianza en el espacio bidimensional de parámetros así como también aquellos para la presentación de los gráficos. Si bien, existen diferencias con el contorno obtenido, las regiones son estadísticamente equivalentes. Cabe notar que el programa más robusto escrito para el método de Feldman-Cousins se distribuyó en 6 núcleos de una

misma computadora mientras que el resultado oficial se obtuvo considerando más puntos dentro del espacio de parámetros y usando el Cluster de Fermilab. Queda pendiente para un futuro trabajo la verificación de los datos para la reproducción del análisis con $\bar{\nu}_\mu$. Este trabajo fue realizado de manera independiente a las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE y sus resultados no son oficiales.

La estructura de este trabajo es la siguiente: en el capítulo 1 se da una introducción histórica acerca del descubrimiento de los neutrinos junto con algunos experimentos que ayudaron a profundizar en su conocimiento. Se presenta también una breve descripción del modelo estándar y de las propiedades y fuentes de los neutrinos junto con el formalismo teórico del fenómeno de oscilación. Al final del primer capítulo se hace un compendio de su estatus experimental. En el capítulo 2 se describen los experimentos MiniBooNE y SciBooNE (el haz de neutrinos y los detectores) y se muestra el resultado oficial conjunto de la búsqueda de desaparición de neutrinos del muón. Otros aspectos de los experimentos, como las simulaciones del haz, de las interacciones y de los detectores, así como las predicciones del flujo y de las incertidumbres consideradas en cada uno de ellos, se desarrollan en el capítulo 3. El capítulo 4 aborda el método de análisis seguido para la obtención de los resultados de esta tesis los cuales se presentan en el capítulo 5. Las conclusiones del trabajo se leen en el capítulo 6. Al final se presenta un apartado con apéndices que contienen información necesaria para la realización de los cálculos en este trabajo.

Capítulo 1

Neutrinos geniales

It maybe so, there is no arguing against facts and experiment.

— Isaac Newton

La existencia del neutrino fue sugerida por Wolfgang Pauli en una famosa carta, *Liebe radioactive damen und herren*¹, con fecha del 4 de Diciembre de 1930 y dirigida a una conferencia acerca de radioactividad en Tubingen. En esta carta Pauli explica la falta de energía en el decaimiento β del ^{210}Bi y la pobre estadística en este decaimiento debida a la emisión de una partícula neutra, aún sin descubrir, a la cual llamó *neutrón*². La propuesta de Pauli impactó al italiano Enrico Fermi quien dio a esta partícula el nombre de *neutrino*³ y la introdujo en su teoría sobre interacciones débiles. Desde un principio, Fermi sugirió que el neutrino debía tener una masa extremadamente pequeña, *incluso menos que la del electrón*; de hecho, en artículos posteriores sugirió que no tenía masa.

El modelo estándar describe correctamente la interacción de los neutrinos vía interacción débil y, en los últimos 20 años, se ha descubierto que la masa de los neutrinos es distinta de cero aunado a la evidencia de la mezcla de leptones. Estos descubrimientos están basados en la observación de que los neutrinos pueden cambiar de “sabor”; dicho fenómeno se conoce como *oscilación de neutrinos*.

1.1. Reseña histórica

Desde su descubrimiento, el comportamiento de los neutrinos ha demostrado ser fuera de lo ordinario. El neutrino fue la primera partícula en ser postulada teóricamente y, posteriormente, descubierta de manera experimental. Su historia comienza con la investigación del decaimiento β .

Luego de la observación de líneas discretas en el decaimiento α y γ de núcleos atómicos, fue una sorpresa que, en 1914, J. Chadwick descubriera un espectro continuo de energía de los electrones emitidos en el decaimiento β [9]. Fueron dos las interpretaciones; una asumía electrones primarios con una distribución continua de energías (seguida principalmente

¹En ella además justificaba su ausencia: *No puedo estar con ustedes debido a un baile que tendrá lugar aquí en la noche del 6 al 7 de enero.*

²Aún no había sido descubierto el verdadero neutrón

³Traducido del italiano como *pequeño neutrón*.

por C.D. Ellis) y la otra asumía procesos secundarios los cuales ensanchaban la energía discreta inicial de los electrones (seguida principalmente por L. Meitner). Para resolver la interpretación correcta, se requería de la medición de un calorímetro la cual resultaría en una energía promedio del electrón o de una energía máxima.

Esto puede entenderse de la siguiente forma: el decaimiento β es descrito por un decaimiento a tres cuerpos

$$M(A, Z) \rightarrow D(A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu}_e,$$

donde $M(A, Z)$ representa al núcleo madre y $D(A, Z + 1)$ al hijo. El decaimiento real es el de un neutrón en un protón, electrón y antineutrino. Para el decaimiento en reposo de $M(A, Z)$ la energía del electrón debe estar entre

$$E_{min} = m_e,$$

y, usando la conservación de la energía

$$E_{max} = m_M - m_D - T_D - E_\nu \approx m_M - m_D. \quad (1.1)$$

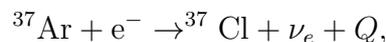
En el último paso de (1.1) se despreció el pequeño retroceso cinético T_D del núcleo hijo y se asumió $E_\nu = 0$ (considerando $m_\nu = 0$). Entonces, si sólo existieran electrones en el estado final, la medición en el calorímetro debería ser siempre $E_{max} = m_M - m_D$.

El experimento se hizo usando el decaimiento β del isótopo RaE⁴. La medición fue 344 keV $\pm 10\%$ lo cual apoyaba la primera explicación. Sin embargo, L. Meitner no estaba convencido y repitió el experimento obteniendo 337 keV $\pm 6\%$ confirmando el origen primario del espectro continuo del electrón. Solo había dos posibles explicaciones a estas observaciones: la ley de conservación de la energía solo era válida estadísticamente en este proceso (preferida por N. Bohr) o existía una partícula adicional indetectable (a la que, posteriormente, E. Fermi llamaría *neutrino*) la cual cargaba con la energía adicional y el espín (preferida por W. Pauli). Había una segunda razón para la propuesta de Pauli y fue la conservación del momento angular: se había observado que si el átomo madre tenía un espín entero/fraccional en el decaimiento β , entonces también lo tenía el hijo, lo cual no podría explicarse con la emisión de un solo electrón con espín $\frac{1}{2}$.

En la carta escrita por W. Pauli en Diciembre de 1930, él proponía una solución al problema: una nueva partícula con espín $\frac{1}{2}$ producida junto con el electrón pero que escapaba a la detección. De esta forma se podía explicar el espectro continuo pues tanto el electrón como el neutrino compartían la energía de transición de modo que la suma de ambos siempre correspondía a la energía de transición completa. Poco después de que el neutrón fue detectado, la comprensión de decaimiento β cambió rápidamente lo cual llevó a Enrico Fermi a desarrollar su exitosa teoría acerca de éste. El primer experimento para apoyar la teoría del neutrino vendría 20 años después.

Experimento de retroceso nuclear de Rodeback y Allen

La primera evidencia experimental de los neutrinos se encontró en la captura electrónica del ³⁷Ar



⁴Ahora conocido como ²¹⁰Bi con valor de transición nuclear $Q = 1161\text{keV}$.

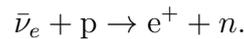
con $Q = 816$ keV. Dado que el proceso incluye solo a dos partículas en el estado final, entonces, la energía de retroceso nuclear es fija. Luego, usando la conservación de energía y momento, la energía de retroceso T_{Cl} está dada por

$$T_{Cl} = \frac{E_\nu^2}{2m_{Cl}} \approx \frac{Q^2}{2m_{Cl}} = 9,67\text{eV},$$

ya que la masa en reposo del átomo de ^{37}Cl es mucho mayor que $Q \approx E_\nu$. Esta energía corresponde a una velocidad de 0.71 cm/ μs para el núcleo de ^{37}Cl . Por lo tanto, la velocidad de retroceso podría ser medida por la detección de una coincidencia retardada empezada por los electrones Auger emitidos después de la captura del electrón y detenidos al medir el núcleo en retroceso. Con una longitud de vuelo de 6 cm, se esperaba un retraso de 8.5 μs pero se observó que este era de 7 μs . Las mediciones se repitieron implementando algunas mejoras al espectrómetro y se midió la energía de retroceso $T_{Cl} = (9.63 \pm 0.03)$ eV.

Descubrimiento de neutrino por Cowan y Reines

La detección de los neutrinos tuvo lugar gracias a reactores nucleares, los cuales son una gran fuente de neutrinos. La reacción básica fue

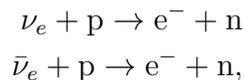


La condición de detección fue, en un principio, la coincidencia de fotones con 511 keV de energía asociados a la aniquilación de un positrón y a la captura de un neutrón unos μs después. Cowan y Reines usaron un tanque con agua, y CdCl_2 disuelto, rodeado por dos tipos de líquido centellador. Con los líquidos centelladores se detectaron los fotones producidos en la aniquilación de un positrón así como aquellos de la reacción $^{113}\text{Cd}(n, \gamma)^{114}\text{Cd}$ después de la captura de un neutrón.

El experimento se llevó a cabo en 1953 en el reactor Hanford (Estados Unidos); se observó una señal muy vaga al usar alrededor de 300 l de líquido centellador y un escudo muy débil para combatir el ruido. En 1956 se repitió el experimento en el reactor del Río Savannah, también en los Estados Unidos, con 4200 l de centellador, provando finalmente la existencia de los neutrinos.

Diferencia entre ν_e y $\bar{\nu}_e$

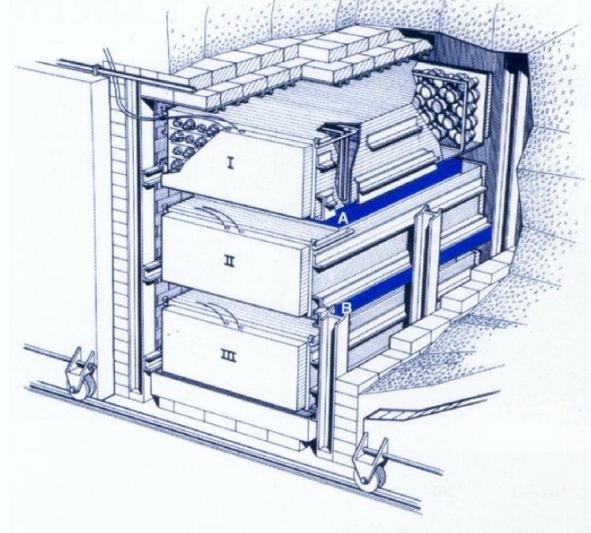
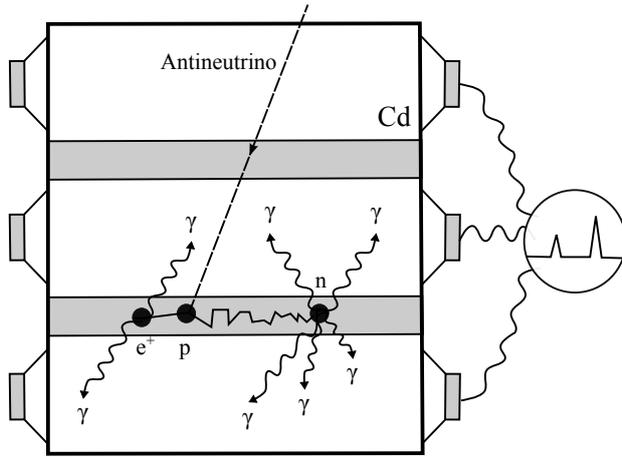
Si los neutrinos y los antineutrinos interactuaran de la misma forma con la materia⁵, las reacciones



deberían tener la misma sección eficaz. Davis buscó la reacción



⁵Es preciso aclarar que no se habla de la diferencia entre un neutrino y un antineutrino en su forma más fundamental si no en cuanto a su acoplamiento con los quarks mediante interacción débil; determinar si los neutrinos son su propia antipartícula es un campo distinto y que continúa en exploración.



(a) Señal del decaimiento beta inverso en dos partes.

(b) Esquema del equipo.

Figura 1.1: Esquema del experimento de Cowan y Reines. En (a), se esquematiza el decaimiento beta inverso: La primera señal de la reacción son dos rayos gama γ de 0.511MeV en direcciones opuestas los cuales se derivan de la aniquilación de un positrón e^- . Este evento es seguido unos μs después por una segunda señal debida a rayos gama derivados de la captura de un electrón en el Cd. En (b) se muestra el esquema del equipo. Los tanques marcados con I, II y III contenían 1400 litros de líquido centelleador; a los costados se acoplaron 55 tubos fotomultiplicadores. Los tanques delgados señalados con A y B contenían 200l. de agua la cual proveía los protones blanco y contenía 40 kg. de Cd disuelto para la captura de neutrones.

usando el reactor de Brookenhaven (USA) y 4000 l de líquido CCl_4 . Los átomos producidos de Ar eran extraídos burbujando con He en el líquido y luego congelando los átomos en una trampa de carbón [10]. Al no observar el proceso para antineutrinos, se determinó el límite superior para la sección eficaz

$$\bar{\sigma}(\bar{\nu}_e + {}^{37}\text{Cl} \rightarrow e^- + {}^{37}\text{Ar}) < 0.9 \times 10^{-45} \text{cm}^2,$$

cuando la predicción teórica era $\bar{\sigma} \approx 2.6 \times 10^{-45} \text{cm}^2$ [10].

Descubrimiento de la violación de paridad en interacciones débiles

La paridad se define como una transformación de simetría mediante la inversión del origen teniendo como resultado $x \rightarrow -x$. La conservación de paridad implica que cualquier proceso y su reflejado por un espejo tienen la misma probabilidad de ocurrencia. Por lo tanto, para establecer la violación de paridad es necesario que una cantidad observable sea distinta para ambos procesos. Por ejemplo, una posible distribución angular

$$\Delta\theta = \lambda(\theta) - \lambda(180^\circ - \theta),$$

donde λ es la probabilidad de emisión de un electrón con ángulo θ con respecto a la dirección del espín del núcleo. Bajo transformación de paridad el ángulo de emisión cambia como $\theta \rightarrow \pi - \theta$ por lo que $\Delta\theta \rightarrow -\Delta\theta$. En el experimento de Wu *et al.* [11], en 1957, se usaron átomos de ${}^{60}\text{Co}$; para tener una polarización significativa se implementaron sales paramagnéticas en los átomos y éstos se mantuvieron a 0.01 K. El decaimiento de ${}^{60}\text{Co}$ es



La configuración de espejo se obtuvo invirtiendo el campo magnético aplicado. El resultado fue que los electrones eran emitidos preferiblemente en la dirección opuesta del espín con respecto al núcleo madre, lo cual fue la clara evidencia de que $\Delta\theta \neq 0$ y que el decaimiento β viola paridad.

Otro ejemplo de violación de paridad es el decaimiento del pión en reposo [12]. El decaimiento de π^+ es

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu.$$

El hecho de que el pión tiene espín cero y que decae en reposo, implica que el espín del muón y del neutrino son opuestos. Definiendo la helicidad h como

$$h = \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \quad (1.2)$$

esto tiene como resultado $h(\mu^+) = h(\nu_\mu) = -1$. Al aplicar la transformación de paridad, $h(\mu^+)$ y $h(\nu_\mu)$ son $+1$. La invarianza de la paridad implica que ambas helicidades deberían tener la misma probabilidad y que no se debería observar una polarización longitudinal del muón. La violación hubiera quedado establecida de haber existido polarización. Al medir $h(\mu^+) = +1$, resulta que la paridad es máximamente violada.

Medición directa de la helicidad del neutrino

La idea principal del experimento fue que la helicidad del neutrino podía determinarse bajo circunstancias especiales al medir la polarización de los fotones en reacciones de captura de electrones. En el experimento clásico de Goldhaber *et al.* [13], se usó la captura de electrones de ^{152}Eu . El decaimiento es

$$^{152}\text{Eu} + e^- \rightarrow \nu_e + ^{152}\text{Sm}^* \rightarrow ^{152}\text{Sm} + \gamma.$$

De la conservación del momento, en el decaimiento en reposo de ^{152}Eu , $\mathbf{p}_{\text{Sm}^*}^{152} = -\mathbf{p}_\nu$. La emisión hacia atrás de fotones a 961 keV detendrían al núcleo de Sm implicando que $\mathbf{p}_\gamma = -\mathbf{p}_\nu$. Tales fotones también se llevarían la energía de retroceso del $^{152}\text{Sm}^*$, esencial para absorción resonante (para tomar en cuenta el efecto Doppler) usada en la detección. El momento de los fotones es antiparalelo al de los neutrinos. De aquí que, combinando con arreglo de momentos, la helicidad del neutrino y del fotón son la misma. La helicidad de los fotones no es más que la polarización circular la cual puede medirse por difracción de Compton en un bloque de hierro magnetizado antes del proceso de absorción. El resultado del experimento fue entonces que los neutrinos tienen helicidad $h(\nu) = -1$.

Prueba experimental de la diferencia ente ν_μ y ν_e

En 1959, Bruno Pontecorvo investigó si la emisión de un neutrino junto con un electrón en el decaimiento β era el mismo que el emitido en el decaimiento de un pión. Si ν_μ y ν_e eran partículas idénticas entonces

$$\nu_\mu + n \rightarrow \mu^- + p, \quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n \quad \text{y} \quad \nu_\mu + n \rightarrow e^- + p, \quad \bar{\nu}_\mu + p \rightarrow e^+ + n,$$

deberían tener la misma frecuencia pues las últimas podrían ocurrir por ν_e y $\bar{\nu}_e$; de otra forma las últimas dos no deberían observarse. El experimento se hizo en Brookhaven con un haz de protones de 15 GeV incidentes en un blanco de berilio. Los piones secundarios

creados y los kaones produjeron un haz casi puro de ν_μ . Se instalaron 10 módulos de cámaras de chispas de 1 tonelada [14] detrás de un escudo de 13.5 m de acero para absorber a los hadrones y a la mayoría de los muones. El resultado fue un total de 29 eventos candidatos a muones y 6 candidatos a electrones, mostrando que, claramente, $\nu_\mu \neq \nu_e$. Posteriormente, el experimento se repitió en el laboratorio de la Organización Europea para la Investigación Nuclear, *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire* (CERN) con mayor estadística y confirmando el resultado.

Descubrimiento de la corriente débil neutra

El desarrollo de la teoría electrodébil por Glashow, Weinberg y Salam [15] predijo la existencia de nuevos bosones de norma llamados W y Z. Asociado con la existencia del bosón Z, debería existir en la naturaleza una corriente débil neutra. Los bosones Z fueron detectados en la cámara de burbujas *Gargamelle*, en el CERN. Se usó un haz de $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu$ dirigido hacia la cámara de burbujas de 14 m³ con gas freón. La búsqueda confiaba en eventos puramente hadrónicos sin leptones cargados (*i.e.* eventos de corriente neutra, *Neutral Current* (NC)) en el estado final descritos por

$$\nu_\mu + N \rightarrow \nu_\mu + X, \quad \bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \bar{\nu}_\mu + X,$$

donde X denota al estado final hadrónico. Adicionalmente, se detectaron las interacciones de corriente cargada, *Charged Current* (CC)

$$\nu_\mu + N \rightarrow \mu^- + X, \quad \bar{\nu}_\mu + N \rightarrow \mu^+ + X.$$

Se observó un total de 102 eventos de NC y 428 de CC en el haz de neutrinos y 64 de NC y 148 de CC en el modo antineutrino. También se descubrieron eventos de NC puramente leptónicos resultado de $\bar{\nu}_\mu + e \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e$.

Descubrimiento de los bosones de norma W y Z

Los bosones de norma predichos por el modelo de Glashow-Weinberg-Salam (GWS) se descubrieron finalmente en 1983 en dos experimentos del CERN, UA1 y UA2 [16, 17, 18]. Los procesos de producción de corriente neutra y cargada dados a nivel de quarks son

$$\begin{aligned} \bar{d} + u &\rightarrow W^+ \rightarrow e^+ + \nu_e(\mu^+ + \nu_\mu), \\ \bar{u} + d &\rightarrow W^- \rightarrow e^- + \nu_e(\mu^- + \bar{\nu}_\mu), \\ \bar{d} + d &\rightarrow Z^0 \rightarrow e^+ + e^-(\mu^+ + \mu^-), \\ \bar{u} + u &\rightarrow Z^0 \rightarrow e^+ + e^-(\mu^+ + \mu^-). \end{aligned}$$

Estos experimentos fueron difíciles pues las secciones eficaces de producción de los bosones W y Z son muy pequeñas a energías de colisión, $\bar{p}p$, de 540 GeV, usadas como centro de masa en dichos experimentos. Ambos experimentos reportaron un total de 25 eventos de bosones W o Z pero la tasa se incrementó posteriormente con el colisionador de e^+e^- LEP y con el SLC en SLAC lo cual permitió determinar mejor sus propiedades.

Número de sabores de neutrinos a partir del ancho del Z⁰

El número N_ν de neutrinos ligeros⁶ fue determinada por LEP por medio de la medición del ancho total de decaimiento Γ_Z de la resonancia del Z⁰. Experimentalmente, la resonancia

⁶ $m_\nu < m_Z/2$

Z^0 se ajusta con cuatro parámetros los cuales tienen pequeñas correlaciones entre ellos:

$$m_Z, \quad \Gamma_Z, \quad \sigma_{had}^0 = \frac{12\pi}{m_Z^2} \frac{\Gamma_e \Gamma_{had}}{\Gamma_Z^2} \quad \text{y} \quad R_l = \frac{\Gamma_{had}}{\Gamma_l}.$$

σ_{had}^0 se determina del máximo de la resonancia en $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$. Usando el ajuste más reciente [5] a los datos de los colisionadores electrón-positrón LEP y del SLC (ver figura 1.2), se ha determinado que

$$N_\nu = 2.9840 \pm 0.0082,$$

lo cual concuerda con la expectación teórica de tres neutrinos.

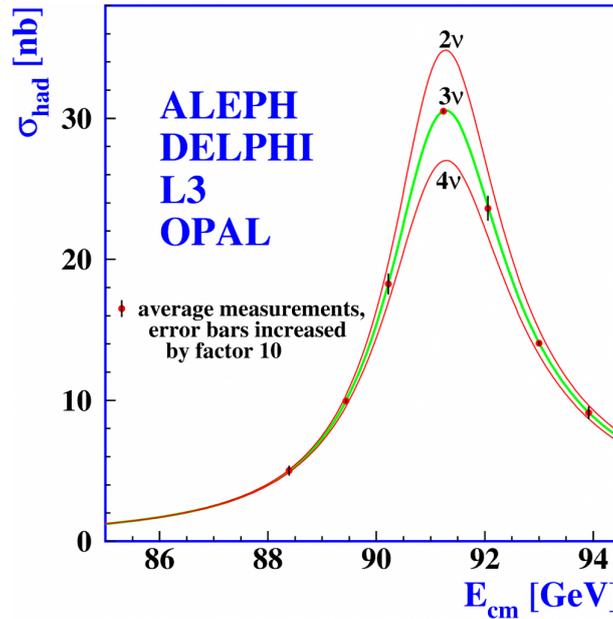


Figura 1.2: Sección eficaz como función de la energía de centro de masa \sqrt{s} para la reacción $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$ obtenida por los experimentos de LEP (ALEPH, DELPHI, L3 y OPAL) y por el SLC. Se muestran tres curvas correspondientes a la predicción del modelo estándar con 2, 3 y 4 sabores de neutrinos ligeros [5].

1.2. El Modelo Estándar de Partículas

Hace poco más de 70 años solo se conocían algunas “partículas elementales” (el protón, el neutrón, el electrón y el neutrino junto con el fotón). El universo tal cual lo conocemos ahora está formado en mayor parte por estas partículas. Sin embargo, los intentos por entender los detalles de la fuerza nuclear entre protones y neutrones así como el descubrimiento de nuevas partículas llevaron a la construcción de un modelo bastante simple dentro del caos que parecía emerger. La Física de partículas estudia los constituyentes fundamentales de la materia y sus interacciones. Sin embargo, conforme se ha profundizado en el conocimiento a lo largo del tiempo, han cambiado las partículas consideradas como fundamentales. El Modelo Estándar (ME) intenta explicar fenómenos físicos al nivel más fundamental en términos de las propiedades e interacciones de un pequeño número de partículas *elementales*, i.e. se tratan como partículas puntuales, sin estructura interna ni estados excitados. Dichas partículas se dividen en tres grandes grupos: los *quarks* (q) y los *leptones* (l), ambos *fermiones* con espín $\frac{1}{2}$ y los *bosones de norma* con espín 1 los cuales actúan como “portadores de fuerza” en la

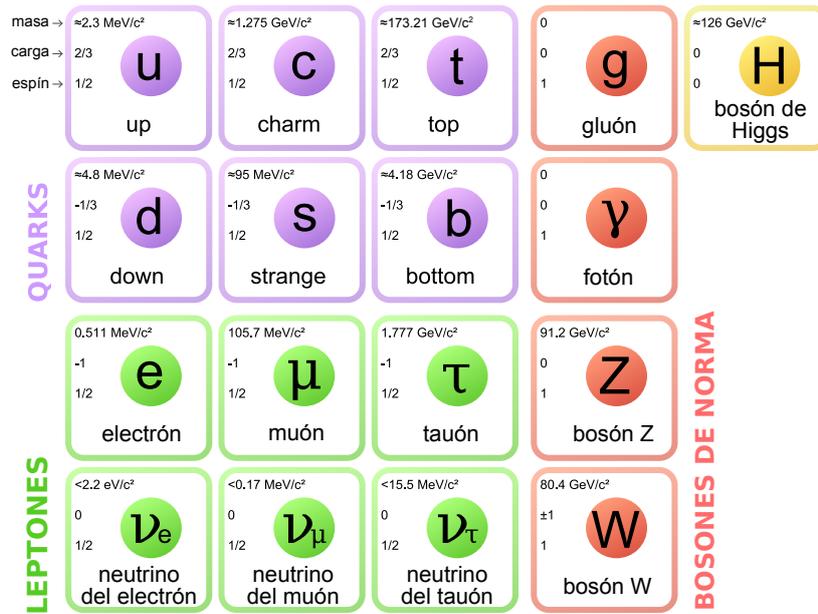


Figura 1.3: Modelo estándar de partículas elementales. Las primeras tres columnas representan las tres generaciones de partículas en donde las primeras dos filas corresponden a los quarks y el siguiente par a los leptones. La cuarta columna muestra a los bosones de norma y en la quinta el bosón de Higgs.

teoría. Adicionalmente el llamado *bosón de Higgs*⁷, con espín 0 se postula para explicar el origen de la masa dentro de la teoría. Aún más, a cada partícula del ME se le asocia otra con misma masa pero con propiedades opuestas (carga, espín, color) llamada *antipartícula*⁸. Dicho resultado es una consecuencia de combinar la relatividad especial con mecánica cuántica. Esta predicción teórica, luego comprobada experimentalmente, fue hecha por Dirac y se sigue de las soluciones a su ecuación que inicialmente formuló para describir a electrones relativistas.

Los fermiones se presentan en *sabores* distinguidos por sus números cuánticos: quarks *up* (*u*), *down* (*d*), *charm* (*c*), *strange* (*s*), *top* (*t*) y *bottom* (*b*) y leptones *electrón* (*e*), *neutrino del electrón* (ν_e), *muón* (μ), *neutrino del muón* (ν_μ), *tau* (τ) y *neutrino del tau* (ν_τ). A su vez, estas partículas se dividen en *familias* o *generaciones* cada una con una pareja de quarks (uno con carga $\frac{2}{3}e$ y otro con $-\frac{1}{3}$) y con una pareja de leptones (uno con carga $-e$ y otro con carga nula, su correspondiente neutrino). Las propiedades de todas estas partículas se muestran resumidas en la figura 1.3

Además de la carga eléctrica, los quarks tienen una *carga de color* (con su respectiva anticarga) la cual puede ser *verde* (*antiverde*), *roja* (*antiroja*) o *azul* (*antiazul*). Los quarks no se encuentran libres en el espacio sino que se presentan como *mesones* (combinación de $q\bar{q}$) o como *bariones* (combinación de tres q o de tres \bar{q}), combinaciones que dan como resultado partículas con carga de color blanca en analogía con la teoría óptica. En particular, el protón es una combinación de *uud* y el neutrón de *udd*.

Aún con el enorme éxito que ha tenido el modelo estándar al describir con gran exactitud a

⁷El 4 de julio del 2012, los experimentos ATLAS y CMS en el CERN anunciaron la detección del bosón de Higgs. Sin embargo, existen modelos en los que se postula la existencia de más de un bosón de Higgs y el hecho de que la partícula detectada a ~ 126 GeV corresponda a el bosón de Higgs del modelo estándar (o al único) queda en duda pues dicha masa no corresponde con la esperada en el ME ni tampoco a teorías de supersimetría, *Supersymmetry* (SUSY).

⁸Las antipartículas se denotan con una barra arriba del símbolo de la correspondiente partícula.

los datos experimentales, se cree que este no es el último paso en la unificación. En particular, existen algunos parámetros que no pueden predecirse con esta teoría. Por ejemplo, el modelo estándar contiene 18 parámetros libres por determinar experimentalmente:

- Las constantes de acoplamiento: $e, \alpha_S, \text{sen}^2\theta_W$,
- Las masas de los bosones: m_W, m_H ,
- Las masas de los leptones: m_e, m_μ, m_τ ,
- Las masas de los quarks: $m_u, m_d, m_s, m_c, m_b, m_t$ y
- Los parámetros de la matriz CKM: tres ángulos y una fase δ

Las masas de los neutrinos son iguales a cero en el ME. Por lo tanto, la evidencia de que la masa de los neutrinos es diferente de cero añade más parámetros al modelo y/o puede ser un indicador de “física más allá del modelo estándar”⁹. Aunado a esto, la jerarquía de masas continúa sin explicación (figura 1.4), las partículas derechas e izquierdas son tratadas en formas distintas y la cuantización de la carga eléctrica y la igualdad de los valores absolutos de la carga del protón y del electrón a un nivel mejor que 10^{-21} no ha sido predicha. Para explicar los parámetros en el ME se necesitaría de una extensión de éste en donde sí sea posible determinar las masas.

1.2.1. Interacciones fundamentales

Las interacciones a distancia se describen clásicamente en términos de un potencial o de un campo debido a la acción de una partícula sobre otra. En la teoría cuántica, como es el caso del Modelo Estándar, las interacciones se abordan como un intercambio de *cuantos* (bosones) asociados con un tipo particular de interacción en donde el alcance de la interacción es inversamente proporcional a la masa del bosón intermediario.

La electrodinámica cuántica, *Quantum Electrodynamics* (QED) estudia la **interacción electromagnética** y es, entre las teorías dinámicas, la más simple y exitosa. Las interacciones electromagnéticas tienen lugar entre partículas cargadas, ya sean quarks o leptones, en donde el mediador es el fotón γ .

Los quarks, por su parte, interactúan entre ellos mediante la **interacción fuerte** en donde la partícula mediadora es un *gluón* neutro análogo al fotón en la interacción electromagnética. En QED existen solo dos tipos de carga (+ y -); en la teoría de fuerzas entre quarks cromodinámica cuántica, *Quantum Chromodynamics* (QCD) existen seis tipos de *carga fuerte* llamadas “color” las cuales representan cada uno de los grados de libertad en QCD. Cada quark puede tener un solo color (verde, azul o rojo) y los antiquarks el correspondiente anticolor.

Por otro lado, la **interacción débil** tiene lugar entre quarks y leptones; independientemente del valor de su carga, cada partícula tiene una “carga débil”. Esta interacción es tan débil, como su nombre lo indica, que generalmente es superada por las interacciones electromagnéticas y fuertes a no ser que exista alguna ley de conservación que impida las interacciones de este tipo por encima de las débiles. Las interacciones débiles están

⁹El significado de “física más allá del modelo estándar” es cuestión de gustos. La masa de los neutrinos puede generarse dentro de la estructura de norma de $SU(3)\otimes SU(2)\otimes U(1)$ agrandando el contenido de la partícula o añadiendo interacciones no normalizables. Incluso se puede seguir llamando “modelo estándar” al incluir nuevas partículas mientras no se altere a la estructura de norma. En las referencias [19, 20, 21] pueden revisarse algunos de los modelos en los que se incluye una masa no nula para los neutrinos.

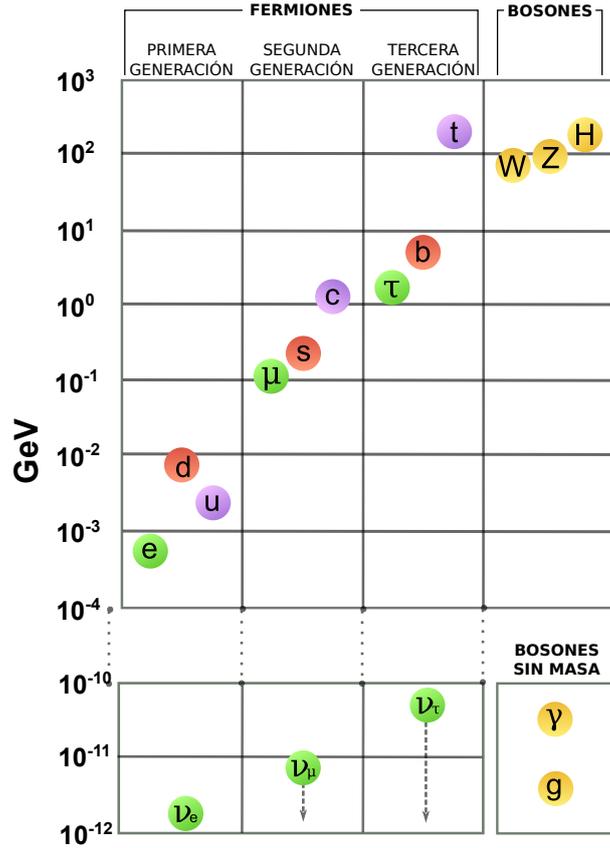


Figura 1.4: Escala de masas en el modelo estándar.

mediadas por los bosones W^\pm y Z^0 . El intercambio de W^\pm tiene como resultado el cambio de carga del leptón y del hadrón que son parte de la interacción por lo que a estas reacciones se les conoce como reacciones de *corriente cargada* mientras que el intercambio de Z^0 , análogo al intercambio de fotones en la interacción electromagnética, se conoce como reacción de *corriente neutra*. Cabe mencionar que esta es la única interacción que no conserva paridad, es decir, la simetría bajo inversión espacial.

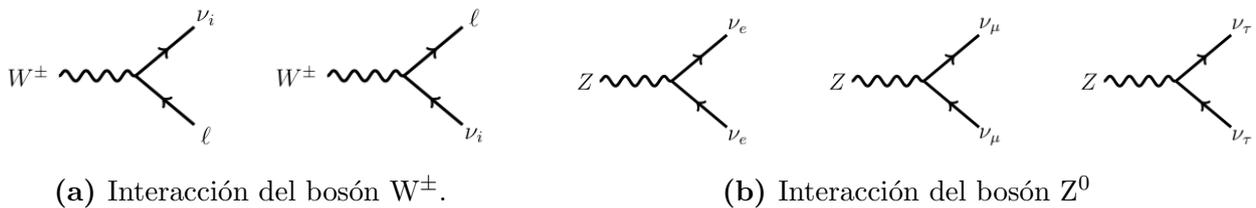


Figura 1.5: Interacción débil. El bosón W^\pm conecta cualquier leptón cargado l con un neutrino ν_i con $i = e, \mu, \tau$. El bosón Z^0 conecta a un neutrino con su antipartícula.

Un ejemplo de unificación es la *teoría electrodébil* desarrollada por Glashow, Salam y Weinberg en 1967 la cual propone que el acoplamiento de los bosones W^\pm y Z^0 a los quarks y leptones es igual al de estos con el fotón. La unificación de la interacción débil con la electromagnética ha sido exitosa a altas energías. La pregunta es “¿Existe una teoría mas fundamental la cual explique todas estas cantidades junto con una mayor unificación de fuerzas a energías más altas?”. Las teorías de gran unificación (GUTs por su abreviación

en inglés) buscan derivar todas las interacciones a partir de transformaciones de norma de un grupo simple G . Dicho grupo de gran unificación debe contener como subgrupo al grupo $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Es decir, $G \supset SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$. Dichas teorías van mucho más allá del alcance de esta tesis y solo se mencionan por completez.

1.2.2. Propiedades de los neutrinos

En la teoría cuántica de campos, las partículas con espín $\frac{1}{2}$ se describen con funciones de onda $\psi(x)$ con cuatro componentes (espinores) las cuales obedecen la ecuación de Dirac¹⁰. Las cuatro componentes independientes corresponden a las partículas y antipartículas con dos posibles proyecciones del espín $J_Z = \pm 1/2$ equivalente a las dos helicidades $h = \pm 1$. Los neutrinos son leptones con espín $\frac{1}{2}$ (fermiones). Sin embargo, solo se han observado neutrinos izquierdos ($h = -1$) y antineutrinos derechos ($h = 1$). Por lo que la descripción de los neutrinos con dos componentes debería, en principio, ser suficiente.

La ecuación de Dirac es una ecuación de onda relativista para partículas con masa m y espín $\frac{1}{2}$ dada por

$$\left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_k} - m \right) \psi = 0, \mu = 0, 1, 2, 3. \quad (1.3)$$

En donde ψ denota un espinor con cuatro componentes y γ son matrices de 4×4 de la forma

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

con σ_i igual a las matrices 2×2 de Pauli. Adicionalmente se define la matriz γ_5 que cumple con $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$ la cual es útil para definir a los operadores de proyección izquierda P_L y derecha P_R

$$P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5), \quad (1.5)$$

con los cuales se define

$$\psi_{L,R} \equiv P_{L,R}\psi. \quad (1.6)$$

Los eigenvalores ± 1 de γ_5 se llaman *quiralidad* y $\phi_{L,R}$ son las *proyecciones quirales* de ϕ ; cualquier espinor puede describirse como la suma de sus proyecciones: $\psi = \psi_L + \psi_R$. En el caso $m = 0$, ϕ_L y ϕ_R están desacopladas y son eigenfunciones del operador de helicidad (1.2) y ésta es idéntica a la quiralidad. Por otro lado, para $m > 0$ no es posible desacoplar a los eigenspinores de quiralidad $\phi_{L,R}$ y la helicidad ya no es un buen número cuántico, no está fija. En una explicación más simple, un observador no podría cambiar de marco de referencia para observar a una partícula en movimiento sin masa por lo que su helicidad está fija; en el caso de una partícula masiva, existe un marco de referencia en el cual el momento de la partícula esté invertido y por lo tanto su helicidad no es un invariante de Lorentz.

Sin embargo, en la teoría con dos componentes el espinor del neutrino ψ_ν en interacciones débiles cumple con

$$\psi_\nu = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi = \psi_L, \quad (1.7)$$

¹⁰Dirac desarrolló su ecuación de onda relativista para partículas con espín $\frac{1}{2}$ partiendo de la ecuación de Schrödinger y haciendo la corrección a la energía $E^2 = m^2c^4 + p^2c^2$.

lo que significa que un neutrino interactuante siempre es izquierdo mientras que un antineutrino es derecho. El Modelo Estándar predice neutrinos sin masa. Ahora bien, dado que se tiene prueba experimental de que los neutrinos son masivos, la teoría debe extenderse para incluir otros estados quirales en donde los neutrinos faltantes sean *neutrinos estériles* pues no interactúan vía los bosones W^\pm y Z^0 .

La ecuación de Dirac es deducible a partir de la ecuación de Euler-Lagrange para una Lagrangiana [22]

$$L_D = \bar{\psi} \left(i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - m_D \right) \psi, \quad (1.8)$$

en donde el primer término corresponde a la energía cinética y el segundo es el término de masa de Dirac

$$L_D^{masa} = m_D \bar{\psi} \psi = m_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L). \quad (1.9)$$

Para producir este término de masa se requiere de neutrinos de Dirac izquierdos y derechos. Como ya se ha mencionado la evidencia experimental dice otra cosa.

Existen otros métodos de añadir la masa de los neutrinos en el modelo. Mientras que la carga puede diferenciar entre partículas y antipartículas dentro de los fermiones del ME, no lo es así en el caso de los neutrinos. Si una partícula y su antipartícula no son idénticas entonces se le llama *partícula de Dirac*; si una partícula y su antipartícula son idénticas entonces se les llama *partículas de Majorana*. Luego, si $\psi(x)$ es el campo espinorial de un neutrino de Majorana libre entonces su correspondiente campo conjugado de carga ψ^C es indistinguible de ψ .

Ettore Majorana propuso entonces el término de masa

$$L_M^{masa} = m(\bar{\psi}_L)^C \psi_L. \quad (1.10)$$

En la base de Majorana $\psi_L^C \equiv i\psi^*$. Majorana se dio cuenta de que $(\psi_L)^C \equiv i(\psi_L)^*$ tiene quiralidad derecha por lo que $\psi = \psi_L + (\psi_L)^*$ lo cual satisface la condición de Majorana $\psi^C = \psi$.

1.3. Fuentes de neutrinos

Los neutrinos son las segundas partículas más abundantes en el universo, precedidas únicamente por los fotones. Cada segundo, alrededor de 100,000 billones de neutrinos atraviesan a una persona¹¹; los neutrinos son producidos naturalmente todo el tiempo, aunque también puede producirse artificialmente. A continuación se mencionan algunas de sus fuentes (ver representación en la imagen 1.6).

Neutrinos cósmicos

Las supernovas (SNe) son explosiones extremadamente energéticas en las cuales se termina la vida de una estrella. Las supernovas se generan por el colapso de estrellas masivas (más de 8 veces la masa solar) que dejan un remanente compacto, una estrella de neutrones o un agujero negro. Durante los pocos segundos después del colapso de la corteza de dichas

¹¹Sin embargo, estadísticamente, solamente uno de todos ellos será detenido por su interacción con el cuerpo ¡En el tiempo promedio de vida de una persona!.

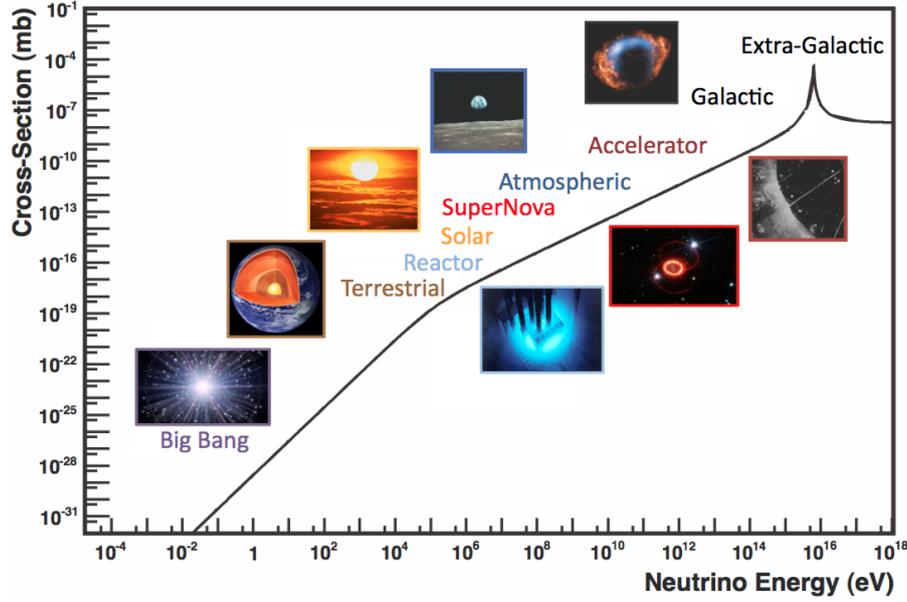


Figura 1.6: Ejemplo representativo de distintas fuentes de neutrinos a lo largo de varios órdenes de magnitud de energía. Como comparación, se muestra la sección eficaz electrodébil para la dispersión de electrones libres, $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$ como función de la energía de neutrinos (sin masa). El pico en $\sim 10^{16}$ eV se debe a la resonancia W^- [23].

estrellas, el remanente produce un gran flujo de neutrinos de todos los tipos; casi la totalidad de la energía gravitacional de amarre liberada durante el colapso se la llevan los neutrinos. La energía promedio de los neutrinos emitidos es del orden de 10 MeV.

Por otro lado, los neutrinos reliquia son un producto importante del *Big Bang*. Los neutrinos estaban inicialmente en equilibrio térmico con el plasma caliente que llenaba al universo temprano por medio de interacciones débiles con otras partículas. Conforme el universo fue expandiéndose y enfriándose, las tasas de los procesos e interacciones débiles disminuyeron y los neutrinos se desacoplaron cuando se volvieron menores que las tasas de expansión. Dado que para los tres tipos de neutrinos con masas menores que 1 eV el desacoplamiento ocurrió cuando eran relativistas, dichos neutrinos son *reliquias calientes*. Los neutrinos reliquia permean todo el espacio pero, su extremadamente baja temperatura T_ν^0 (del orden de 10^{-4} eV) implica que su sección eficaz es increíblemente pequeña, del orden de $\sim 10^{-64}$ cm² si no tienen masa. Sin embargo, aún considerándolos masivos y no relativistas, su sección eficaz

$$\sigma \sim 10^{-56} \left(\frac{m_\nu}{1\text{eV}} \right)^2 \text{ cm}^2,$$

es aún muy pequeña por lo que su detección directa es una tarea extremadamente complicada con las técnicas experimentales actuales sin embargo, son una pieza esencial en el *Modelo Cosmológico Estándar* para explicar información experimental astrofísica.

Neutrinos solares

El Sol, al igual que todas las estrellas, crea energía por fisión nuclear. Los neutrinos solares son aquellos producidos en reacciones termonucleares que tienen lugar en el núcleo del Sol, el cual es una fuente muy grande de neutrinos del electrón con energías del orden de 1 MeV. Las principales reacciones el Sol se conocen como la cadena pp, $p + p \rightarrow \text{H}^2 + e^+ + \nu_e$, y la

cadena pep, $p + e^- + p \rightarrow \text{H}^2 + \nu_e$, seguidas por una cadena de procesos cuyo resultado es



en donde $Q = 26.731\text{MeV}$ es energía liberada en dicha reacción. Usando la constante solar $S = 8.5 \times 10^{11}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, se obtiene el flujo de neutrinos en la Tierra

$$\Phi_\nu \sim \frac{S}{1\text{MeV por } \nu_e} = 6.5 \times 10^{10}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}.$$

El camino que siguen los neutrinos del Sol a la Tierra, con un promedio de $1.496 \times 10^8\text{km}$ con neutrinos a energías de 1 MeV permiten el estudio de los parámetros de oscilación de $\Delta m^2 \sim 10^{-10}\text{eV}^2$ lo cual es imposible con medios terrestres.

Neutrinos atmosféricos

Los neutrinos atmosféricos son generados vía la interacción de rayos cósmicos (principalmente protones) en la parte más externa de la atmósfera. La distancia promedio viajada por los piones y kaones antes del decaimiento $\gamma c\tau$ (con $c\tau = 7.8$ m para los piones y 3.7 m para kaones) es tal que decaen en vuelo mientras que algunos muones producidos en su decaimiento ($c\tau = 658$ m) llegan a la tierra antes de decaer. Los neutrinos y antineutrinos se producen en los procesos



Con contribuciones a altas energías provenientes de kaones



A bajas energías ($E \leq 1\text{GeV}$), para las cuales la mayoría de los muones decaen antes de llegar al suelo, los flujos satisfacen

$$\frac{\phi_{\nu_\mu} + \phi_{\bar{\nu}_\mu}}{\phi_{\nu_e} + \phi_{\bar{\nu}_e}} = 2, \quad \frac{\phi_{\nu_\mu}}{\phi_{\bar{\nu}_\mu}} \sim 1, \quad \frac{\phi_{\nu_e}}{\phi_{\bar{\nu}_e}} \sim \frac{\phi_{\mu^+}}{\phi_{\mu^-}}.$$

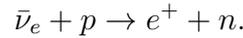
A energías mayores que 1 GeV aumenta la fracción de muones que llegan al suelo antes de decaer por lo que aumenta la razón entre los sabores.

El rango de energías que abarcan los neutrinos atmosféricos cubre cinco órdenes de magnitud (entre 10^{-1} y 10^4 GeV); también la distancia viajada por los neutrinos de la atmósfera a la Tierra es amplia: alrededor de 20 km para neutrinos llegando verticalmente desde arriba y 1.3×10^4 km para neutrinos llegando desde el extremo opuesto de la Tierra. Estas características implican que la razón L/E , la cual determina la sensibilidad a Δm^2 cubre desde los 10^{-4}eV^2 hasta 10eV^2 . Por lo tanto, los experimentos con neutrinos atmosféricos son una herramienta muy poderosa para investigar las oscilaciones de neutrinos en un rango tan amplio de Δm^2 .

Neutrinos de reactores nucleares

Los reactores nucleares son una fuente muy intensa de $\bar{\nu}_e$ generados en el decaimiento β producido en procesos de fisión. Cada fisión libera alrededor de 200 MeV y $6\bar{\nu}_e$. La energía promedio de los $\bar{\nu}_e$ es del orden de unos cuantos MeV, por debajo de los umbrales de producción de μ y τ en interacciones de CC; por lo tanto, para este tipo de fuente, solo es posible hacer experimentos de desaparición en donde se requiere conocer con gran precisión al flujo y al espectro de energía.

Los neutrinos de reactores se detectan mediante el *decaimiento inverso del neutrón*



La determinación del flujo de neutrinos se basa en el conocimiento de la energía térmica del núcleo del reactor y de la tasa de fisión de los cuatro isótopos más relevantes en los reactores: U^{235} ($\sim 56\%$), U^{238} ($\sim 8\%$), Pu^{239} ($\sim 30\%$), Pu^{241} ($\sim 6\%$). El espectro de fisión de fragmentos que derivan en el decaimiento β se convierte entonces en un espectro de $\bar{\nu}_e$. La densidad del flujo de neutrinos de detectores está dada por

$$\Phi_\nu = 1.5 \times 10^{12} \frac{PMW}{L^2 m^2} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1},$$

en donde P es la potencia termal del reactor (en MW) y L es la distancia, en metros, al detector. El flujo total de $\bar{\nu}_e$ es

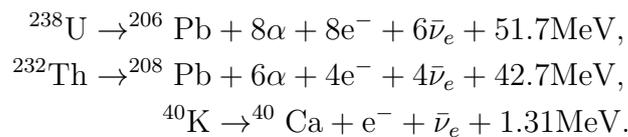
$$F\Phi_\nu = 1.9 \times 10^{17} \frac{P}{\text{MW}} \text{s}^{-1}$$

Neutrinos de aceleradores

Los haces de neutrinos se producen en aceleradores de protones. El haz extraído de protones se enfoca por un sistema magnético con cuya polaridad se selecciona la carga deseada de las partículas. En ellos se permite el decaimiento de piones y kaones en un túnel seguido por un absorbedor que detiene a todas las partículas exceptuando a los neutrinos y antineutrinos. Luego, el haz resultante contiene principalmente ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) cuando se enfocan partículas positivas (negativas).

Geoneutrinos

Los *geoneutrinos* son antineutrinos del electrón producidos de decaimientos radioactivos en el interior de la Tierra. Sus fuentes son el decaimiento β^- . Los núcleos de los elementos que producen la mayor cantidad de calor en el interior de la Tierra son las familias de ^{238}U y de ^{232}Th así como también el ^{40}K , los cuales siguen las cadenas:



El flujo de los geoneutrinos y su calor radiogénico liberado durante el decaimiento radioactivo tienen una tasa bien definida. Por lo tanto, con la medición del flujo total de los neutrinos provenientes de la corteza y del manto terrestre, es posible, en principio, determinar la

abundancia y la distribución de U y de Th en la Tierra. Dichas mediciones son de gran utilidad en modelos geofísicos y geoquímicos que buscan describir a los procesos que tienen lugar en el interior de la Tierra. De igual forma, las señales de los geoneutrinos son de especial importancia para proveer información acerca de la potencia radiogénica del manto terrestre la cual es imposible de obtener por otros métodos.

1.4. Oscilaciones de neutrinos

Aunque no se reconoció como tal hasta décadas más tarde, la primera evidencia de que los neutrinos tienen masa distinta de cero ocurrió en 1968 con el problema de los neutrinos solares.

Bajo la asunción de que los neutrinos son masivos, se consideran tres *eigenestados* de masa, ν_1, ν_2 y ν_3 los cuales son análogos a los *eigenestados* de masa de los leptones cargados e, μ y τ . La clave en la transición de sabor de los neutrinos reside en que dichos estados de masa no se identifican, necesariamente, con los *eigenestados* débiles observados de los neutrinos, ν_e, ν_μ y ν_τ , sino que pueden *mezclarse*.

Existen evidencias experimentales de la transición de sabor de los neutrinos, *oscilaciones de neutrinos*, las cuales indican que, efectivamente, su masa es distinta de cero y que existe una mezcla leptónica la cual se manifiesta al considerar la evolución temporal de los estados de estas partículas. El fenómeno de oscilación es bien conocido en el sector de quarks y, al igual que en ese sistema de partículas, es bien descrito por la teoría cuántica de campos, *Quantum Field Theory* (QFT). Las oscilaciones son observables si los paquetes de ondas de neutrinos forman una superposición coherente de estados. Dichas oscilaciones no conservan el número leptónico de sabor individual pero sí el número total.

A continuación se discute el formalismo de las oscilaciones de neutrinos con argumentos simples aunque esto no impide llegar al resultado correcto en las ecuaciones¹².

1.4.1. Formalismo de oscilaciones de neutrinos

Asúmase la existencia de un número arbitrario n de estados propios (o *eigenestados*). Los n eigenestados de sabor $|\nu_\alpha\rangle$ con $\langle\nu_\beta|\nu_\alpha\rangle = \delta_{\alpha\beta}$ están conectados a los n eigenestados de masa $|\nu_i\rangle$ con $\langle\nu_i|\nu_j\rangle = \delta_{ij}$ vía una matriz unitaria de mezcla U . Así como la matriz CKM en el sector de quarks, los neutrinos pueden conectarse por una matriz U_{PMNS} , matriz PMNS, en honor a Pontecorvo, Maki, Nakagawa y Sakata. [2]:

$$|\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} |\nu_i\rangle = \sum_\alpha (U^\dagger)_{i\alpha} |\nu_\alpha\rangle = \sum_\alpha U_{\alpha i}^* |\nu_\alpha\rangle, \quad (1.11)$$

con

$$U^\dagger U = 1 \quad \sum_i U_{\alpha i} U_{\beta i}^* = \delta_{\alpha\beta} \quad \sum_\alpha U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* = \eta_{ij}. \quad (1.12)$$

En el caso de antineutrinos, $U_{\alpha i}$ se reemplaza por $U_{\alpha i}^*$:

$$|\bar{\nu}_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i}^* |\bar{\nu}_i\rangle. \quad (1.13)$$

¹²Se puede consultar una derivación más sofisticada con QFT en [24, 25, 26]

El número de parámetros en una matriz unitaria $n \times n$ es n^2 . Las $2n - 1$ fases de los $2n$ estados de neutrinos pueden fijarse de forma tal que queden $(n - 1)^2$ parámetros independientes. Es conveniente escribirlos como $\frac{1}{2}n(n - 1)$ ángulos de mezcla de una matriz rotacional n -dimensional con $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$ fases de violación CP.

Los eigenestados de masa $|\nu_i\rangle$ son estados estacionarios y tienen dependencia temporal de acuerdo con

$$|\nu_i(x, t)\rangle = e^{-iE_i t} |\nu_i(x, 0)\rangle, \quad (1.14)$$

asumiendo neutrinos con momento p emitidos por una fuente en la posición $x = 0$ al tiempo $t = 0$

$$|\nu_i(x, 0)\rangle = e^{ipx} |\nu_i\rangle, \quad (1.15)$$

y siendo relativistas

$$E_i = \sqrt{m_i^2 + p_i^2} \simeq p_i + \frac{m_i^2}{2p_i} \simeq E + \frac{m_i^2}{2E}, \quad (1.16)$$

para $p \gg m_i$ y $E \approx p$ como la energía del neutrino. Asíumase ahora que no se puede resolver la diferencia entre las masas de dos estados de neutrinos $\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2$. Entonces, el sabor del neutrino es una superposición coherente de estados de neutrino con masa definida. Los neutrinos se producen y se detectan como estados de sabor. Luego, los neutrinos con sabor ν_α emitidos por una fuente al tiempo cero se convierten con el tiempo en

$$|\nu(x, t)\rangle = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} |\nu_i\rangle = \sum_{i, \beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{ipx} e^{-iE_i t} |\nu_\beta\rangle. \quad (1.17)$$

Distintas masas de neutrinos implican que el factor de fase en (1.17) sea diferente lo cual significa que el contenido de sabor del estado final difiere del inicial. Este efecto puede ser grande a distancias microscópicas aún cuando las diferencias entre masas sean pequeñas. La amplitud de transición dependiente del tiempo para la conversión $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ está dada por

$$A(\alpha \rightarrow \beta)(t) = \langle \nu_\beta | \nu(x, t) \rangle = \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} e^{ipx} e^{-iE_i t}. \quad (1.18)$$

Usando (1.16) esto puede escribirse como

$$A(\alpha \rightarrow \beta)(t) = \langle \nu_\beta | \nu(x, t) \rangle = \sum_i U_{\beta i}^* U_{\alpha i} \exp\left(-i \frac{m_i^2 L}{2E}\right) = A(\alpha \rightarrow \beta)(L), \quad (1.19)$$

con $L = x = cte$ siendo esta la distancia entre la fuente y el detector. De forma análoga es posible derivar la amplitud para la transición de antineutrinos:

$$A(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\beta})(t) = \sum_i U_{\beta i} U_{\alpha i}^* e^{-iE_i t}. \quad (1.20)$$

La probabilidad de transición P se puede obtener de la amplitud de transición A :

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = |A(\alpha \rightarrow \beta)|^2 = \sum_i \sum_j U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} e^{-i(E_i - E_j)t} \quad (1.21)$$

$$= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 + 2\text{Re} \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j}^* U_{\beta i}^* U_{\beta j} \exp\left(-i \frac{\Delta m_{ij}^2}{2} \right) \frac{L}{E}, \quad (1.22)$$

con

$$\Delta m_{ij}^2 = m_i^2 - m_j^2. \quad (1.23)$$

El segundo término en (1.22) describe la dependencia temporal (o espacial) de la oscilación; el primero es un promedio de la probabilidad de transición el cual también puede expresarse como

$$\langle P_{\alpha \rightarrow \beta} \rangle = \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 = \sum_i |U_{\alpha i}^* U_{\beta i}|^2 = \langle P_{\alpha \rightarrow \beta} \rangle. \quad (1.24)$$

Usando la invarianza de CP (es decir $U_{\alpha i}$ es real), puede simplificarse a

$$P(\alpha \rightarrow \beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{j>i} U_{\alpha i} U_{\alpha j} U_{\beta i} U_{\beta j} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4 E} \right). \quad (1.25)$$

Evidentemente, la probabilidad de encontrar el mismo sabor que el original es

$$P(\alpha \rightarrow \alpha) = 1 - \sum_{\alpha \neq \beta} P(\alpha \rightarrow \beta). \quad (1.26)$$

Como puede verse de (1.22) existirá un comportamiento oscilatorio siempre y cuando al menos uno de los eigenestados de masa sea distinto de cero y si existe mezcla entre sabores, *i.e.* términos no nulos fuera de la diagonal de U . Desafortunadamente, las oscilaciones de neutrinos son sensibles únicamente a Δm^2 por lo que no permiten una medición absoluta de la masa. Otro aspecto importante es la dependencia de la probabilidad de oscilación en L/E .

En los siguientes apartados consideraremos el caso de oscilaciones de neutrinos en el vacío. Esta, aunque no es realista, es una buena aproximación al fenómeno debido a la prácticamente nula interacción que tienen los neutrinos con la materia.

Modelo de oscilación con dos neutrinos

El caso más simple, considerando únicamente dos sabores de neutrinos es el caso más empleado en el análisis de datos, sin embargo, el modelo a emplear depende de los parámetros L y E del experimento los cuales se determinan de acuerdo con los propósitos del mismo. Mediciones más precisas requieren de un modelo de tres sabores o más sabores ($3+n$) para la búsqueda de neutrinos estériles.

En el modelo con dos neutrinos ν_1 y ν_2 , la relación entre estados esta determinada por un solo ángulo de mezcla θ y una diferencia de masas $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$. Luego,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \text{sen}\theta \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

La evolución temporal¹³ de un neutrino creado, por ejemplo como ν_e , es

$$|\nu(t)\rangle = \cos\theta e^{-iE_1 t} |\nu_1\rangle + \text{sen}\theta e^{-iE_2 t} |\nu_2\rangle, \quad (1.28)$$

donde $E_i = \sqrt{p^2 + m_i^2}$ son las energías de los estados $|\nu_i\rangle$. Al inicio de la propagación, $t = 0$ y

$$|\nu(0)\rangle = \cos\theta |\nu_1\rangle + \text{sen}\theta |\nu_2\rangle. \quad (1.29)$$

¹³En unidades naturales $\hbar = c = 1$.

Tomando la aproximación relativista ($E_\nu \gg m$)

$$E_i \approx p + \frac{m_i^2}{2p},$$

se asume que los estados de masa tienen el mismo momento y que, como la masa de los neutrinos es muy pequeña entonces $E_\nu \approx p$. Luego, al tiempo t

$$|\nu_\mu(t)\rangle = -\sin\theta e^{-it(p+m_1^2/2E_\nu)}|\nu_1\rangle + \cos\theta e^{-it(p+m_2^2/2E_\nu)}|\nu_2\rangle \quad (1.30)$$

$$= e^{-it(p+m_1^2/2E_\nu)} \left[-\sin\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta e^{-it(p+m_2^2/2E_\nu - p - m_1^2/2E_\nu)}|\nu_2\rangle \right] \quad (1.31)$$

$$= e^{-it(p+m_1^2/2E_\nu)} \left[-\sin\theta|\nu_1\rangle + \cos\theta|\nu_2\rangle e^{i\Delta m^2 t/2E_\nu} \right]. \quad (1.32)$$

A una distancia $L \approx t$ de la fuente, la probabilidad de detectarlo en un sabor distinto, digamos ν_μ , es

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = |\langle \nu_\mu | \nu(t) \rangle|^2 = \sin^2(2\theta) \sin^2 \left(\frac{\Delta m^2 L}{4E} \right). \quad (1.33)$$

Eligiendo $[\Delta m^2] = \text{eV}^2$, $[L] = \text{m}$ y $[E] = \text{MeV}$ (o en km y GeV respectivamente)

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \langle \nu_e | \nu_\mu \rangle^2 = |\cos\theta \sin\theta (1 - e^{i\Delta m^2 t/2E_\nu})|^2. \quad (1.34)$$

Usando $\cos\theta \sin\theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$,

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = \sin^2(2\theta) \sin^2(1.27 \Delta m^2 L/E). \quad (1.35)$$

En el esquema de dos sabores la probabilidad de supervivencia de ν_e es entonces

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_e) = 1 - P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu). \quad (1.36)$$

De las dos ecuaciones anteriores, es claro que el ángulo de mezcla determina la amplitud de la oscilación mientras que la diferencia de masas del cuadrado de las masas, Δm^2 , influye en la longitud de oscilación. Cabe notar que en modelo de dos neutrinos no existen los términos de violación CP y T por lo que

$$\begin{aligned} P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha), \\ P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) &= P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta). \end{aligned}$$

El modelo con dos neutrinos se emplea en el caso de experimentos como el *Mini Booster Neutrino Experiment* (MiniBooNE), cuyo objetivo fue verificar o refutar los resultados del experimento *Liquid Scintillator Neutrino Experiment* (LSND) en favor de oscilaciones de neutrinos. El caso 3+1 se aproxima al modelo con dos sabores dadas las condiciones del experimento MiniBooNE pues $L/E \sim /1\text{eV}^2$. De existir un neutrino estéril, se tendría una nueva escala

$$\Delta m_{41}^2 \gg \Delta m_{31}^2 \gg \Delta m_{21}^2, \quad (1.37)$$

en donde, asumiendo jerarquía normal, el parámetro Δm_{41}^2 tendría que ser $\sim 1\text{eV}^2$; de otra forma, esta diferencia de masas se habría observado a escalas menores que 1eV^2 . Así pues, la

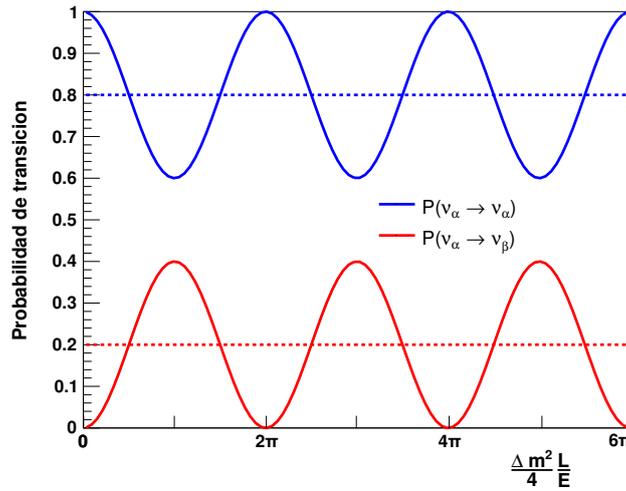


Figura 1.7: Ejemplo de oscilación de neutrinos en el modelo de dos sabores: la curva superior representa la probabilidad de desaparición $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha)$ y la curva inferior la probabilidad de aparición $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$. como función de $\frac{\Delta m^2 L}{4E}$ con $\sin^2 2\theta = 0.4$. Las líneas punteadas muestran el promedio de la probabilidad de oscilación.

razón de aproximar el modelo con 4 neutrinos a el modelo con 2 reside en que los términos Δm_{ij}^2 en la fórmula de la probabilidad de oscilación son argumento de la función \sin^2 ; al ser $\ll \Delta m_{41}^2$ dichos términos son despreciables y la aproximación a (1.25) contiene únicamente dos términos, a decir

$$P_{\alpha \rightarrow \beta} = \sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \sin^2 \frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}, \quad \sin^2 2\theta_{\alpha\beta} \equiv 4|U_{\alpha 4}|^2 |U_{\beta 4}|^2, \quad (1.38)$$

mientras que (1.26) adquiere la forma

$$P_{\alpha \rightarrow \alpha} = 1 - \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \sin^2 \frac{\Delta m_{41}^2 L}{4E}, \quad \sin^2 2\theta_{\alpha\alpha} \equiv 4|U_{\alpha 4}| |1 - U_{\alpha 4}|^2. \quad (1.39)$$

Oscilación con tres neutrinos

Un escenario más realista es considerar los tres tipos de neutrinos conocidos. Cabe notar que se tienen más cantidades Δm^2 tanto en magnitud como en signo. Aún más, el modelo de tres sabores incluye tanto efectos de materia como de violación CP y se involucran los signos de Δm^2 y, en principio, pueden ser medidas. En este esquema,

$$|\nu_\alpha\rangle = U_{PMNS} |\nu_i\rangle; \quad \alpha = e, \mu, \tau; \quad i = 1, 2, 3. \quad (1.40)$$

Y la matriz de mezcla

$$U_{PMNS} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \quad (1.41)$$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

donde $s_{ij} = \text{sen}\theta_{ij}$ y $c_{ij} = \text{cos}\theta_{ij}$ con $i, j = 1, 2, 3$. En la figura 1.8a se muestra una ilustración gráfica de los elementos de la matriz de mezcla ignorando la fase CP δ . En el caso de Majorana, el requerimiento de que una partícula sea idéntica a su antipartícula restringe la libertad para volver a definir los campos fundamentales. El efecto neto es la aparición de una fase de violación CP en dos sabores. Para el caso de tres sabores de neutrinos se necesitan introducir dos fases adicionales teniendo como resultado una matriz de la forma

$$U = U_{PMNS} \text{diag}(1, e^{i\alpha}, e^{i\beta}). \quad (1.43)$$

En el escenario con tres sabores existen varios posibles esquemas de masas. Adicionalmente a los esquemas normal e invertido (figura 1.8b), es posible tener masas casi degeneradas: $m_1 \approx m_2 \approx m_3$.

Por otro lado, la probabilidad de transición es

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Re}(K_{\alpha\beta,ij}) \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \quad (1.44)$$

$$+ 4 \sum_{i>j=1}^3 \text{Im}(K_{\alpha\beta,ij}) \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right) \cos \left(\frac{\Delta m_{ij}^2 L}{4E} \right), \quad (1.45)$$

donde

$$K_{\alpha\beta,ij} = U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j}.$$

La fórmula general en el escenario con tres neutrinos es un tanto complicada por lo que se asumen ciertas cosas: en la mayoría de los casos solo una escala de masa es relevante, i.e. $\Delta m_{atm}^2 \sim 10^{-3} \text{eV}^2$. Además, se elige una jerarquía de masas. Usualmente

$$\Delta m_{12}^2 = \Delta m_{sol}^2 \ll \Delta m_{13}^2 \approx \Delta m_{32}^2 = \Delta m_{atm}^2. \quad (1.46)$$

Luego, las expresiones para oscilaciones específicas son

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau) = 4|U_{33}|^2|U_{23}|^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{cos}^4\theta_{13} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) \quad (1.47)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) = 4|U_{13}|^2|U_{23}|^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{sen}^2\theta_{23} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) \quad (1.48)$$

$$P(\nu_e \rightarrow \nu_\tau) = 4|U_{33}|^2|U_{13}|^2 \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right) = \text{sen}^2(2\theta_{13}) \text{cos}^2\theta_{23} \text{sen}^2 \left(\frac{\Delta m_{atm}^2 L}{4E} \right). \quad (1.49)$$

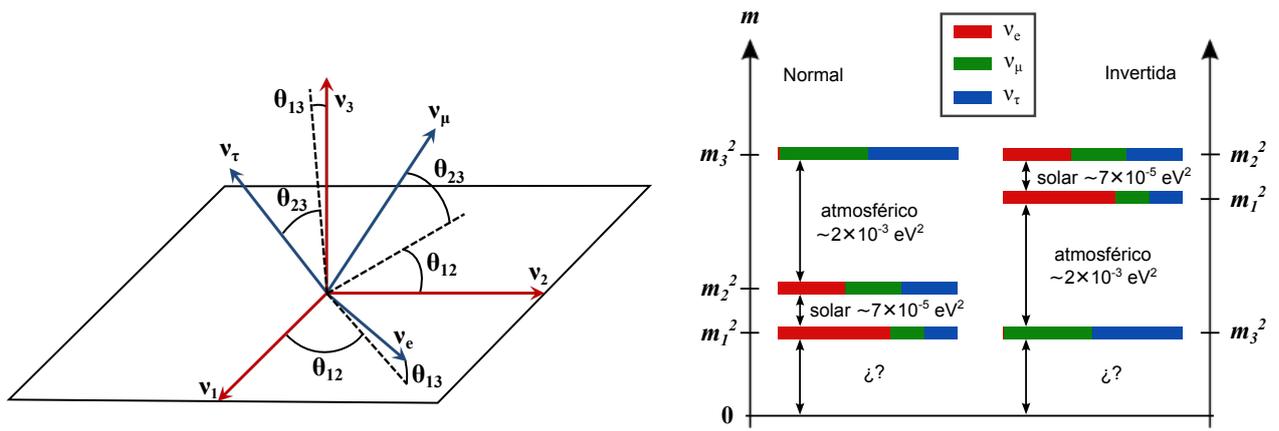
Violación de simetrías CP y T en oscilaciones de neutrinos

La comparación entre (1.19) y (1.20) conlleva a una relación entre las transiciones de neutrinos y antineutrinos:

$$A(\bar{\alpha} \rightarrow \bar{\beta})(t) = A(\alpha \rightarrow \beta)(t) \neq A(\beta \rightarrow \alpha)(t). \quad (1.50)$$

La expresión anterior es una consecuencia directa del teorema de CPT¹⁴. La violación de CP se manifiesta si las probabilidades de oscilación de $\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta$ son distintas a su proceso de

¹⁴A grandes rasgos, el Teorema CPT dice que, para toda teoría cuántica de campos relativista existe una simetría que revierte simultáneamente a la carga (C), a la orientación del espacio (o paridad P) y revierte la dirección del tiempo (T).



(a) Representación gráfica de los elementos de la matriz de mezcla (PMNS) entre los eigenestados de sabor ν_e, ν_μ y ν_τ y de masa ν_1, ν_2 y ν_3 .

(b) Esquema de la jerarquía normal e invertida de las masas de neutrinos. El escenario con jerarquía invertida está caracterizado por $\Delta m_{23}^2 = m_3^2 - m_2^2 < 0$

Figura 1.8: Esquema de la mezcla de neutrinos con un modelo de tres neutrinos

conjugación CP $\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta$ por lo que un observable podría ser

$$\Delta P_{\alpha\beta}^{CP} = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\bar{\nu}_\alpha \rightarrow \bar{\nu}_\beta) \neq 0 \quad \text{para } \alpha \neq \beta. \quad (1.51)$$

Similarmente, se puede probar la violación de T si $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ son distintas de su proceso de conjugación de T $P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha)$ es decir

$$\Delta P_{\alpha\beta}^T = P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) - P(\nu_\beta \rightarrow \nu_\alpha) \neq 0 \quad \text{para } \alpha \neq \beta. \quad (1.52)$$

Si se conserva CPT, como en el caso de oscilaciones de neutrinos en el vacío, entonces la violación de T es equivalente a violación de CP. Usando U_{PMNS} se puede mostrar explícitamente que esto se cumple en el vacío.

1.4.2. Experimentos de oscilación de neutrinos

La búsqueda de oscilaciones puede hacerse por dos caminos: **experimentos de aparición y de desaparición**. En el primer caso se buscan posibles nuevos sabores los cuales no existen en el haz inicial de neutrinos. Por otro lado, los experimentos de desaparición exploran si llega al detector un número menor de partículas que las esperadas o si el espectro de energías cambia de forma a diferentes distancias de la fuente. En este trabajo se aborda el experimento de desaparición de ν_μ .

En experimentos de desaparición se compara el flujo de neutrinos $\Phi(L)$ de determinado sabor ν_α a una distancia L de la fuente, con el flujo $\Phi(0)$ en la fuente. La razón $\Phi(L)/\Phi(0)$ da la probabilidad de supervivencia del neutrino mas no otorga información acerca del tipo en el que osciló ν_α . Estos experimentos dependen crucialmente del conocimiento de $\Phi(0)$; las incertidumbres relacionadas con este flujo se pueden cancelar al medir la razón de los flujos medidos en dos detectores colocados a distinta distancia de la fuente: un detector cercano ($l \ll L$) y un detector lejano (colocado a distancia L).

La identificación de los sabores recae en la detección del correspondiente leptón cargado producido en sus interacciones de corriente cargada

$$\nu_l + N \rightarrow l^- + X, l \equiv e, \mu, \tau, \quad (1.53)$$

donde X denota al estado final hadrónico. Como se vio en § 1.3, existen varias fuentes de neutrinos las cuales pueden usarse para el estudio del fenómeno de oscilación: neutrinos de plantas nucleares ($\bar{\nu}_e$), solares (ν_e) y de aceleradores y atmosféricos ($\nu_e, \nu_\mu, \bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu$). Hay que notar que las distintas fuentes no siempre pueden probarse unas con otras. Los aceleradores de altas energías ($E = 1 - 100\text{GeV}$, $L = 1\text{km}$) no pueden corroborar los datos de los neutrinos solares ($E = 1\text{eV}$, $L = 10^8\text{km}$). La región de parámetros $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ por explorar depende de la razón E/L por lo tanto, el rango de mayor sensibilidad a la oscilación se tiene cuando $\Delta m^2 \approx E/L$. Se consideran entonces tres casos con respecto a la posible observación de oscilaciones

- $L/E \ll \frac{4}{\Delta m^2}$ el cual ocurre cuando el detector es muy cercano a la fuente y, por lo tanto, no hay tiempo suficiente para que ocurran oscilaciones.
- $L/E \geq \frac{4}{\Delta m^2}$ que es la condición necesaria para observar oscilaciones además de ser la región de mayor sensibilidad.
- $L/E \gg \frac{4}{\Delta m^2}$ cuando ocurren un gran número de oscilaciones entre la fuente y el detector. Los experimentos normalmente no miden L/E con la precisión suficiente como para determinar el patrón de oscilación así que solo miden un promedio de la probabilidad de transición.

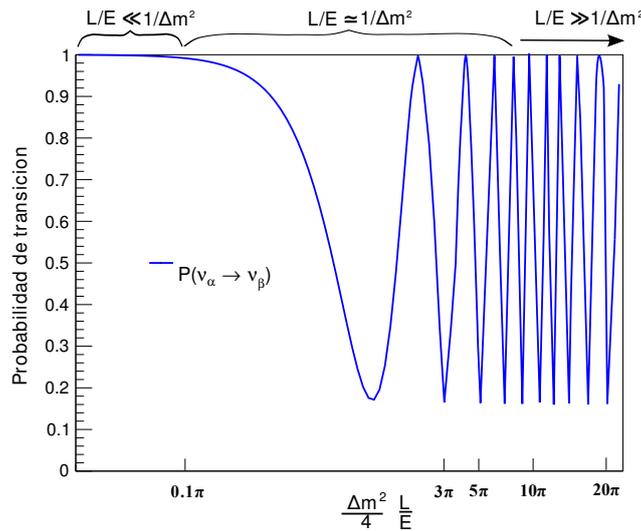


Figura 1.9: Gráfica logarítmica de la probabilidad de oscilación $P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta)$ como función de L/E para $\sin^2 2\theta = 0,83$. Las llaves denotan los tres posibles casos: (a) No oscilación ($L/E \ll 1/\Delta m^2$), (b) Máxima sensibilidad para oscilaciones con $L/E \approx 1/\Delta m^2$ y (c) medición de promedios de oscilación debido a resolución finita para $L/E \gg 1/\Delta m^2$

Experimentos con neutrinos solares

El experimento de Davis en 1968 [3], en donde se observó una fracción menor de neutrinos solares a la esperada de acuerdo con el modelo solar estándar, *Standard Solar Model* (SSM)¹⁵. Varios experimentos como GALLEX [28] y su sucesor GNO [29] en el Laboratorio de Gran Sasso en Italia, tomaron datos de 1991 a 1997 y de 1998 al 2003, respectivamente, y SAGE [30] en el observatorio de neutrinos Baksan en Rusia tomó datos entre 1990 y 2003. Sin embargo, no fue sino hasta el experimento SNO [31] que se resolvió el problema del déficit en el flujo de neutrinos solares. Otros experimentos como Borexino, KamLAND y Super-Kamiokande complementaron los datos de *The Sudbury Neutrino Observatory* (SNO) para un análisis global.

Borexino es un experimento que cuenta con un detector con líquido centellador ubicado en el Laboratorio Nacional de Gran Sasso (LNGS) en Italia. Comenzó a tomar datos en 2007 teniendo la primera medición de la línea monocromática del ${}^7\text{Be}$. En un análisis global, el resultado de Borexino para el flujo de ${}^7\text{Be}$ es una importante contribución a la constricción del flujo de neutrinos provenientes de interacciones protón-protón (pp): $\phi_{pp} = 6.06_{-0.06}^{+0.02} \times 10^{10} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$. Por otro lado, el detector Super-Kamiokande (Super-K) a una profundidad de 1 km en Japón, estudia neutrinos solares, atmosféricos, de supernovas y de aceleradores. En cuanto a los neutrinos provenientes del Sol, centra su investigación en la detección de neutrinos del ${}^8\text{B}$ vía dispersión elástica con un detector que es un tanque cilíndrico con 50 kton de agua y equipado con poco más de 11 mil fototubos; comenzó a tomar datos en 1996. Por su parte, KamLAND comenzó a tomar datos en 2002; es un detector con líquido centellador localizado en la mina Kamioka, Japón, cuyo principal objetivo es la detección de neutrinos provenientes de reactores nucleares en Japón y Korea sin embargo también es sensible a la detección de neutrinos solares.

SNO cuenta con un detector de luz Cherenkov, con 1 kton de agua pesada, localizado en la mina de Sudbury, Canada, diseñado para medir el flujo de neutrinos producidos en el decaimiento del ${}^8\text{B}$ en el Sol, llamados neutrinos ${}^8\text{B}$, así como también para estudiar sus oscilaciones. Los datos de las tres etapas del experimento [32] se combinaron con resultados adicionales de experimentos con neutrinos solares: las tasas de neutrinos solares en experimentos con Ga [33] y Cl [34], la tasa de neutrinos solares del ${}^7\text{Be}$ medidos en Borexino [35], y las tasas y el espectro de energías del retroceso del electrón de neutrinos del ${}^8\text{B}$ en Borexino [36] y en las tres etapas de Super-Kamiokande [37, 38, 39]. El resultado conjunto de SNO dio un flujo total de decaimiento del ${}^8\text{B}$ en el Sol de $(5.25 \pm 0.16(\text{est})^{+0.11-0.13}(\text{sis}) \times 10^6 \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$; el análisis de oscilación determinó los parámetros $\Delta m_{21}^2 = (5.6_{-1.4}^{+1.9}) \times 10^{-5} \text{eV}^2$ y $\tan^2\theta_{12} = 0.427_{-0.029}^{+0.033}$ en un modelo con dos neutrinos; para el análisis con tres sabores de neutrinos se obtuvo $\Delta m_{21}^2 = (7.46_{-0.19}^{+0.20}) \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\tan^2\theta_{12} = 0.443_{-0.025}^{+0.030}$ y $\sin^2\theta_{13} = 2.49_{-0.32}^{+0.20} \times 10^{-2}$.

Existen proyectos, como SNO+, para continuar con el estudio de los neutrinos solares. SNO+ es el sucesor de SNO: el detector de agua pesada se mezclará con líquido centellador y Te para la investigación no solo de neutrinos provenientes del sol si no también para abundar en el estudio de neutrinos de supernovas, geoneutrinos, neutrinos de reactores nucleares y decaimiento doble β sin neutrinos [40]. SNO+ planea comenzar a tomar datos en el 2015. Aunados a estos experimentos, existen otros proyectos con múltiples propósitos que incluyen

¹⁵Propuesto por Bahcall [27], fue el experimento que dio pie al estudio de los neutrinos provenientes del Sol. Aunque en ese momento no se sabía, ahora representa la primera evidencia de oscilaciones de neutrinos.

la detección de neutrinos atmosféricos como los son las extensiones de Super-Kamiokande (Hyper-Kamiokande [41]) y la de IceCube [42] en el Polo Sur (PINGU [43]).

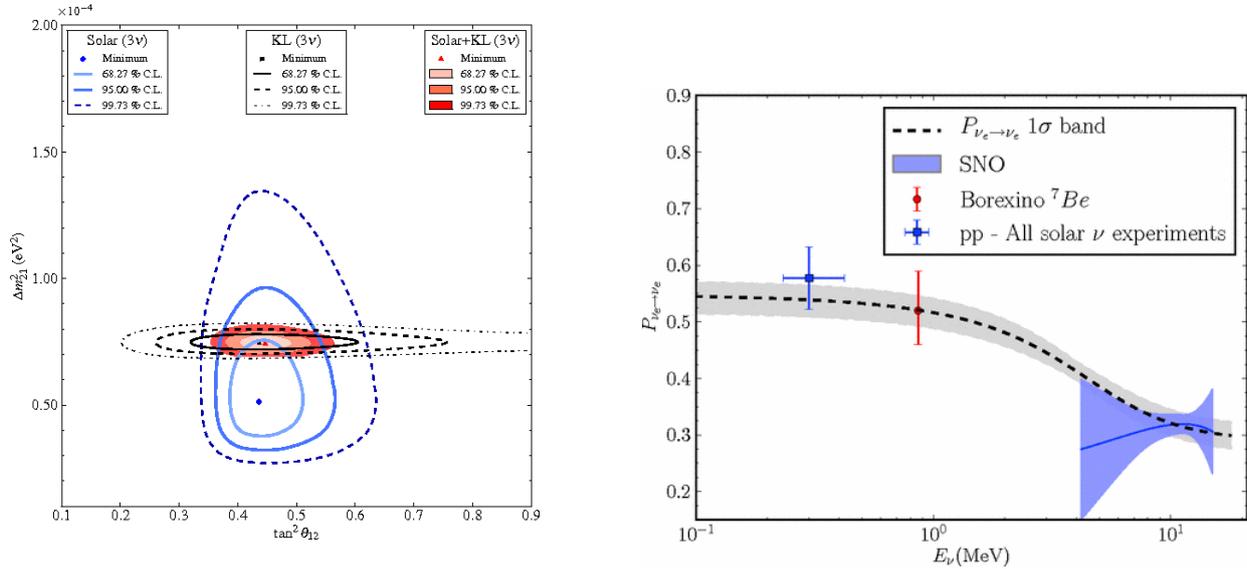


Figura 1.10: Resultado global de experimentos con neutrinos solares. A la izquierda se muestra el resultado del análisis de oscilación de neutrinos solares con un modelo de 3 neutrinos combinando los datos de SNO, KamLAND y de experimentos a cortas distancias. A la derecha se muestra la probabilidad de supervivencia de ν_e solares como función de la energía [32].

Experimentos con neutrinos atmosféricos

Los neutrinos atmosféricos deben observarse bajo tierra para limitar el flujo de rayos cósmicos. Con esto en mente, el detector Super-Kamiokande previamente mencionado como experimento con neutrinos solares también ha detectado y estudiado neutrinos atmosféricos. En 1998 Super-Kamiokande demostró que el flujo de ν_μ provenientes de interacciones en la atmósfera tenía una clara diferencia entre los neutrinos llegando desde arriba y aquellos llegando por el extremo opuesto, no siendo así para los ν_e . El déficit en el flujo de ν_μ comprobó la desaparición de neutrinos atmosféricos debido a que su probabilidad de supervivencia depende de la distancia viajada desde el punto de producción hasta aquel de su detección: neutrinos provenientes de arriba recorren 20km a partir de su producción mientras que recorren 12,000 km si atraviesan la tierra. Los experimentos MACRO [44] en Gran Sasso y Soudan2 [45] corroboraron el descubrimiento de Super-Kamiokande. Los últimos resultados de Super-Kamiokande [46] (con más de 4,000 días de operación) para el estudio de neutrinos atmosféricos se muestran en la figura 1.11 en donde se observa una clara dependencia del espectro de energías con el ángulo de detección de los neutrinos y una clara evidencia de desaparición de neutrinos del muón a partir del déficit de muones tanto para eventos medidos directamente (segunda columna) como para aquellos de muones que atravesaron la tierra antes de ser detectados (tercera columna).

Actualmente existen experimentos con aceleradores como el *Main Injector Neutrino Oscillation Search* (MINOS) (ahora llamado MINOS+) en Estados Unidos y el experimento *Tokai to Kamioka* (T2K) en Japón, el cual usa al mismo detector Super-Kamiokande, que son sensibles a los parámetros de oscilación atmosféricos Δm_{23}^2 y $\sin^2 2\theta_{23}$; el experimento

NuMI Off-Axis ν_e Appearance (NO ν A), un experimento también con neutrinos de acelerador, comenzó a adquirir datos recientemente (a finales del 2014) y también será sensible a dichos parámetros.

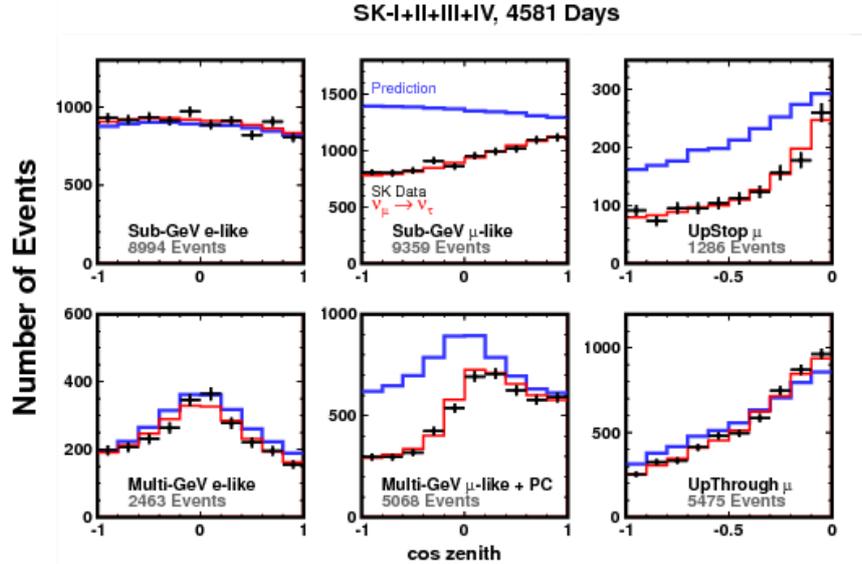


Figura 1.11: Resultados del espectro de neutrinos atmosféricos en el detector Super-Kamiokande. Los datos se muestran con puntos, las predicciones sin oscilación se muestran en azul y el espectro del mejor ajuste en rojo [46].

Experimentos con reactores

El primer intento de medición de θ_{13} lo hicieron los experimentos CHOOZ [47] y Palo Verde [48] a finales de 1990 y principios de los 2000. En ellos no se observó oscilación de neutrinos pero CHOOZ estableció un límite superior para $\text{sen}^2 2\theta_{13} < 0.12$ al 90 % N.C. Fue hasta el 2011 que se mostró evidencia de que el ángulo de mezcla θ_{13} era distinto de cero. La primera pista fue la tensión entre los resultados de KamLAND para la desaparición de $\bar{\nu}_e$ y mediciones solares (como la tasa de ν_e en interacciones de corriente neutra en SNO). Subsecuentemente, MINOS y T2K (de los cuales se hablará más en el siguiente apartado) publicaron sus resultados de la búsqueda de oscilación $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ la cual también es sensible a θ_{13} . En particular, T2K desfavoreció la hipótesis de $\theta_{13} = 0$ a 2.5σ y a principios del 2012 Double Chooz [49] también la desfavoreció con 1.6σ tan solo con un detector lejano. Finalmente, en Marzo del 2012, Daya Bay descubrió con 5.2σ un valor distinto de cero para θ_{13} y más tarde, RENO [50] confirmó el descubrimiento con 4.9σ . RENO actualizó sus resultados en Marzo del 2013 con $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0.100 \pm 0.010(\text{est}) \pm 0.015(\text{sis})$; Double Chooz también proveyó nuevos resultados con $\text{sen}^2 2\theta_{13} = 0.109 \pm 0.035$.

Daya Bay es un experimento diseñado para medir la probabilidad de supervivencia de $\bar{\nu}_e$ de los reactores nucleares en Daya Bay, China. El complejo de plantas nucleoelectricas en Daya Bay es una de las fuentes más prolíficas de antineutrinos en el mundo (consiste en 6 reactores). El experimento cuenta actualmente con 8 detectores idénticos de líquido centellador dopado con Gd. En su análisis más reciente [51], Daya Bay usó las mediciones de la tasa y del espectro de $\bar{\nu}_e$ entre los detectores cercanos y lejanos para medir los parámetros de oscilación

$\sin^2 2\theta_{13}$ y $|\Delta m_{ee}^2|$. Con 621 días de toma de datos, Daya Bay midió $\sin^2 2\theta_{13} = 0.084 \pm 0.050$ y $|\Delta m_{ee}^2| = 2.44^{+0.10}_{-0.11} \times 10^{-3} \text{eV}^2$ siendo esta la medición más precisa hasta la fecha. Se espera que Daya Bay mida los mismos parámetros con una precisión $< 3\%$ para finales del 2017.

Los experimentos actuales con reactores realizan mediciones de la desaparición de $\bar{\nu}_e$ en cortas distancias (~ 2 km). Por distintos propósitos, los futuros experimentos con reactores se enfocarán en mediciones a distancias aún menores (línea del haz a distancias muy cortas, *Very Short Baseline* (VSBL)) como PROSPECT o a distancias medias como JUNO. El experimento PROSPECT en Estados Unidos planea resolver la anomalía de reactores a distancias de $\sim 4\text{-}20$ m; JUNO, en China, tiene como mayor motivación la determinación de la jerarquía de masa de los neutrinos y una medición con mejor precisión de los parámetros de mezcla a ~ 53 km. Por otro lado, se ha propuesto el experimento RENO-50 [52] en Corea, entre cuyos objetivos se encuentra también el aumento en la precisión de los parámetros de oscilación θ_{12} y $|\Delta m_{21}^2|$, la determinación de la jerarquía de masas y, además de la detección de neutrinos de reactores, buscará señales de neutrinos del interior de la tierra, solares y de supernovas.

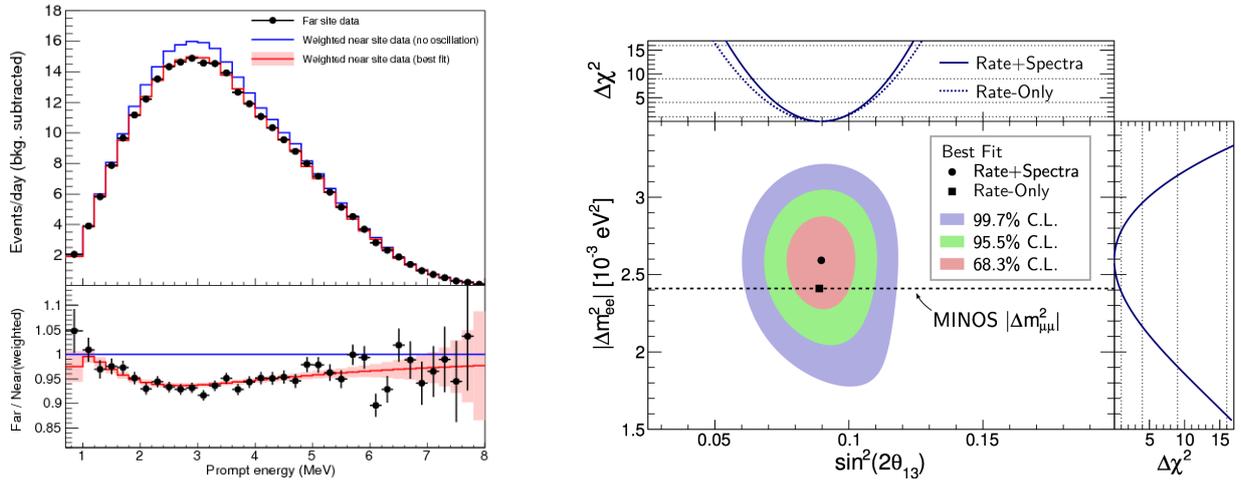


Figura 1.12: A la izquierda, regiones permitidas para $\sin^2 2\theta_{13}$ y $|\Delta m_{ee}^2|$ con 68.3%, 95.5% y 99.7% N.C. en Daya Bay. El mejor ajuste para los parámetros de oscilación se muestra con un punto negro. Los paneles muestran la dependencia de $\Delta\chi^2$ en cada uno de los parámetros [53]. A la derecha, el cuadro superior muestra el espectro del fondo en el detector lejano de MINOS comparado con el esperado en su detector cercano, ambos sin oscilación; se incluye el espectro del mejor ajuste. El cuadro inferior muestra la razón entre los datos del detector lejano y el cercano; la curva roja muestra la predicción en el punto de mejor ajuste [51].

Experimentos con aceleradores

Los haces de neutrinos se han producido desde los 60's usando aceleradores; la posibilidad de realizar experimentos con estas fuentes fue propuesta por Pontecorvo [54] en 1957 y por Schwartz en 1960 [55]. Años más tarde se llevó a cabo un experimento en el Laboratorio Nacional de Brookhaven en donde se detectó un neutrino del muón. A grandes rasgos, los experimentos con haces de neutrinos pueden dividirse en dos categorías: línea del haz a distancias cortas, *Short Baseline* (SBL) y línea del haz a distancias largas, *Long Baseline* (LBL). Han existido algunos experimentos previos a LSND, KARMEN y MiniBooNE, los cuales caen dentro de la primera categoría, sin embargo se mencionarán solo estos tres últimos. Por otro lado, experimentos actuales como T2K, MINOS+ y NO ν A, y futuros como el *Deep*

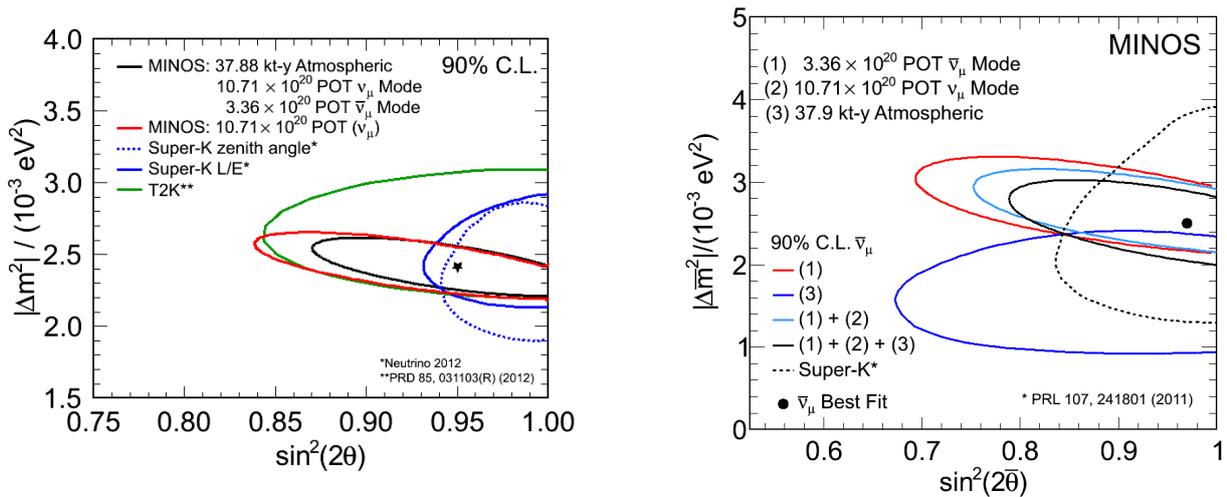
Underground Neutrino Experiment (DUNE) [56] (antes LBNE/LBNF) forman parte de los experimentos de detección a largas distancias.

El experimento LSND [57] clama haber visto oscilaciones en la región de $\Delta m^2 \leq 1\text{eV}^2$, específicamente $\Delta m^2 = 1.2\text{eV}^2, \sin^2 2\theta = 0.003$. LSND corrió entre 1993 y 1998 en el laboratorio de los Álamos, *Los Alamos Neutron Science Center* (LAMPF) en Estados Unidos. El detector consistió en un tanque con 168 toneladas de líquido centellador y equipado internamente con 1220 fotomultiplicadores con el que se buscaron las señales de oscilación $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$. Un experimento similar, KARMEN [58] tomó datos entre 1997 y 1998 en el Reino Unido sin dar una evidencia positiva aún siendo sensible a la misma región que el LSND.

El experimento MiniBooNE, del cual se hablará más a detalle en el siguiente capítulo, es un experimento en el laboratorio Fermilab, en Estados Unidos, el cual tuvo como principal objetivo estudiar la región de parámetros de oscilación explorada por el LSND con experimentos de aparición de ν_e y $\bar{\nu}_e$ en un haz de ν_μ . De confirmarse el resultado de LSND, la teoría de oscilaciones de neutrinos junto con el ME tendrían que cambiarse. Con un modelo de tres neutrinos se tienen dos valores independientes en las diferencias de masa Δm^2 , a las cuales identificamos como solar y atmosférica. Con el resultado del LSND se requeriría introducir un tercer valor Δm^2 , lo cual requeriría de un cuarto neutrino inobservable, un *neutrino estéril*. El análisis de datos en modo de neutrinos con un modelo de dos sabores en MiniBooNE dio señales de oscilación; en contraste, el resultado en modo de antineutrinos tiene una pequeña región de superposición con los del LSND. En experimentos de desaparición de ν_μ , MiniBooNE incluyó al experimento *SciBar Booster Neutrino Experiment* (SciBooNE) como detector cercano; este trabajo reproduce el análisis de desaparición del experimento conjunto por lo que más adelante se abundará en ellos.

El experimento K2K fue el primer experimento de oscilación de neutrinos a larga distancia. El haz de ν_μ era generado en el laboratorio KEK en Japón y detectado en Super-Kamiokande a 250 km de la fuente mientras que su detector cercano estaba a 300 m del blanco; tomó datos entre 1999-2001. El siguiente experimento de oscilación a larga distancia fue MINOS en el laboratorio *Fermi National Laboratory* (Fermilab); su detector lejano se encuentra en Minnesota, a 735 km de la fuente. MINOS tomó datos en los años 2005-2013 y sus resultados acerca de la jerarquía de masas se publicaron en [59]; los resultados de desaparición de ν_μ y $\bar{\nu}_\mu$ se reportaron en [60] y se muestran en la imagen 1.13. MINOS actualmente se encuentra en una nueva fase: MINOS+. Esta nueva etapa del experimento busca medir el ángulo de mezcla θ_{13} , determinar la jerarquía de masas de los neutrinos y determinar si estos violan la simetría de CP. Aún más, con la energía que alcanzará el haz de neutrinos de Fermilab, se obtendrá suficiente estadística para que MINOS+ contribuya con información acerca de posibles neutrinos estériles. MINOS+ ha tomado datos a partir del 2013, aprovechando el haz de neutrinos destinado al experimento NO ν A aumentando sus datos en un 30%. En junio del 2014 publicó sus primeros resultados preliminares de jerarquía de masas con un análisis combinado de aparición de ν_e y desaparición de ν_μ usando los datos de neutrinos del acelerador y neutrinos atmosféricos. Este último resultado junto con el análisis con un modelo de 3 y de 3+1 neutrinos no desfavorecen al modelo con solo tres sabores (ver imagen 1.14).

El experimento T2K [61] ha reportado límites similares a la de MINOS. T2K junto con NO ν A [62] buscarán determinar el ángulo de mezcla del sector leptónico θ_{13} , el ángulo de mezcla atmosférico θ_{23} , la jerarquía de masas y la fase de violación CP δ . Los detectores de NO ν A separados por 810km son detectores con líquido centellador y autosostenidos por estructuras de PVC. La instalación del detector lejano de NO ν A terminó a finales de julio del



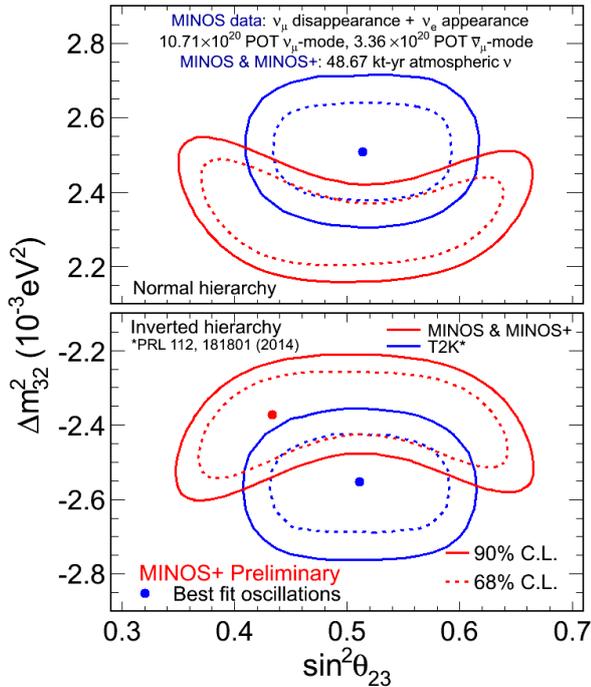
(a) Contornos obtenidos con 90% N.C. para los parámetros de oscilación de neutrinos obtenidos por el experimento MINOS con un análisis combinado de neutrinos atmosféricos y de aceleradores (línea negra). La línea roja muestra el análisis usando solo los datos de neutrinos del acelerador. La región se compara con las mediciones de Super-Kamiokande (en azul) y de T2K (en verde).

(b) Contornos obtenidos con 90% N.C. para los parámetros de oscilación de antineutrinos obtenidos por el experimento MINOS con un análisis combinado de neutrinos atmosféricos y de aceleradores (línea negra). La línea roja muestra el análisis usando solo los datos de neutrinos del acelerador. La región se compara con las mediciones de Super-Kamiokande (línea punteada).

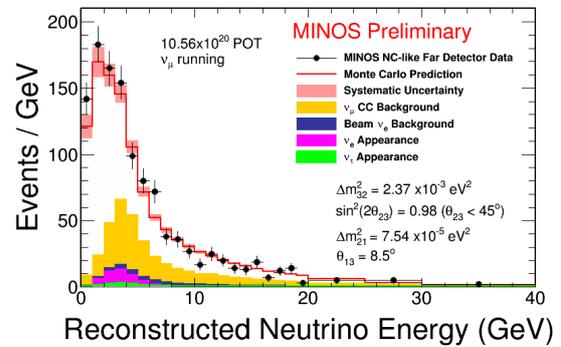
Figura 1.13: Resultado de las regiones permitidas de parámetros de acuerdo con el experimento MINOS [60].

2014; actualmente el experimento está tomando datos y se espera que esta primera corrida dure 6 años teniendo su primera publicación a finales del 2015.

Algunos proyectos de experimentos de largas distancias contemplan al sucesor de T2K con una extensión de su detector: Hyper-Kamiokande. Otro, DUNE, en los Estados Unidos, planea correr durante 10 a 20 años y cuyos neutrinos provenientes de Fermilab serán detectados en South Dakota con un conjunto de detectores de argón líquido. Futuros experimentos con neutrinos (y actuales como MicroBooNE [63], que servirá como precursor de DUNE) apuestan por la tecnología con argón líquido y cámara de proyección temporal *Time Projection Chamber* (TPC) debido a que otorgan una mejor resolución en la energía y en la traza de las partículas.



(a) Resultado preliminar de jerarquía de masas con el análisis combinado de desaparición de ν_μ y aparición de ν_e con neutrinos atmosféricos y de acelerador. El contorno rojo muestra las regiones de confianza de los parámetros Δm_{32}^2 y $\sin^2 2\theta_{23}$ para jerarquía normal (cuadro superior) y para jerarquía invertida (cuadro inferior). Los intervalos al 68% N.C. son $\Delta m_{32}^2 = (2.34^{+0.09}_{-0.09}) \times 10^{-3} \text{eV}^2$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 0.43^{+0.16}_{-0.04}$ para jerarquía normal; para la jerarquía invertida se reporta $\Delta m_{32}^2 = -(2.37^{+0.11}_{-0.07}) \times 10^{-3} \text{eV}^2$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 0.43^{+0.19}_{-0.05}$. Por comparación se muestra el resultado de desaparición de ν_μ de T2K.



(b) Resultado preliminar del espectro de energías de neutrinos en MINOS+ comparado con la predicción de eventos de corriente neutra en el detector cercano incluyendo el ruido y las incertidumbres sistemáticas totales. La predicción asume un modelo de 3 sabores de neutrinos con parámetros $\Delta m_{21}^2 = 7.59 \times 10^{-5} \text{eV}^2$, $\Delta m_{32}^2 = 2.41 \times 10^{-3} \text{eV}^2$, $\sin^2 \theta_{13} = 0.024$, $\sin^2 2\theta_{23} = 0.319$ y $\sin^2 2\theta_{23} = 0.388$ en donde no se encuentra evidencia de una desviación del modelo con tres neutrinos.

Figura 1.14: Resultados preliminares del experimento MINOS+ publicados en Junio 2014 (a) y Febrero 2015 (b) [64].

Capítulo 2

Los experimentos MiniBooNE y SciBooNE

Históricamente, los experimentos de desaparición usan dos detectores idénticos: un detector cercano colocado a una distancia tal que los neutrinos no han oscilado y un detector lejano en donde se detecta el fenómeno de oscilación. La principal motivación para usar un detector cercano es constreñir la tasa de neutrinos que no han oscilado (flujo \times sección eficaz) al estar construido con el mismo material que el detector lejano y observar un flujo similar a éste. Adicionalmente, una de las mejoras al experimento se logra constreñiendo la sección eficaz del detector al emplear mediciones previas con el mismo tipo de blanco.

El MiniBooNE, localizado en el laboratorio Fermilab en Batavia, Illinois, es un experimento para buscar oscilaciones de neutrinos a cortas distancias en la región de parámetros del LSND [65]. Por otro lado, las mediciones de dos de los subdetectores de del SciBooNE, SciBar y EC, fueron usados por los experimentos K2K [66] y T2K [67] (ambos en Japón) antes de ser trasladado a Fermilab; actualmente el detector SciBar es parte de el detector de rayos cósmicos: *SciBar Cosmic Ray Telescope* (SciCRT) en la montaña Sierra Negra, México [68]. SciBooNE y MiniBooNE compartieron el mismo haz de neutrinos generado en la línea del haz de neutrinos, *Baseline Neutrino Beam* (BNB) adquiriendo datos conjuntamente entre Junio del 2007 y Agosto del 2008.

El objetivo de instalar el detector de SciBooNE cerca de la fuente del haz del Booster fue entonces emplearlo como detector cercano del experimento MiniBooNE para constreñir algunas de las incertidumbres tanto del flujo de neutrinos como de las secciones eficaces y hacer un análisis combinado de las datos obtenidos por ambas colaboraciones.

El lugar de SciBooNE en Fermilab se eligió buscando la optimización entre la tasa y el espectro de energía de los neutrinos; se determinó que la mejor locación del experimento era sobre la línea del haz y cerca de la fuente de neutrinos para obtener una tasa lo más alta posible. Aunque SciBooNE fue contruido para medir secciones eficaces, la composición de carbono del subdetector SciBar lo hizo candidato a detector cercano de MiniBooNE para constreñir tanto el flujo como la sección eficaz y de esta forma mejorar la búsqueda de desaparición de ν_μ y de $\bar{\nu}_\mu$.

Las mediciones presentadas por MiniBooNE hasta antes de la implementación de SciBooNE se basaron en un análisis de forma debido a las grandes incertidumbres en la normalización ($\sim 20\%$). Las incertidumbres en el flujo y las secciones eficaces de los neutrinos contribuyen significativamente en este tipo de análisis por lo que es necesario entender

mejor dichas contribuciones para mejorar la medición en los eventos del experimento de desaparición.

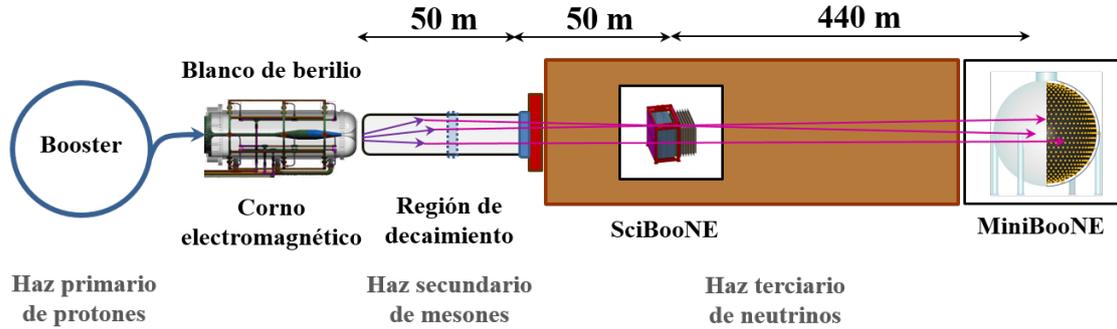


Figura 2.1: Esquema de los experimentos SciBooNE y MiniBooNE. El sincrotrón Booster acelera protones hasta 8 GeV y los envía a un blanco de berilio el cual se encuentra dentro de un corno magnético. Los mesones producidos a partir de la interacción del haz primario de protones son enfocados o desenfocados en el corno formando un haz secundario. Dichos mesones decaen en los neutrinos que forman el haz terciario. El haz de neutrinos producido pasa a través del absorbente y de tierra antes de llegar a los detectores; esto asegura que los neutrinos sean el único producto del haz que llegue a ellos. La distancia total entre la cara superior del blanco al centro de los detectores es de 100 y 541 m para SciBooNE y MiniBooNE respectivamente.

2.1. El haz de neutrinos del Booster

Para la búsqueda de desaparición de ν_μ ($\nu_\mu \rightarrow \nu_x$) se requiere de una fuente bastante pura y abundante de neutrinos la cual no se puede obtener naturalmente ya que el flujo de neutrinos atmosféricos es muy bajo mientras que los neutrinos solares, así como los generados por reactores nucleares, son mayormente ν_e y $\bar{\nu}_e$. Es entonces necesario crear ν_μ artificialmente para estudiar las oscilaciones de neutrinos.

Varios criterios fueron tomados en cuenta para el diseño del haz de neutrinos. El primero fue maximizar el flujo a bajas energías el cual provee de la sensibilidad adecuada para estudiar la señal del LSND en las regiones apropiadas de Δm^2 y de $\sin^2 2\theta$ manteniendo el detector MiniBooNE dentro de Fermilab. El segundo criterio fue mantener una pequeña razón ($< 3 \times 10^{-3}$) de $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ sobre $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ y aun así obtener altas estadísticas. La contaminación del haz de ν_e proviene principalmente de decaimiento de muones ya que la producción de kaones es suprimida por el haz de protones bajamente energéticos. La solución fue entonces un haz de baja energía.

El haz de neutrinos se genera usando protones a 8.89 GeV/c provenientes del Acelerador sincrotrón del laboratorio Fermilab (Booster) los cuales inciden en un blanco de berilio. De esta forma, la producción de partículas está dominada por piones. Los neutrinos son resultado del decaimiento de muones cuya fuente primaria es el decaimiento de piones producidos en el blanco

Esto tiene como resultado un flujo significativo de $\nu_e(\bar{\nu}_e)$ en modo neutrino (antineutrino) mientras que el correspondiente flujo de $\bar{\nu}_\mu(\nu_\mu)$ es pequeño comparado con el de $\nu_\mu(\bar{\nu}_\mu)$ que es resultado directo del decaimiento de piones.

La línea del haz neutrinos del Booster de Fermilab se genera en tres etapas:

- Un haz primario de protones extraídos del Booster incidentes en un blanco de berilio.

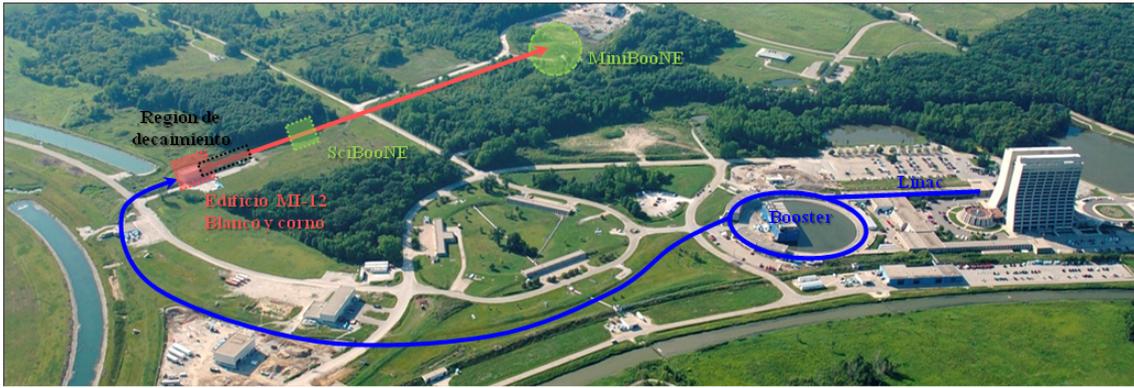


Figura 2.2: Vista aérea de la línea del haz de neutrinos. Los protones provenientes del acelerador lineal llegan al sincrotrón (Booster) donde salen acelerados a 8 GeV hacia el edificio MI-12 para impactar con el blanco de berilio. Los mesones producidos a partir de la interacción de los protones son enfocados con el corno electromagnético y decaen en los neutrinos que llegan al detector.

- Un haz secundario de mesones producidos por colisiones inelásticas de los protones del haz primario con núcleos de berilio.
- Un haz terciario de partículas compuesto principalmente de neutrinos producto del decaimiento de muones a lo largo de un túnel.

2.1.1. Haz primario de protones

La disposición esquemática del BNB se muestra en la figura 2.2 y se describe en detalle en el reporte técnico [69]. La línea del haz de neutrinos utilizada para los experimentos MiniBooNE y SciBooNE utilizan tres de los cinco aceleradores para crear colisiones protón-antiprotón construídos para servir al acelerador Tevatrón. La primera etapa para generar neutrinos consiste en la generación de protones a partir de una botella de gas de Hidrógeno el cual es convertido en iones H^- con un generador Cockcroft-Walton¹ y acelerados a 750 keV. Posteriormente, los iones son acelerados hasta 400 MeV usando campos electromagnéticos alternantes en un acelerador lineal, *Linear Accelerator* (LINAC) de 150 m de largo. Una lámina delgada de carbón detiene a los electrones dejando únicamente protones para entrar a un acelerador circular (sincrotrón) con 152 m de diámetro, llamado *Booster*, operando a 15 Hz a ~ 6 m bajo tierra.

El Booster acelera a los protones hasta una energía cinética de 8 GeV (momento de 8.9 GeV/c) para ser extraídos por medio de pulsos magnéticos y enviados hacia el edificio MI-12 (Main Injector 12). Cada entrega al *Main Injector*, *spill*, tiene una duración de $\sim 1.6 \mu s$ y entrega $\sim 4 \times 10^{12}$ protones extraídos por medio de pulsos magnéticos en el tunel del *Main Injector* y doblados alrededor de 80 grados hacia el blanco empleando dipolos magnéticos. Por la geometría del Booster, cada *spill* contiene 81 *bunches*² con ancho de ~ 6 ns separados por 18 ns.

Un sistema de monitoreo mide el tiempo y la intensidad de los spills. El número absoluto de POT se mide con dos toroides situados cerca del blanco en el punto de producción de neutrinos

¹Después de 40 años en funcionamiento, en el 2012 se cambió por un sistema RFQ (por sus siglas en inglés: Quadrupole Radio Frequency)

²Un *bunch* se puede traducir como *puñado de partículas*. El haz no entrega protones continuamente sino que envía conjuntos o *paquetes* de ellos cada cierto intervalo de tiempo.

(Toroid_860 y Toroid_875, por su posición en la línea del haz); un sistema de monitoreo de la posición del haz, *Beam Position Monitors* (BMP) y una cámara multialámbrica monitorean el ancho del haz, su posición y dirección. Un programa de autocorrección del haz utiliza las mediciones de la posición para corregir pequeñas desviaciones en tiempo real ajustando la configuración magnética del sistema.

2.1.2. Haz secundario de mesones

El haz secundario está completamente contenido en el salón del blanco de protones. El cual cuenta con un blindaje de acero para aislar la radiación. El haz secundario consiste de tres partes: el sistema de enfoque, una región de decaimiento y un amortiguador.

El blanco de protones

Los protones primarios impactan un blanco delgado de berilio localizado en el cuarto del blanco de MiniBooNE. El blanco está constituido por siete pastillas cilíndricas de berilio (10.2 cm de largo y 0.48 cm de radio cada una) cubiertas por una manga de 0.9 cm de espesor igualmente de berilio. El blanco tiene una longitud total de 71 cm equivalente a 1.7 interacciones inelásticas por protón.

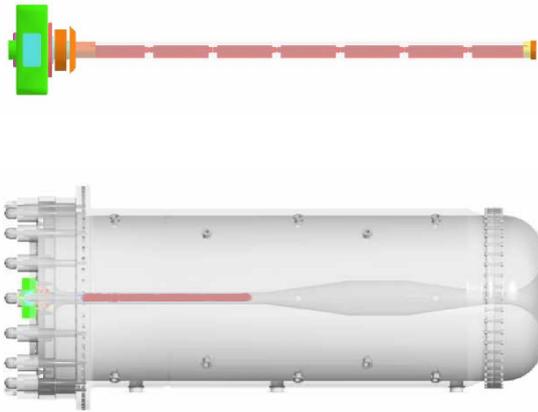
El berilio fue elegido como blanco debido a su pequeño número atómico ($Z=4$) lo cual minimiza las pérdidas de energía por radiación de los protones incidentes antes de que estos tengan oportunidad de interactuar inelásticamente con el material del blanco y producir mesones secundarios π^\pm , K^\pm , K^0 .

Enfocado de mesones

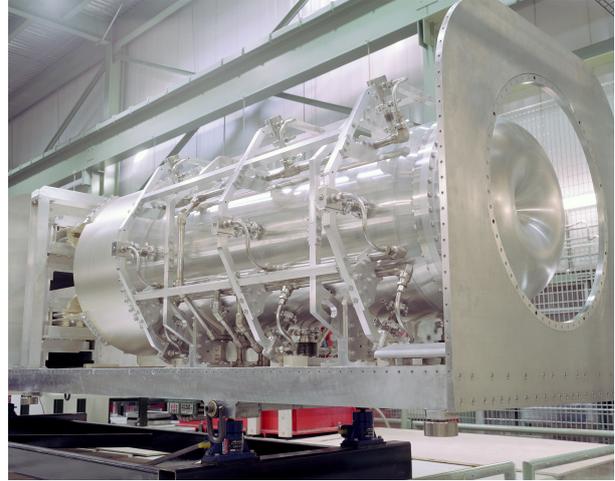
El blanco de protones está localizado a lo largo del eje de un corno magnético de tal forma que tanto el eje del blanco como el del corno coinciden con aquel del haz primario de protones. El corno magnético está formado por dos corazas concéntricas hechas de una aleación de aluminio (6061 T6) y conectadas al fondo por una tapa en forma de media dona como se muestra en la imagen 2.3b. El campo magnético presente entre los dos conductores coaxiales es generado al hacer circular una corriente eléctrica por la coraza interna (30 cm de radio) y de vuelta por la externa a una distancia de 185 cm en pulsos de 143 μ s.

La corriente suministrada al corno se pulsa en coincidencia con las colisiones del haz de protones con el blanco con lo cual enfoca a los mesones en dirección del detector. Se puede cambiar la corriente del corno para tener distinta polaridad del campo magnético y enfocar mesones con carga positiva o negativa para producir un haz de neutrinos o antineutrinos respectivamente. En modo de neutrinos (antineutrinos) la corriente de operación del corno magnético es 174 ± 1 kA (-174 ± 1 kA). Tanto la magnitud de la corriente como la forma del conductor interno se optimizaron usando GEANT [70] para maximizar el flujo de ν_μ en el rango 0.5-1 GeV en el detector y minimizar el flujo por encima de 1G eV.

Dentro de la cavidad, definida por el volumen entre los cilindros conductores, los pulsos crean un campo magnético que decae como $1/R$ en donde R es la distancia al eje de simetría cilíndrica del corno; el máximo valor del campo es de 1.5 Tesla en la región más angosta del conductor (2.2 cm de radio). Las mediciones del campo magnético dentro del corno mostraron que la desviación por defectos de borde de este a un campo magnético ideal asumiendo



(a) Imagen de la simulación del blanco de berilio (arriba) y su posición dentro del corno electromagnético (abajo).



(b) Fotografía del corno electromagnético.

Figura 2.3: Los mesones producidos a partir de las interacciones entre los protones y el blanco de berilio son enfocados por el corno para dirigir a los neutrinos derivados de la cadena de decaimiento [71].

cilindros conductores infinitos es menor que el 5 % y que el campo es despreciable fuera de la cavidad.

2.1.3. Conducto de decaimiento y haz terciario de neutrinos

Al final del corno se encuentra un colimador de concreto de 214 cm de largo con radios de 30 cm en la cara posterior y 35.5 en la anterior. Dicho colimador absorbe aquellas partículas que de cualquier forma no contribuirían significativamente al flujo de neutrinos pero que aumentarían la radiación en la línea del haz. Inmediatamente después de pasar por el colimador, los mesones secundarios entran a un conducto de decaimiento de 50 m de longitud³ y 0.9 m de radio con aire a temperatura y presión atmosféricas. Es en esta región en donde los mesones cargados decaen en vuelo produciendo neutrinos y otras partículas terciarias también con carga.

Un conjunto de 10 placas retráctiles se encuentran suspendidas a la mitad del túnel de decaimiento las cuales permiten disminuir la longitud efectiva de decaimiento desde 50 hasta 25 m modificando de esta forma la tasa de decaimiento de piones, muones y kaones. Esto último con el propósito de estudiar errores sistemáticos del haz mediante modificaciones al flujo de neutrinos provenientes de partículas de vida larga, las cuales son una fuente significativa de fondo de ν_e no oscilantes. Sin embargo, el cambio en la posición de las placas también absorbe mesones padres por lo que el flujo se ve reducido $\sim 10\%$ por cada placa insertada en el volumen de decaimiento.

A 50 m del blanco, al final de la región de decaimiento, se tiene un vertedero hecho con una barrera de 3.8 m de acero y una región de concreto para detener a las componentes hadrónicas, a los muones que no decayeron a lo largo del conducto y a los protones residuales del haz primario que no interactuaron con el blanco. Cuando el corno opera con polaridad positiva en

³La longitud total de la región de decaimiento es 49.87 m considerando el largo del conducto, la longitud del colimador y la distancia de separación entre ambos.

haz secundario de mesones está compuesto casi por completo por π^+ con energías alrededor de los 2 GeV los cuales producen un haz terciario casi completamente puro de ν_μ al decaer en el modo dominante $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (tasa de decaimiento, *Branching Ratio* (BR)=99.988 %). La mayoría de los μ^+ hijos de π^+ llegan al final de la región de decaimiento para ser capturados por los núcleos del amortiguador del haz. Sin embargo, existe la posibilidad de que alguno de los μ^+ que decaigan como $\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_\mu \nu_e$ contribuyan a la contaminación del haz por ν_e . Los kaones K^+ y K^0 también producidos en el blanco decaerán a través de $K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$ (4.87 BR) y $K^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_e$ (BR=38.8 %).

Dentro del conducto de decaimiento se tiene un contador de muones, *Little Muon Counter* (LMC), el cual es un espectrómetro que mide la tasa y el espectro de muones producidos a un ángulo de 7° con respecto del eje del haz. La cinemática del decaimiento de dos cuerpos de los piones y kaones es tal que los kaones producen una distribución centrada en 1.8 GeV/c al ángulo mencionado mientras que los piones producen muones de bajo momento. Se puede consultar la referencia [72] para más detalles acerca del LMC.

2.2. El experimento SciBooNE

Los detectores SciBar y EC de SciBooNE ⁴ [73] fueron utilizados previamente en conjunto como detector cercano del experimento K2K del laboratorio KEK ⁵ situado en Tsukuba, Japón. Posteriormente, las mediciones de ambos detectores se utilizaron para disminuir la incertidumbre asociada a la sección eficaz del experimento T2K en modo de neutrinos. A finales de julio del 2006, SciBar y EC fueron desmontados y enviados a Fermilab en donde fueron ensamblados conjuntamente a un detector de muones, MRD, empleado previamente por el experimento CHORUS [74]. El ensamblado se llevó a cabo a la par de la excavación del lugar en donde SciBooNE sería colocado a mediados de mayo 2007. La adquisición de datos en modo de antineutrinos comenzó en junio del mismo año.

En Fermilab, el experimento SciBooNE se colocó a 100m del blanco sobre la línea del haz de neutrinos. SciBooNE es un detector de traza compuesto por tres subdetectores: un detector de seguimiento por centelleo (SciBar), un calorímetro electromagnético (EC) y por un detector de muones (MRD).

Cuando una partícula pasa a través de SciBar produce luz por centelleo. La luz generada por el paso de una partícula a través del detector viaja por fibras de corrimiento de longitud de onda, *Wavelength Shifting* (WLS) hacia tubo fotomultiplicador, *Photo Multiplier Tubes* (tubos fotomultiplicadores) y, mientras la partícula se mueve, golpea fibras consecutivas. Tanto el tiempo como la carga de la luz puede reconstruirse para determinar la trayectoria de la partícula indicando su posición, ángulo y energía. El EC es un calorímetro por lo que su función es análoga a la de un switch. Los electrones son parados en el EC depositando toda su energía mientras que los muones siguen su camino hacia el MRD. Los contadores de centelleo en el MRD funcionan similarmente a las fibras de SciBar con la diferencia de brindar información más exacta acerca de la posición de las partículas debido a que los contadores son más grandes.

⁴Adquiere su nombre por la combinación entre el nombre del detector SciBar y el proyecto BooNE.

⁵por sus siglas en japonés: Kō EnerugiKasokuki Kenkyū Kikō traducido al inglés como The High Energy Accelerator Research Organization

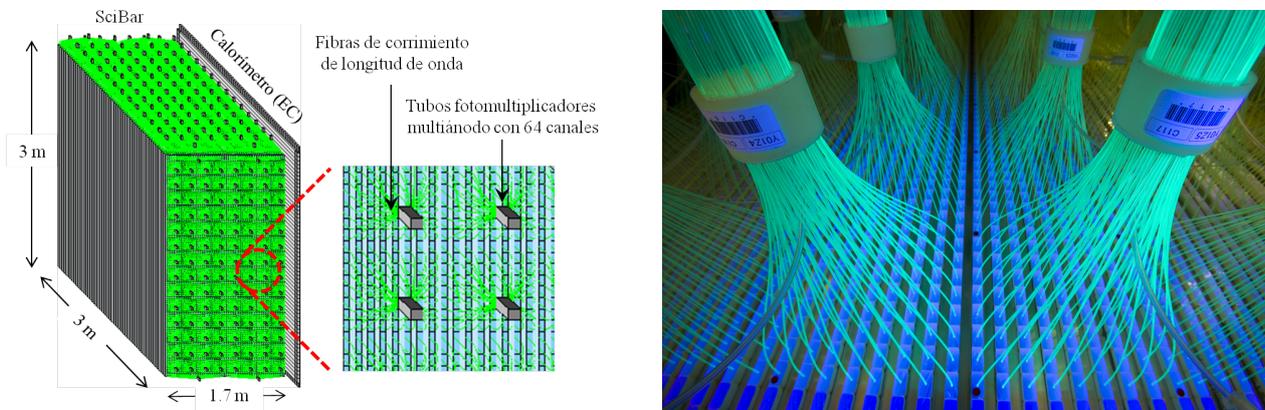
2.2.1. El rastreador de barras centelladoras: SciBar

El rol principal del rastreador construido con barras de plástico centellador, SciBar (por su nombre en inglés: *Scintillator Bar Tracker*), es reconstruir los vértices de las interacciones neutrino-núcleo y detectar partículas cargadas producidas por interacciones de neutrinos. Adicionalmente, SciBar es capaz de partículas idénticas basándose en el depósito de energía por unidad de longitud.

El detector SciBar [75] es un detector de neutrinos completamente activo el cual tiene una estructura finamente segmentada. El blanco del detector es un bloque de plástico centellador formado por 14,336 barras producidas en Fermilab cada una de tamaño $1.3 \times 2.5 \times 300 \text{ cm}^3$ dando un volumen total de $3 \times 3 \times 1.7 \text{ m}^3$ equivalente a 15 toneladas de blanco con núcleos de carbono e hidrógeno.

SciBar tiene 64 capas perpendiculares a la dirección del haz; cada una de ellas consta de un plano vertical y uno horizontal. Un plano contiene 112 barras de plástico centellador acomodadas ya sea horizontal o verticalmente. Las barras centelladoras están hechas de poliestireno con Óxido de Polifenileno PPO 1% ($\text{C}_{15}\text{H}_{11}\text{NO}$) y de POPOP 0.03% ($\text{C}_{24}\text{H}_{16}\text{N}_2\text{O}_2$) y una cubierta de Dióxido de Titanio (TiO_2) de 0.25 mm de grosor.

Cada barra de plástico centellador es atravesada por una fibra WLS de 1.5mm de radio. La luz resultante de la interacción de las partículas con el plástico centellador es capturada por las fibras y enviada a un tubo fotomultiplicador multiánodo, *Multi-anode Photo Multiplier Tube* (MAPMT) por lo que SciBar usa un total de 224 MAPMTs H8804 fabricados por Hamamatsu Photonics.



(a) Esquema de la estructura de SciBar. El haz de neutrinos incide por la izquierda de la figura [76].

(b) Fotografía de las fibras que atraviesan y salen de cada barra de plástico centellador [71].

Figura 2.4: SciBar está formado por 14,336 barras de plástico centellador acomodadas vertical y horizontalmente. Cada plástico es atravesado por fibras de corrimiento de longitud de onda, cada una conectada a uno de los ánodos de un PMT. El volumen total de detector es $3 \times 3 \times 1.7 \text{ m}^3$ y masa de 15 toneladas.

La ganancia de cada uno de los canales de SciBar es monitoreada mediante un sistema compuesto por diodo emisor de luz, *Light Emitting Diodes* (diodos de emisión de luz), fibras ópticas y módulos de inyección de luz. El procedimiento consiste en utilizar las fibras ópticas para enviar la luz de 4 LEDs hacia los módulos de inyección de luz desde donde esta se distribuye a cada una de las fibras de WLS. Cerca de cada existen fotodiodos PIN para

monitorear la luminosidad de ellos; los datos acerca de la ganancia y del pedestal de cada canal de los MAPMTs se toma entre cada spill para monitorear la estabilidad del detector.

El sistema de adquisición de SciBar tiene un amplio rango dinámico para poder separar los piones de los protones de acuerdo con la energía depositada por unidad de longitud de trayectoria. La electrónica del front-end se encuentra acoplada a los fotomultiplicadores y a los módulos VME del back-end. Las señales son procesadas por una combinación de integradores circuito integrado de aplicación específica, *Application Specific Integrated Circuit* (ASIC); luego, la información es digitalizada por un convertidor de señal analógica a digital específica, *Analog Digital Convertor* (ADC) y leída por el sistema VME. La información acerca del tiempo es procesada y guardada por TDCs desarrollados para la cámara de muones del experimento ATLAS⁶. El detector cuenta con cuatro triggers o disparadores en concordancia con la estructura de los paquetes de partículas entregados por el haz. El trigger del haz comienza alrededor de $2\mu\text{s}$ antes de que se reciba el primer paquete de partículas y tiene una duración de $20\mu\text{s}$; todos los canales de los subdetectores de SciBooNE (SciBar, EC, MRD) son leídos para cada disparador del haz independientemente de la ocupación del *hit* para asegurar que no se desperdicien datos del haz. El subsecuente trigger del pedestal abre la ventana después del trigger del LED para medir los valores del pedestal los cuales se refieren al valor del canal de ADC al cual la luz no llega al PMT. Dichos valores de ADC son sustraídos de la señal durante el proceso de calibración. Finalmente, el trigger de rayos cósmicos abre una ventana cuando se guarda un evento debido a rayos cósmicos.

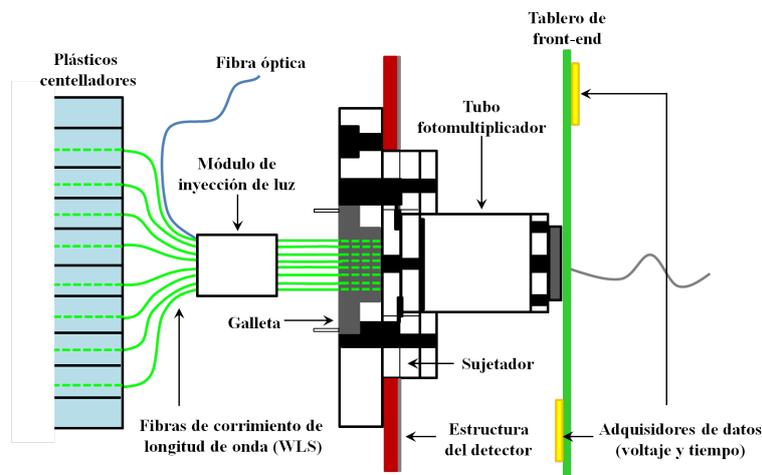


Figura 2.5: Las fibras de corrimiento de longitud de onda se acoplan a los tubos fotomultiplicadores a través de un artefacto conocido como *galleta*. El módulo de inyección de luz se localiza entre los plásticos centelladores y los fototubos. Cada fototubo está montado sobre un tablero de front-end.

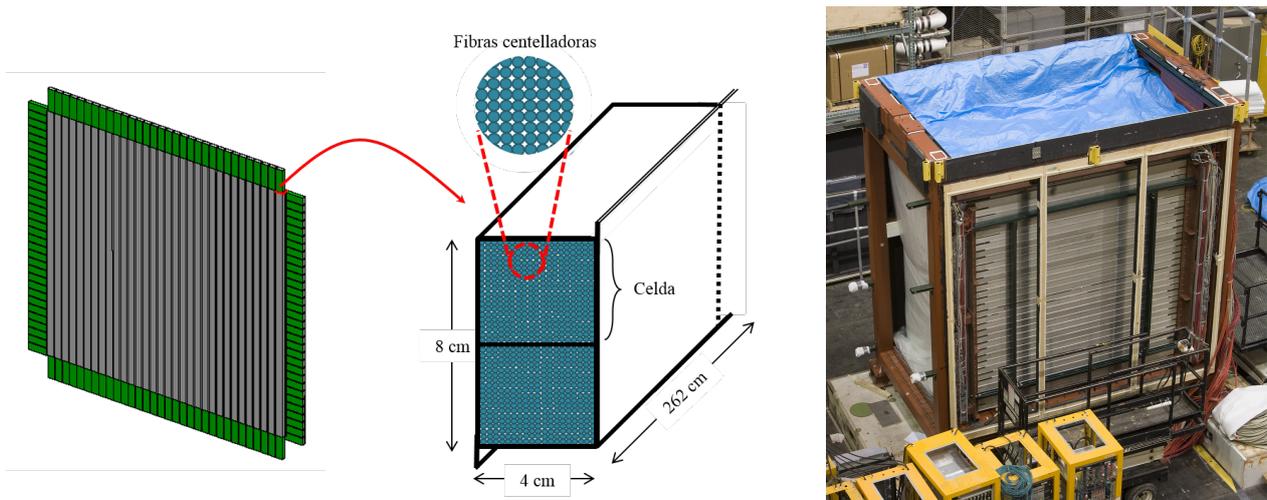
2.2.2. El receptor de electrones: EC

El receptor de electrones, EC (por sus siglas en inglés: Electron Catcher), es un calorímetro electromagnético instalado detrás de SciBar con respecto a la dirección de llegada del haz de neutrinos (como se aprecia en la figura 2.4a). El objetivo principal del EC es aumentar la longitud de radiación electromagnética ya que SciBar corresponde únicamente a 4 unidades

⁶ATLAS es uno de los detectores colocados en el Large Hadron Collider localizado en el laboratorio CERN en Suiza.

mientras que el EC proporciona 11 permitiendo capturar el 85 % de la energía debida a lluvias electromagnéticas a 3 GeV (90 % por abajo de 2 GeV). Se usa principalmente para medir las interacciones de neutrinos en donde se producen π^0 ya que el EC es capaz de distinguir la traza de un e^- o de un γ de aquella de un μ^- o de un π^- además de medir la energía depositada con bastante precisión.

El EC está formado por dos planos; uno contiene 32 módulos horizontales y el otro 32 verticales. Ambos planos tienen una sección transversal igual a $2.7\text{m} \times 2.7\text{m}$. Cada módulo es un arreglo de plomo (99 % plomo con 1 % de antimonio) y fibras centelladoras. Se apilan hojas de plomo acanalado de 1.9 mm de grosor y 2,650 mm de longitud en donde se colocan las fibras centelladoras de 3,050 mm de largo; cada módulo tiene un total de 25 láminas de plomo con canales de 1.1 mm de diámetro y 740 fibras con diámetro de 1 mm, todo soportado por una caja de acero soldado. Las fibras centelladoras fueron manufacturadas por Kuraray (tipo SCSF81), tienen una coraza de poliestireno de 1 mm de diámetro rodeada por una cubierta de acrílico de $30 \mu\text{m}$ de espesor con una emisión máxima alrededor de los 420 nm (azul). Se aplicó pintura acrílica negra a los últimos 5 cm de los bordes de cada fibra para mejorar la recolección de luz al reducir la aquella proveniente del revestimiento el cual tiene una menor longitud de atenuación. Las fibras son agrupadas en dos ramilletes con forma hexagonal (22.2 mm de vértice a vértice) y acopladas a una guía de luz también con forma hexagonal (24 mm de vértice a vértice) como se muestra en la imagen 2.6a. Cada ramillete define a dos celdas independientes de lectura de señal con sección transversal de $42 \times 42 \text{ mm}^2$.



(a) Esquema del detector de electrones y de la sección transversal de uno de sus módulos.

(b) Vista posterior del calorímetro electromagnético con respecto a la dirección del haz [71].

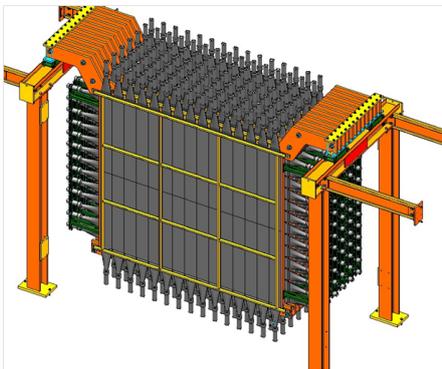
Figura 2.6: El calorímetro electromagnético EC funciona principalmente como detector de electrones. Las fibras que lo componen se agrupan en ramilletes de 740 y se dividen en dos celdas independientes de lectura de señal.

Las guías de luz están acopladas a dos PMT Hamamatsu R1355/SM de modo tal que cada módulo es leído por cuatro fotomultiplicadores, dos a cada uno de sus lados, con voltaje de operación igual a 1,600 V. A partir de cada PMT se produce una señal diferencial empleando la salida de los cátodos y el último dinodo. En el front-end, los 256 canales analógicos del detector son leídos y digitalizados por medio de un módulo VME. Estos tableros soportan 32 canales de conversión de carga analógica a digital ADC en $5.7 \mu\text{s}$; en el EC no se cuenta

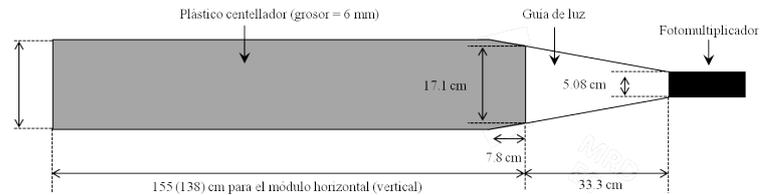
con información acerca del tiempo de la señal.

2.2.3. El detector de muones: MRD

El detector de muones, MRD (por sus siglas en inglés: Muon Range Detector), consiste de 12 placas de hierro de dimensiones $274 \times 305 \times 5 \text{ cm}^3$ 5 cm de espesor intercaladas con 13 planos de contadores de centelleo y alternadas horizontal y verticalmente, empezando y terminando con planos horizontales. El espesor total de 60 cm de hierro brinda al MRD la capacidad para detener muones cuyas energías no excedan 1 GeV con una resolución de 100 MeV. La masa total del detector es de 60 toneladas en donde 48 corresponden unicamente al hierro.



(a) Esquema del detector de muones.



(b) Imagen de las paletas de plástico centellador acopladas a las guías de luz y a los fototubos.

Figura 2.7: Los módulos del detector de muones están compuestos por contadores de centelleo adheridos a unas guías conectadas a tubos fotomultiplicadores. El MRD cuenta con un total de 26 módulos en los planos horizontales en un arreglo de 2 columnas con 13 módulos cada una junto con los PMTs apuntando en direcciones opuestas; 30 módulos en los planos verticales están acomodados en la misma forma solo que con 2 hileras de 15 centelladores. Las dimensiones de cada placa de centellador horizontal son 155 cm de longitud, 20 cm de alto y 0.6 cm; las dimensiones de las verticales son $138 \times 20 \times 0.6 \text{ cm}^3$.

El MRD fue contruido en Fermilab con material reciclado de otros experimentos. Fue entonces particularmente importante tener una buena calibración del equipo. MRD utiliza un total de 362 fototubos.

SciBooNE cuenta con dos tipos de triggers: del haz y de calibración. El trigger del haz, como se mencionó en 2.2.1, proviene del reloj del acelerador por lo que es independiente de los tres subdetectores. Por otro lado, el trigger de calibración depende de los subdetectores: SciBar determina el trigger del pedestal y del LED. SciBar, EC y MRD determinan el trigger de eventos de rayos cósmicos el cual se lee separadamente cada vez que hay actividad en alguno de los subdetectores ocurriendo un máximo de 20 veces entre intervalos del haz. El trigger de rayos cósmicos facilita la medición directa de MIPs. Una MIP deposita energía, dando 20 p.e por cada 1.3 cm de recorrido en SciBar, con resolución de 1.6ns; una MIP deposita alrededor de 91 MeV al pasar por el EC. Una partícula mínimamente ionizadora *Minimum Ionizing Particle* (MIP) de energía mayor que $\sim 1.2 \text{ GeV}$ es aquella que sale del MRD. El promedio de eficiencia en la detección de un hit en MRD es de 99%.

2.3. El experimento MiniBooNE

MiniBooNE [77] fue la primera etapa del *Booster Neutrino Experiment* (BooNE) aprobada en Mayo de 1998. MiniBooNE buscó señales de oscilaciones $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ identificadas a partir de interacciones por difracción cuasi-elástica $\nu_e C \rightarrow e^- N$ motivado por la evidencia de oscilaciones $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ en el experimento LSND en LAMPF [78, 79, 80, 65, 81] así como por experimentos con neutrinos atmosféricos [82, 83, 84, 85].

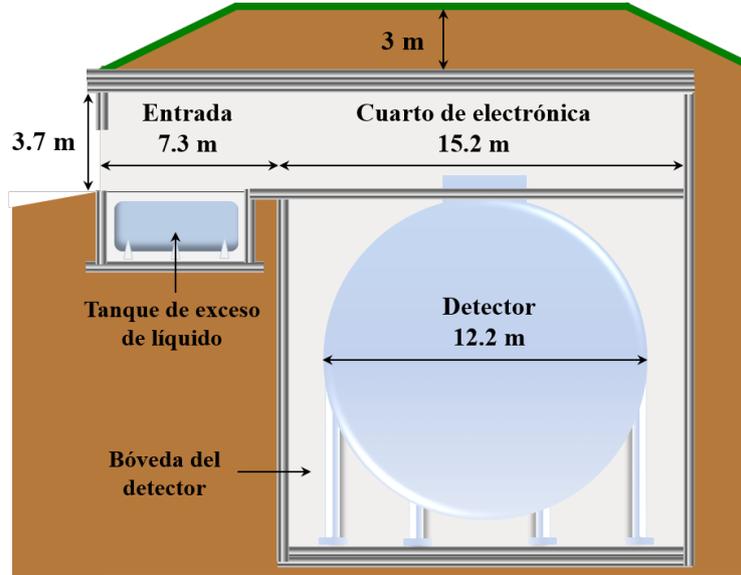


Figura 2.8: El tanque del detector se aloja dentro de una bóveda cilíndrica de 13.7m de diámetro con un cuarto arriba el cual alberga toda la electrónica y servicios. Además de servir como acceso a las tuberías, actúa como contenedor secundario del aceite mineral. Toda la estructura está cubierta por al menos 3m de tierra la cual actúa como escudo de rayos cósmicos y ayuda a mantener al detector a una temperatura constante.

El experimento LSND [57] observó más candidatos a eventos de $\bar{\nu}_e$ de los esperados debido a la electrónica. Si el exceso fuese interpretado como oscilaciones del tipo $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ entonces la región de los parámetros de oscilación más favorecida sería una banda de ~ 0.2 a ~ 2 eV². El experimento MiniBooNE fue diseñado entonces para buscar oscilaciones $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ y $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ con aproximadamente los parámetros L y E un orden de magnitud mayores que los del LSND manteniendo el mismo valor $L/E \simeq 1$ km/GeV lo cual cambia sustancialmente la producción sistemática sin cambiar la sensibilidad siendo sus objetivos.

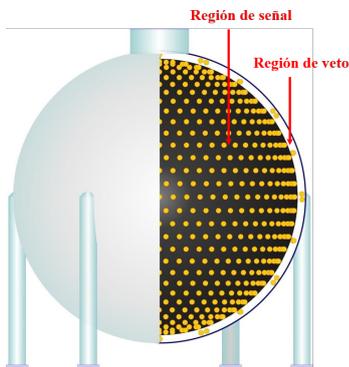
- Obtener ~ 1000 eventos $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ si la señal del LSND efectivamente corresponde a oscilaciones de ese tipo estableciendo la señal de oscilación al nivel $> 5\sigma$.
- Extender la búsqueda de oscilaciones $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ significativamente más allá de lo que habían sido estudiadas hasta aquel momento en el caso de que no se observase la señal.
- Buscar desapariciones de ν para el estudio del deficit en las mediciones de neutrinos atmosféricos con una señal que suprimiera la tasa de eventos $\nu_\mu C \rightarrow \mu N$ de los 600,000 esperados en un año.
- Medir los parámetros de oscilación $\sin 2\theta$ y Δm^2 en caso de observar oscilaciones.
- Probar la conservación de la simetría CP en el sector de leptones en caso de observar oscilaciones al correr separadamente con haces de ν_μ y de $\bar{\nu}_\mu$.

2.3.1. El detector de MiniBooNE

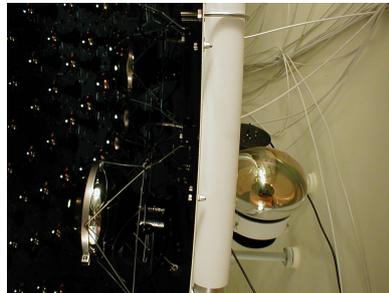
Para satisfacer la búsqueda de oscilaciones del tipo $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ y $\bar{\nu}_\mu$, el detector de MiniBooNE requirió un blanco de masa de ~ 1 kton para obtener ~ 1000 eventos debidos a oscilaciones de neutrinos por 10^{21} POT, además de una excelente discriminación entre eventos de ν_μ y ν_e . La elección de un detector de líquido Cherenkov satisfizo dichos requerimientos aunado al hecho de carecer de regiones muertas, tener una sencilla configuración de la región del veto y excelente identificación de partículas otro tipo de detectores de partículas cargadas creadas por interacciones de neutrinos.

El detector de MiniBooNE es un tanque esférico de 12.2 m de diámetro lleno con 818 toneladas de aceite mineral Exxon/Mobil Marcol 7 (grado industrial) manufacturado por Penreco elegido de esta forma por tener mayor índice de refracción que el agua y menor densidad, 1.33 y 0.85 gm/cm³ respectivamente. Una barrera opaca delimita el volumen del detector principal interno y el volumen de la región externa, *el veto*, mientras que también sirve de soporte para los PMT.

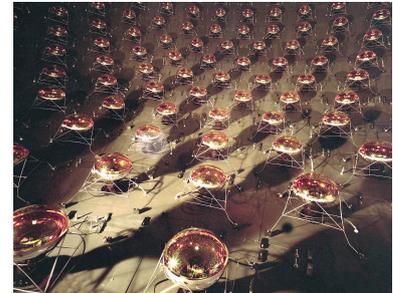
Para reducir el costo del experimento, se reutilizó parte de la electrónica del LSND (~ 1600 canales) y algunos de sus fototubos (1198 tubos Hamamatsu R1408). Adicionalmente se compraron 322 fototubos R5912 para obtener un total de 1280 canales en la región de adquisición de señales y 240 tubos fotomultiplicadores en la región del veto para discriminar los muones debidos a rayos cósmicos y a interacciones de neutrinos del haz fuera del tanque con una eficiencia $>99\%$. Con la barrera de 35 cm del veto, la barrera óptica del detector está reducida a un radio de 574.6 cm.



(a) Esquema del tanque de MiniBooNE



(b) Separación entre la región de señal (en negro) y de veto (en blanco).



(c) Región de señal dentro del tanque de MiniBooNE.

Figura 2.9: El tanque del detector de MiniBooNE se divide en dos regiones, externa e interna, ambas con fotomultiplicadores (representados con puntos amarillos en la imagen). La región externa se refiere a la región de veto; la función de éste es la de un discriminador: los eventos dentro del detector que coinciden en una ventana de tiempo con la actividad en la región del veto se discriminan debido a que la actividad registrada puede ser derivada de partículas que llegaron al detector pero que no provienen del haz de neutrinos. La región interna se refiere a la región en donde se detectan las señales candidatas a eventos dentro del tanque (las fotografías se tomaron de [71]).

Tubos fotomultiplicadores

Como se mencionó, algunos de los tubos fotomultiplicadores utilizados en el detector de MiniBooNE fueron reciclados del LSND mientras que otros fueron comprados específicamente

para el experimento. Como se explica más a fondo en [86], todos los fototubos fueron sometidos a prueba antes de su instalación para determinar sus propiedades relevantes: ganancia, tasa de ruido, resolución en la carga, resolución en el tiempo y tasa de doble pulso. Debido a que los nuevos fototubos tienen mejor resolución de carga y de tiempo, fueron distribuidos aleatoriamente dentro del tanque. Los fototubos viejos con la tasa de ruido más bajo fueron usados en la región del veto mientras que el resto sirvió para completar el arreglo en el tanque principal.

La eficiencia de estos tubos fotomultiplicadores tienen una dependencia en la longitud de onda la cual alcanza su máximo en los 390 nm cayendo a la mitad de este en los 315 y 490 nm. Los fototubos en el detector de MiniBooNE tienen un voltaje de operación positivo de ~ 2000 V en la cadena de dinodos lo cual tiene como resultado una ganancia de $\sim 1,6 \times 10^7$. La resolución temporal de dichos PMTs es ~ 1 ns mientras que la resolución en la carga es $\sim 15\%$ a 1 fotoelectrón. A pesar de que las mediciones del tiempo y de la carga se ven afectadas por la electrónica de la adquisición de datos (DAQ), la contribución dominante en los resultados de la resolución viene de las propiedades intrínsecas de los tubos fotomultiplicadores.

Después de ser acoplados a sus bases, ser examinados y tener asignada una posición en el tanque, los PMTs fueron preparados para su instalación. Se limpió a cada tubo con una solución básica de detergente con agua destilada, se enjuagaron con agua destilada limpia y se dejaron secar durante 24 horas. El motivo principal de este procedimiento fue remover los residuos de aceite dopado con centellados del LSND.

La estructura de soporte de los tubos fotomultiplicadores incluye el *hardware* para sostener 1280 y 240 tubos fotomultiplicadores principales y de veto, respectivamente, la barrera óptica que separa a la región principal de la región de veto, los accesorios para el apoyo y la liberación de la tensión en los cables de los PMTs, y apoyo para los distintos sistemas de calibración dentro del tanque de MiniBooNE. Las dimensiones de las secciones de la estructura de soporte fueron elegidas para distribuir lo más uniformemente posible a los PMTs principales sobre la superficie interna de la barrera óptica y a los PMTs del veto sobre la pared del tanque.

MiniBooNE también reusó la electrónica de los PMT utilizada en el LSND. Todas las fuentes de poder, los cajones, las tarjetas electrónicas y los cables fueron revisados y restaurados antes de ser instalados en Fermilab.

El sistema de digitalización electrónica fue diseñado para coleccionar la carga de cada fototubo, digitalizar el tiempo y la amplitud de la carga, almacenar dicha información durante un periodo sustancial y para leer una vez que un *trigger* externo o interno es recibido. La cantidad relevante registrada por medio de la información en los PMTs es entonces el número de fotoelectrones que interactúan con el tubo la cual es obtenida a partir de la información de la carga q y del tiempo t del evento.

Aceite mineral

El tanque del detector de MiniBooNE contiene 9.5×10^5 de aceite mineral. El criterio de mayor peso para la elección del aceite mineral fue su longitud de extinción⁷ debido a la gran longitud de camino que un fotón óptico debe recorrer en el aceite. Se requirió de una longitud de extinción mayor a 20 m para luz de 420 nm para perder no más de 25% de la luz generada por la interacción de un neutrino en el centro del detector. Otro aspecto que se consideró durante la elección del aceite fue la transmisión de luz en el rango de longitud

⁷Atenuación de un haz debido a diversas causas incluida la dispersión de partículas

de onda de 320-600 nm. También, se requirió que tuviese un alto índice de refracción, baja dispersión en el mismo rango de 320-600 nm, baja reactividad con los componentes del detector, bajos niveles de luz por centelleo y baja viscosidad [87].

El aceite mineral ligero Exxon/Mobil Marcol 7 (grado industrial), elaborado por Penreco, fue elegido a partir de los criterios mencionados. La densidad de dicho aceite está entre 0.76 y 0.87 gm/cm³ y una viscosidad menor a 34.5 cSt a 40 C. Mientras que un aceite con mayor densidad derivaría en mayor número de interacciones en el detector, la necesidad de su re-circulación impuso un límite superior en la viscosidad e implícitamente en la densidad máxima permitida.

Después de ser entregado en Fermilab, se realizaron varias mediciones con el aceite para determinar sus propiedades y con esta información modelar el transporte de los fotones ópticos dentro de la simulación del detector. Algunas de estas propiedades se muestran en la tabla 2.1.

Densidad	$0.845 \pm 0.001 \text{g/cm}^3$
Coefficiente de expansión volumétrica	$(61 \pm 4) \times 10^{-5} K^{-1}$
Índice de refracción, n_D (589.3nm)	$(61 \pm 4) \times [1 - (3,66 \pm 0,04) \times 10^{-4}(T - 20C)]$
Dispersión ($n_F(486.1\text{nm}) - n_c(656.3\text{nm})$)	$0,0081 \pm 0,0003$
Longitud de extinción (a 460nm)	25 - 40m
Longitud de dispersión de Rayleigh (a 442nm)	$51.7 \pm 7.0\text{m}$

Cuadro 2.1: Propiedades del aceite mineral Marcol 7 contenido en el tanque del detector de MiniBooNE

El sistema de tubería del aceite contenido en el detector de MiniBooNE fue diseñado para llenar, hacer circular, filtrar, controlar la temperatura y remover el aceite mineral. Todos los componentes del sistema son de grado alimenticio y todas las tuberías son de acero inoxidable. El aceite entra al tanque del detector durante el llenado o durante la re-circulación a través de una tubería de 7.62 cm la cual se une a la entrada al fondo del detector.

2.4. Corridas y POT

El haz cuenta con dos monitores de intensidad de protones, Toroid_860 y Toroid_875, con 10 % de error. Los periodos en los que MiniBooNE y SciBooNE adquirieron datos se muestran en la tabla 2.2 de acuerdo con las mediciones de Toroid_860. Para el caso de MiniBooNE con Toroid_875, la primera corrida en modo ν (ν corrida Ia) corresponde a 5.552×10^{20} POT y para la segunda también en modo ν (ν corrida II) corresponde a 0.841×10^{20} POT. En lo subsecuente se referirá a los mencionados conjuntos de datos como datos *viejos* de MiniBooNE, correspondiente a ν corrida Ia y como datos *nuevos* de MiniBooNE, correspondiente a ν corrida II que es el periodo en el cual MiniBooNE y SciBooNE tomaron datos al mismo tiempo. Cabe mencionar que los datos *viejos* fueron los empleados en los resultados oficiales de MiniBooNE con el análisis de forma. El número total de datos adquiridos en modo de antineutrinos corresponde a 3.386×10^{20} POT.

El BNB operó en modo de neutrinos de Septiembre 2012 a Diciembre 2005 y de Octubre 2007 a Abril 2008. La primera corrida con antineutrinos se llevó a cabo entre Enero 2006 y Agosto 2007 mientras que la segunda comenzó en Abril 2008 concluyendo en Agosto del mismo año.

Periodo	Modo	POT en SciBooNE	POT en MiniBooNE
Sep 2002 – Dic 2005	Neutrino	-	5.58×10^{20}
Ene 2006 – Ago 2007	Anti-neutrino	0.52×10^{20} (desde Junio 2007)	1.71×10^{20}
Oct 2007 – Abr 2008	Neutrino	0.99×10^{20}	0.83×10^{20}
Abr 2008 – Abr 2012	Anti-neutrino	1.01×10^{20} (hasta Agosto 2008)	9.59×10^{20}

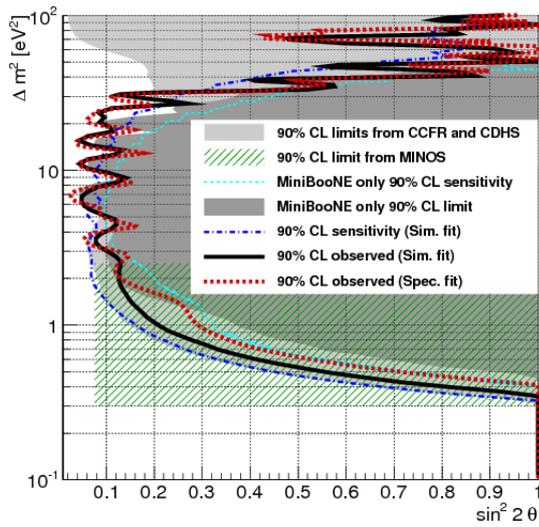
Cuadro 2.2: Número de protones entregados en el blanco de berilio en modo de neutrino y de antineutrino en distintas fechas.

MiniBooNE comenzó a tomar datos en el 2002, incluyendo el periodo en que coincidió con el funcionamiento de SciBooNE. Después de un corte de calidad en el modo de neutrinos, el número total de POT fue 5.579×10^{20} adicionalmente a los datos con 0.83×10^{20} POT del periodo de toma de datos conjunta. La diferencia entre el número de POT colectados durante los periodos de funcionamiento de MiniBooNE y de SciBooNE se debe a el distinto tiempo de vida entre los detectores y a una sabida ineficiencia en el procesamiento de datos de MiniBooNE. El sistema de enfriamiento del detector de MiniBooNE ocasionó que la electrónica se sobrecalentara y por lo tanto se apagara, dejando una diferencia de 6×10^{18} POT con respecto a SciBooNE en el mismo periodo de tiempo. El remanete de la diferencia en POT se incluye en el procesamiento de datos de MiniBooNE (se descartó aproximadamente el 5% de los candidatos a eventos y de POT sin embargo pueden ser recuperados) [88]. La estabilidad del número de eventos de neutrinos a lo largo de los dos años y medio que corrió MiniBooNE fue constante dentro del 1% de error en el número de POT.

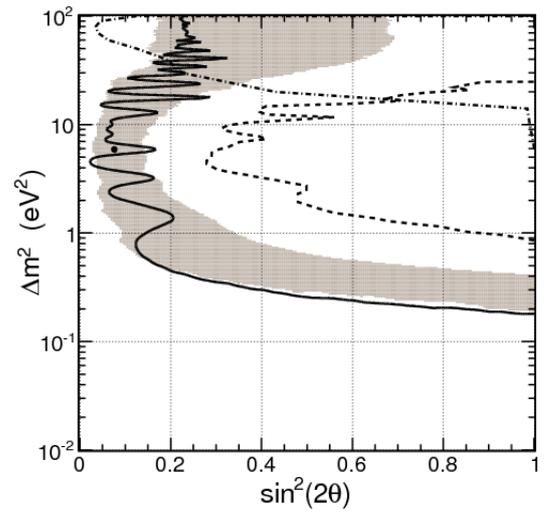
2.4.1. Resultados oficiales

Las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE reportaron su resultado de la búsqueda conjunta de desaparición de ν_μ en la región $0.5\text{-}40 \text{ eV}^2$ para Δm^2 [89] con un modelo de dos sabores de neutrinos teniendo una mejoría en la región de Δm^2 entre 10 y 30 eV^2 . Los datos obtenidos en los detectores cercanos de SciBooNE se emplearon para constreñir las señales en el detector de MiniBooNE en el primer análisis conjunto de ambas colaboraciones. Se hicieron dos tipos de análisis: *de forma o simultáneo* y *espectral*. En esta tesis se considera únicamente el análisis de forma el cual se aborda en § 4.5.

En el modo de neutrinos, el análisis simultáneo como el espectral § 4.5 resultaron consistentes con la hipótesis de nula oscilación. El valor del estadístico χ^2 en el punto de mejor ajuste ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) = (0.60, 43.7 eV²) es 39.5 con el ajuste simultáneo usando la información de la corrida I. El límite al 90% N.C. para ambos tipos de análisis se muestra en 2.10b junto con los resultados de otros experimentos relevantes. Por otro lado, el análisis en modo de antineutrinos [90] reportó el mejor ajuste en ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) = (0.086, 5.9eV²) con χ^2 = 40.0 con una mejoría en la región de $\Delta m^2 = 0.1\text{-}100 \text{ eV}^2$. En el presente trabajo se hizo el análisis de desaparición de ν_μ pero se menciona el resultado conjunto con $\bar{\nu}_\mu$ por completez.



(a) Resultado oficial de la desaparición de ν_μ en el análisis conjunto entre MiniBooNE y SciBooNE [89]. Se muestra el límite al 90% N.C. con el análisis de ajuste simultáneo (línea negra sólida) y con el ajuste espectral (línea roja punteada) junto con la sensibilidad al 90% N.C. Se incluyen también los límites reportados por CCFR[91], CDHS[92], MiniBooNE[93] y MINOS[94].



(b) Resultado oficial de la desaparición de $\bar{\nu}_\mu$ en el análisis conjunto entre MiniBooNE y SciBooNE [90]. Se muestra el límite al 90% N.C. con el análisis de ajuste simultáneo (línea negra sólida) y la banda de sensibilidad (región sombreada). También se incluye el límite reportado por MiniBooNE[93].

Figura 2.10: Resultado oficial de la búsqueda de desaparición en el experimento conjunto entre MiniBooNE y SciBooNE

Capítulo 3

Simulaciones Monte Carlo y selección de eventos

En la Física, en general, es fundamental tener una idea de los posibles resultados que arrojará un experimento. Las simulaciones permiten crear escenarios ficticios a partir de mediciones reales sin tener que correr todo un experimento. Es por ello que en proyectos tan grandes y costosos como aquellos de la Física de Partículas, es fundamental simular el aparato experimental. Para fines de los experimentos MiniBooNE y SciBooNE se simuló la producción, interacción y detección de neutrinos provenientes del BNB de Fermilab.

La simulación de eventos en MiniBooNE y en SciBooNE consiste en :

- Simulación del haz y del flujo
- Simulación de las interacciones de neutrinos
- Simulación de la respuesta del detector

La predicción del haz usa las librerías de GEANT4 [70]. La predicción del flujo de neutrinos en MiniBooNE y en SciBooNE emplea una estructura común por lo que los resultados de salida de la simulación se pasan a los programas de simulación de interacciones de neutrinos. Las librerías NEUT [95] y NUANCE [96] se usan para simular las interacciones en SciBooNE mientras que MiniBooNE solo usa NUANCE.

3.1. Predicción del flujo de neutrinos

Las predicciones para el flujo proveniente del BNB y dirigido hacia SciBooNE y MiniBooNE se hicieron usando un programa desarrollado por la colaboración MiniBooNE [97] el cual consiste, a grandes rasgos, en dos pasos: simulación de la producción de mesones y rastreo de estos en la línea del haz con el programa GEANT4 y simulación del decaimiento de mesones y rastreo de los neutrinos producidos usando un programa basado en FORTRAN.

En el primer paso, se simula la producción de mesones a partir de las interacciones p-Be a 8.9 GeV/c y se siguen las trayectorias de los mesones en el corno magnético y en el volumen de decaimiento hasta que estos decaen en neutrinos. Luego, se simulan múltiples veces los decaimientos de los mesones para mejorar la estadística de la simulación Monte Carlo. Posteriormente se guarda la información acerca de la cinemática y de la posición de los neutrinos y de los mesones madre si la trayectoria del neutrino impacta al detector SciBooNE o en MiniBooNE . El Monte Carlo utiliza como datos de entrada a los datos de

salida de la simulación de producción de mesones y genera las distribuciones cinemáticas de los neutrinos a partir de los decaimientos de mesones y de muones. Se usan las fracciones de del decaimiento de mesones y de muones así como a los factores de forma en decaimientos semileptónicos y a tres cuerpos [98]; también se toma en cuenta a los efectos de polarización en el decaimiento de muones.

Los neutrinos producidos por el decaimiento de mesones son extrapolados a lo largo de líneas rectas hacia los detectores de SciBooNE y MiniBooNE . Para las predicciones del flujo se cuentan todos los neutrinos cuyas trayectorias cruzan el volumen de los detectores. El flujo de neutrinos en el detector de MiniBooNE se determina proyectando la trayectoria del neutrino sobre el plano que contiene al centro del detector, a 541 m de la fachada del blanco. Los neutrinos que se encuentran en una trayectoria hacia el detector son registrados en las distribuciones de flujo usadas para la simulación de eventos Monte Carlo en el detector. Para la simulación de interacciones de neutrinos fuera del detector, en las paredes de concreto del edificio del detector o en la tierra, se usa un radio más grande de 1400 cm para determinar las distribuciones de flujo. Por otro lado, en SciBooNE se proyectan las trayectorias de las partículas en dos planos: uno refiriéndose a la vista superior de los tres subdetectores (SciBar, EC y MRD) y otro asociado a su vista lateral. Análogamente a MiniBooNE, en SciBooNE se simula el tránsito de las partículas en las paredes del detector.

Los resultados de la simulación se encuentran resumidos en las figuras 3.1 y 3.2, las cuales muestran el flujo total de la predicción de cada especie de neutrinos en el detector de MiniBooNE y en los de SciBooNE en modo de neutrinos y antineutrinos. En cada caso, la contribución $\nu_e/\bar{\nu}_e$ es menor al 1% en el máximo del flujo de $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu$, aunque crece a energías más altas. Como se muestra, la predicción de los flujos exhiben varias características que se entienden mejor al analizar las fuentes de cada componente del flujo.

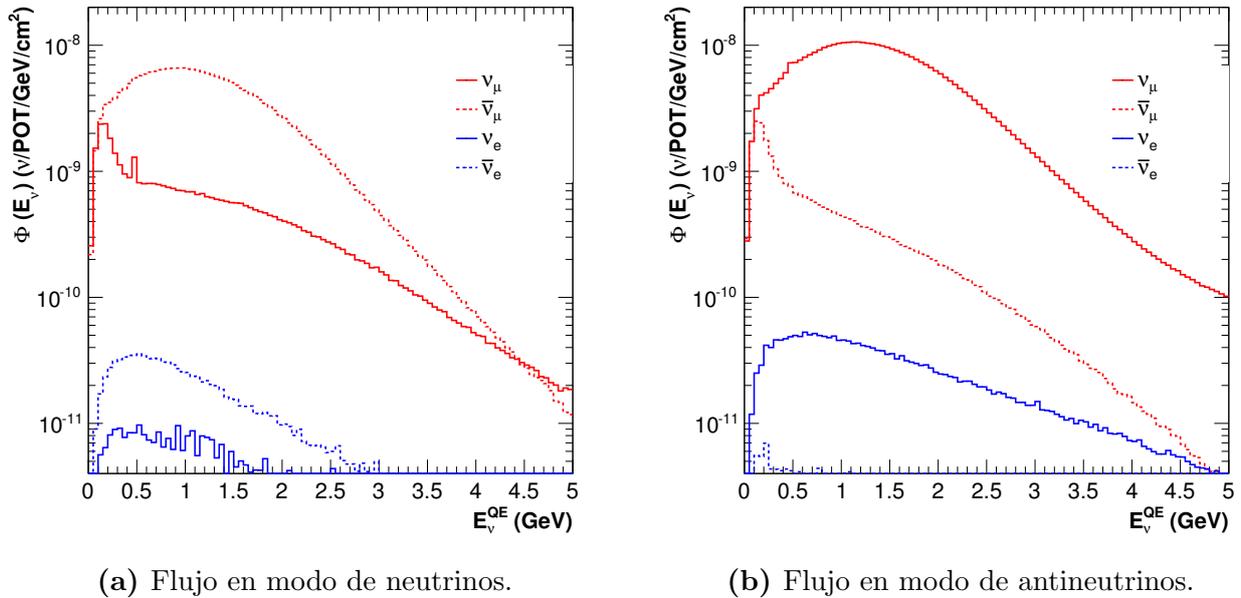
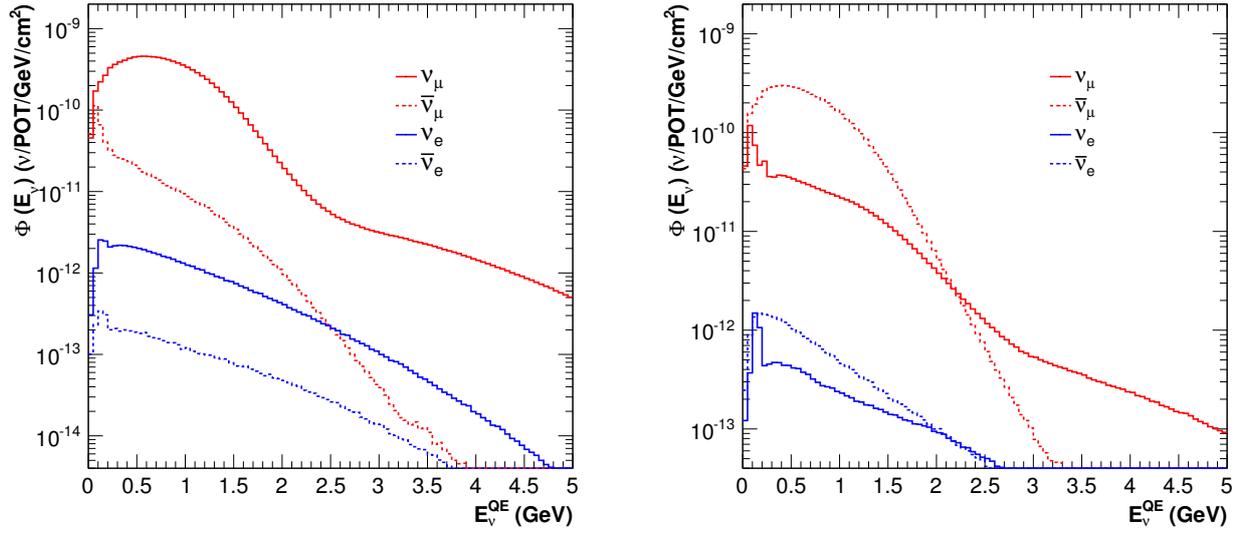


Figura 3.1: Predicción del flujo de neutrinos en SciBooNE para el corno en polaridad positiva (modo de neutrinos) y negativa (modo de antineutrinos).

La contribución integrada de cada especie de neutrino y antineutrino, junto con sus cadenas principales de decaimiento pueden verse en [97] para la configuración en el modo



(a) Flujo en modo de neutrinos.

(b) Flujo en modo de antineutrinos.

Figura 3.2: Predicción del flujo de neutrinos en MiniBooNE para el corno en polaridad positiva (modo de neutrinos) y negativa (modo de antineutrinos).

de neutrinos y de antineutrinos. La contribución dominante de las cadenas de decaimiento en las que el mesón secundario es producido por un nucleón se separa de cuando proviene de la interacción de un mesón. Esto se debe a que los errores sistemáticos son distintos para cada caso. En el primero, las secciones eficaces de producción se basan en experimentos de producción de partículas ¹, con incertidumbres sistemáticas propagadas de las incertidumbres reportadas en esos experimentos. En el segundo caso, la simulación depende del modelo de interacción hadrónica predeterminado en Geant4 para producir las secciones eficaces de producción; afortunadamente, esta última es una pequeña contribución al flujo para todos los casos.

3.1.1. Contribuciones al flujo

Con el corno en modo de neutrinos, el flujo de ν_μ es dominado por la contribución $\pi^+ \rightarrow \nu_\mu$ para energías menores a 2 GeV y mientras que $K^+ \rightarrow \nu_\mu$ domina a energías más altas. Hay una pequeña contribución de piones producidos en el decaimiento de kaones y una contribución similar por producción de mesones terciarios.

Por el contrario, la contribución de $\bar{\nu}_\mu$ en el modo de neutrinos es dominada por $\pi^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ en todo el rango de energía. La siguiente contribución más grande viene de la cadena $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \bar{\nu}_\mu$. Para el flujo de ν_μ , la contribución proveniente de la cadena análoga $\pi^- \rightarrow \mu^- \rightarrow \nu_\mu$ es suprimida debido al desenfoque de los π^- . La contribución de kaones es suprimida por la baja tasa de producción de K^- comparada con la producción de K^+ . Aparte de las bajas energías (<200 MeV) la predicción del flujo $\bar{\nu}_\mu$ es típicamente $\sim 6\%$ del flujo de ν_μ .

Los dos canales dominantes a través de los que se producen ν_e y $\bar{\nu}_e$ en el modo de neutrinos son $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \rightarrow \nu_e$ y el decaimiento a tres cuerpos $K^+ \rightarrow \nu_e$, en donde el primero domina a energías menores a 1 GeV y el segundo a energías más altas. El máximo en el espectro de

¹Ver sección V de [97]

$K^+ \rightarrow \nu_e$ a bajas energías proviene del decaimiento de K^+ en reposo ². Para $\bar{\nu}_e$, la cadena $\pi^- \rightarrow \mu^- \rightarrow \bar{\nu}_e$ solo contribuye a bajas energías debido al desenfoque de π^- y la contribución de $K^- \rightarrow \bar{\nu}_e$ es suprimida tanto por la baja tasa de producción como por el desenfoque. El resto del espectro es dominado por el decaimiento K_L^0 . Como en el caso $\nu_\mu/\bar{\nu}_\mu$, el flujo predicho de $\bar{\nu}_e$ es $\sim 10\%$ del flujo de ν_e .

En el caso del modo antineutrinos, el flujo es dominado por el decaimiento $\pi^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ en todo el rango de energía; la producción suprimida de K^- resulta contribución de $K^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$ mucho menor que la correspondiente contribución $K^+ \rightarrow \nu_\mu$ en modo de neutrinos. Más aún, como los K^- en reposo son capturados, el flujo de $\bar{\nu}_\mu$ no muestra los picos del decaimiento en reposo a dos y a tres cuerpos a bajas energías que se encuentran en ν_μ proveniente del decaimiento de K^+ tanto en modo de neutrinos como en antineutrinos. También se observó que el flujo de ν_μ a altas energías no es substancialmente suprimido en relación con el de $\bar{\nu}_\mu$. De hecho, a pesar del desenfoque de K^+ , el flujo de $K^+ \rightarrow \nu_\mu$ es mayor que el $K^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu$. Esto se debe a las tasas relativas de producción y, para altas energías, al efecto de partícula dominante en donde π^+ y K^+ tienen un espectro de momentos más grande que las contrapartes negativas. El alto momento que tienen las partículas que producen a estos neutrinos, junto con su distribución angular frontal, resulta en un menor desenfoque del corno para la componente de “signo erróneo” ³. Se ve un efecto similar para las componentes $\nu_e/\bar{\nu}_e$ en modo antineutrinos: mientras que los $\bar{\nu}_e$ están dominados por decaimientos de μ^- a energías por debajo de 2 GeV, el flujo de $K^+ \rightarrow \nu_e$ es mayor que el flujo de $K^- \rightarrow \bar{\nu}_e$. Una observación pertinente es que mientras la tasa absoluta de $\nu_e/\bar{\nu}_e$ proveniente de K_L^0 permanece igual que en modo de neutrinos, la contribución relativa es mucho mayor en modo de antineutrinos.

3.1.2. Incertidumbres sistemáticas

Las fuentes de incertidumbre en el haz están asociadas a distintas cantidades las cuales, al ser variadas en la simulación, influyen en las distribuciones de energía del experimento. Dichas fuentes de incertidumbre sistemática repercuten en la predicción del flujo de neutrinos y se consideran para formar a la matriz de error correspondiente⁴. Estas son:

- Normalización absoluta del número de POT
- Secciones eficaces de interacciones hadrónicas en el blanco de Berilio
- Producción de piones en el blanco de Berilio
- Producción de kaones en el blanco de Berilio
- Incertidumbre en la corriente del corno y profundidad de penetración del campo magnético

En donde las contribuciones más grandes se deben al tercer y quinto puntos debido a la producción de piones fuera del blanco y al enfoque de piones por el campo magnético.

La incertidumbre en la producción de piones padre se obtuvo usando los datos y la matriz de covarianza del experimento HARP [99]. La incertidumbre en la producción de kaones

²El máximo del decaimiento a dos cuerpos es menor debido a la supresión por helicidad.

³partículas positivas para el modo de neutrinos y partículas negativas para el modo antineutrinos

⁴En [97] se encuentra un resumen de la variación en el flujo debido a las incertidumbres sistemáticas en el modo de neutrinos y antineutrinos.

padre proviene del mejor ajuste a los parámetros de modelo de Escalamiento de Feynman para la producción de dichas partículas.

Para el cálculo de los errores en asociados al campo magnético y a las secciones eficaces hadrónicas se corrieron distintas simulaciones del haz con los cambios adecuados. En cada simulación se produjo un conjunto de histogramas como función de la energía de los neutrinos generados y de los neutrinos padre. Este método ahorra tiempo de cómputo al evitar correr simulaciones separadas para las secciones eficaces y para el detector pues la incertidumbre en la producción de neutrinos solo dependen de su energía y de las partículas padre. El peso empleado fue igual a la razón entre los histogramas y la incertidumbre se calculó con la ecuación (D.2) del método *unisim*.

Las incertidumbres sistemáticas asociadas con la entrega del haz de protones primarios al blanco de berilio son a grandes rasgos la incertidumbre en el número de protones entregados a la línea del haz y la incertidumbre en el número que realmente impactan en el blanco. La simulación determina la tasa y espectro de los neutrinos por cada protón en el blanco. Esta información se combina con el número de protones entregados al blanco para determinar el número de neutrinos que pasan a través del detector MiniBooNE a lo largo del periodo de recolección de datos. Como resultado, la predicción del número de interacciones de neutrinos en el detector varía directamente con la incertidumbre en el número de protones en el blanco. Una incertidumbre relacionada surge de la óptica del haz de protones la cual cambia el número esperado de protones que interactúan en el blanco (o en otras partes), cambiando como consecuencia al flujo de neutrinos.

Como se mencionó en la sección § 2.1, el número de protones entregados al BNB es medido por dos toroides antes de incidir en el blanco. La incertidumbre sistemática estimada es del 2% basada en las incertidumbres en los elementos del circuito toroidal y en las incertidumbres del procedimiento de calibración. Dado que el flujo total de neutrinos se escala con la cantidad de protones entregados, esta fuente de error se puede tratar como una incertidumbre en la normalización del total.

La producción de partículas es la incertidumbre dominante en el cálculo del flujo. Las incertidumbres en la tasa y en el espectro de las partículas secundarias producidas en las interacciones p-Be afectan de forma similar a la tasa y al espectro de los neutrinos producidos. Las incertidumbres en la producción de partículas se resumen en una matriz de covarianza en los parámetros ajustados de las funciones de parametrización de la doble sección eficaz diferencial ⁵.

Las incertidumbres se propagan en el flujo de neutrinos al acumular la covarianza de la distribución del flujo cada vez que se varían los parámetros de acuerdo con su respectiva matriz de covarianza. Este procedimiento se repite para cada una de las especies de partículas madre (π^+ , π^- , K^+ , K_L^0) y para cada una de las especies de neutrinos (ν_μ , ν_e , $\bar{\nu}_\mu$, $\bar{\nu}_e$) para obtener la incertidumbre del flujo total. Esto tiene como resultado a una matriz de covarianza para la predicción del flujo de cada especie de neutrino proveniente de cada una de las especies de mesones.

Por otro lado, la tasa de las interacciones hadrónicas afecta a muchos aspectos de la producción de neutrinos, incluyendo a la tasa de las interacciones p-Be y a la probabilidad que tienen los mesones de sobrevivir a posibles interacciones hadrónicas en el blanco o en el corno y decaer para producir neutrinos. Las incertidumbres en la tasa de estas interacciones

⁵Ver más detalles en la sección V de [97]

afectan tanto a la tasa como a la forma del flujo y son consideradas al variar las componentes de las secciones eficaces hadrónicas.

Las incertidumbres en las propiedades del corno magnético resultan en incertidumbres sistemáticas en el espectro del flujo de neutrinos ya que el enfoque del corno cambia de acuerdo con la corriente y con el cambio en la distribución del campo magnético dentro de los elementos conductores.

El efecto de una variación de 1 kA en la corriente del corno (174 ± 1 kA) es simulada para obtener la incertidumbre sistemática en el flujo de neutrinos⁶. La otra fuente de incertidumbre se obtiene del modelado de la corriente dentro del cilindro interior debido al “efecto de profundidad de penetración”, el cual permite que el campo magnético penetre el conductor, incrementando el campo magnético efectivo que experimentan las partículas que atraviesan el conductor interior. Es importante considerar tal efecto para partículas producidas a ángulos pequeños y con gran momento las cuales apenas penetran en la cavidad del corno antes de salir hacia la región de colimación. Se simula el caso en el que este efecto existe y cuando no, encontrando una pequeña diferencia en el flujo predicho de ν_μ con energías menores a 1 GeV y hasta 18% cuando tienen energías de ~ 2 GeV.

El desajuste de los componentes de la línea del haz pueden afectar el flujo de neutrinos en muchas formas. Por ejemplo un desajuste puede hacer que el detector se exponga a una parte distinta de la esperada del flujo de neutrinos. Un desplazamiento del blanco con respecto al corno puede resultar en una variación de las propiedades de enfoque. Es por ellos que se simulan variaciones en la configuración geométrica de la línea del haz para investigar su efecto. Las variaciones incluyen mover la posición del blanco relativa al resto de la línea del haz (particularmente, el corno), variar el radio del conducto de decaimiento y mover el colimador a lo largo de la línea del haz así como cambiar su apertura. Dichas variaciones son simuladas pero las magnitudes de las perturbaciones geométricas que son necesarias para tener un efecto substancial en el flujo ($> 1\%$) están por encima de lo que se considera la tolerancia y precisión con la que se construyó la línea del haz. Por lo tanto, no se asigna ninguna incertidumbre sistemática significativa a la geometría del haz.

3.2. Simulación de interacciones de neutrinos

La simulación de interacciones de neutrinos en MiniBooNE se ejecutan en NUANCE por medio de un generador de eventos Monte Carlo y de la sección eficaz⁷. Por otro lado, SciBooNE ocupa NUANCE y también NEUT⁸. Los modelos de interacción en NUANCE son similares a los de NEUT pero con parámetros de diferente valor en las secciones eficaces y, en algunos casos también tienen un tratamiento completamente distinto de las re-interacciones de los mesones y de los hadrones en el medio nuclear.

NUANCE recibe como entrada a la predicción del flujo de neutrinos y la geometría del detector. Una vez que se fija el sabor, la energía⁹ y el lugar de la interacción en el detector, se

⁶Los transformadores comerciales de corriente, Stangenes Industries 3-0.002, tienen una precisión del 0.5%

⁷Este código fue originalmente desarrollado para simular las interacciones de neutrinos atmosféricos en el detector IMB y después fue modificado para usarse en Super-K y en K2K. Actualmente, varios experimentos de neutrinos, como SNO, MINOS, T2K y NO ν A han adaptado NUANCE para su propio uso.

⁸Los dos generadores se usan principalmente para fines de el estudio de interacciones de CC.

⁹La distribución esperada de energías de los neutrinos en los detectores se mostró previamente en las figuras 3.2 y 3.1.

selecciona un tipo de interacción (de un conjunto de 99 interacciones separadas en un rango de 10^{-1} a 10^3 GeV) y, conociendo la sección eficaz de cada una, se simula un evento junto con la simulación de efectos nucleares e interacciones secundarias dentro del flujo con lo que se producen las partículas en el estado final las cuales se pasan a la siguiente etapa de la simulación (simulación del detector).

A continuación se mencionan los principales tipos de interacción consideradas en las simulaciones. Debido a que la cantidad de eventos debido a otro tipo de interacciones es mínima, es común despreciar su contribución en el cálculo de la matriz de error en el flujo.

Dispersión cuasi-elástica: Las simulaciones de dispersión cuasi-elástica incluye tanto a la dispersión de neutrinos del núcleo en eventos de corriente cargada y de corriente neutra. La dispersión cuasi-elástica de corriente cargada (CCQE)

$$\begin{array}{ll} \nu_\mu n \rightarrow \mu^- p & \nu_e n \rightarrow e^- p \\ \bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ n & \bar{\nu}_e p \rightarrow e^+ n, \end{array}$$

es la interacción dominante en las energías a las que MiniBooNE y SciBooNE, la cual es implementada usando el modelo de Smith y Moniz [100]. Los nucleones se tratan como partículas casi libres y se toma en cuenta el principio de exclusión de Pauli junto con el modelo de gas de Fermi para el de los nucleones considerando blancos de carbono. Se usa la misma distribución de momentos de Fermi para todos los otros tipos de interacciones de neutrinos con núcleos excepto para la producción coherente de piones. Los únicos parámetros necesarios para describir la dispersión CCQE de un nucleón libre son los factores de forma¹⁰ los cuales, a excepción de las masas axiales M_A , son bien conocidos. A pesar de que M_A es medida experimentalmente, es la fuente de error teórico más grande en el cálculo de la sección eficaz con nucleones libres.

El cálculo de las secciones eficaces de CCQE de nucleones ligados a un núcleo es más susceptible al error pues no existe mucha información acerca de ella para restringir las predicciones teóricas. El modelo toma en cuenta los efectos nucleares que alteran a las interacciones, como lo son: el *movimiento de Fermi* en el núcleo (no altera significativamente las secciones eficaces pero sí cambia la cinemática de la interacción), *bloqueo de Pauli* el cual evita que los nucleones pasen a un estado de energía que ya está ocupado por otro (la reducción del espacio fase disponible para el estado final de los protones suprime la sección eficaz) y el *confinamiento nuclear* entre nucleones (que también suprime la sección transversal). Por lo que el resultado final de los efectos nucleares suprime la sección eficaz.

Aunque la dispersión de NC de un nucleón libre

$$\nu_\mu N \rightarrow \nu_\mu N,$$

es un proceso elástico, la dispersión de nucleones confinados en el núcleo es, en general, cuasi-elástica por lo que a este tipo de interacción se le denomina de esta forma. La dispersión elástica de corriente neutra (NCE) contribuye al $\approx 15\%$ de los eventos de MiniBooNE.

Producción de piones individuales: Las contribuciones a las reacciones de piones individuales vienen de la producción de resonancia y de la producción coherente. Existen tres

¹⁰A grandes rasgos, los factores de forma corrigen secciones transversales diferenciales al considerar a la carga de una partícula como a una distribución y no como una fuente puntual. Los factores de forma están dados por una transformada de Fourier de la distribución de carga (aunque también existen factores de forma magnéticos).

canales resonantes de corriente cargada con un pión

$$\begin{aligned}\nu_\mu p &\rightarrow \mu^- p \pi^+ \\ \nu_\mu n &\rightarrow \mu^- p \pi^0 \\ \nu_\mu n &\rightarrow \mu^- n \pi^+, \end{aligned}$$

y cuatro para corriente neutra

$$\begin{aligned}\nu_\mu p &\rightarrow \nu_\mu n \pi^+ \\ \nu_\mu p &\rightarrow \nu_\mu p \pi^0 \\ \nu_\mu n &\rightarrow \nu_\mu n \pi^0 \\ \nu_\mu n &\rightarrow p \pi^- . \end{aligned}$$

Estas reacciones ocurren por la producción de un nucleón resonante (Δ o N^*). La contribución dominante a la producción de piones individuales en estas energías es de $\Delta(1232)$, sin embargo se incluyen todas las resonancias conocidas con masa invariante < 2 GeV.

La otra contribución a la producción de piones individuales viene de la producción coherente A ($\nu_\mu A \rightarrow \nu^- \mu^+ A, \nu_\mu A \rightarrow \nu_\mu \pi^0 A$). La producción coherente de piones es una interacción de un neutrino con un núcleo el cual permanece intacto, liberando un pión con la misma carga que la corriente débil entrante. Debido a la pequeña transferencia de momento al núcleo, el pión saliente tiende a ser emitido hacia adelante con respecto a la llegada del neutrino. Se usa el formalismo de Rein y Sehgal [101] para simular este tipo de interacción.

Producción de mesones por resonancia barionica: La segunda interacción más frecuente en SciBooNE es la producción de piones, kaones y mesones η individuales descrita también por el modelo de Rein y Sehgal. Dicho modelo asume a un barión resonante intermediario, N^* , en la reacción $\nu N \rightarrow l N^*, N^* \rightarrow N' m$. Se incluye a todos los bariones intermediarios con masa menor que $2 \text{ GeV}/c^2$; los bariones resonantes con masas mayores se simulan con dispersión inelástica profunda. También se simula el efecto de bloqueamiento de Fermi en los decaimientos de resonancias, donde se requiere que el momento del nucleón sea mayor que el momento de la superficie de Fermi.

En el modelo, la producción de piones individuales inducida por neutrinos ocurre en dos pasos: $\nu N \rightarrow l N^*$ y $N^* \rightarrow \pi N'$ en donde N y N' son nucleones y N^* son bariones resonantes. La sección eficaz de la producción de piones se obtiene con el producto de ambos pasos: en el primero, se calcula la amplitud de la producción de resonancia mientras que en el segundo se calcula la probabilidad de la producción de piones y nucleones a través del decaimiento de resonancia.

Interacciones del estado final: interacción del estado final, *Final State Interaction* (FSI) es el término general usado para describir cualquier *re-interacción* de las partículas producidas originalmente por interacciones con neutrinos en el núcleo de carbono antes de dejar el núcleo. Las interacciones intra-nucleares de los mesones y de los nucleones se simula usando un modelo de cascada en el cual se sigue a las partículas hasta que salen del núcleo. A pesar de que en el análisis solo se usa información acerca de la cinemática del estado final del muón, este tipo de simulación es de sima importancia ya que los piones y protones emitidos por el núcleo pueden confundirse con muones.

Una vez que las partículas de las interacciones con neutrinos han escapado del núcleo, se envía la información relevante (como su energía y momento) a la simulación de la respuesta del detector.

Dispersión inelástica profunda: Es la interacción dominante en la región de altas energías, por arriba de unos cuantos GeV. Esta interacción toma en cuenta las interacciones con neutrinos cuyas energías E_ν están por encima de los 1.3 GeV. Sin embargo, se modifica la producción de piones en el rango $1.3 \text{ GeV} < E_\nu < 2 \text{ GeV}$ con la función de probabilidad de la multiplicidad de los piones para evitar contar interacciones de más.

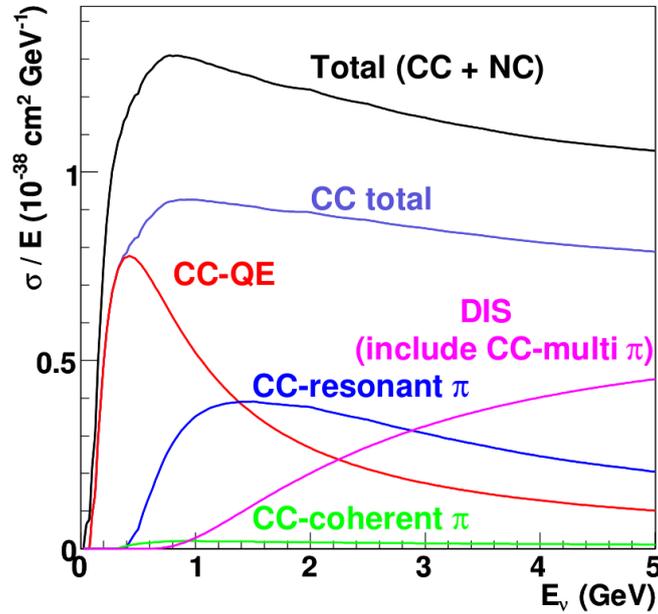


Figura 3.3: Secciones eficaces de interacciones neutrino-núcleo por nucleón dividida por la energía del neutrino.

3.2.1. Incertidumbres en la sección eficaz

Las incertidumbres que considera el experimento son:

- Sección eficaz de eventos corriente cargada cuasi-elástica, *Charged Current Quasi-elastic* (CCQE) $M_A = 1,015 \pm 0,23 \text{ GeV}$, $\kappa = 1,000 \pm 0,019$, $E_B = 34 \pm 9 \text{ MeV}$ y $p_F = 220 \pm 30 \text{ MeV}/c$
- Incertidumbre del modelo de sección eficaz de CCQE: 10 %
- Sección eficaz de eventos de CC π : $M_A^{1\pi} = 1,10 \pm 0,275 \text{ GeV}$
- Efectos FSI: absorción e intercambio de carga de partículas π y decaimiento en el núcleo de Δ sin piones.

La simulación con NUANCE permite la variación de parámetros que repercuten en el cálculo de las secciones eficaces por lo que fue posible obtener nuevas. Se fluctuaron los valores de M_A , κ , E_B , p_F y de $M_A^{1\pi}$ para calcular el peso a partir de la razón entre las secciones eficaces nuevas y las viejas. La matriz de error se calculó por el método de *multisim* a partir de la ecuación (D.3).

Éste método no aplica para el caso de interacciones FSI en el núcleo. Por ejemplo, la absorción de un pión puede propiciar que un evento CC π^+ pase el filtro de eventos CCQE. Así pues, para tomar en cuenta a dichos eventos, los cambios por efectos nucleares se variaron aleatoriamente en las incertidumbre de la simulación del detector. Como resultado,

las incertidumbres en el detector pueden verse como una incertidumbre inclusiva de los estados finales del detector y de las secciones eficaces en conjunto.

3.3. Simulación de los detectores

3.3.1. Simulación del detector de MiniBooNE

La simulación del detector de MiniBooNE se basa en el programa GEANT3 el cual simula la respuesta que tiene ante las partículas que interactúan en su interior.

El modelo empleado usa la geometría del detector de MiniBooNE descrita en § 2.3.1 añadiendo un volumen adicional formado por un cilindro de 14m de radio alrededor de la esfera del detector. Ello debido a que es posible que los neutrinos interactúen en el material que cubre al detector produciendo partículas que pueden entrar a este. Mientras que muchas de estas partículas pueden producir luz en la región del veto, otras pueden dar una señal falsa de que ha ocurrido un evento dentro del detector.

El Monte Carlo del detector distribuye los eventos a lo largo de todo el volumen y les otorga un peso de acuerdo con la densidad de la región. Por lo tanto, la región que cubre a la esfera ($\rho = 2,15\text{g/cm}^3$) recibe más interacciones por unidad de volumen que el aceite ($\rho = 0.855\text{g/cm}^3$). Una vez establecidos los vértices de un evento, el Monte Carlo propaga a las partículas del estado final a lo largo del volumen de la simulación tomando en cuenta a los fenómenos físicos y ópticos relevantes (captura o decaimiento de partículas, dispersión, cascadas hadrónicas incluyendo la absorción de piones e intercambio de carga, emisión del centellador y luz Cherenkov).

Para cada una de las partículas simuladas, el programa guarda la información “verdadera” relevante como lo son el punto de creación de la partícula y su momento inicial. La simulación también guarda el número de fotones Cherenkov por centelleo que fueron creados así como el tiempo de llegada a los fotocátodos de los tubos fotomultiplicadores.

Una vez creados los fotoelectrones en los tubos fotomultiplicadores, otro programa simula al sistema de adquisición de datos y toma el control de la simulación de estos eventos. En este punto, el simulador de adquisición de datos, *Data Acquisition System* (DAQ) determina la carga del fotoelectrón y del tiempo en el ánodo. Luego, se dispara un discriminador para cada canal cuando se supera el umbral de la carga y la información es guardada.

Incertidumbres en el detector

Las fuentes de incertidumbre en el detector se dividieron en

- Modelo óptico: propagación de luz, dispersión, reflexión y efectos de los tubos fotomultiplicadores
- Modelo electrónico; carga y tiempo
- Efectos nucleares: absorción e intercambio de carga de partículas π en el aceite

El modelo óptico de MiniBooNE tiene 39 parámetros los cuales describen distintas propiedades ópticas dentro del detector como lo son la atenuación, dispersión de Rayleigh y Raman, eficiencia de los PMTs, reflexión y centelleo múltiple y fluorescencia de los componentes del aceite mineral.

La información acerca de las correlaciones entre los parámetros ópticos se guardó en la matriz de covarianza¹¹ haciendo iteraciones. La matriz inicial de covarianza, asumiendo un modelo óptico O con media \bar{o} , se determinó a partir de mediciones iniciales de cada uno de los parámetros o_i . Luego, los sampleos de O generaron un conjunto de o_i^k con $1 \leq k \leq 3000$ lo cual puede interpretarse como la simulación de 3000 experimentos que difieren mínimamente entre sí y que son consistentes con el estimado inicial de aceite mineral, tubos fotomultiplicadores y propiedades del detector. Para cada sampleo, se generó un conjunto de electrones a partir del decaimiento de muones. Adicionalmente, se recolectó una gran muestra de electrones provenientes del decaimiento de muones de rayos cósmicos para formar el estadístico χ^2 a partir de la diferencia entre los datos y las predicciones p_i^k para cada energía reconstruida (junto con otras cantidades). Se calculó el peso η^k de cada conjunto de tiradas \vec{o}^k basándose en la χ^2 (únicamente con errores estadísticos) y en la verosimilitud para muestrear el conjunto de \vec{o}^k de O . Se calcula entonces una nueva matriz de covarianza O' con media \bar{o}

$$O'_{ij} = \frac{\sum_k^{3000} \eta^k (o_i^k - \bar{o}_i)(o_j^k - \bar{o}_j)}{\sum_k^{3000} \eta^k}. \quad (3.1)$$

Se aplicó el mismo mecanismo a O' y así sucesivamente a las matrices resultantes hasta que la concordancia entre los datos y los sampleos dejaron de mejorar. La matriz final de covarianza para los parámetros ópticos se obtuvo después de aproximadamente 20 iteraciones [102].

A partir de la matriz de covarianza calculada, se samplearon 80 conjuntos de parámetros y se corrió la simulación del detector; también se sampleó la incertidumbre de la sección eficaz de interacciones FSI. La matriz de error del detector y de los eventos FSI se calcularon con la ecuación (D.3) comparando la predicción preestablecida con las predicciones a partir de distintos parámetros en el modelo óptico.

La matriz de error asociada a las variaciones en el modelo de la electrónica y en el de DAQ se calculó con el método *unisim*. Las predicciones se corrieron cambiando el modelo de la electrónica subyacente y de la DAQ y se comparó un gran número de datos estadísticos ($\sim 7\times$) con los datos predispuestos para formar la matriz de error.

La incertidumbre en los efectos nucleares dentro del detector se calculó usando un *re-pesado*. Los eventos se etiquetaron en la simulación del detector después de pasar por la absorción o el intercambio de carga de π . Solo se pesaron los eventos etiquetados para formar una predicción la cual se comparó con la predeterminada para crear a la matriz de error.

3.3.2. Simulación de los detectores de SciBooNE

La propagación de los estados finales de las partículas provenientes de interacciones con núcleos de carbón dentro del detector SciBooNE se simularon con GEANT4. La simulación del detector incluyó un modelo geométrico detallado del mismo.

Para la simulación del detector SciBar, el depósito de la energía verdadera en el material centellador se convirtió en número de fotoelectrones en los tubos fotomultiplicadores. Los valores de conversión se calcularon basándose en las mediciones de la producción de luz por rayos cósmicos; la ganancia de los tubos fotomultiplicadores fue medida en otros laboratorios.

¹¹Generada por las colaboraciones de los experimentos

Al igual que en MiniBooNE, la extinción del centelleo se simuló usando la ley de Birk [103]. El cruzamiento de señal de los MAPMTs también se implementó en la simulación junto con la resolución fotón-electrón de los MAPMTs para reproducir la distribución observada de muones cósmicos. En la simulación de SciBar se simuló incluso la pérdida de energía de una partícula cargada en una sola tira.

Para la simulación del detector MRD, se digitalizó el tiempo de deposición de energía y se convirtió en cuentas de conversión digital de tiempo, *Time to Digital Conversion* (TDC). Se estudiaron las posiciones de las placas de acero y de las tiras centelladoras y se implementaron en la simulación; también se consideraron los espacios entre los contadores de centelleo. Más detalles acerca de la simulación de los detectores se puede encontrar en [73].

Adicionalmente a las interacciones dentro del detector, se simularon interacciones en las paredes del edificio del detector y en la cubierta. El material de concreto con la misma densidad que la del edificio del detector (2.15 g/cm^3) se usó como el material de propagación de las partículas producidas. Se pueden encontrar más detalles en [104].

Incertidumbres en el detector

Las fuentes de incertidumbre consideradas en los detectores de SciBooNE son

- Variación de la densidad de SciBar y del EC
- Variación del grosor del acero en el MRD
- La constante de Birk¹²
- Cruzamiento de señal entre los canales de los fotomultiplicadores
- La energía para pe conversión de cada uno de los canales (resolución de 1 pe)
- Interacciones de los piones
- Incertidumbre en la *tierra*
- Normalización de las interacciones de corriente neutra
- Incertidumbre en la eficiencia del camino de los protones

Cada una de estas incertidumbres se calcularon corriendo predicciones completas en SciBooNE con los parámetros cambiados con toda la estadística del Monte Carlo. Para calcular la matriz de error correspondiente a los detectores de SciBooNE, se recurrió a un proceso análogo al discutido en la subsección anterior para MiniBooNE. En el caso de SciBooNE se varían las incertidumbres listadas arriba.

3.4. Selección de eventos

Antes de la selección de eventos, aproximadamente el 44 % y el 39 % de todos los eventos en SciBooNE y en MiniBooNE, respectivamente, se deben a dispersión cuasi-elástica de corriente cargada (CCQE) y el 25 % y 29 % provienen de la producción por corriente cargada de piones individuales ($CC1\pi$); la pequeña diferencia entre las tasas de eventos en MiniBooNE y en SciBooNE es debida al flujo de energía relativamente más alto en MiniBooNE comparado con aquel de SciBooNE. Mientras que todas las interacciones de CC y de NC de los ν_μ son sensibles a la oscilación en neutrinos estériles, los eventos de CCQE son las interacciones dominantes antes de los cortes de selección de eventos. La energía reconstruida del neutrino

¹²El templado en las barras sigue la Ley de Birk.

(E_ν^{QE}) se calcula asumiendo que la interacción del neutrino fue del tipo CCQE y que el núcleo blanco está en reposo

$$E_\nu^{QE} = \frac{a(M_n - E_B)E_\mu - (E_B^2 - 2M_n E_B + \Delta M + M_\mu^2)}{2[(M_n - E_B) - E_\nu + p_\mu \cos\theta_\mu]}, \quad (3.2)$$

donde $\Delta M = M_n^2 - M_p^2$, M representa la masa del muón, del protón o del neutrón con los subíndices apropiados, E_B es la energía de amarre del nucleón la cual se toma como 34 MeV, $E_\mu(p_\mu)$ es la energía reconstruida del muón (momento) y θ_μ es el ángulo de dispersión del muón con respecto a la dirección del haz. Específicamente en SciBooNE, la energía cinética del muón se calcula con el rango y la deposición esperada de energía por unidad de longitud (dE/dx) en los materiales del detector

$$E_\nu = E^{SciBar} + E^{EC} + E^{Pared} + E^{MRD}, \quad (3.3)$$

en donde E^{SciBar} , E^{EC} , E^{Pared} y E^{MRD} son las energías depositadas por el muón en SciBar, en el EC, en la pared de la caja entre el EC y el MRD y en el MRD, respectivamente. En las figuras 3.4 y 3.5 se muestran algunas imágenes de eventos en los detectores de SciBooNE.

Las interacciones CC de los neutrinos en SciBooNE se seleccionan identificando trazas de muones individuales [105]. El momento y el ángulo de la traza de cada muón se reconstruyen de los *hits* y de la pérdida de energía en los subdetectores SciBar y SciMRD. Los eventos candidatos a muones en donde el final de la traza está dentro del volumen de SciBar se clasifican como “SciBar-stopped” mientras que aquellos que se detienen en el MRD constituyen a la muestra de “MRD-stopped”; aquellas trazas que salen de la última capa del MRD son parte de la muestra “MRD-penetrated”. El promedio de las energías de los eventos seleccionados de neutrinos son 1.2, 2.4 y 1.0 GeV para las muestras MRD-stopped, MRD-penetrated y SciBar-stopped respectivamente. En conjunto, las muestras de SciBooNE cubren la región cinemática de los muones relevante para los eventos de MiniBooNE.

La resolución en E_ν^{QE} es del 13 % para eventos CCQE en la muestra MRD-stopped y del 20 % en SciBar-stopped; los eventos de MRD-penetrated solo proporcionan el ángulo del muón mas no la energía del neutrino. De acuerdo con la simulación, los eventos de SciBar-stopped son 51 % CCQE y 31 % CC1 π . El resto de los eventos son de varios piones con eventos CC o NC en SciBar. La muestra del MRD-stopped es 52 % CCQE y 34 % CC1 π ; el background de los eventos del MRD-stopped también incluyen a las interacciones en el EC o en el MRD los cuales mandan un muón hacia atrás, a SciBar. La muestra de MRD-penetrated es 57 % eventos de CCQE y 32 % eventos CC1 π .

La selección de eventos en MiniBooNE es similar a la de SciBooNE en el hecho de que se basa en la identificación de muones individuales [93]. Cúmulos de *hits* en los tubos fotomultiplicadores se categorizan como sub-eventos de acuerdo con el tiempo en un evento de interacción de neutrino. Luego, la respuesta temporal y de carga de los tubos fotomultiplicadores se usa para reconstruir la posición, la energía cinética y el vector de dirección de la partícula primaria dentro de cada sub-evento. El muón producido por la interacción de CC de un neutrino se reconstruye como el primero de dos sub-eventos con el decaimiento en un electrón como el segundo sub-evento. Se requiere de exactamente dos sub-eventos en donde ambos deben tener una actividad mínima en la región del veto. El primer sub-evento debe caer dentro de la ventana temporal del haz y debe tener más de 200 *hits* en los tubos fotomultiplicadores del interior del tanque para eliminar a los electrones producto

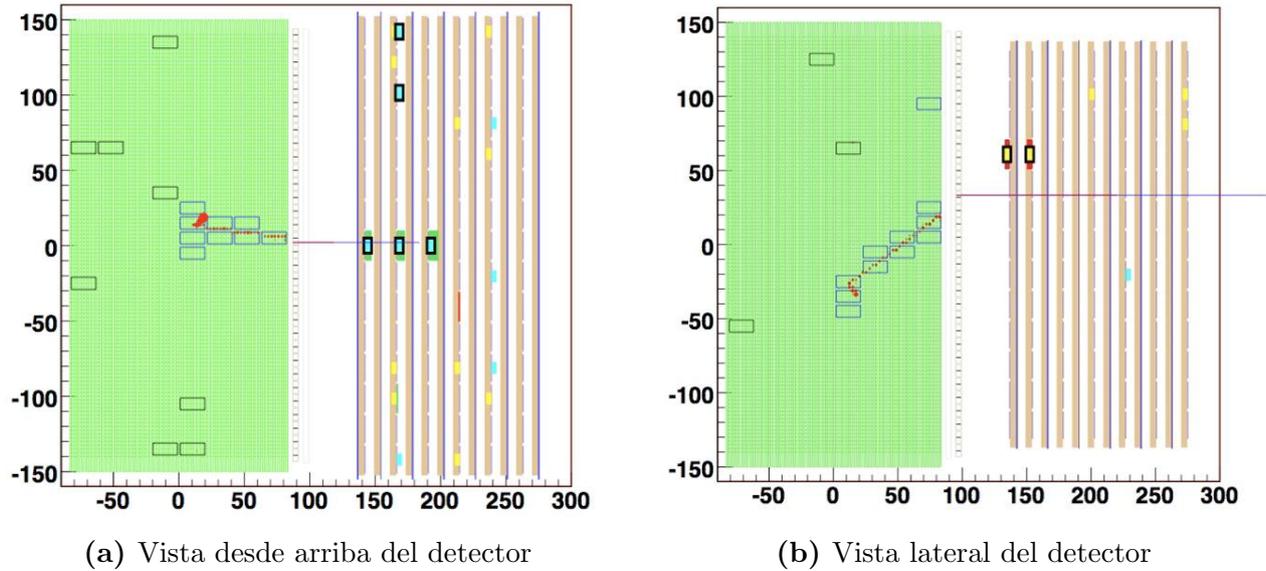


Figura 3.4: Evento de dispersión cuasi-elástica de corriente cargada $\nu_{\mu}n \rightarrow \mu^{-}p$ en SciBooNE. La región verde corresponde a la región de SciBar, pegada a su derecha, la línea vertical representa al EC y la región más oscura a la derecha es el MRD; la escala está en centímetros. La traza roja más pequeña corresponde a la traza de un protón; la más larga es la asociada a un muón.

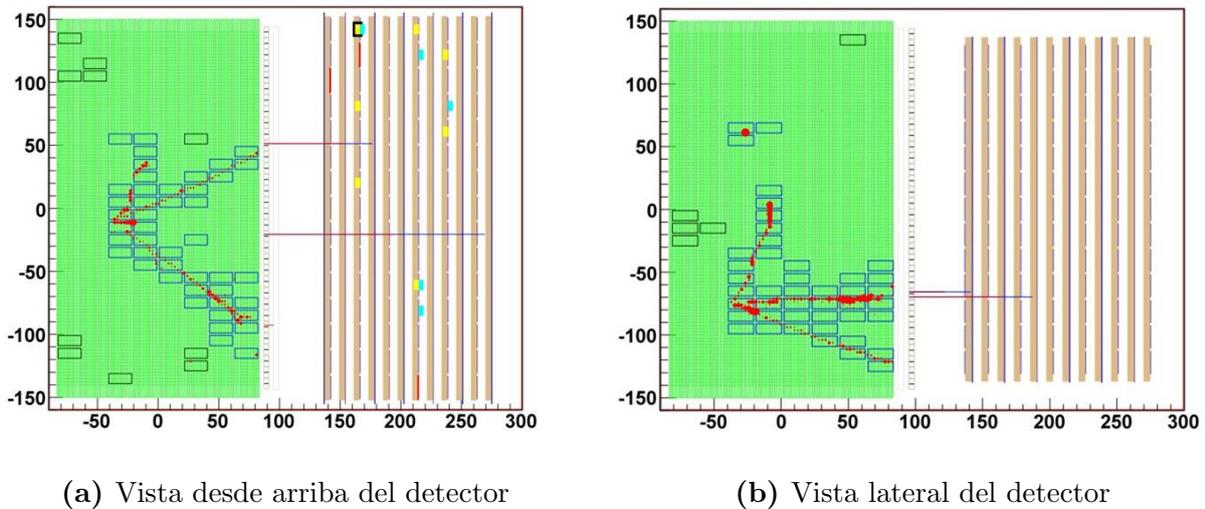


Figura 3.5: Evento con tres trazas en SciBooNE: producción de piones $\nu_{\mu}p \rightarrow \mu^{-}p\pi^{+}$. La región verde corresponde a la región de SciBar, pegada a su derecha, la línea vertical representa al EC y la región más oscura a la derecha es el MRD. En la imagen (b) la traza roja más pequeña corresponde a la traza de un protón; la línea horizontal correspondiente a un muón que llega hasta el MRD mientras que la restante es la traza de un pión.

del decaimiento de los muones de rayos cósmicos. El punto de emisión de luz Cherenkov del primer sub-evento debe estar dentro de las 442 toneladas de volumen del detector. El segundo sub-evento debe tener menos de 200 *hits* dentro del tanque y su vértice reconstruido debe estar dentro de los 100 cm del punto final del primer sub-evento para ser consistente con un electrón producto del decaimiento del muón (primer sub-evento). El requerimiento del decaimiento en un electrón elimina a la mayoría de las interacciones de NC y permitir solo un electrón de decaimiento remueve a la mayoría de las interacciones de CC de piones

cargados.

La selección de MiniBooNE tiene una eficiencia del 35 % con 74 % de pureza para eventos CCQE; la muestra resultante tiene una resolución promedio de E_ν^{QE} del 11 % para eventos CCQE [106]. EL resto de la muestra de ν_μ está dominada por eventos de CC1 π (~ 75 %) en donde no se observa al pión saliente (por ejemplo, debido a absorción en el núcleo). En la imagen 3.6 se muestra la identificación de partículas y en 3.7 algunos eventos en MiniBooNE.

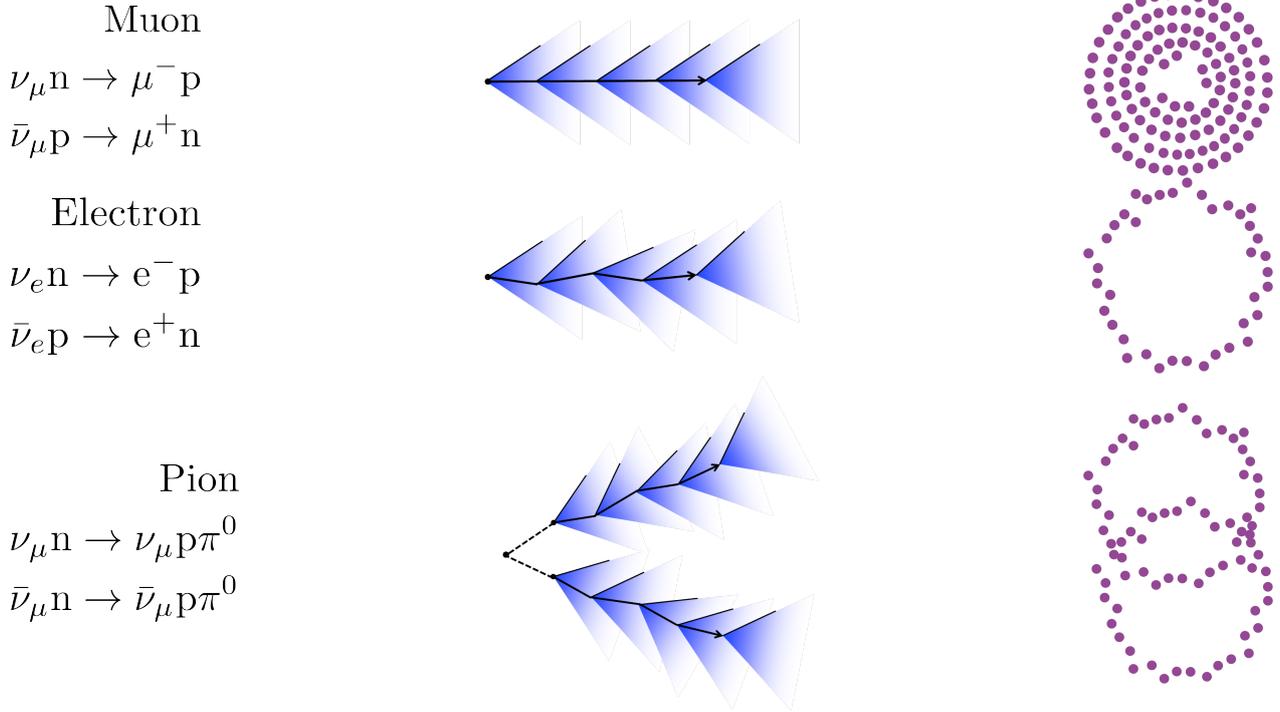


Figura 3.6: Identificación de partículas en MiniBooNE. El detector distingue eventos de muones como un anillo de luz bien definido, los eventos de electrones se distinguen como un anillo difuso y aquellos eventos de π^0 como un par de anillos difusos; MiniBooNE no puede distinguir entre un electrón y un fotón.

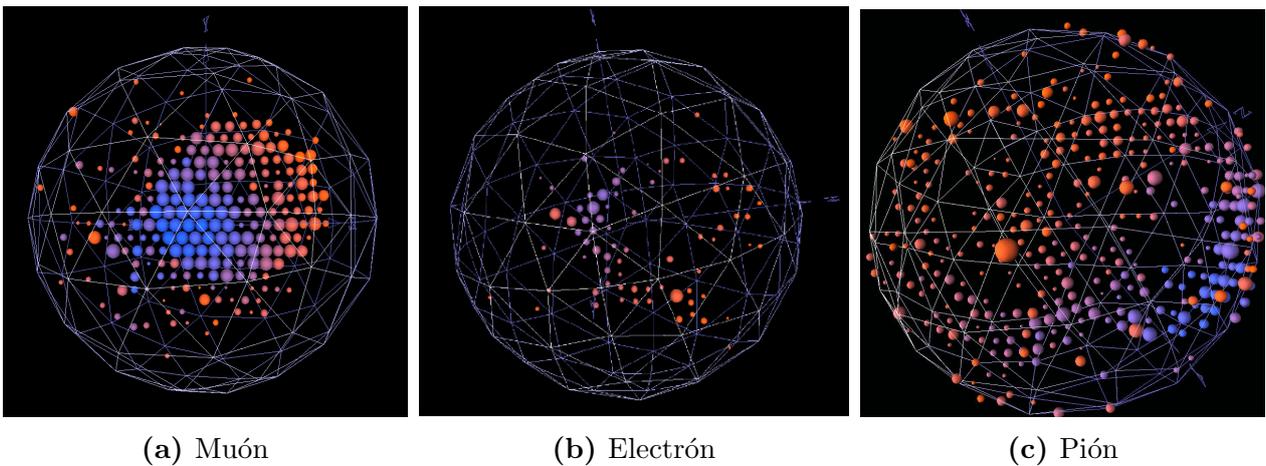


Figura 3.7: Topología de los eventos en el detector de MiniBooNE. A la izquierda se muestra un evento correspondiente a un muón; al centro, un evento de electrón. A la derecha, dos anillos correspondientes al decaimiento de un pión neutro en dos fotones [71].

Capítulo 4

Análisis de la búsqueda de desaparición de ν_μ

El objetivo primordial de este trabajo fue reproducir independientemente el resultado principal de la búsqueda de desaparición de neutrinos del muón en el experimento conjunto MiniBooNE y SciBooNE publicado en [89]. La idea fue tomar los datos puestos a disposición del público en el *Data Release* [107], para lo cual no existen reportes, y usarlos para realizar el análisis de oscilación en la región $0,5\text{eV}^2 < \Delta m^2 < 40\text{eV}^2$ implementando el método de Pearson y el método frecuentista de Feldman-Cousins los cuales se desarrollan en la sección § 4.5.2 ¹ Como se menciona en la última sección de éste capítulo, se encontraron algunos datos incorrectos así como también falta de información suficiente en el Data Release para reproducir algunos de los resultados.

La desaparición de neutrinos del muón en los experimentos MiniBooNE y SciBooNE pueden hacerse mediante tres tipos de análisis:

- **Análisis de normalización:** Comparación del total de eventos observados y de eventos de interacción predichos en los detectores.
- **Análisis de forma:** Estudio de la dependencia en la energía de los neutrinos que tienen las distorsiones en las distribuciones comparadas con aquellas de las predicciones.
- **Análisis de forma y de normalización:** Hace uso tanto de la forma como de la normalización.

En este trabajo se hizo un análisis de forma y de normalización para el experimento conjunto y para los casos abordados sólo MiniBooNE y sólo SciBooNE, asumiendo un modelo de 2 sabores de neutrinos, el cual, como se explicó en § 1.4.1, es una aproximación al modelo de 3+1.

4.1. Generalidades del análisis de oscilación de neutrinos

Los experimentos de oscilaciones de neutrinos buscan la transformación de una especie de neutrino en otro. Para el ajuste en este trabajo, se supone la desaparición $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ con

¹Para el lector no familiarizado con nociones de probabilidad y estadística, se sugiere consultar [108, 109, 110].

un modelo de dos sabores de neutrinos caracterizado por una diferencia grande de masas, $\Delta m^2 \equiv \Delta_{hk}^2$, entre un neutrino activo (estado de masa k del neutrino ligero, el cual participa en la oscilación estándar de tres neutrinos) y un cuarto neutrino (estado h del neutrino pesado) y una amplitud de oscilación ($\text{sen}^2(2\theta) = 4|U_{\mu,h}|^2(1 - |U_{\mu,h}|^2)$).

La probabilidad de oscilación $P(\nu_\mu \rightarrow \nu_x)$, está dada por

$$P(\nu_\mu \rightarrow \nu_x) = \text{sen}^2(2\theta) \text{sen}^2\left(\frac{1,27\Delta m^2 L}{E}\right), \quad (4.1)$$

y $P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x)$

$$P(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_x) = 1 - P(\nu_\mu \rightarrow \nu_x), \quad (4.2)$$

en donde L es la distancia en km entre el punto de creación del neutrino por decaimiento mesónico y su interacción en el detector, E es la energía del neutrino en GeV; $\Delta m^2[\text{eV}/c^2]^2$ es la diferencia del cuadrado de las masas y el ángulo de mezcla es adimensional. La distancia media de vuelo de los ν_μ detectados es ~ 76 m en SciBooNE y ~ 520 m en MiniBooNE. Por lo tanto, la probabilidad de oscilación es distinta de cero para eventos en SciBooNE y en MiniBooNE en la región de parámetros de oscilación donde la energía de los neutrinos es ~ 1 GeV y Δm^2 es ~ 1 eV².

El resultado de un experimento de esta naturaleza se representa típicamente como una región de confianza bi-dimensional en el plano de los dos parámetros físicos desconocidos: θ , el ángulo de mezcla y Δm^2 , la diferencia (positiva) entre el cuadrado de las masas de los neutrinos. Tradicionalmente, en el eje horizontal se grafica $\text{sen}^2 2\theta$ y Δm^2 a lo largo del eje vertical.

4.2. Datos liberados por las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE

Las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE hicieron públicos algunos de los datos empleados para el análisis de desaparición de neutrinos del muón. Para los fines del análisis de oscilación de esta tesis así como para la comparación de los resultados, se utilizó la mayor parte de los datos publicados en la sección de *Simultaneous Fit Analysis* (Análisis Simultáneo) de la página del *Data Release* [107]. La estructura de los datos es la siguiente ²:

- Arreglo unidimensional \mathbf{B}^{SB} de límites de los 16 *bins* de energía verdadera de los ν_μ en unidades de GeV para los detectores de SciBooNE y MiniBooNE: $\mathbf{B}^{SB} = (0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9)$.
- Arreglo unidimensional \mathbf{B}^{MB} de límites de los 16 *bins* de energía verdadera de los ν_μ en unidades de GeV para MiniBooNE: $\mathbf{B}^{MB} = (0.0, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1.0, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8, 1.9)$.
- Arreglo unidimensional \mathbf{D}^{SB} de candidatos a eventos observados de ν_μ por *bin* de energía reconstruída en SciBar: $\mathbf{D}^{SB} = (3439.4, 3792.6, 2439.2, 1560.0, 955.4, 556.0, 306.2, 172.2, 107.0, 80.4, 32.2, 31.2, 21.2, 11.0, 12.4, 12.8)$.

²Para el ajuste de oscilación con dos neutrinos $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ en los rangos $0.1 < \Delta m^2 \text{eV}^2 < 10^2$ y $10^{-2} < \text{sen}^2 2\theta < 1$

- Arreglo unidimensional \mathbf{D}^{MRD} de candidatos a eventos observados de ν_μ por *bin* de energía reconstruída en el detector MRD: $\mathbf{D}^{MRD} = (582.4, 1366.8, 1850.0, 2403.4, 2561.8, 2504.8, 2501.2, 2100.2, 1675.4, 1170.0, 742.8, 345.4, 197.0, 78.0, 55.0, 31.6)$.
- Arreglo unidimensional \mathbf{D}^{MB} de candidatos a eventos observados de ν_μ por *bin* de energía reconstruída en MiniBooNE corrida I: $\mathbf{D}^{MB} = (8852, 16237, 22150, 24367, 23827, 21895, 19142, 14996, 11673, 8963, 6348, 4669, 3094, 2070, 1286, 885)$.
- Tupla con el número esperado de candidatos a ν_μ por energía reconstruída en SciBar \mathbf{N}^{SB} como función de $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$. El archivo contiene 10,000 filas, una para cada $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$, y 18 columnas por fila con el formato $(\Delta m^2 \text{ (eV}^2), \text{sen}^2 2\theta, N_1^{SB}, N_2^{SB}, \dots, N_{16}^{SB})$.
- Tupla con el número esperado de candidatos a ν_μ por energía reconstruída en el detector MRD \mathbf{N}^{MRD} como función de $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$. El archivo contiene 10,000 filas, una para cada $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$, y 18 columnas por fila con el formato $(\Delta m^2 \text{ (eV}^2), \text{sen}^2 2\theta, N_1^{MRD}, N_2^{MRD}, \dots, N_{16}^{MRD})$.
- Tupla con el número esperado de candidatos a ν_μ por energía reconstruída en MiniBooNE corrida I \mathbf{N}^{MB} como función de $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$. El archivo contiene 10,000 filas, una para cada $(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$, y 18 columnas por fila con el formato $(\Delta m^2 \text{ (eV}^2), \text{sen}^2 2\theta, N_1^{MB}, N_2^{MB}, \dots, N_{16}^{MB})$.
- Tuplas con información de eventos obtenidos a partir de simulaciones Monte Carlo para SciBar, MRD y MiniBooNE corrida I. Cada renglón corresponde a un evento en donde las cinco columnas tienen la siguiente información:
 - ★ Tipo de neutrino: $\nu_\mu = 14, \bar{\nu}_\mu = -14, \nu_e = 12, \bar{\nu}_e = -12$.
 - ★ Energía verdadera E_{ν_x} en GeV.
 - ★ Energía reconstruída en el detector $E_{\nu_x}^{Rec} \equiv E_{\nu_x}^{QE}$ en GeV.
 - ★ Distancia recorrida L_{ν_x} en km por la partícula desde su creación hasta su interacción en el detector.
 - ★ Peso w del evento.
- Arreglo de dos dimensiones con la matriz fraccionaria de covarianza por *bin* de energía reconstruída \mathbf{V}^{Sis} ; dicha matriz incluye únicamente a los errores sistemáticos provenientes de la suma de las matrices de error de distintas fuentes de incertidumbre (flujo, sección eficaz, detector) como se describe más adelante. \mathbf{V}^{Sis} es una matriz simétrica de 48×48 en donde los *bins* 1-16, 17-32 y 33-48 corresponden a los detectores SciBar, MRD y MiniBooNE respectivamente.

Observación 1: En SciBooNE, los datos de eventos observados de ν_μ no son números enteros debido a la sustracción del *background* de rayos cósmicos.

Observación 2: En la obtención de la lista de eventos Monte Carlo para SciBooNE, se incluyó la simulación de *backgrounds* externos: del EC, MRD y de la *mugre*.

Con datos anteriores se formaron los vectores de eventos observados \mathbf{D} y de predicciones $\mathbf{N}(\Delta m^2, \text{sen}^2 2\theta)$:

- \mathbf{D} es el vector de candidatos a eventos de ν_μ con 48 entradas compuesto por los vectores \mathbf{D}^{SB} , \mathbf{D}^{MRD} y \mathbf{D}^{MB} de modo tal que: $\mathbf{D} = (\mathbf{D}^{SB}, \mathbf{D}^{MRD}, \mathbf{D}^{MB})$

- $\mathbf{N}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ es el vector de eventos esperados, con 48 entradas, si los parámetros de oscilación en un modelo de dos neutrinos fueran $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$ de ν_μ . Por simplicidad, $\mathbf{N}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = \mathbf{N}$ está compuesto por los vectores \mathbf{N}^{SB} , \mathbf{N}^{MRD} y \mathbf{N}^{MB} análogamente al vector de datos observados $\mathbf{N} = (\mathbf{N}^{SB}, \mathbf{N}^{MRD}, \mathbf{N}^{MB})$.

Adicionalmente, se utilizó la siguiente documentación para la visualización de los resultados oficiales del experimento y para su comparación con los de este trabajo:

- Tupla con información de la sensibilidad \mathbf{S} del experimento al 90 % de nivel de confianza como función de Δm^2 . El archivo es un arreglo de 2 columnas con 100 filas, una para cada valor de Δm^2 en el rango $0.1 < \Delta m^2$ (eV²) $< 10^2$ siguiendo el formato $(\Delta m^2$ (eV²), $\sin^2 2\theta_{S,90\%NC}$) en donde $\sin^2 2\theta_{90\%NC}$ corresponde al límite superior de la sensibilidad al 90 % de nivel de confianza asumiendo señales de nula oscilación comparado con la hipótesis con el valor $\sin^2 2\theta$.
- Tupla con información de la sensibilidad \mathbf{S} del experimento al 90 % de nivel de confianza como función de Δm^2 . El archivo, en este caso, tiene 3 columnas con el formato $(\Delta m^2$ (eV²), $\sin^2 2\theta_{S,90\%NC-1\sigma}$, $\sin^2 2\theta_{S,90\%NC+1\sigma}$) en donde $\sin^2 2\theta_{S,90\%NC\pm 1\sigma}$ indica la banda de 1σ para el límite superior de la sensibilidad al 90 % de nivel de confianza de acuerdo con la tupla anterior.
- Tupla con los valores observados de χ^2 como función de $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$. El archivo contiene 10000 filas, una para cada pareja de valores $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$, y 3 columnas por fila con el formato $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta, \chi^2)$.
- Tupla con los valores esperados de $\Delta\chi_{90\%NC}^2 = \chi^2 - \chi_{MA}^2$ para excluir la hipótesis de oscilación al 90 % de nivel de confianza como función de $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$. El archivo contiene 10000 filas, una para cada pareja de valores $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)$, y 3 columnas por fila con el formato $(\Delta m^2, \sin^2 2\theta, \Delta\chi_{90\%NC}^2)$.

Aunado a la información listada, por medio de uno de los autores del análisis de oscilación [89]³ se obtuvo acceso a los archivos con la información acerca de la predicción en el número de datos de eventos de rayos cósmicos en los detectores de SciBar y SciMRD (ver apéndice B), los cuales siguen el siguiente formato:

- Arreglo bidimensional de 16 renglones y dos columnas con del número esperado de eventos de rayos cósmicos, \mathbf{C}^{SB} , y la incertidumbre asociada a éstos σ_C^{SB} en SciBar con el formato $(C^{SB}, \sigma_C^{SB})_i$.
- Arreglo bidimensional de 16 renglones y dos columnas con del número esperado de eventos de rayos cósmicos \mathbf{C}^{MRD} y la incertidumbre asociada σ_C^{SB} en el detector MRD con el formato $(C^{MRD}, \sigma_C^{MRD})_i$.

³Yasuhiro Nakajima

4.3. Análisis de desaparición sólo en MiniBooNE

Para un detector a una distancia corta, que está fija, de una fuente de neutrinos, como MiniBooNE, la desaparición de ν_μ debida a oscilaciones tiene señas particulares ya que neutrinos con distintas energías pueden oscilar con distinta probabilidad aun habiendo viajado la misma distancia. La probabilidad de supervivencia $P_{\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu}$ = asume una mezcla de dos sabores ($\nu_\mu \rightarrow \nu_x$) caracterizada por un solo desacoplamiento de masa Δm^2 entre un estado de masa pesado y tres estados de masa de neutrinos ligeros. Cada neutrino es pesado con la probabilidad de oscilación basada en la distancia L y la energía E del neutrino, en donde L es calculada desde el punto de decaimiento de las partículas madre hasta el punto de interacción en el tanque.

En las figuras 4.1 y 4.2 de la sección § 4.5.1 se muestra el flujo de neutrinos comparado con espectros de energía oscilados de acuerdo con las predicciones para distintos valores de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 . En dichas distribuciones se puede apreciar cómo el efecto de desaparición disminuye proporcionalmente a $\sin^2 2\theta$ para un valor fijo de Δm^2 . Igualmente, se aprecia la dependencia en Δm^2 por lo que se obtienen distribuciones con formas diferentes dada también la dependencia de la oscilación en la energía del neutrino. Burdamente, valores de Δm^2 menores que 1 eV^2 propician la desaparición a bajas energías E_ν^{QE} y valores de Δm^2 mayores que 10 eV^2 propician oscilaciones a $E_\nu^{QE} > 1 \text{ GeV}$.

Un punto a notar es la energía reconstruída de los eventos CCQE, E_ν^{QE} . Dicha energía es muy parecida a la energía verdadera E_ν , por lo que oscilaciones en los mismos *bins* de energía son similares a la energía verdadera de los neutrinos, por lo que es posible confundir las señas como eventos asociados a la oscilación de ν_μ . El efecto de añadir el ruido debido a eventos $\text{CC}\pi^+$ reduce la magnitud de oscilación. Eventos $\text{CC}\pi^+$ también son derivados de interacciones de ν_μ y, por lo tanto, oscilan pero dichos eventos se reconstruyen a energías más bajas que aquellas a las que se generan. Como resultado, el ruido asociado a eventos $\text{CC}\pi^+$ se encuentra predominantemente a bajas E_ν^{QE} lo cual perjudica a la resolución en la desaparición a $\Delta m^2 \sim 1 \text{ eV}^2$.

En tal caso, se observaría desaparición ya fuese de un déficit de eventos (normalización) o de un espectro de energías de neutrinos distorsionado (forma) o de ambos panoramas (forma y normalización). Así pues, con la elección de eventos CCQE con parámetro de sección eficaz $M_A = 1.015 \text{ GeV}$ la razón entre los datos d_i y las predicciones p_i en MiniBooNE para neutrinos es 1.31 ± 0.26 (1.18 ± 0.18 para antineutrinos) lo cual concuerda con las incertidumbre de discutidas anteriormente para MiniBooNE . La normalización absoluta en experimentos con un solo detector es grande por lo que en el caso del análisis solo con MiniBooNE, la colaboración optó por hacer un ajuste de forma. Sin embargo, en este trabajo se hizo un análisis de forma y de normalización (combinados) ya que de esta forma se consideran ambas variaciones y, por lo tanto, se toman en cuenta ambas diferencias entre la predicción de los espectros y los datos.

Para el análisis de desaparición en MiniBooNE el método de análisis de forma y de normalización compara las mediciones de eventos de ν_μ en el detector y con varias predicciones de oscilación para evaluar qué tan consistentes son los datos con una predicción dada. Además, se normalizan las predicciones al área de los datos observados. Los datos D_i y las predicciones P_i se acomodaron en los mismos *bins* E_ν^{QE} que se muestran en la tabla 4.1. El acomodo de los *bins* en MiniBooNE se eligió basado en la resolución de 100 MeV que tiene el experimento.

Bin	1	2	3	4	5	6
Energía reconstruída (GeV)	0.0 – 0.4	0.4 – 0.5	0.5 – 0.6	0.6 – 0.7	0.7 – 0.8	0.8 – 0.9

7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.9 – 1.0	1.0 – 1.1	1.1 – 1.2	1.2 – 1.3	1.3 – 1.4	1.4 – 1.5	1.5 – 1.6	1.6 – 1.7	1.7 – 1.8

Cuadro 4.1: Bins de energía reconstruída en MiniBooNE

4.3.1. Ajuste de desaparición de ν_μ sólo en MiniBooNE

La búsqueda de oscilación de neutrinos en el canal de desaparición emplea al estadístico χ^2 para describir la concordancia entre los datos y las predicciones. Las regiones de exclusión de los parámetros de oscilación se obtienen al nivel de confianza determinado por métodos frecuentistas que estudian la probabilidad de distribución de χ^2 .

Se usó la técnica de minimización del estadísticos χ^2 de dos dimensiones para hallar los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 que mejor describan a los datos d_i en cada uno de los 16 *bins* de energía reconstruída en el detector MiniBooNE.

La χ^2 se calcula comparando la distribución observada de energías de los ν_μ con las predicciones p_i en un punto del espacio de parámetros $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$. Para el análisis de forma de normalización, se normalizan el conjunto de predicciones \mathbf{N}^{MB} para MiniBooNE con los factores de normalización

$$f(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = \sum_{i=1}^{16} \frac{D_i^{MB}}{N_i^{MB}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)},$$

con lo que se obtienen las predicciones normalizadas

$$\mathbf{P}^{MB}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = f \mathbf{N}^{MB}. \quad (4.3)$$

Se define entonces al estadístico χ^2 como

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{16} (D_i^{MB} - P_i^{MB}) \mathbf{M}^{-1} (D_j^{MB} - P_j^{MB}), \quad (4.4)$$

en donde i y j corren únicamente sobre el número de *bins* de MiniBooNE. Luego, la matriz $\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}^{MB}$ se construye a partir de los elementos $V_{k,l}^{Sis}$ con $k, l = 33, \dots, 48$, por lo tanto, \mathbf{M}^{MB} es una matriz simétrica de 16×16 definida como

$$\mathbf{M}^{MB} \equiv \mathbf{M}^{Sis \ MB} + \mathbf{M}^{Est \ MB} + \mathbf{M}^{MC \ MB}, \quad (4.5)$$

en donde:

- $\mathbf{M}^{Sis \ MB}$ es la matriz de error sistemático

$$M_{ij}^{Sis \ MB} = P_i^{MB} V_{i+32 \ j+32}^{Sis} P_j^{MB}.$$

- $\mathbf{M}^{Est \ MB}$ es la matriz de error estadístico

$$M_{ij}^{Est \ MB} = \delta_{ij} \sqrt{P_i^{MB} P_j^{MB}}.$$

- $\mathbf{M}^{MC\ MB}$ es la matriz asociada al error proveniente de la simulación Monte Carlo tal que

$$M_{i,j}^{MC\ MB} = \delta_{ij} \sum^{Eventos_{MC}} w_k^2.$$

en donde w_k es el peso del evento cuya energía E_k^{QE} cae en el rango del i -ésimo *bin*, de acuerdo con las tuplas de eventos Monte Carlo del *Data Release* para MiniBooNE.

4.4. Análisis de desaparición sólo en SciBooNE

El caso del análisis de desaparición de neutrinos usando solamente los datos en SciBooNE se aborda únicamente por fines ilustrativos; la colaboración no realizó este análisis. Es de esperar que los contornos de confianza obtenidos con la información del detector cercano arrojen regiones con un área de exclusión menor. Esto debido a la corta distancia entre el punto de generación de los neutrinos y el punto de su detección, lo cual se traduce en una probabilidad de oscilación prácticamente nula a las energías del experimento.

El análisis de forma de normalización solo con SciBooNE es análogo al desarrollado en la sección anterior. Las diferencias se encuentran en los límites de los *bins* de energía reconstruida (tabla 4.2) y en las incertidumbres asociadas al flujo, a la sección eficaz y al detector (tabla 4.3).

Bin	1	2	3	4	5	6
Energía reconstruida (GeV)	0.3 – 0.4	0.4 – 0.5	0.5 – 0.6	0.6 – 0.7	0.7 – 0.8	0.8 – 0.9

7	8	9	10	11	12	13	14	15
0.9 – 1.0	1.0 – 1.1	1.1 – 1.2	1.2 – 1.3	1.3 – 1.4	1.4 – 1.5	1.5 – 1.6	1.6 – 1.7	1.7 – 1.8

Cuadro 4.2: Bins de energía reconstruida en SciBar y SciMRD

En este caso se define la χ^2 como:

$$\chi^2 = \sum_{i,j=1}^{32} (D_i^{SB} - P_i^{SB}) \mathbf{M}^{-1} (D_j^{SB} - P_j^{SB}), \quad (4.6)$$

en donde i y j corren únicamente sobre el número de *bins* de SciBooNE. Luego, la matriz $\mathbf{M} \equiv \mathbf{M}^{SB}$ se construye a partir de los elementos V_{ij}^{Sis} con $i, j = 1, \dots, 32$, por lo tanto, \mathbf{M}^{SB} es una matriz simétrica de 32×32 definida como

$$\mathbf{M}^{SB} \equiv \mathbf{M}^{Sis\ SB} + \mathbf{M}^{Est\ SB} + \mathbf{M}^{MC\ SB} + \mathbf{M}^{Cosmic}, \quad (4.7)$$

en donde:

- $\mathbf{M}^{Sis\ SB}$ es la matriz de error sistemático

$$M_{ij}^{Sis\ SB} = P_i^{SB} V_{ij}^{Sis} P_j^{SB}.$$

- $\mathbf{M}^{Est\ SB}$ es la matriz de error estadístico

$$M_{ij}^{Est\ SB} = \delta_{ij} \sqrt{P_i^{SB} P_j^{SB}}.$$

- $\mathbf{M}^{MC\ SB}$ es la matriz asociada al error proveniente de la simulación Monte Carlo tal que

$$M_{i,j}^{MC\ SB} = \delta_{ij} \sum^{Eventos_{MC}} w_k^2,$$

en donde w_k es el peso del evento cuya energía E_k^{QE} cae en el rango del *iésimo bin*, de acuerdo con las tuplas de eventos Monte Carlo del *Data Release* para SciBooNE.

- \mathbf{M}^{Cosmic} es la matriz de error asociado a la predicción del ruido de rayos cósmicos

$$M_{i,j}^{Cosmic} = \delta_{ij}(\sqrt{C_i C_j} + \sigma_i^C \sigma_j^C).$$

4.5. Análisis conjunto MiniBooNE + SciBooNE

Esencialmente existen dos formas en las que se pueden usar las mediciones del detector cercano para disminuir los errores en un experimento de desaparición:

- Aplicar las mediciones a la taza de eventos del detector lejano y, en concordancia, reducir la incertidumbre en ella.
- Ajustar simultáneamente ambos detectores (cercano y lejano).

En esta tesis se realiza el análisis de desaparición de ν_μ y de $\bar{\nu}_\mu$ por el método de ajuste simultáneo (o combinado) de SciBooNE y MiniBooNE el cual es ventajoso ya que toma en cuenta todas las correlaciones entre ambos experimentos.

Para el análisis de desaparición se comparan los datos, D_i , del espectro de energías observado de los neutrinos con las predicciones de oscilación, P_i , dependientes de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 . Los datos y las predicciones se acomodan en bins de energía E_ν^{QE} en el rango 0.3-1.9 MeV cuya elección se basó en la resolución de energía de 100 MeV de MiniBooNE Para ajustar los bins de SciBooNE a los de MiniBooNE, se quitó el primer bin de cada subdetector de SciBooNE y el último se igualó a cero.

En este análisis se sigue, esencialmente el mismo procedimiento que aquel usado para el análisis de MiniBooNE; la diferencia más grande reside en que el estadístico χ^2 ahora tiene 48 grados de libertad y la matriz de error ahora toma en cuenta las correlaciones entre los detectores. Para el experimento conjunto de desaparición de ν_μ se tienen entonces 48 *bins* de energía reconstruida: los bins 1 al 16 corresponden a los datos de SciBar, los *bins* 17 al 32 corresponden a SciMRDy los últimos 16 son los asociados a MiniBooNE. Consecuentemente, la matriz de error M_{ij} es una matriz de 48×48 .

4.5.1. Predicciones de oscilación

Las predicciones sin normalización, n_i , en cada *bin* son resultado de haber pesado cada evento obtenido de la simulación Monte Carlo de acuerdo con un modelo de dos sabores de neutrinos (ecuación (4.2)). Los eventos de $CCQE$ y de $CC\pi^+$ en MiniBooNE y en SciBooNE son oscilados simultáneamente con los mismos valores de $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 , los cuales determinan un punto en el espacio de parámetros de oscilación; también se permite la oscilación de los eventos de EC, del MRD y de la *tierra* en SciBooNE. No se oscila a la cantidad despreciable de

ν_e . Tampoco se oscila el fondo de rayos cósmicos sin embargo se incluyen en las predicciones y no se sustrae de los datos.

En los histogramas de las figuras 4.2 y 4.1 se muestran algunos espectros de energía oscilados de acuerdo con las predicciones no normalizadas, \mathbf{N} , para distintos valores de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 . Las predicciones normalizadas, \mathbf{P} , se obtienen de las predicciones \mathbf{N} asumiendo oscilación en $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ y multiplicadas por un factor de normalización, f_k , igual a la razón entre la suma del número de eventos observados en SciBar y en SciMRD y la suma de las predicciones también únicamente en los detectores de SciBooNE. Es decir:

$$f_k(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = \frac{\sum_{k=1}^{32} D_k}{\sum_{k=1}^{32} N_k(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)}, \quad (4.8)$$

por lo que

$$P(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = f_k N(\sin^2 2\theta, \Delta m^2). \quad (4.9)$$

El objetivo de la normalización con respecto del número de eventos observados en SciBooNE es el de normalizar el área bajo la distribución de eventos de ν_μ conservando la forma de cada espectro. En las figuras 4.5 y 4.6 se muestra el efecto que tiene la normalización con las observaciones sobre las distribuciones de energía reconstruida, $E_{\nu_\mu}^{Rec}$, de las figuras 4.1 y 4.2. En las figuras 4.3 y 4.4 se muestran los mismos espectros normalizados asumiendo que los datos son los de la predicción de nula oscilación.

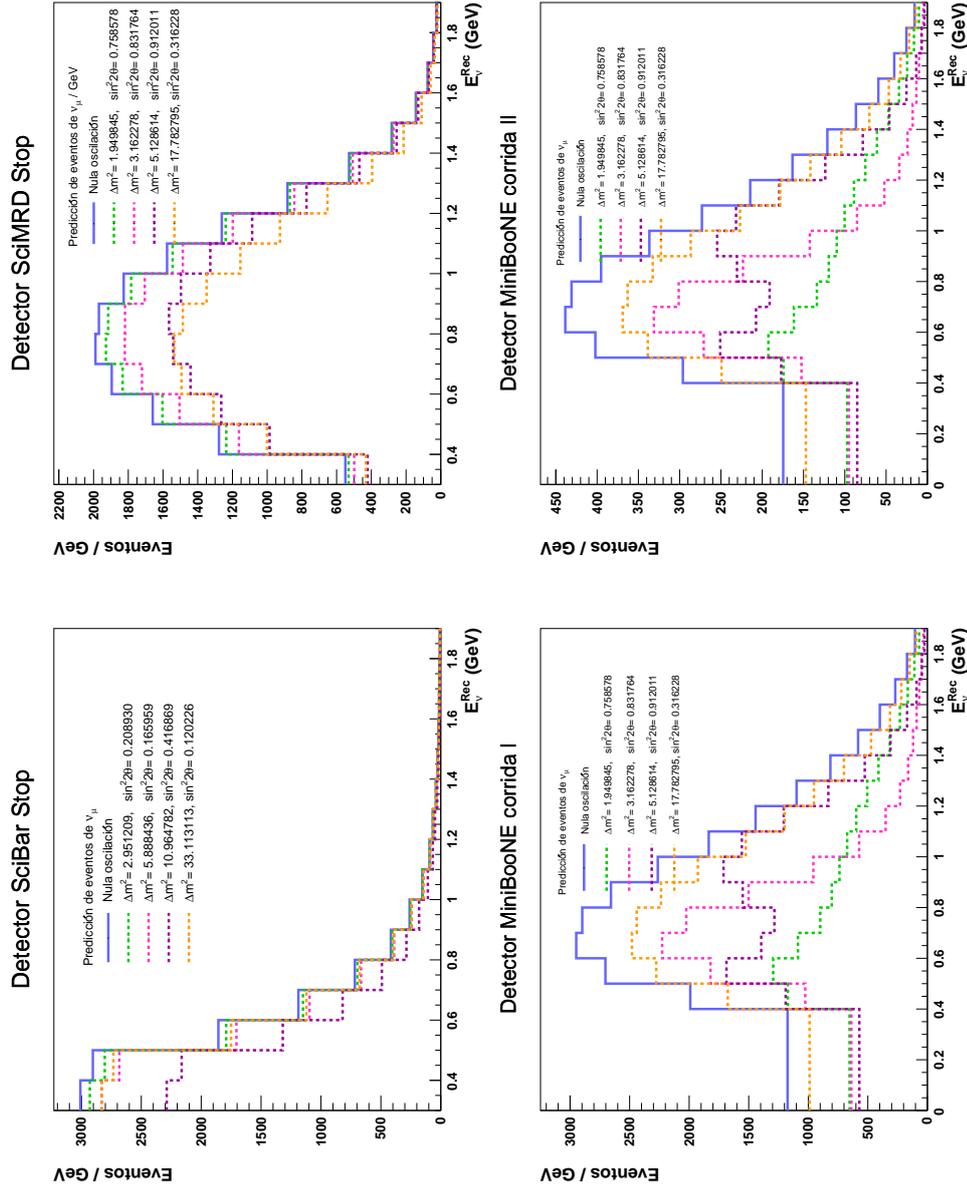


Figura 4.1: Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ en los detectores SciBar (esquina superior izquierda), en SciMRD (esquina superior derecha) y en MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para distintos parámetros de oscilación.

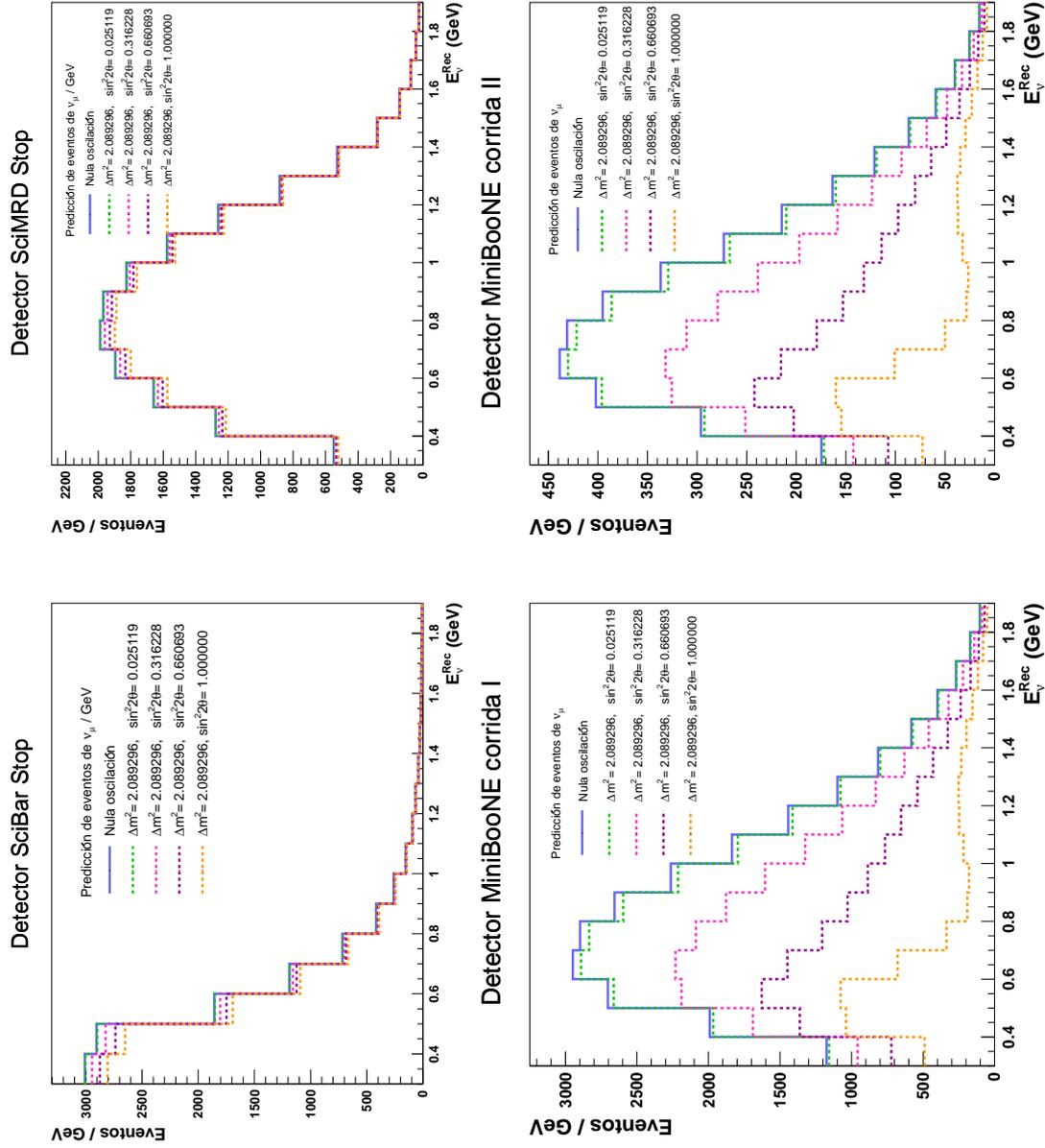


Figura 4.2: Predicción de distribuciones de $E_{\nu_\mu}^{Rec}$ de ν_μ en los detectores SciBar (esquina superior izquierda), SciMRD (esquina superior derecha) y en MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$.

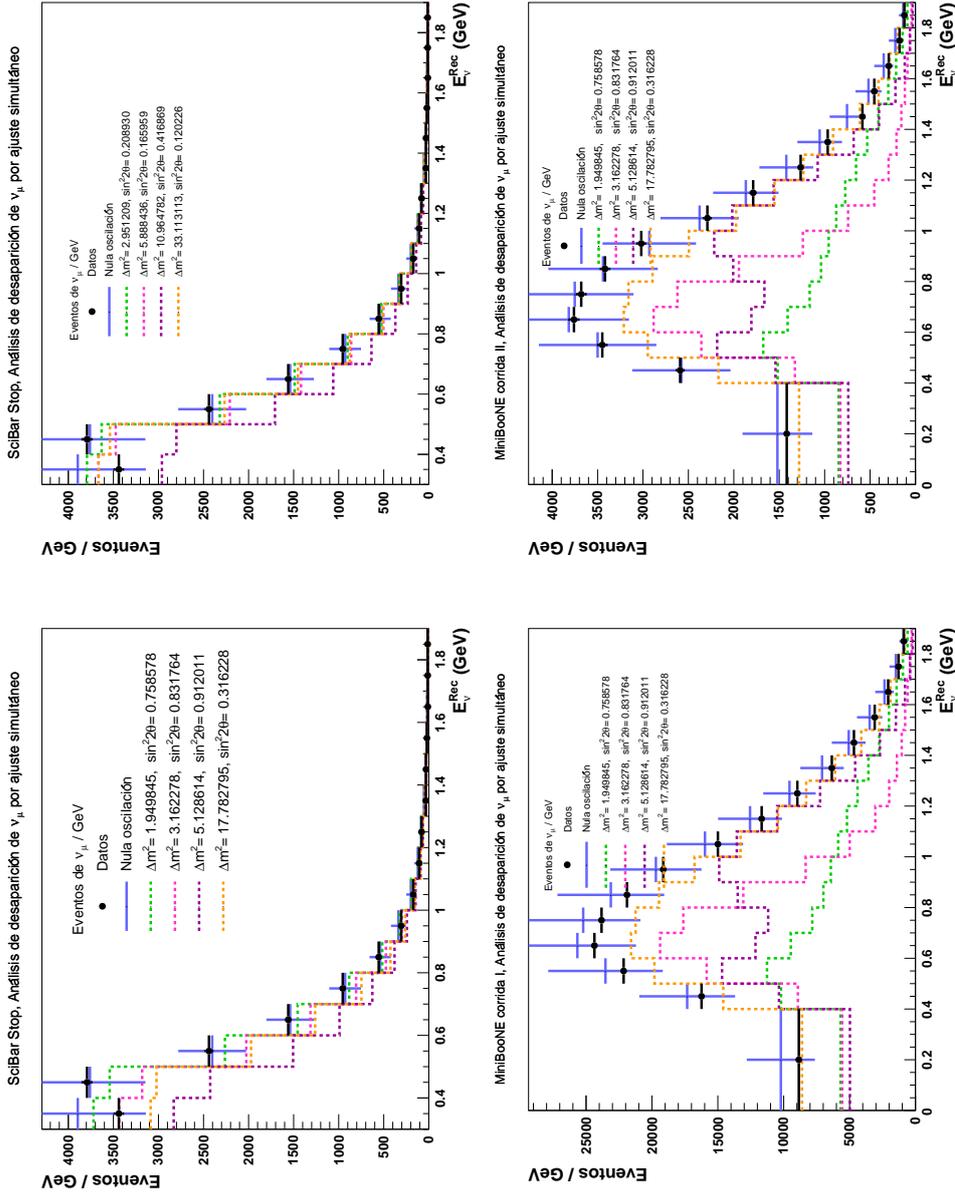


Figura 4.3: Predicción de distribuciones normalizadas con el factor en el punto de nula oscilación. Las distribuciones se muestran para los detectores SciBar (esquina superior izquierda), SciMRD (esquina superior derecha) y MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para distintos parámetros de oscilación. Los puntos corresponden a los datos con su incertidumbre estadística. Las líneas verticales corresponden a la predicción en el punto de nula oscilación corresponden a la incertidumbre sistemática.

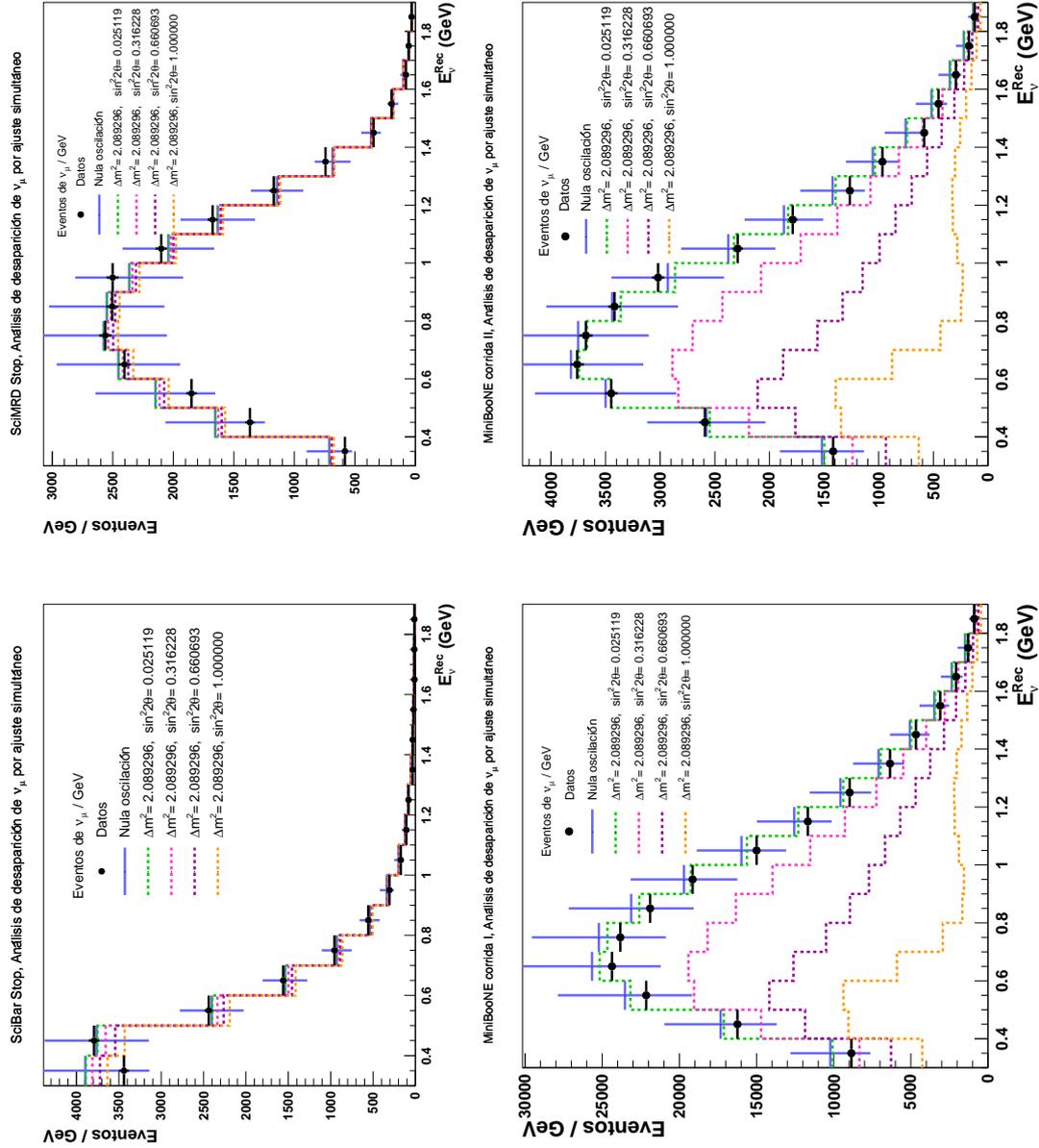


Figura 4.4: Predicción de distribuciones normalizadas con el factor en el punto de nula oscilación en los detectores SciBar (esquina superior izquierda), SciMRD (esquina superior derecha) y en MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$. Los puntos corresponden a los datos con su incertidumbre estadística. Las líneas verticales corresponden a la predicción en el punto de nula oscilación corresponden a la incertidumbre sistemática.

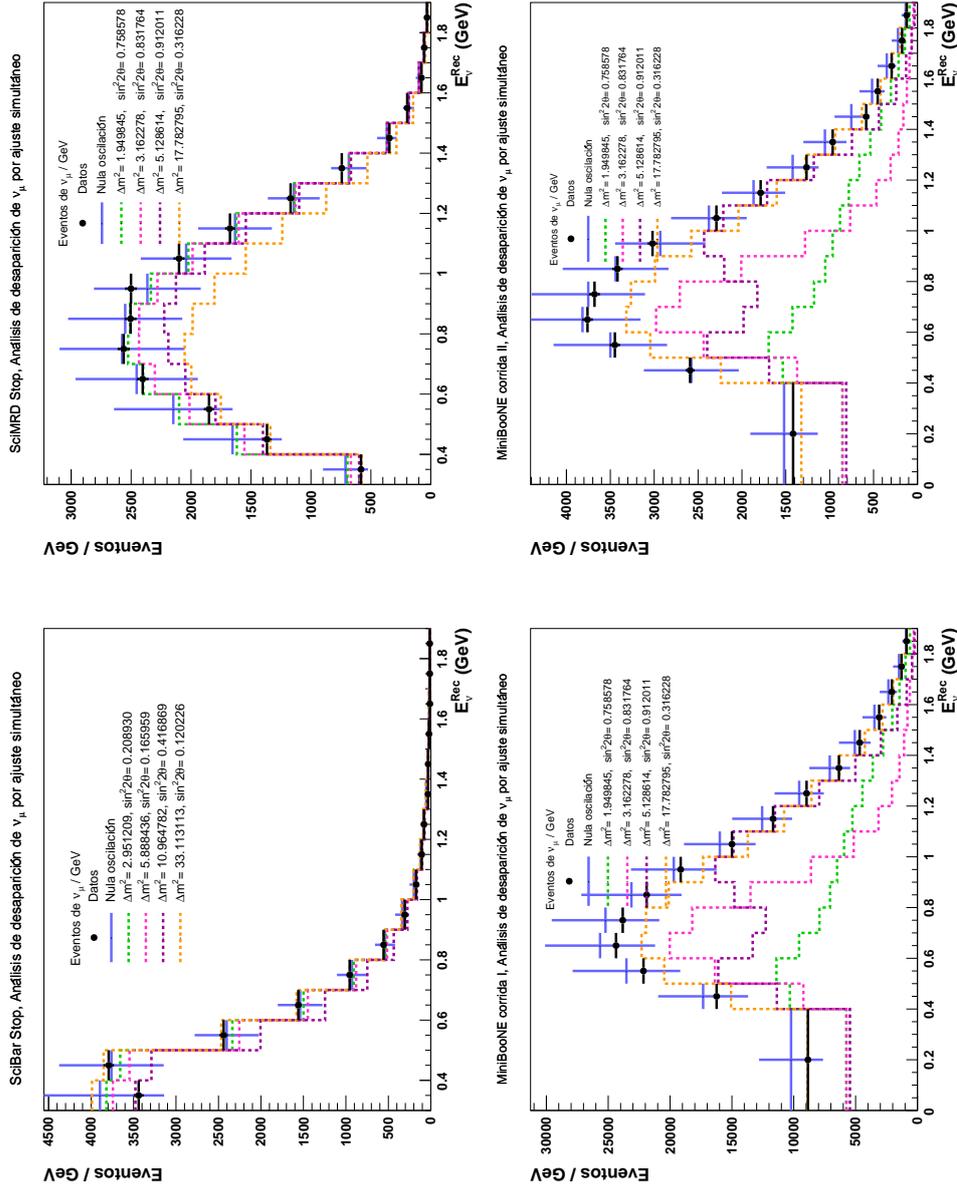


Figura 4.5: Predicción de distribuciones normalizadas a los datos de SciBar (esquina superior izquierda), en SciMIRD (esquina superior derecha) y en MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para distintos parámetros de oscilación. Los puntos corresponden a los datos con su incertidumbre estadística. Las líneas verticales asociadas a la predicción en el punto de nula oscilación corresponden a la incertidumbre sistemática.

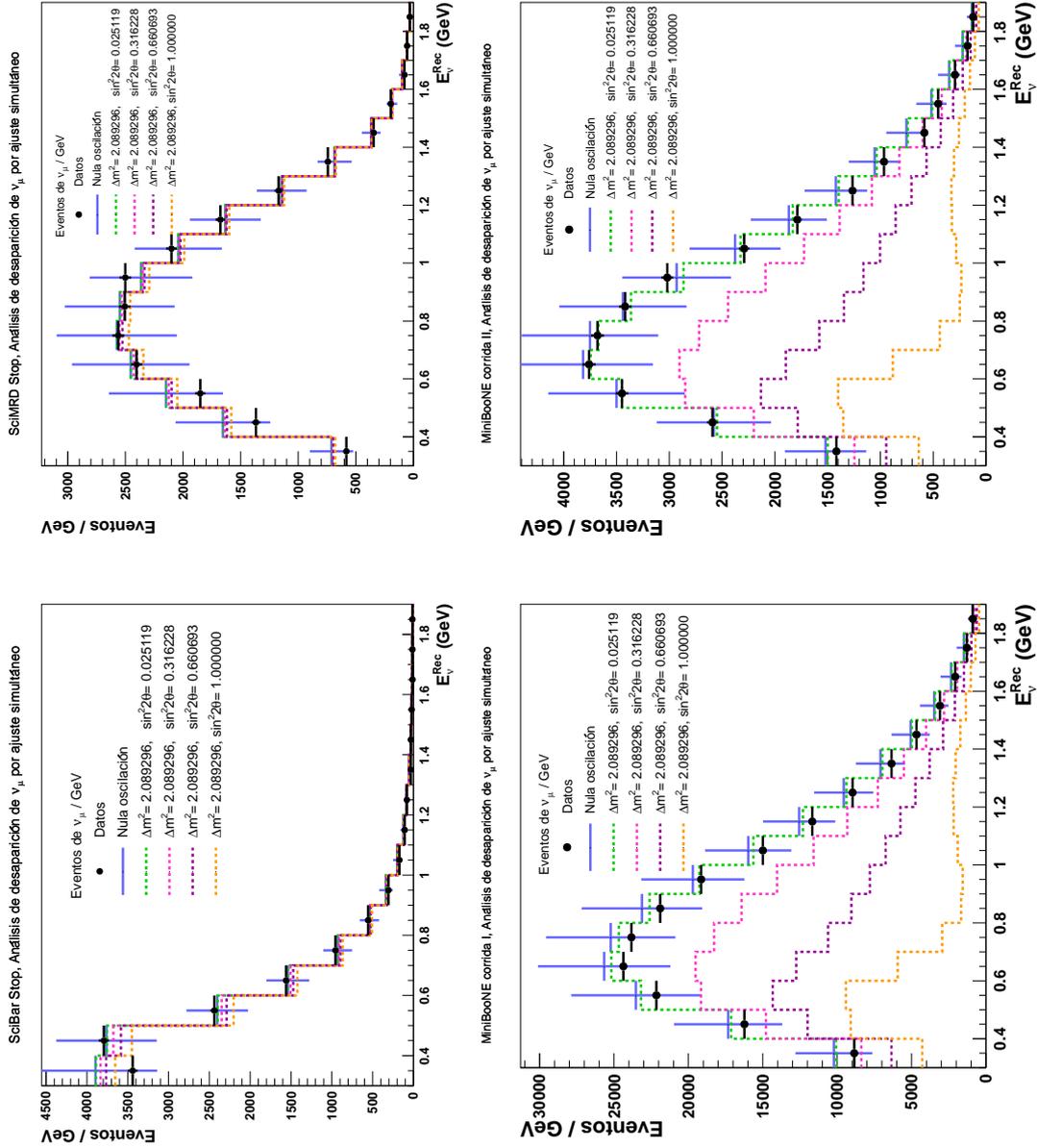


Figura 4.6: Predicción de distribuciones normalizadas a los datos de SciBooNE en los detectores SciBar (esquina superior izquierda), SciMRD (esquina superior derecha) y en MiniBooNE corrida I y corrida II (esquina inferior izquierda y derecha, respectivamente) para Δm^2 fijo y distintos valores de $\sin^2 2\theta$. Los puntos corresponden a los datos con su incertidumbre estadística. Las líneas verticales asociadas a la predicción en el punto de nula oscilación corresponden a la incertidumbre sistemática.

Construcción de la matriz de covarianza

La matriz de error M_{ij} puede ser una matriz que contenga únicamente los errores en la forma de las distribuciones o bien, ser una matriz de error total en donde se incluya tanto la forma como la normalización. La elección en este experimento es la de una matriz total de error calculada a partir de una matriz fraccionaria fija V multiplicada por las predicciones sin los eventos de rayos cósmicos:

$$V_{ij} = \frac{M_{ij}}{P_i P_j}. \quad (4.10)$$

La matriz total de error es nuevamente la suma de las matrices de error en el flujo, la sección eficaz y el detector. Las matrices de error para el flujo y para la sección eficaz se calculan de la misma forma discutida en el apéndice D pero la predicción se calcula usando los eventos de MiniBooNE y SciBooNE. Las incertidumbres en el detector de MiniBooNE se mantienen igual que para el análisis usando solo los datos del detector lejano pero es una matriz de 16×16 no relacionada a SciBooNE. Por otro lado, la incertidumbre dominante en los detectores de SciBooNE se debe a la incertidumbre en el grosor de las placas de hierro.

En la tabla 4.3 se resumen las incertidumbres en MiniBooNE y SciBooNE. La incertidumbre en el flujo es mayor para SciBooNE debido a la incertidumbre proveniente del campo magnético del corno y a un fondo mayor de $K^+ \rightarrow \nu_\mu$. La incertidumbre en la sección eficaz de SciBooNE es menor que la de MiniBooNE debido a que el número de eventos de corriente cargada cuasielástica es menor en los detectores cercanos. La incertidumbre en sección eficaz de MiniBooNE es menor que aquella para el análisis de sólo MiniBooNE porque no se incluyó la dependencia del modelo en la sección eficaz.

Se asume que para la construcción de la matriz \mathbf{V}^{Sis} del Data Release se incluyeron las incertidumbres sistemáticas de la tabla 4.3.

Tipo de incertidumbre	Detector	
	MiniBooNE	SciBooNE
Flujo	5.8 %	8.1 %
Sección eficaz	14.3 %	12.9 %
Detector	3.4 %	2.0 %

Cuadro 4.3: Resumen de las incertidumbres sistemáticas consideradas para el análisis de desaparición conjunto. La segunda y tercera columnas indican la incertidumbre normalizada asociada a cada detector debida a cada una de las fuentes de error sistemático [88].

La matriz total de error, \mathbf{M} , se construye a partir de la matriz \mathbf{V}^{Sis} (ver representación en la figura 4.7). Si bien \mathbf{V}^{Sis} es independiente de $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$, para transformarla en una matriz total, ésta debe ser multiplicada por las predicciones \mathbf{P} . Por lo tanto, la matriz de covarianza, equivalente a la suma de cuatro matrices, \mathbf{M} es una matriz simétrica de 48×48 es una matriz dependiente del espacio de parámetros de oscilación ⁴

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}^{\text{Sis}} + \mathbf{M}^{\text{Est}} + \mathbf{M}^{\text{MC}} + \mathbf{M}^{\text{Cosmic}}, \quad (4.11)$$

en donde:

⁴Es importante notar este punto pues durante los cálculos para el análisis del experimento se realiza la inversión de esta matriz la cual es distinta en cada punto del espacio $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$

- \mathbf{M}^{Sis} es la matriz de error sistemático definida como

$$M_{ij}^{\text{Sis}} = P_i V_{ij}^{\text{Sis}} P_j.$$

- \mathbf{M}^{Est} es la matriz de error estadístico

$$M_{ij}^{\text{Est}} = \delta_{ij} \sqrt{P_i P_j}.$$

- \mathbf{M}^{MC} es la matriz asociada al error proveniente de la simulación Monte Carlo tal que

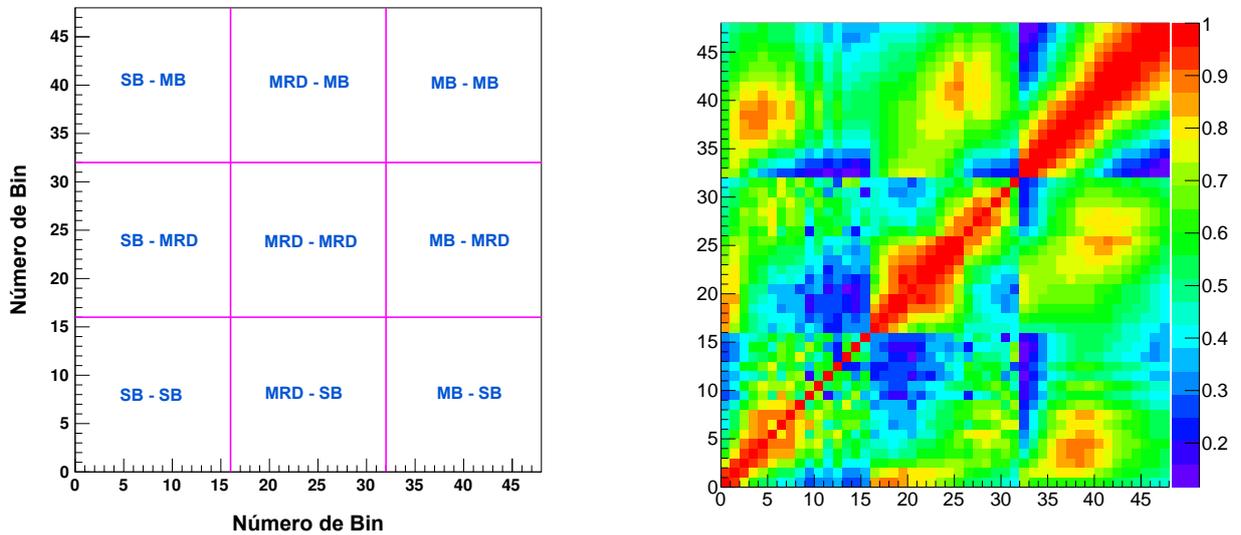
$$M_{i,j}^{\text{MC}} = \delta_{ij} \sum^{\text{Eventos}_{\text{MC}}} w_k^2,$$

en donde w_k es el peso del evento cuya energía E_k^{QE} cae en el rango del i -ésimo bin, de acuerdo con las tuplas de eventos Monte Carlo del *Data Release*.

- $\mathbf{M}^{\text{Cosmic}}$ es la matriz de error asociado a la predicción del ruido de rayos cósmicos

$$M_{i,j}^{\text{Cosmic}} = \delta_{ij} (\sqrt{C_i C_j} + \sigma_i^C \sigma_j^C).$$

Cabe notar que $\mathbf{M}^{\text{Cosmic}}$ es una matriz de 48×48 con valores distintos de cero en los elementos 1-32 de su diagonal y ceros en las demás entradas.



(a) Esquema de la correlación entre bins de los detectores SciBar (SB), SciMRD (MRD) y MiniBooNE (MB).

(b) Elementos de la matriz total de error sistemático.

Figura 4.7: Representación de la correlación entre los detectores SciBar (SB), SciMRD (MRD) y MiniBooNE (MB). En (a) se esquematiza la matriz de error, \mathbf{M} , con la correlación entre los tres detectores involucrados en el análisis del experimento: los bins 1-16 corresponden a SB, del 17-32 corresponden al MRD y del 33-48 a MB. Términos M_{ij} con $i \neq j$ indican la correlación entre bins de detectores distintos. En (b) se muestran los coeficientes de correlación, contenidos en la matriz total de error sistemático M^{Sis} .

4.5.2. Ajuste simultáneo

En la búsqueda de desaparición, es posible proceder de dos formas para determinar regiones de exclusión en el plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$:

- Método de Pearson, en donde se calcula una superficie χ^2 la cual es rebanada con planos para determinar regiones de exclusión a distintos niveles de confianza.
- Método frecuentista de Feldman-Cousins [111], en donde la superficie χ^2 es interceptada por una superficie $\Delta\chi_{FC}^2$ calculada a partir de fluctuaciones alrededor de las predicciones del experimento con distintos parámetros de oscilación.

El segundo de los métodos es el empleado para la determinación de las regiones de exclusión, publicadas por las colaboraciones MiniBooNE y SciBooNE, por brindar información más realista y precisa al realizarse a partir de cálculos más robustos y considerando fluctuaciones en el experimento. En este trabajo se realizaron cálculos propios para el análisis con ambos métodos utilizando los datos liberados por el experimento conjunto MiniBooNE y SciBooNE.

Para el análisis del experimento con ν_μ se considera un total de 10,000 puntos en el plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$. Las parejas de puntos están determinados por una combinación de 100 valores de Δm^2 con 100 valores de $\sin^2 2\theta$ con $0,1071520 < \Delta m^2 < 100\text{eV}^2$ y $0,010471 < \sin^2 2\theta < 1$ equidistantes en escala logarítmica:

$$\Delta m^2(i) = 10^{\lceil \log_{10}(\Delta m^2(\text{inicio})) + \Delta m^2(\text{intervalo}) * (i-1) \rceil}, \quad (4.12)$$

en donde los intervalos están definidos como:

$$\Delta m^2(\text{intervalo}) = \frac{\log_{10}(\Delta m^2(\text{final})) - \log_{10}(\Delta m^2(\text{inicio}))}{99}. \quad (4.13)$$

Análogamente para $\sin^2 2\theta$.

Método de Pearson

El método *clásico* no frecuentista de Pearson para obtener regiones de exclusión requiere únicamente de la generación de una superficie χ^2 y de su intersección con planos de acuerdo con el nivel de confianza deseado. Recordando que, para el caso de oscilación de neutrinos, χ^2 es una función de dos parámetros entonces se calcula su valor en distintos puntos del plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ a partir de la comparación entre los datos \mathbf{D} en el i -ésimo bin de energía⁵ E_ν^{QE} y las predicciones \mathbf{P} en el mismo. El estadístico χ^2 se define en este caso como⁶

$$\chi^2 = \sum_{i,j}^{E_\nu^{QE} \text{ bins}} (D_i - P_i) M_{ij}^{-1} (D_j - P_j), \quad (4.14)$$

en donde M_{ij}^{-1} es la inversa de la matriz total de covarianza entre los tres detectores (SciBar, SciMRD y MiniBooNE).

⁵De 1 hasta 48 debido al arreglo de 16 *bins* en cada uno de los detectores

⁶Ecuación (7) de la publicación [89]

En éste trabajo se consideró a un plano al nivel 60.8. Dicho corte corresponde al nivel al cual se espera encontrar al 90% de los valores del estadístico χ^2 con 48 grados de libertad en donde cada grado de libertad corresponde a uno de los *bins* de energía reconstruida.

Determinar las regiones de exclusión con éste método es bastante directo una vez teniendo toda la información necesaria aunque la gran desventaja es que se sacrifica un resultado más confiable por un tiempo despreciable de cómputo.

Generalidades del método de Feldman-Cousins

El método de Feldman-Cousins [111] para la construcción de bandas de confianza tuvo su motivación en la búsqueda experimental de oscilaciones de neutrinos. El problema de determinar la región de confianza para dichos experimentos comparte alguna de las dificultades discutidas en [111]. La variable $\sin^2 2\theta$ está claramente delimitada por cero y uno. Los valores fuera de esta región no tienen interpretación física dentro del marco teórico que define a los parámetros desconocidos.

Típicamente, las mediciones experimentales consisten en contar el número de eventos en un número arbitrario de bins en la región de energía para la cual es sensible el experimento y posiblemente también de otras variables tales como el lugar de la interacción de ν_μ en el detector. Luego, los datos consisten de un conjunto de mediciones $\mathbf{D} \equiv \{D_i\}$ y del cálculo de la oscilación esperada $\mathbf{P} \equiv \{P_i | \sin^2(2\theta), \Delta m^2\}$.

Para construir una región de confianza, el experimental debe elegir un principio de ordenamiento con el cual decidir cuales posibles conjuntos \mathbf{D} deben incluirse en la región de aceptación para cada punto del plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$. La propuesta de Feldman-Cousins es la elección de *razón de probabilidades*

$$R = \frac{P(D|P)}{P(D|P_{min})}, \quad (4.15)$$

donde $P_{min}(\sin^2 2\theta_{min}, \Delta m_{min}^2)$ es el conjunto con el que se obtiene la probabilidad más alta $P(D|P)$ para los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 .

En el régimen Gaussiano, $\chi^2 = -2\ln P$, por lo que esta aproximación⁷ es equivalente a usar la diferencia en χ^2 entre P y P_{min} , es decir,

$$R' \equiv \Delta\chi^2 = \sum_i \left[\frac{(D_i - P_i)^2}{\sigma_i^2} - \frac{(D_i - P_{min})^2}{\sigma_i^2} \right], \quad (4.16)$$

donde σ_i es el error.

La región de aceptación para cada punto en el plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ se calcula realizando simulaciones Monte Carlo del resultado de un gran número de experimentos para un conjunto dado de parámetros físicos desconocidos y el flujo de neutrinos conocido del experimento. Se calcula $\Delta\chi^2$ para cada experimento de acuerdo con la prescripción (4.16). El único número que se necesita en cada punto del plano de parámetros es $\Delta\chi_c^2(D|\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$, tal que α de los experimentos simulados o *ficticios* tengan $\Delta\chi^2 < \Delta\chi_c^2$. Después de analizar los datos, se compara $\Delta\chi^2(D|\sin^2(2\theta), \Delta m^2)$ con $\Delta\chi_c^2$ y la región de aceptación en todos los puntos es tal que

$$\Delta\chi^2(D|\sin^2 2\theta, \Delta m^2) < \Delta\chi_c^2(\sin^2 2\theta, \Delta m^2). \quad (4.17)$$

⁷También se propone usar un camino alterno basado en la función de verosimilitud.

Se puede creer, ingenuamente, que el valor esperado para $\Delta\chi_c^2$ es 4.61, es decir el valor al 90 % de N.C. para una distribución χ^2 con dos grados de libertad. Sin embargo, esta puede oscilar alrededor de dicho valor mas no ser siempre el mismo al recorrer el plano $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$. La desviación del valor 4.61 es causado por al menos tres efectos:

1. **Proximidad a regiones no físicas.** Puntos cercanos a regiones sin significado físico ocasionalmente tienen puntos de mejor ajuste en regiones *no físicas*. Dado que el algoritmo restringe el ajuste a *regiones físicas*, el ajuste resulta en valores más bajos de $\Delta\chi^2$ que aquellos ajustes sin restricciones.
2. **Naturaleza senoidal de la función de probabilidad de oscilación.** La distribución χ^2 asume una densidad de probabilidad Gaussiana pero la función de probabilidad de oscilación es senoidal. Para valores grandes de Δm^2 las fluctuaciones pueden causar que un mínimo global se encuentre en un lugar “incorrecto” a través de la función, incrementando el valor de $\Delta\chi^2$ de aquel que será si sólo existiera uno.
3. **Regiones de una dimensión.** En algunas regiones del plano, la distribución de la probabilidad se convierte en una función de una dimensión en lugar de dos-dimensional. Por ejemplo, en valores pequeños de Δm^2 la única cantidad relevante es el número de eventos en el bin de menor energía pues la probabilidad de oscilación es proporcional a $1/E^2$ para Δm^2 suficientemente bajos. Las fluctuaciones en bins de mayor energía no derivan en alguna interpretación física y por lo tanto se cancelan en el cálculo de $\Delta\chi^2$. En dichas regiones, $\Delta\chi_c^2$ tiene a valores menores que lo normal.

Implementación de FC a MiniBooNE y SciBooNE

El método frecuentista también requiere de la generación de la superficie χ^2 a la cual se le resta su valor mínimo χ_{min}^2 obteniéndose la superficie

$$\Delta\chi^2(\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2) = \chi^2(\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2) - \chi_{min}^2. \quad (4.18)$$

Luego, la intersección con planos al $X\%$ N.C. es sustituida por una nueva superficie, $\Delta\chi^2(X\%)$ en la cual se implementa todo el poder del método propuesto por Feldman y Cousins.

$\Delta\chi^2(X\%)$ se construye a partir de experimentos ficticios generados en cada punto del espacio $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$ en donde se desea evaluar el estadístico; el punto \mathbf{p}_v en el cual se simulan dichos experimentos ficticios o falsos $\mathbf{F}(\mathbf{p}_v)$ se llama *punto verdadero*. La generación de los experimentos falsos consiste en asumir que las observaciones del experimento real son consistentes con la pareja de parámetros de oscilación en el punto verdadero. Cabe mencionar que, entre mayor sea el número de experimentos falsos n_f el análisis será más confiable pues se contará con mayor estadística para el cálculo de $\Delta\chi^2(X\%)$. Idealmente, se harían numerosos experimentos verdaderos o se mejoraría la estadística de éste incrementando el número de POT. Sin embargo, no es posible por obvias razones de tiempo y presupuesto por lo que se echa mano de herramientas como ésta. A continuación se describe el procedimiento para obtener los arreglos $\mathbf{F}(\mathbf{p}_v)$.

Para generar un vector aleatorio \mathbf{y} con media en cero y matriz de covarianza \mathbf{M} , se genera un vector \mathbf{x} de n componentes con media en cero y desviación estándar igual a uno. Por su parte, $\mathbf{M} = \mathbf{M}(\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2)$ determina el tamaño de la fluctuación alrededor de la predicción en \mathbf{p}_v previa descomposición en una matriz triangular inferior y no singular \mathbf{A} tal que

$$\mathbf{A} \mathbf{A}^T = \mathbf{M}.$$

La solución a descomponer \mathbf{M} en el producto de una matriz triangular inferior (o superior) y su transpuesta se encuentra en el método de descomposición de Cholesky [112]. De esta forma se obtiene el arreglo \mathbf{y} de n componentes

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x},$$

el cual es la fluctuación alrededor de $\mathbf{P}(\mathbf{p}_v)$, la predicción en el punto verdadero. Luego,

$$\mathbf{F}(\mathbf{p}_v) = \mathbf{P}(\mathbf{p}_v) + \mathbf{y}. \quad (4.19)$$

Se calcula una superficie χ_k^2 , $k = 1, 2, \dots, n_f$ para cada uno de los n_f experimentos falsos reemplazando \mathbf{D} con el k -ésimo experimento ficticio $\mathbf{F}_k(\mathbf{p}_v)$ en la ecuación ((4.14)), se encuentra el mínimo $\chi_{k \min}^2$ y se evalúa $\chi_k^2(\mathbf{p}_v)$, el estadístico en el punto verdadero. De esta forma se tiene una distribución con n_f valores

$$\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v)_k = \chi_k^2(\mathbf{p}_v) - \chi_{k \min}^2.$$

Se busca entonces $\Delta\chi^2(X\%)$ tal que el $X\%$ de los valores de la distribución sean menores o igual a dicho valor. Con esto se obtiene $\Delta\chi^2(X\%)$ para cualesquiera de los puntos verdaderos formando una superficie sobre el espacio de parámetros $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$.

Es decir, el método de Feldman y Cousins se usa para determinar valores de $\Delta\chi^2$ los cuales corresponden a cierto nivel de confianza de aceptación o exclusión en la región de parámetros. Para obtener la región de exclusión al 90% N.C., se forma una distribución $\Delta\chi^2$ en cada punto $(\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2) \equiv \xi_{par}$ usando muchas iteraciones de datos falsos que cumplan con esa pareja de parámetros de oscilación. El valor $\Delta\chi^2$ del experimento real en cada ξ_{par} se compara con la distribución de $\Delta\chi^2$ obtenida con los datos falsos en cada ξ_{par} . Luego, si el valor de $\Delta\chi^2$ del experimento verdadero es mayor que el 90% de todos los $\Delta\chi^2$ con experimentos falsos en el punto ξ_{par} , entonces ξ_{par} se excluye con el 90% N.C (figura 4.11). El conjunto de todos los ξ_{par} excluidos al 90% N.C. forman la región de exclusión al 90% N.C.

Para esta tesis, al igual que para el resultados oficial, se generaron $n_f = 1000$ experimentos falsos en cada punto verdadero (figura 4.8). Sin embargo, cabe mencionar que los cálculos no se hicieron en la totalidad del plano $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$ si no en puntos estratégicos reduciendo la retícula a una vecindad de la curva de sensibilidad esperada para el experimento conjunto. El resultado fue una superficie $\Delta\chi^2(X\%)$ formada con 1886 puntos.

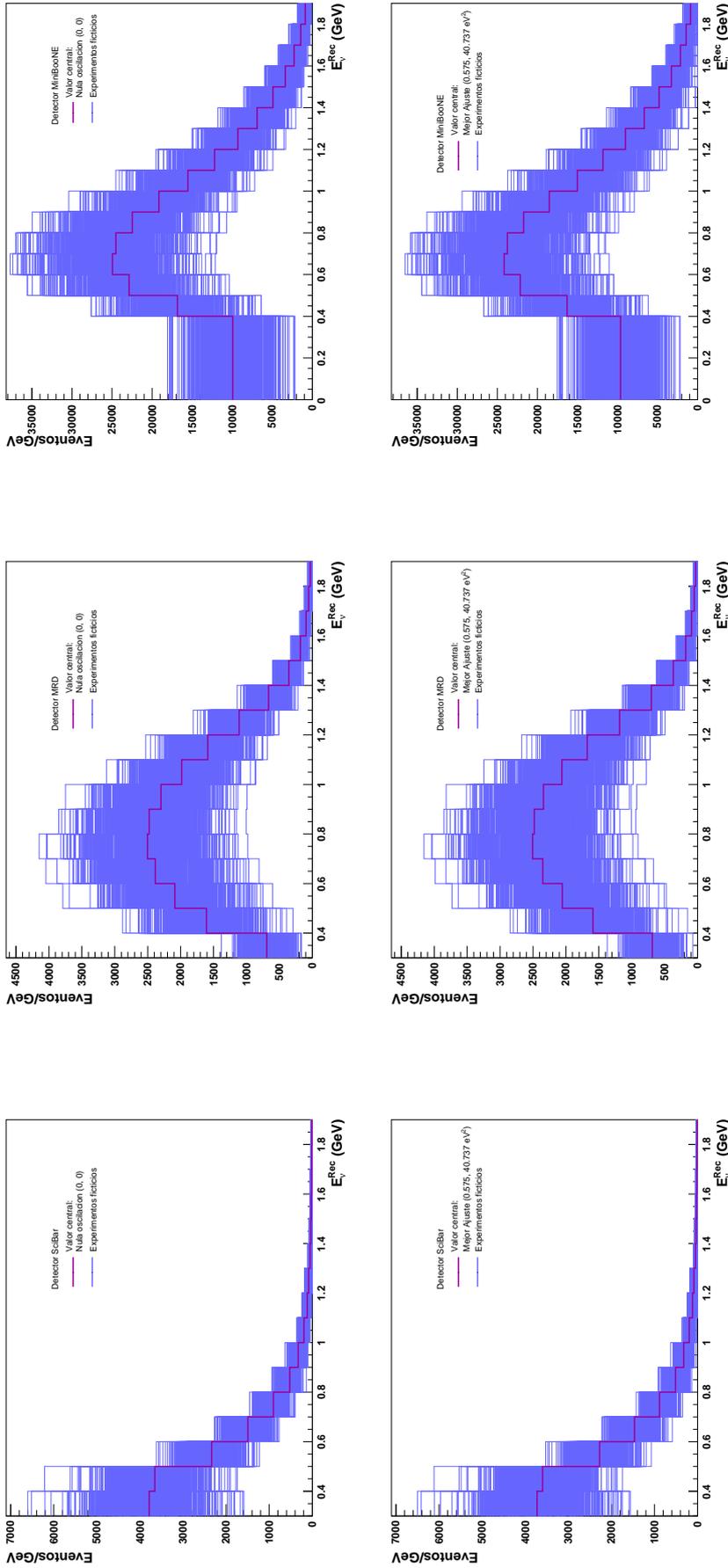


Figura 4.8: Efecto de la perturbación alrededor de los histograma de predicción con los parámetros ($\sin^2 2\theta = 0$, $\Delta m^2 = 0\text{eV}^2$) y ($\sin^2 2\theta = 0.575$, $\Delta m^2 = 40.738\text{eV}^2$), primera y segunda hilera respectivamente. Se muestra el efecto que tiene sumar un vector aleatorio con media en 0 y $\sigma = 1$ en el vector de predicción \mathbf{P} , mostrado en rojo, para generar vectores de experimentos ficticios \mathbf{F} que cumplan con la misma pareja ($\sin^2 2\theta$, Δm^2) en los detectores SciBar (izquierda), SciMRD (centro) y MiniBooNE (derecha).

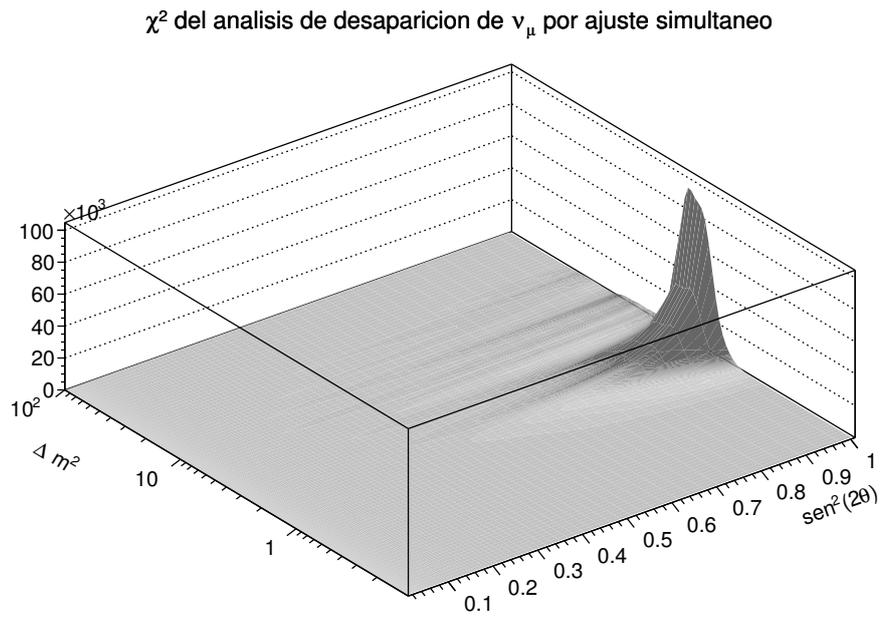


Figura 4.9: Superficie χ^2 oficial formada con los datos liberados por SciBooNE y MiniBooNE.

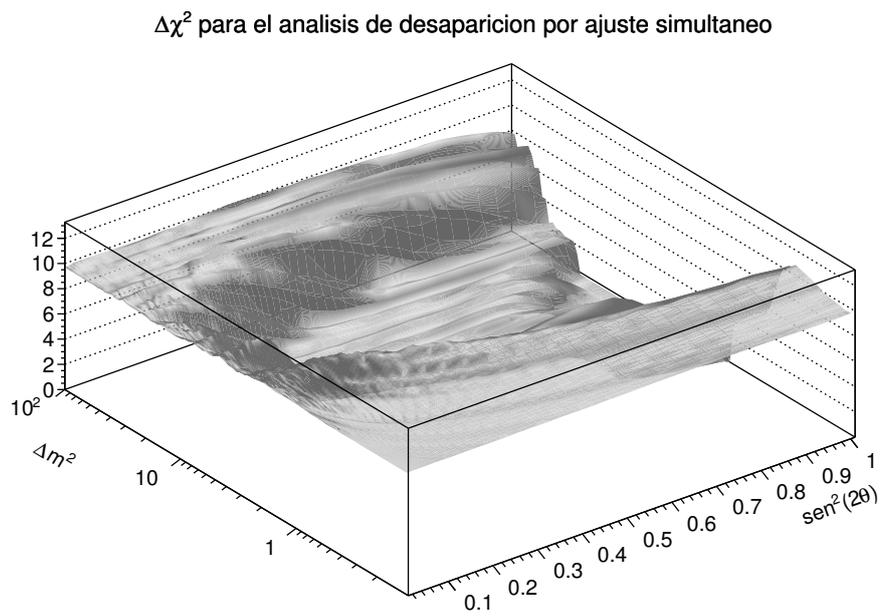
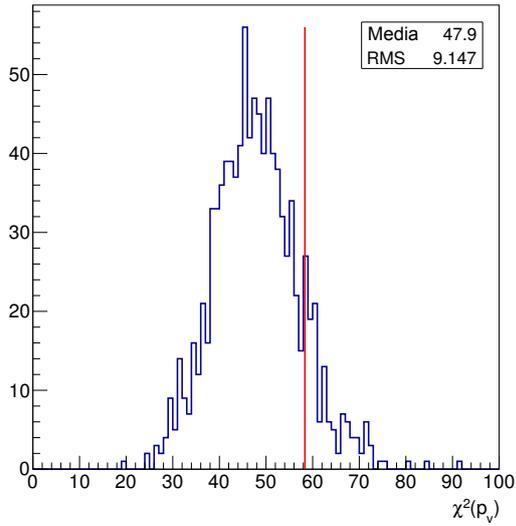
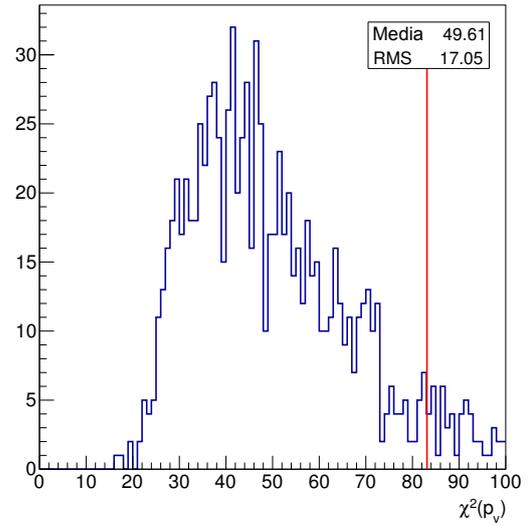


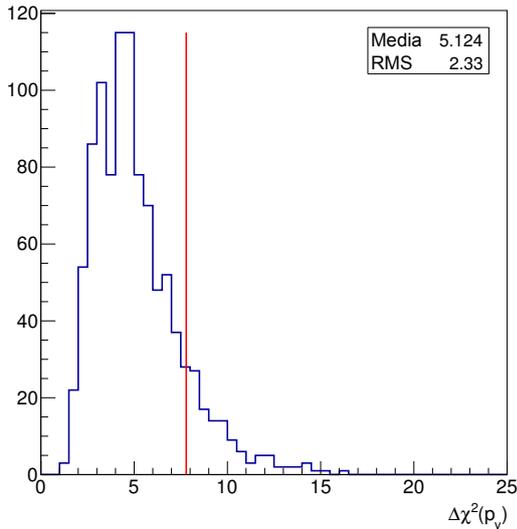
Figura 4.10: Superficie $\Delta\chi^2$ oficial formada con los datos liberados por SciBooNE y MiniBooNE.



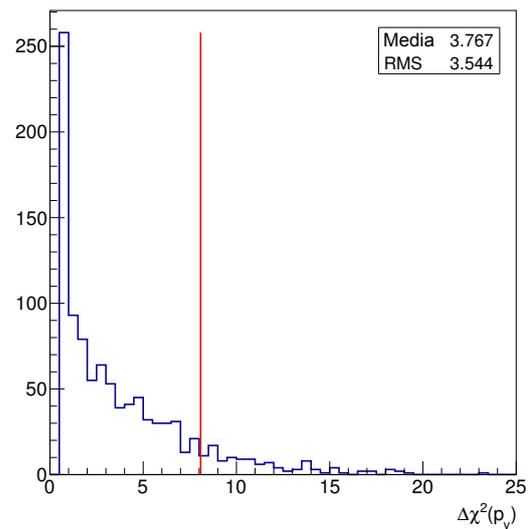
(a) Distribución de valores en el punto de nula oscilación $\mathbf{p}_v = (0, 0\text{eV}^2)$.



(b) Distribución de valores χ^2 en $\mathbf{p}_v = (0.575, 40.738\text{eV}^2)$.



(c) Distribución de valores $\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v)$ en el punto de nula oscilación $\mathbf{p}_v = (0, 0\text{eV}^2)$.



(d) Distribución de valores $\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v)$ en el punto de mejor ajuste $\mathbf{p}_v = (0.575, 40.738 \text{ eV}^2)$.

Figura 4.11: Distribuciones de $\chi^2(\mathbf{p}_v)$ y $\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v) = \chi^2(\mathbf{p}_v) - \chi_{Min}^2$ obtenidas a partir 1000 experimentos ficticios generados en el punto verdadero $\mathbf{p}_v = (\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$. En cada caso, la línea vertical roja ilustra el lugar bajo el cual se encuentra el 90% de los valores $\chi^2(\mathbf{p}_v)$ o $\Delta\chi^2(\mathbf{p}_v)$.

4.5.3. Correcciones al *Data Release*

Para realizar este análisis y lograr el objetivo principal del proyecto, que fue la obtención de la región de exclusión de parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 , el autor se enfrentó con algunas dificultades más allá de las contempladas.

La definición de χ^2 y de la matriz de error se suponían iguales a la de la publicación [89] y se creyó poder encontrar la información necesaria en [107]. Sin embargo, la implementación del cálculo no arrojó resultados exactamente iguales a los oficiales. Tras varias pruebas y

después de contactar a los autores principales del análisis de desaparición⁸ se encontraron algunas aclaraciones y modificaciones que deben hacerse a la página del *Data Release* de donde se extrajo la información para realizar este trabajo.

La primera de las aclaraciones se refiere a la normalización de las predicciones. Uno de los objetivos de la inclusión de los detectores cercanos fue mejorar la precisión en el flujo de neutrinos enviado al detector lejano, su consecuente normalización al número de eventos esperados para distintos valores de los parámetros $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 es mencionada tanto en las *Tech Notes* como en las publicaciones del experimento sin embargo en el *Data Release* no es claro si las predicciones están o no corregidas a los datos en los detectores cercanos. Las tuplas con la predicción de eventos \mathbf{N} en cualquiera de los tres detectores no están normalizadas al número de eventos observados en SciBooNE.

La matriz de error sistemático fraccionario \mathbf{V} sirvió de base para el cálculo de la matriz total de error \mathbf{M} siendo ésta un término fundamental para obtener el estadístico χ^2 . El *script* con el cual la colaboración calculó \mathbf{V} tenía un *bug* y el archivo arrojado fue subido a la página del experimento; el resultado del programa fallido fue la generación de una matriz fraccionaria de error sistemático no simétrica⁹. Es entonces necesario actualizar la información del *Data Release* con el archivo que contiene a la matriz simétrica *buena*.

Para éste análisis de desaparición se probó con distintas matrices de error combinando entre errores sistemáticos, estadísticos y de Monte Carlo, en donde la implementación de esta última fuente de error tampoco es clara en la página pública. A partir del acceso que se tuvo a uno de los *scrips*¹⁰ del análisis se determinó que debía sumarse a ésta la parte del error estadístico proveniente del cálculo de la predicción de eventos de rayos cósmicos \mathbf{C} en los detectores cercanos de SciBooNE, predicciones que no está disponibles en el *Data Release*. Así pues, la información de los rayos cósmicos \mathbf{C} junto con su error σ_C debe ser añadida a la página pública para poder reproducir los resultados del experimento conjunto MiniBooNE-SciBooNE. Aunada a esta corrección, también se identificó, mediante prueba y error, para poder reproducir los resultados publicados hacía falta añadir a la matriz de error no solo una parte derivada de las observaciones si no también aquella debida al error estadístico del Monte Carlo.

La estructura propuesta con la adición y corrección de datos puestos a disposición del público por MiniBooNE y SciBooNE, se encuentra en el apéndice A junto con un manual para realizar el análisis de desaparición de ν_μ con dicha información. La predicción de rayos cósmicos \mathbf{C} y los valores correctos de las entradas de la matriz de error sistemático fraccionario \mathbf{V} se encuentran en el apéndice B.

⁸Kendall Mahn y Yasuhiro Nakajima

⁹Los resultados oficiales no hicieron uso de dicha matriz obtenida erróneamente.

¹⁰Escrito por Yasuhiro Nakajima.

Capítulo 5

Resultados

A continuación se presentan los resultados del análisis de oscilación de neutrinos del muón con los datos de los experimentos MiniBooNE y SciBooNE correspondientes a la corrida I. Las regiones de exclusión reportadas en el espacio de parámetros dentro del rango $0.5 \text{ eV}^2 < \Delta m^2 < 40 \text{ eV}^2$ se obtuvieron al 90 % N.C¹; los resultados se muestran para cuatro análisis distintos en donde en cada caso se hizo un análisis de forma de normalización (ver capítulo 4):

- Análisis de desaparición con el método de Pearson usando únicamente los datos del detector de MiniBooNE.
- Análisis de desaparición con el método de Pearson usando sólo los datos de los detectores SciBar y SciMRD.
- Análisis de desaparición implementando el método de Pearson con las observaciones en los detectores de SciBooNE (SciBar y SciMRD) y MiniBooNE.
- Análisis de desaparición implementando el método frecuentista de Feldman-Cousins con las observaciones en los detectores de SciBooNE y MiniBooNE.

5.1. Resultado sólo con MiniBooNE

Como se mencionó anteriormente, el experimento MiniBooNE implementó al experimento SciBooNE como detector cercano para constreñir, principalmente, el error proveniente del flujo de neutrinos entregados al detector lejano. Para visualizar la mejoría en la determinación de la región de exclusión de parámetros, se recurrió a un primer análisis en donde se calculó el estadístico χ_{DPM}^{2MB2} de Pearson utilizando únicamente los datos del detector de MiniBooNE. Cabe aclarar que, como el espectro de energías del detector se divide en 16 *bins*, para el cálculo del estadístico se tomó únicamente la parte de la matriz \mathbf{M} correspondiente a MiniBooNE es decir, una matriz diagonal de 16×16 . Posteriormente, se intersectó la superficie χ_{DPM}^{2MB} con un plano al nivel 23.5. Adicionalmente, se intersectó $\Delta\chi_{DPM}^{2MB} \equiv \chi_{DPM}^{2MB} - \chi_{DPM}^{2min MB}$ con un plano a 4.6. El corte a 23.5 asume que el 90 % de los valores de un estadístico χ^2 ,

¹Todas las gráficas, los histogramas, superficies y el cálculo de los estadísticos aquí presentados se realizaron implementando el sistema ROOT. Este sistema es una herramienta de análisis básica en el área de Física de Partículas desarrollado en CERN y escrito en el lenguaje C++. ROOT es una sistema de acceso libre el cual almacena y procesa grandes cantidades de datos.

²DPM por las iniciales del autor

con 16 grados de libertad, se encuentran por debajo de dicho plano mientras que el corte a 4.6 determina el 90 % de N.C. para el estadístico χ^2 con 2 grados de libertad.

Éste tratamiento, como se expone en § 4.5.2, supone que la dependencia de χ^2 es lineal en los parámetros de oscilación siendo que para $\sin^2 2\theta$, la dependencia en Δm^2 es una función trascendental en la ecuación de probabilidad de oscilación (1.35): el término Δm^2 es un argumento cuadrático dentro de la función seno. Sin embargo, se hizo el acercamiento por éste método, un tanto a ciegas, para visualizar el resultado. La región de exclusión de parámetros para el caso de oscilación de ν_μ en la corrida I solo con MiniBooNE se muestra en la figura 5.1. El mejor ajuste se encontró en $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.125893, 12.5893 \text{ eV}^2)$ con un valor $\chi^2/\text{g.l.} = 11.526/14$ obtenido con una probabilidad de 64.43%. Por su parte, el valor $\chi^2/\text{g.l.} = 15.265/16$ se obtuvo para la hipótesis de nula oscilación con probabilidad de 50.53%. El resultado oficial en [93] reporta los valores de $\chi^2/\text{g.l.}$ 12.72/14 y 17.78/16 para el mejor ajuste y para el punto de nula oscilación, respectivamente. Sin embargo, solo es posible hacer una comparación cualitativa para el mejor ajuste pues los puntos considerados en entre trabajo para el espacio de parámetros difieren de aquellas parejas consideradas para el análisis presentado en [93].

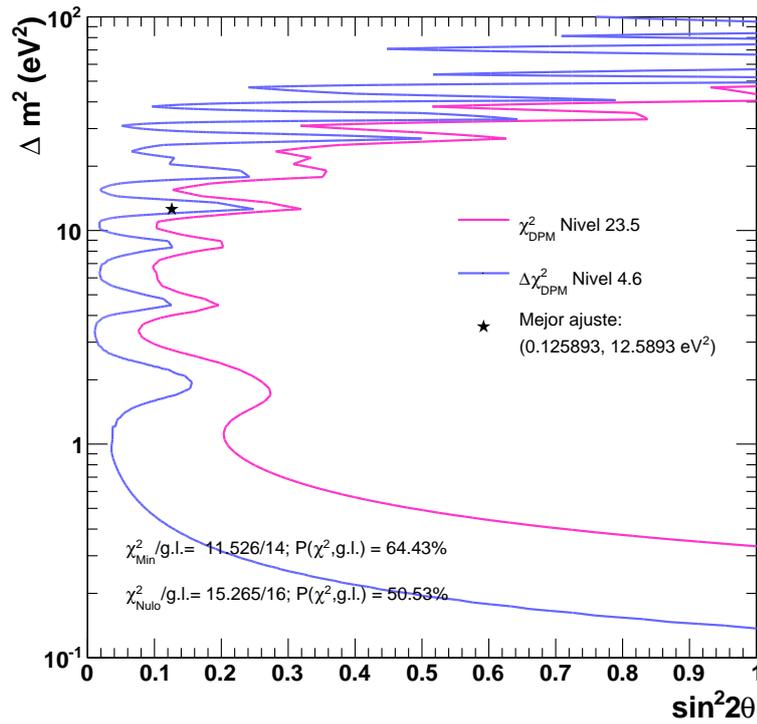


Figura 5.1: Límites al 90 % N.C. de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 obtenida con el método de Pearson considerando únicamente las observaciones en el detector de MiniBooNE. Las regiones excluidas se obtuvieron cortando las superficies χ^2_{DPM} y $\Delta\chi^2_{DPM}$ con planos a 23.5 y 4.6 respectivamente.

Por otro lado, ambos valores de χ^2 deberían ser en principio iguales en $(\sin^2 2\theta=0, \Delta m^2=0 \text{ eV}^2)$. Dicha discrepancia se atribuye al uso de una matriz de error distinta usada en cada análisis. Si bien la matriz calculada para el experimento conjunto (MiniBooNE + SciBooNE) carga con la restricción de errores en las partes cruzadas no debería ser así en las partes de la matriz en donde hay autodependencia, es decir, la correlación SciBar-SciBar, MRD-MRD

o MiniBooNE-MiniBooNE por lo que no debería existir la discrepancia con el valor en el punto de en el punto de nula oscilación. Es por ello que una de la explicaciones es atribuir los distintos resultados a una subestimación o sobre-estimación de los errores añadidas a la matriz \mathbf{M} aunado a que se desconoce si la parte de \mathbf{V}^{Sis} correspondiente a sólo MiniBooNE se construyó considerando las incertidumbres mostradas en la tabla D.1 o aquellos en la tabla 4.3 (en el análisis se asumió el segundo caso). Otra posible razón de las inconsistencias es la normalización de las predicciones: para esta parte del análisis se usaron los factores de normalización f_{MB} en donde

$$f_{MB}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = \frac{\sum_{i=33}^{48} D_i}{\sum_{i=33}^{48} N_i(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)}. \quad (5.1)$$

Es decir, se normalizaron las predicciones al área por debajo del espectro observado en el detector de MiniBooNE con lo que se realiza únicamente un análisis de forma.

El objetivo principal de esta tesis se enfoca en el análisis conjunto. Dicho esto, esta parte del análisis se realizó únicamente con fines de comparación cualitativa y la investigación más detallada acerca de ésta queda como trabajo posterior para el autor.

5.2. Resultado sólo con SciBooNE

Al igual que en el caso del análisis únicamente con los datos de MiniBooNE, se calculó el estadístico χ^2 de Pearson usando solamente las observaciones en los detectores SciBar y SciMRD. Posteriormente, se interceptó la superficie χ_{DPM}^{2SB} con un plano al nivel 42.6 dado que se asume que el 90% de los valores de un estadístico χ^2 , con 32 grados de libertad, se encuentran por debajo de él. Adicionalmente, se cortó $\Delta\chi_{DPM}^{2SB} \equiv \chi_{DPM}^{2SB} - \chi_{DPM}^{2min SB}$ al nivel 4.6. Así pues, para el cálculo del estadístico χ^2 se tomó únicamente la parte de la matriz \mathbf{M} correspondiente a SciBooNE. Entonces, dado que se consideran 16 *bins* de energía para el subdetector SciBar y 16 más para el espectro de SciMRD, la matriz empleada fue una matriz de error simétrica de 32×32 . El resultado del análisis se muestra en la figura 5.2 en donde a simple vista se aprecia que el análisis de desaparición arroja en este caso una región de exclusión de parámetros considerablemente menor que aquella de solo MiniBooNE.

Con este análisis de desaparición de ν_μ la curva que determina los parámetros excluidos solo con SciBooNE descarta una región previamente rechazada por MiniBooNE al nivel 23.5. Aunado a la dimensión de los detectores cercanos, la corta distancia que se le permite viajar a los neutrinos antes de interactuar con ellos es una de las razones por las que, si se considera el experimento únicamente con SciBooNE, el resultado otorga un límite muy pobre al 90% N.C.: la distancia recorrida entre la fuente y los detectores SciBar y SciMRD no permite apreciar una oscilación significativa. Consecuentemente los valores de χ^2 en el punto de mejor ajuste y en el de nula oscilación difieren únicamente en 1.2 unidades teniendo éste último el de mayor probabilidad.

El mejor ajuste se encontró en $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.398107, 38.0189 \text{ eV}^2)$ con $\chi^2/\text{g.l.} = 22.38/30$ obtenido con una probabilidad de 83.98%. Por su parte, el valor $\chi^2/\text{g.l.} = 23.58/32$ se obtuvo para la hipótesis de nula oscilación con probabilidad de 85.92%. La normalización de las predicciones usadas en ésta parte del análisis se obtuvo con los

factores de normalización f_{SB} en donde

$$f_{SB}(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = \frac{\sum_{i=1}^{32} D_i}{\sum_{i=1}^{32} N_i(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)}. \quad (5.2)$$

Cabe señalar que, a diferencia del caso sólo *MiniBooNE*, para sólo *SciBooNE* no existe referencia con la cual comparar este resultado.

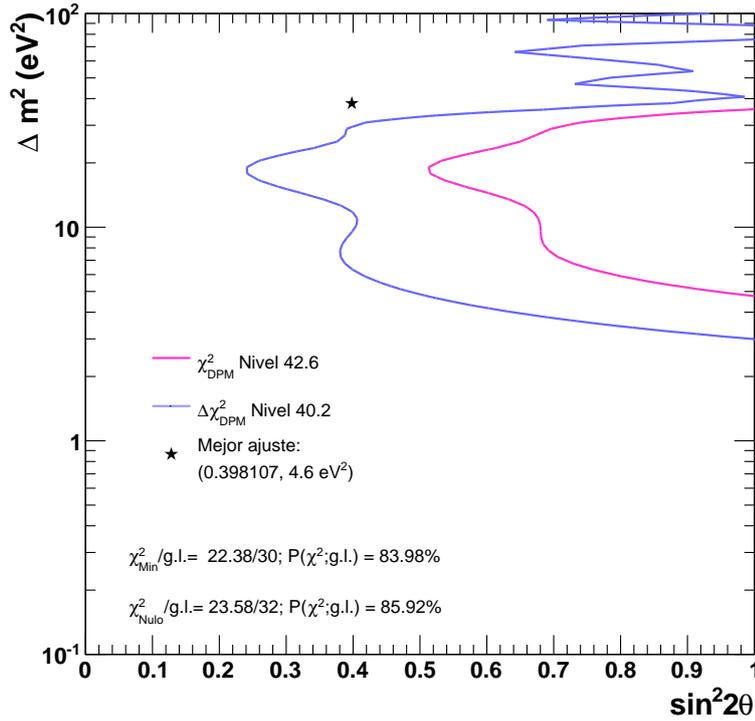


Figura 5.2: Límites al 90 % N.C. de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 obtenida con el método de Pearson considerando únicamente las observaciones en los detectores SciBar y SciMRD. Las regiones excluidas se obtuvieron cortando las superficies χ^2_{DPM} y $\Delta\chi^2_{DPM}$ con planos a 42.6 y 4.6 respectivamente.

5.3. Resultado conjunto MiniBooNE + SciBooNE

En esta sección se muestran las distribuciones de las observaciones en los tres detectores del experimento conjunto: SciBar, SciMRD y MiniBooNE. En cada caso, los histogramas del punto de mejor ajuste fueron normalizados a las observaciones tal como se describe en § 4.5. Se presentan también las superficies del estadístico χ^2 de Pearson y de $\Delta\chi^2$ calculada con el método frecuentista de Feldman-Cousins a partir de donde se obtuvieron los límites de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 con el método de Pearson y con el método frecuentista de Feldman-Cousins y se comparan con los límites oficiales.

El mejor ajuste se encontró en $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) = (0.575, 40.738 \text{ eV}^2)$ con un valor $\chi^2/\text{g.l.} = 41.21/46$ obtenido con probabilidad de 67.2%. Por su parte, el valor $\chi^2/\text{g.l.} = 46.80/48$ se obtuvo para la hipótesis de nula oscilación con probabilidad de 52.21%. La normalización usada es aquella descrita en § 4.5. Como era esperado, incluir los datos de SciBar y de SciMRD

en el análisis permitió discriminar una región más amplia de valores ($\sin^2 2\theta, \Delta m^2$) que solo usando la información de MiniBooNE. En el análisis conjunto, la constricción de errores se logró con la matriz de error \mathbf{M} que incluye la correlación entre los tres detectores y cuya acción es apreciable al comparar las regiones obtenidas con el método de Pearson usando dos detectores o solo un detector (SciBar y SciMRD -figura 5.2- o MiniBooNE -figura 5.1) con la implementación de ambos experimentos (figura 5.3).

En las imágenes 5.4 y 5.7 se muestran los resultados obtenidos en este trabajo; los límites al 90% N.C. no son exactamente iguales a los publicados oficialmente sin embargo se obtuvo una buena aproximación considerando las fluctuaciones en el método. En § 5.3.2 se exploran algunas de las posibles razones de discrepancia. Las principales causas de las diferencias fueron analizadas sin éxito y consecuentemente las ligeras desviaciones en los contornos derivadas de los distintos valores de χ^2 no permiten aseverar que uno u otro resultado es el correcto.

5.3.1. Método de Pearson

En la figura 5.4 se muestran los límites de exclusión del plano $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ de acuerdo con el corte de χ^2 a 60.8 y con el de $\Delta\chi^2$ a 4.6 para los casos de solo MiniBooNE, solo SciBooNE y para el análisis combinado con el método de Pearson. A este momento no es posible saber cual de los métodos es más correcto, el del corte de χ^2 a 60.8 o el de $\Delta\chi^2$ en 4.6. El estadístico χ^2 no es una función lineal en las predicciones y en los datos; consecuentemente tampoco lo es $\Delta\chi^2$. Al igual que en el caso de sólo MiniBooNE, para realmente conocer los límites correctos hay que hacer el análisis frecuentista el cual no supone dependencia lineal de la χ^2 en los parámetros. En este trabajo solo se decidió hacerlo para el análisis combinado por lo que las regiones obtenidas del corte a 60.8 y a 4.6 en los casos de solo SciBooNE y solo MiniBooNE sirve únicamente para comparación; el resultado conjunto con el método de Pearson sirve como referencia para el método frecuentista cuyo resultado se expone en el siguiente apartado.

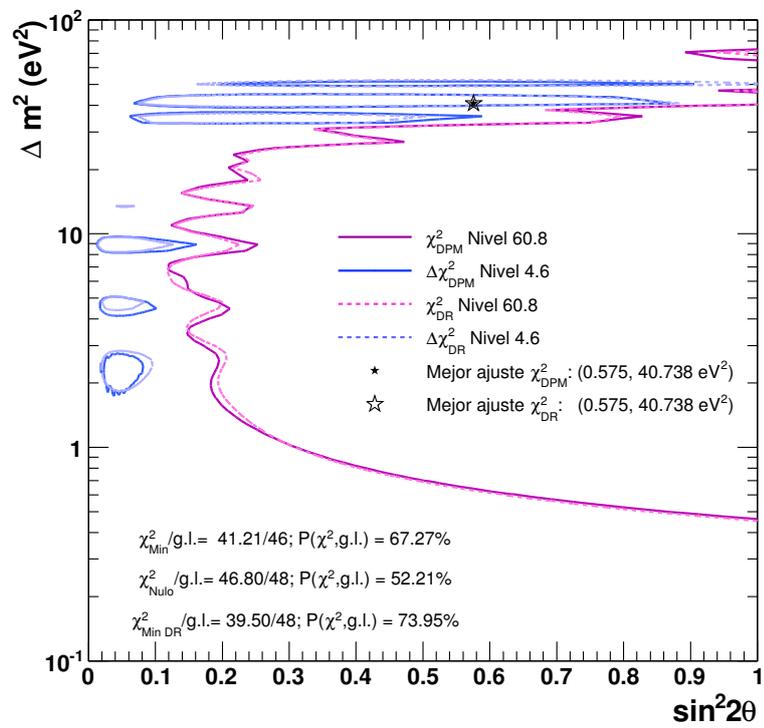


Figura 5.3: Comparación entre las curvas de nivel a 60.8 de la χ^2 oficial y de la obtenida independientemente por el autor para el análisis conjunto. También se muestra el límite de exclusión de parámetros de acuerdo con lo reportado en [89]

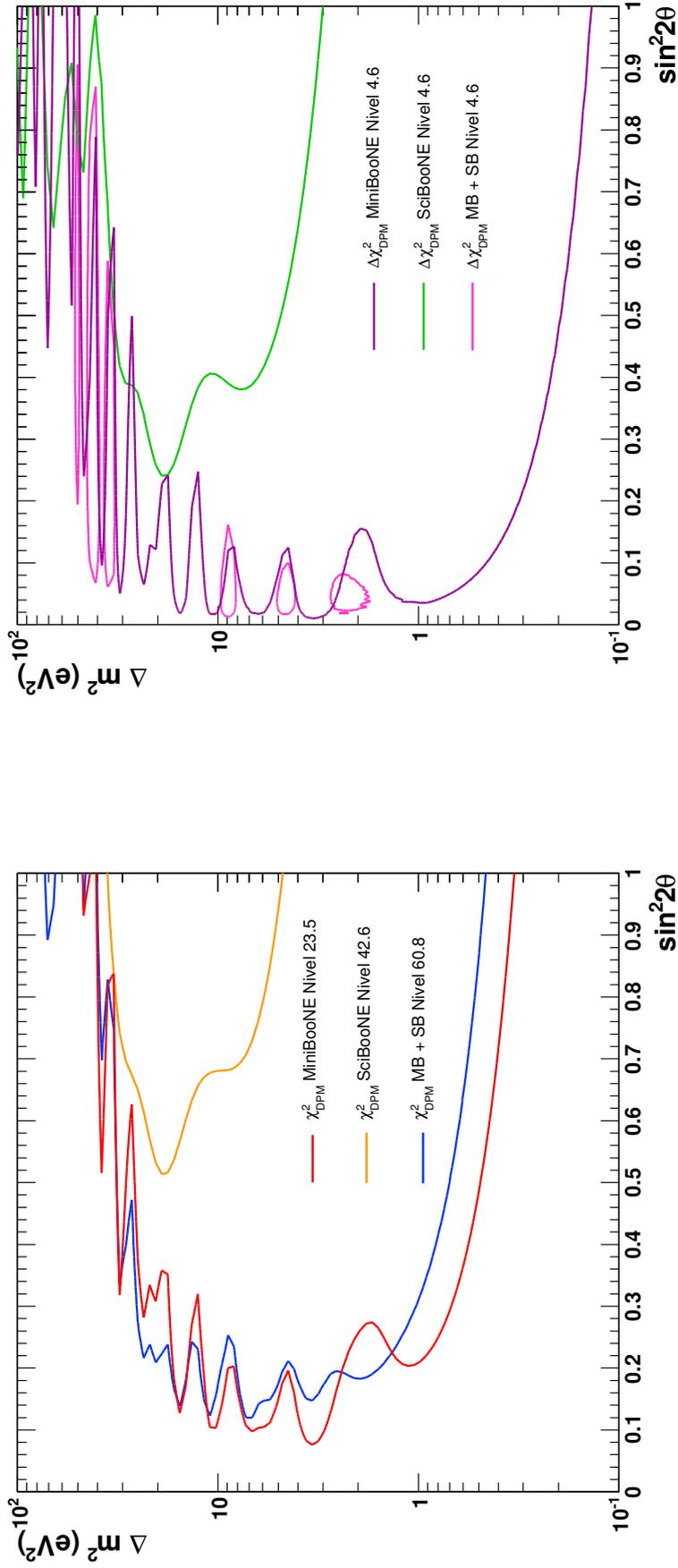


Figura 5.4: Límites de exclusión de $(\sin^2 2\theta, \Delta m^2)$ al nivel 90 % N.C. En la imagen izquierda se muestran las regiones obtenidas cortando los estadísticos χ^2 con planos en 23.5, 42.6 y 60.8 para MiniBooNE, SciBooNE y MiniBooNE + SciBooNE, respectivamente. A la derecha se presentan las regiones obtenidas al cortar $\Delta\chi^2$ en 4.6 para los tres casos (solo MiniBooNE, solo SciBooNE y MiniBooNE + SciBooNE).

5.3.2. Método de Feldman-Cousins

El análisis de desaparición con el método frecuentista se hizo, como se discutió en § 4.5.3, reconociendo que en el *Data Release* faltaba la información acerca de la normalización de las predicciones, la información de los errores a incluir para generar la matriz de error en cada punto del espacio de parámetros (junto con la corrección a la matriz fraccionaria de errores sistemáticos) y los datos del ruido esperado debido a eventos de rayos cósmicos. La superficie χ^2 obtenida se muestra en la imagen 5.5a; ésta fue calculada con 10,000 puntos sobre la cuadrícula $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$. Durante todas las pruebas para corroborar los resultados propios con aquellos publicados por los experimentos MiniBooNE y SciBooNE, se comparó el rango que abarcaba una y otra χ^2 y el punto de mejor ajuste³ También se procedió a cortar ambas superficies (la de las colaboraciones y la χ_{DPM}^2 obtenida por el autor) con un plano al nivel 60.8. Como se aprecia en la imagen 5.4, las regiones de exclusión obtenidas con una y otra superficie no coinciden exactamente sin embargo, una comparación cualitativa indica que al 60.8 la región de parámetros excluidos con la χ_{DR}^2 del Data Release encierra prácticamente la misma área que aquella empleando el estadístico χ_{DPM}^2 obtenido independientemente al análisis realizado por el experimento.

Por otro lado, en 5.5b se muestra la superficie $\Delta\chi_{DPM}^2$ calculada por el autor de este trabajo y obtenida por el método de Feldman-Cousins de acuerdo con las correcciones previamente mencionadas y con lo descrito en la sección § 4.5.2. Esta superficie se calculó en 1886 puntos estratégicos de la retícula $\text{sen}^2 2\theta - \Delta m^2$ en contraparte a los 10,000 con los que se obtuvo el resultado oficial $\Delta\chi_{DR}^2$. Sin embargo, también se generaron 1000 experimentos ficticios en cada uno de los puntos considerados dentro del dominio, la misma cantidad de experimentos falsos generados en cada punto por las colaboraciones del experimento.

El motivo por el que no se implementó el método frecuentista en todo el plano fue el tiempo de cómputo requerido para llevar a cabo los cálculos. Tan solo generar los 1,000 experimentos ficticios para un punto determinado tomaba poco más de 1 hr, es decir que calcular $\Delta\chi^2$ tomando en cuenta todas las parejas ($\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2$) en el plano hubiese requerido de aproximadamente ¡1 año de cómputo! Se decidió entonces reducir el número de puntos y utilizar 7 procesadores simultáneamente; los valores de $\Delta\chi_{DPM}^2$ se obtuvieron tras ~ 12 días de correr el programa.

La superficie frecuentista $\Delta\chi_{DPM}^2$ calculada para este trabajo fue distinta a $\Delta\chi_{DR}^2$. Una de las razones por las cuales no se logró el mismo resultado fue justamente el hecho de la reducción del número de puntos en el espacio de parámetros aunado a que las parejas ($\text{sen}^2 2\theta, \Delta m^2$) para las cuales se obtuvo la superficie no eran consecutivas: no se barrió sobre toda la cuadrícula en donde originalmente se calcularon χ_{DR}^2 y $\Delta\chi_{DR}^2$ si no que se dieron pasos de 5 en 5 parejas. Es decir, se consideró una retícula base con $10,000/5=2,000$ puntos. Luego de obtener la superficie, se interpoló al total de 10,000 puntos utilizando la función *Interpolate*⁴ de ROOT.

Por otro lado, si bien, también se contemplaba cierta discrepancia debido a la generación de números aleatorios para obtener los experimentos falsos⁵, el autor atribuye un mayor peso a los datos empleados para el cálculo de la χ^2 de Pearson la cual no logró empatarse con

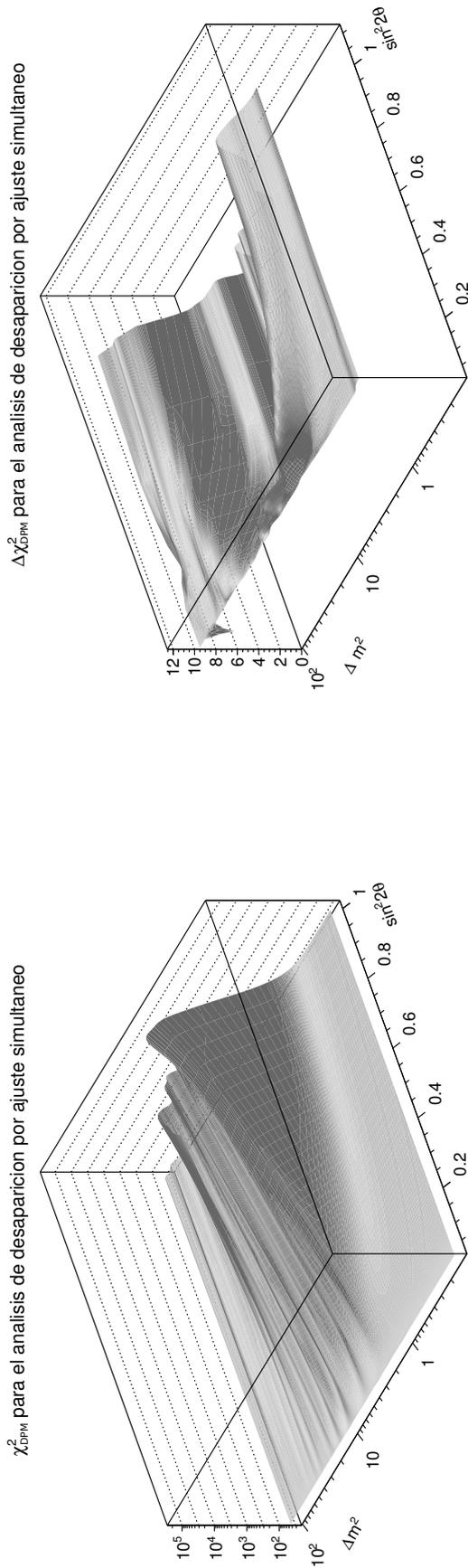
³O valor mínimo de χ^2 .

⁴Por triangulación de *Delaunay* que consiste en encontrar el triángulo de Delaunay determinado por un punto dado (x, y) y encuentra el valor faltante z interpolando los valores vecinos z .

⁵Usando la clase TRandom3, basado en el generador de números aleatorios *Mersenne Twister*, y la función *Gaus*.

lo esperado. La inconsistencia entre resultados puede asociarse ya sea a la interpretación y al uso de los datos empleados en la definición del estadístico χ^2 , la cual se arrastra hasta la implementación del método frecuentista y a la definición de \mathbf{M} pues una sobre o subestimación de los errores puede derivar en regiones sobre o subestimadas.

Así, los parámetros excluidos de acuerdo con el resultado independiente a la colaboración son distintos a los oficiales. Dado que desde un inicio no se obtuvieron los mismos valores para el estadístico χ^2 era ingenuo esperar que su intersección con la $\Delta\chi_{DR}^2$ arrojara un resultado equivalente y o confiable. Se interceptó entonces con la propia cuyo resultado fue la región de exclusión de parámetros mostrada en la figura 5.7. Como se puede apreciar para valores grandes de Δm^2 se tiene una subcobertura comparada con el análisis frecuentista; los *picos* en dicha región de energías, y en general en el plano, muestran el efecto que tiene sobre la sensibilidad la inclusión del experimento SciBooNE.



(a) Superficie χ^2_{DPM} de Pearson.

(b) Superficie $\Delta\chi^2_{DPM}$ frequentista.

Figura 5.5: Superficies estadísticas calculadas para el análisis simultáneo con el método frequentista. A la izquierda se muestra la superficie χ^2 de Pearson para el análisis simultáneo, en escala logarítmica, calculada con los datos liberados por SciBooNE y MiniBooNE. La imagen derecha corresponde a la superficie $\Delta\chi^2_{DPM}$ calculada con los datos liberados por SciBooNE y MiniBooNE de acuerdo con el método frequentista de Feldman-Cousins. Para el análisis con el método de Pearson, el estadístico χ^2 se intercepta con un plano a 60.8 para obtener el límite de los parámetros de oscilación al 90 % N.C.; el método frequentista intercepta la χ^2 de Pearson con la $\Delta\chi^2$ calculada de acuerdo con el método de Feldman-Cousins.

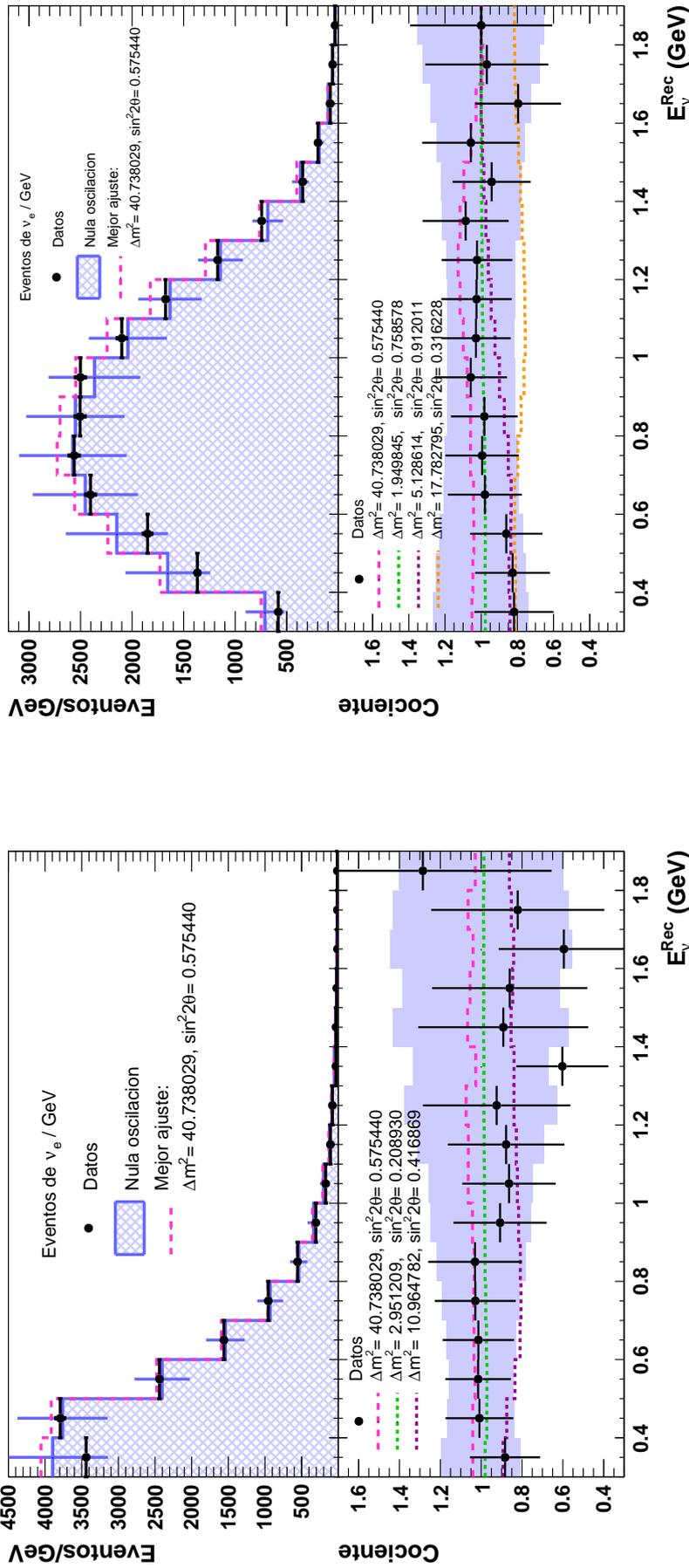


Figura 5.6: Histogramas de eventos de ν_{μ} observados en los detectores de SciBooNE y cociente de las predicciones con respecto al punto de nula oscilación. Arriba a la izquierda: Distribución de E_{ν}^{Rec} para ν_{μ} detectados en SciBar (puntos con error estadístico), distribución para la hipótesis de nula oscilación relativamente normalizada a los datos de SciBooNE (histograma sombreado con incertidumbre sistemática) y distribución para el mejor ajuste de forma (histograma punteado). Abajo a la izquierda: Cociente con respecto a la hipótesis de nula oscilación para predicciones con distintos parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta, \Delta m^2$. La banda sombreada corresponde al tamaño de la diagonal de la matriz de error sistemático. A la derecha: Lo análogo para el detector SciMRD.

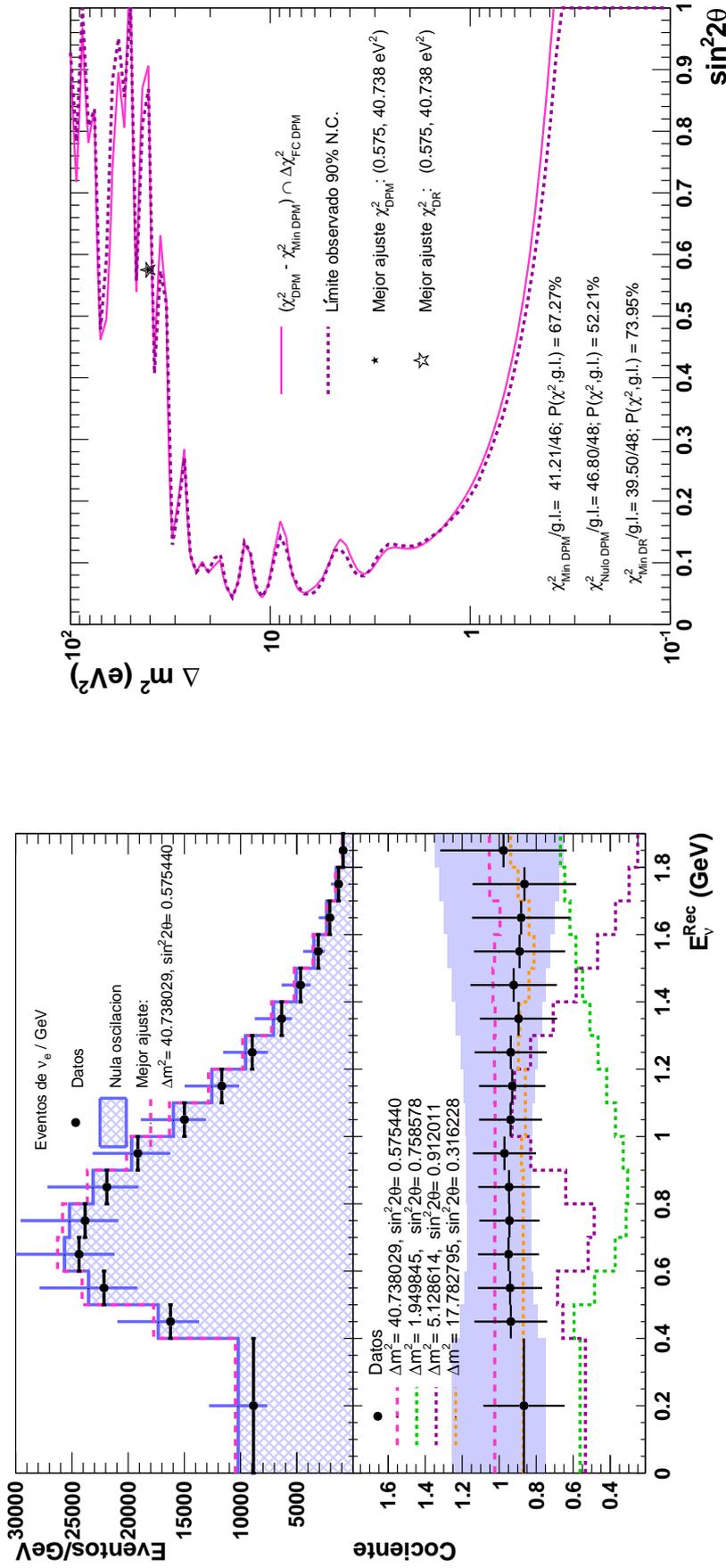


Figura 5.7: Resultado conjunto del experimento de desaparición de ν_μ en SciBooNE y MiniBooNE. Arriba a la izquierda: Distribución de E_ν^{Rec} para ν_μ detectados en MiniBooNE (puntos con error estadístico), distribución para la hipótesis de nula oscilación relativamente normalizada a los datos de SciBooNE (histograma sombreado con incertidumbre sistemática) y distribución para el mejor ajuste de forma (histograma punteado). Abajo a la izquierda: Cociente con respecto a la hipótesis de nula oscilación para predicciones con distintos parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$, Δm^2 . La banda sombreada corresponde al tamaño de la diagonal de la matriz de error sistemático. A la derecha: Límites de exclusión de parámetros de oscilación y puntos de mejor ajuste usando el frecuentista de Feldman-Cousins para el caso de ajuste simultáneo: la línea continua es el resultado del autor; la línea punteada corresponde a los datos publicados en [89].

Capítulo 6

Conclusiones

Las distintas fuentes de neutrinos han permitido desarrollar experimentos con neutrinos solares, atmosféricos, de reactores y de aceleradores con los cuales se ha detectado y comprobado la naturaleza oscilatoria de estas partículas. Los modelos con 3 neutrinos concuerdan con la mayoría de los resultados experimentales exceptuando algunas anomalías reportadas por experimentos como el LSND, MiniBooNE, experimentos con fuentes radioactivas, y la llamada anomalía de los reactores nucleares, los cuales implicarían la existencia de al menos un neutrino estéril, el cual no interactúa mediante la fuerza débil.

Entre los diferentes resultados de oscilaciones de neutrinos del experimento MiniBooNE están los de búsqueda de desaparición de ν_μ y $\bar{\nu}_\mu$. Estos, aunque concuerdan con los datos globales de otros experimentos (no hay evidencia de una desaparición a distancias cortas y energías de ~ 1 GeV en contraste con los resultados de aparición), se encuentran en tensión con los resultados de MiniBooNE en el canal de aparición de ν_e y $\bar{\nu}_e$. Con la adición de los datos de SciBooNE, aumenta la tensión entre los datos de aparición y desaparición. Las principales fuentes de error del experimento MiniBooNE provienen del cálculo de la sección eficaz, de las incertidumbres en el detector y del flujo de neutrinos provenientes del haz de neutrinos del Booster de Fermilab. Para constreñir dichos errores se implementó el experimento SciBooNE con los detectores SciBar, EC y SciMRD, los cuales, en conjunto, sirvieron como detector cercano de MiniBooNE. En esta tesis se reprodujo el análisis combinado del experimento conjunto para la búsqueda de desaparición de ν_μ , es decir, con los datos de SciBooNE (con las señales en los detectores SciBar y en SciMRD) y de MiniBooNE considerando un modelo con dos sabores de neutrinos y usando la información de la corrida I, tomando los datos disponibles públicamente por ambas colaboraciones en la página del experimento. Se hizo un ajuste simultáneo con un análisis de forma y de normalización del espectro de energía de los neutrinos del muón implementando un análisis simple, usando únicamente los datos de SciBooNE y MiniBooNE por separado con el método de Pearson y también el análisis combinado de la misma manera. Así mismo, se implementó el método frecuentista de Feldman-Cousins (FC), como se hizo para el resultado oficial, el cual es una corrección al método *clásico* de Pearson.

Todos los límites de exclusión en el espacio de parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta - \Delta m^2$ se obtuvieron con el 90 % N.C. en la región $0.5 \text{ eV}^2 \leq \Delta m^2 \leq 40 \text{ eV}^2$. El mejor ajuste a los parámetros se encontró en $(0.398107, 38.0189 \text{ eV}^2)$ con $\chi^2/\text{g.l.}=22.38/30$ con probabilidad de 83.98 % y $\chi^2/\text{g.l.}=23.58/32$ con probabilidad de 85.92 % en el punto de nula oscilación con los datos de SciBooNE. Para MiniBooNE, el mejor ajuste se obtuvo en $(0.125893, 12.5893 \text{ eV}^2)$ con $\chi^2/\text{g.l.}=11.526/14$ con probabilidad de 64.43 % y $\chi^2/\text{g.l.}=15.265/16$ con probabilidad de 50.53 % para la hipótesis de nula oscilación. Usando la información de los tres detectores,

SciBar, SciMRD y MiniBooNE, el mejor ajuste se encontró en $(0.575, 40.738 \text{ eV}^2)$ con $\chi^2/\text{g.l.}=41.21/46$ con probabilidad de 67.2% y $\chi^2/\text{g.l.}=46.80/48$ con probabilidad de 52.21% para la hipótesis nula. En los resultados presentados con el método de Pearson, se apreció la diferencia entre la región excluida al hacer el análisis solo con los detectores cercanos y aquella con el detector lejano de MiniBooNE debido a la corta distancia entre la fuente y SciBooNE para notar el fenómeno de oscilación. Por otro lado, el método frecuentista en el análisis combinado permitió refinar el límite en la región de 10-30 eV^2 .

Aunque el resultado de esta tesis y el oficial son consistentes con la hipótesis de nula oscilación, los límites calculados en este trabajo no son exactamente iguales a los oficiales. Sin embargo, son cualitativamente equivalentes y caen dentro de lo esperado debido a las fluctuaciones estadísticas relacionadas con el cálculo del estadístico $\Delta\chi^2$, el cual es parte crucial en el método de FC: la forma de calcular la superficie frecuentista $\Delta\chi^2$, a partir de experimentos ficticios que cumplan con ciertas parejas $(\text{sen}^2, \Delta m^2)$, usa un generador de números aleatorios. Sin embargo, no se esperaba una diferencia en el cálculo del estadístico χ^2 de Pearson por lo que la razón de las discrepancias se atribuye, principalmente, a una diferencia no identificada entre el análisis realizado en esta tesis y el oficial.

Una contribución importante de esta tesis fue encontrar que había información faltante en la página del *Data Release* [107] del análisis de desaparición de ν_μ de los experimentos MiniBooNE y SciBooNE; dicha información es indispensable para reproducir los resultados del análisis de desaparición llevado a cabo por ambas colaboraciones. Durante gran parte de este trabajo se mantuvo contacto con los autores principales del análisis¹. Actualmente se trabaja para modificar la página del experimento con la documentación correcta y con la faltante así como la inclusión de una guía en donde se describe la interpretación de los datos junto con la implementación del método de Pearson y de Feldman-Cousins para la obtención de los límites de exclusión de los parámetros de oscilación $\text{sen}^2 2\theta$ y Δm^2 . Como futuro trabajo queda pendiente la verificación de la documentación y de los resultados en el canal de antineutrinos.

Uno de los objetivos de esta tesis fue profundizar en el conocimiento de la Física de Neutrinos adquiriendo no solamente las bases teóricas sino también la noción general de los experimentos en esta área para aprender acerca de su funcionamiento y de la herramienta para realizar, de principio a fin, un análisis de oscilaciones específicamente de desaparición de ν_μ . Personalmente se considera que se cumplió dicho objetivo (aunque cabe recalcar que obviamente nunca se deja de aprender). Las habilidades de programación y de análisis adquiridas a lo largo del tiempo que llevó concluir este trabajo se verán reflejadas a lo largo de la carrera como investigador del autor.

El fenómeno de oscilaciones de neutrinos constituye un punto clave en la descripción de todo lo que nos rodea. A partir de lo que se conoce por ahora, los neutrinos son las partículas más abundantes, superados únicamente por los fotones. Es un hecho entonces que, si se desea estudiar y entender al universo, es preciso estudiar y entender a los neutrinos. El fenómeno de oscilación de neutrinos es un indicador de la necesaria extensión del Modelo Estándar e incluso de física más allá de éste; sin duda son clave para lograr entender por qué existe más materia que antimateria. Dicho esto, la física de neutrinos aún tiene un largo y prometedor camino por recorrer hacia las respuestas a preguntas tan inquietantes acerca de su caprichosa naturaleza. Queda por determinar si los neutrinos son partículas de Dirac o de Majorana, la fase de violación CP, la jerarquía de las diferencias de masa incluyendo el mecanismo que da

¹Kendall Mahn y Yasuhiro Nakajima

origen a sus masas despreciables a escalas humanas y los ángulos de mezcla incluido el octante de θ_{23} . Aún más, determinar si existen más de 3 neutrinos ¿Acaso son aún más curiosos de lo pensado y podrían existir no sólo uno sino más neutrinos estériles?.

Es claro que la física de neutrinos aún tiene mucho que investigar y ofrecer. Si algo quedó claro después de esta primera aventura del autor, es que anhela tener el tiempo y la capacidad intelectual suficientes como para contribuir al desarrollo de esta rama a la que ha elegido como su campo de trabajo para extasiarse con los resultados que están por venir y que pondrán en evidencia a los neutrinos geniales de la vida.

Apéndice A

Correcciones al Data Release

Durante la realización de esta tesis se encontró que la matriz de error puesta a disposición del público en la página de la colaboración [107] no era la empleada para la obtención del resultado oficial [89] aunado a la falta de datos (ver apéndice B) e información para llevar a cabo el análisis completo de desaparición de ν_μ . Actualmente se trabaja en hacer las correcciones necesarias al *Data Release* del experimento y en agregar a la misma página una guía con las instrucciones a seguir para calcular los estadísticos χ^2 de Pearson y $\Delta\chi^2$ de Feldman-Cousins usados específicamente en el análisis del experimento.

A continuación se muestra la estructura del Data Release con las correcciones pertinentes a la sección de análisis de ajuste simultáneo (*Simultaneous fit analysis*) así como también la guía para la realización del análisis de $\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu$ con los datos de los experimentos MiniBooNE y SciBooNE. Se agrega también la propuesta del cálculo de un estadístico χ^2 frecuentista el cual queda como trabajo posterior a esta tesis.

A.1. Data Release corregido

Data Release for K. Mahn et al., “Dual baseline search for muon neutrino disappearance at $0.5 \text{ eV}^2 < \Delta m^2 < 40 \text{ eV}^2$ ”, arXiv:1106.5685 [hep-ex], Phys. Rev. D 85, 032007 (2012).

The following SciBooNE and MiniBooNE information from the 2012 joint search for muon neutrino disappearance is made available to the public:

Simultaneous fit analysis

- ntuple file of 90 % confidence level sensitivity as a function of Δm^2 for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ oscillation fit. The file contains 100 rows, one for each Δm^2 value in the range $0.1 < \Delta m^2 (\text{eV}^2) < 10^2$, and 2 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2 (\text{eV}^2), \sin^2(2\theta)_{sens,90\%CL}),$$

where $\sin^2(2\theta)_{sens}$ indicate the expected 90 % confidence level upper limit with null oscillation corresponding to those numbers.

- ntuple file of 90 % confidence level sensitivity as a function of Δm^2 for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ oscillation fit. The file contains 100 rows, one for each Δm^2 value in the range $0.1 < \Delta m^2 (\text{eV}^2) < 10^2$, and 3 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2 (\text{eV}^2), \sin^2(2\theta)_{sens,90\%CL,-1\sigma}, \sin^2(2\theta)_{sens,90\%CL,+1\sigma}),$$

where $\sin^2(2\theta)_{sens,90\%CL,+(-)1\sigma}$ indicate $+(-)1\sigma$ band for the expected 90 % confidence level upper limit with null oscillation corresponding to those numbers.

- ntuple file of 90 % confidence level observed limit as a function of Δm^2 for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ oscillation fit. The file contains 100 rows, one for each Δm^2 value in the range $0.1 < \Delta m^2(\text{eV}^2) < 10^2$, and 2 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2(\text{eV}^2), \sin^2(2\theta)_{obs,90\%CL}),$$

where $\sin^2 2\theta_{obs,90\%CL}$ indicates the observed 90 % confidence level upper limit corresponding to those numbers.

- ntuple file of the observed χ^2 values as a function of $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ in the range $(0.1 < \Delta m^2(\text{eV}^2) < 10^2, 10^{-2} < \sin^2(2\theta) < 1)$ for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ oscillation fit. The file contains 10000 rows, one for each $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ pair of values, and 3 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2(\text{eV}^2), \sin^2(2\theta), \chi^2).$$

- ntuple file of the expected $\Delta\chi^2(= \chi^2 - \chi_{best}^2)$ values that are needed to allow or exclude oscillation hypothesis at 90 % confidence level as a function of $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ in the range $(0.1 < \Delta m^2(\text{eV}^2) < 10^2, 10^{-2} < \sin^2(2\theta) < 1)$ for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ oscillation fit. The file contains 10000 rows, one for each $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ pair of values, and 3 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2(\text{eV}^2), \sin^2(2\theta), \Delta\chi_{90\%CL}^2).$$

- 1D arrays of bin boundaries for true neutrino energy in units of GeV for SciBooNE samples and MiniBooNE samples.
- 1D arrays of observed muon neutrino candidate events per reconstructed neutrino energy bin for SciBooNE SciBar-stopped sample, SciBooNE MRD-stopped sample, MiniBooNE Run I sample and MiniBooNE Run II sample. Note that SciBooNE samples have fractional number of events since expected number of cosmic backgrounds are subtracted.
- 2D arrays of estimated cosmic-ray backgrounds and its uncertainties for SciBooNE SciBar-stopped and SciBooNE MRD-stopped. The first and the second column correspond to the background signal and its uncertainty for each of the 16 energy bins.
- ntuple files of the expected number of muon neutrino candidate events per reconstructed neutrino energy bin for SciBooNE SciBar-stopped sample, SciBooNE MRD-stopped sample and MiniBooNE sample (Run I), as a function of $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ in the range $(0.1 < \Delta m^2(\text{eV}^2) < 10^2, 10^{-2} < \sin^2(2\theta) < 1)$ for a 2-neutrino $\nu_\mu \rightarrow \nu_x$ oscillation fit. The files contains 10000 rows, one for each $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ pair of values, and 18 columns per row with the following format:

$$(\Delta m^2(\text{eV}^2), \sin^2(2\theta), N_1 \dots N_{16}),$$

where N_i is the number of events in i -th energy bin.

- MC event lists of muon neutrino candidate events per reconstructed neutrino energy bin for SciBooNE SciBar-stopped sample, SciBooNE MRD-stopped sample and MiniBooNE sample. The first column is the neutrino type ($\nu_\mu = 14; \bar{\nu}_\mu = -14; \nu_e = 12; \bar{\nu}_e = -12$). The second column is the true neutrino energy (in GeV). The third column is the reconstructed neutrino energy (in GeV). The fourth column is the neutrino path length (in kilo meters). The fifth column is the MC weight of the neutrino event. For SciBooNE samples, simulated external backgrounds (EC/MRD/Dirt) are also included.) The list for MiniBooNE has to be scaled by the factor $5.579/(5.485*7.5)$.
- 2D array of fractional, covariance matrix per reconstructed neutrino energy bin, including all systematic uncertainties, but neither Monte Carlo nor cosmic background errors and no statistical uncertainty for the predicted muon neutrino candidate events. The matrix has the dimension of 48×48 ; bins 1-16, 17-32 and 33-48 corresponds to SciBooNE SciBar-stopped, SciBooNE MRD-stopped and MiniBooNE samples, respectively.

A.2. Guía para la obtención del límite de los parámetros de oscilación $\sin^2 2\theta$ y Δm^2 .

A.2.1. Pearsons' χ^2

To obtain the χ^2 surface, follow the next instructions to compute its value at each of the points of the $\Delta m^2, \sin^2(2\theta)$ space of oscillation parameters.

The χ^2 statistic is defined as

$$\chi^2(\Delta m^2, \sin^2(2\theta)) = \sum_{i,j}^{E_\nu^{QE} \text{ bins}} (D_i - P_i) M_{ij}^{-1} (D_j - P_j), \quad (\text{A.1})$$

where:

- i and j run from 1 to 48 where the 1-16, 17-32 and 33-48 bins correspond to SciBar, MRD and MiniBooNE, respectively.
- D_i is the number of observed muon-neutrino candidate events in the i th energy bin.

▪

$$P_i^{sim}(\Delta m^2, \sin^2 2\theta) = f_i(\sin^2 2\theta, \Delta m^2) N_i(\Delta m^2, \sin^2 2\theta), \quad (\text{A.2})$$

is the expected number of muon-neutrino in the i th energy bin at the $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ point where N_i is the prediction in the i th energy bin accordingly to the ntuple file of the expected number of muon neutrino candidate events per reconstructed neutrino energy (E_ν^{QE}) and

$$f(\Delta m^2, \sin^2(2\theta)) = \frac{\sum_{k=1}^{32} D_k}{\sum_{k=1}^{32} N_k(\Delta m^2, \sin^2 2\theta)}, \quad (\text{A.3})$$

normalizes the integral of the expected histograms to the SciBooNE data.

- $M_{i,j}$ is the 48×48 symmetric total error matrix.

$$M_{i,j} = M_{i,j}^{sys} + M_{i,j}^{stat} + M_{i,j}^{MC} + M_{i,j}^{cosmic}, \quad (\text{A.4})$$

with

- $M_{i,j}^{sys} = V_{i,j}^{sys} P_i P_j$ where $V_{i,j}^{sys}$ is the systematic error matrix as found in the Data Release,
- $M_{i,j}^{stat} = \delta_{ij} \sqrt{p_i p_j}$ the statistical error matrix.
- $M_{i,j}^{MC} = \delta_{ij} \sum^{MC_{events}} w_k w_k$ where w_k is the weight of an event which energy E_k^{QE} falls into the i th bin. E_k^{EQ} and w_k correspond to the first and to the last columns of the files containing the Monte Carlo list of events.
- $M_{i,j}^{cosmic} = \delta_{ij} (\sqrt{C_i C_j} + \sigma_i^{cosmic} \sigma_j^{cosmic})$ where C_i is the expected cosmic-rays background in the i th bin and σ_i^{cosmic} its corresponding error. Note that the the cosmic-rays background ¹ is only taken into account in the SciBooNE subdetectors so $M_{i,j}^{cosmic}$ is a 48×48 matrix with non-zero values in the elements 1 to 32 of the diagonal and zeros anywhere else.

A.2.2. Feldman-Cousin's frequentist $\Delta\chi^2$

The frequentist $\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{best}$ surface is obtained by doing n_f fake experiments F at each point of the $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ space. To obtain the n_f F vectors you will need to fluctuate the predicted signal, at an specific $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ point, according to the M matrix. The point used to compute the F vectors is called *true point*. Follow the next instructions to compute the Feldman-Cousin's $\Delta\chi^2$ surface:

- Take a $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ point (true point) and decompose the $M_{i,j}$ matrix into a non-singular lower triangular matrix A_{ij} such that $AA^T = M$
- Generate n_f random vectors R whose each of the 48 entries are obtained by generating a random number within a distribution of mean at 0 and standard deviation equal to 1.
- Multiply AR to get Q which is the fluctuation of the normalized prediction P .
- Add Q and P : $P + Q = F*$.
- For each fake experiment, compute the Pearson's χ^2 assuming $D = F$ with D being the data vector and $F = n(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))F*$. Here,

$$n(\Delta m^2, \sin^2(2\theta)) = \frac{\sum_{k=1}^{32} d_k}{\sum_{k=1}^{32} F_k}. \quad (\text{A.5})$$

- Find the minimum χ_{min}^2 . Compute $\Delta\chi^{2*} = \chi_{TP}^2 - \chi_{min}^2$ where χ_{TP}^2 is the χ^2 value at the true point.
- After making the above for each of the n_f fake experiments, you will have a distribution of $\Delta\chi^{2*}$. Find $\Delta\chi^2$ such that $\Delta\chi^{2*} \leq \Delta\chi^2(90\%)$.

¹Already subtracted from the predictions and from the data

A.2.3. Feldman-Cousin's frequentist χ^2

The frequentist χ^2 surface is also obtained by doing n_f fake experiments F at each point of the $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ space. To obtain the n_f F vectors you will need to fluctuate the predicted signal, at an specific $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ point, according to the M matrix. The point used to compute the F vectors is called *true point*. Follow the next instructions to compute the Feldman-Cousin's χ^2 surface:

- Take a $(\Delta m^2, \sin^2(2\theta))$ point (true point) and decompose the $M_{i,j}$ matrix into a non-singular lower triangular matrix A_{ij} such that $AA^T = M$
- Generate n_f random vectors R whose each of the 48 entries are obtained by generating a random number within a distribution of mean at 0 and standard deviation equal to 1.
- Multiply AR to get Q which is the fluctuation of the normalized prediction P .
- Add Q and P : $P + Q = F^*$.
- For each fake experiment compute the Pearson's χ^2 value at the true point, χ^{2*} , assuming $D = F$ with D being the data vector and $F = n(\Delta m^2, \sin^2(2\theta)) F^*$. Here,

$$n(\Delta m^2, \sin^2(2\theta)) = \frac{\sum_{k=1}^{32} D_k}{\sum_{k=1}^{32} F_k}. \quad (\text{A.6})$$

- After making the above for each of the n_f fake experiments, you will have a distribution with n_f χ^{2*} values. Find χ_{FC}^2 such that $\chi^{2*} \leq \chi^2(90\%)$.

Apéndice B

Predicción de rayos cósmicos y matriz de errores sistemáticos

La información aquí mostrada fue proporcionada por por Yasuhiro Nakajima, uno de los autores del análisis de oscilación presentado en [89] y no se encuentran en la página del *Data Release* del experimento conjunto MiniBooNE y SciBooNE. Dicha información es esencial para realizar el análisis de desaparición de ν_μ presentado en este trabajo.

En la tabla B.1 se muestra el número de eventos esperados de rayos cósmicos C_i en cada uno de los 16 *bins* de energía reconstruída, y la incertidumbre correspondiente σ_{C_i} , en los detectores de SciBooNE (SciBar y SciMRD). Por otro lado, en las tablas B.2, B.3 y B.4 se muestran los valores correctos de la matriz de error sistemático fraccionario V_{ij} .

Detector	SciBar		MRD	
Energía reconstruída(GeV)	C_i	σ_{C_i}	C_i	σ_{C_i}
0.0-0.4	23.60001755	2.172556131	1.600000143	0.5656854334
0.4-0.5	98.39964294	4.436214669	5.199999332	1.019803918
0.5-0.6	77.79995728	3.944616643	7.999996662	1.264911083
0.6-0.7	67.00012207	3.660601098	5.599998951	1.05830054
0.7-0.8	52.60012817	3.243454996	6.199998379	1.113552889
0.8-0.9	46.000103	3.033150223	5.199999332	1.019803918
0.9-1.0	36.8000679	2.712932034	3.800000668	0.8717798017
1.0-1.1	28.80003738	2.400000036	2.800000429	0.7483314885
1.1-1.2	29.00003815	2.408318952	2.600000381	0.7211102658
1.2-1.3	21.60000992	2.078461	3.000000477	0.7745966808
1.3-1.4	20.80000687	2.039607836	1.200000048	0.4898979559
1.4-1.5	17.79999542	1.886796255	0.6000000238	0.3464101667
1.5-1.6	19.80000305	1.989974904	2.000000238	0.6324555415
1.6-1.7	16.99999237	1.843908919	1	0.4472136022
1.7-1.8	15.59998989	1.7663522	1	0.4472136022
1.8-1.9	13.19999218	1.624807705	0.400000006	0.2828427167

Cuadro B.1: Predicción de rayos cósmicos en SciBooNE. Los eventos C_i con $i = 1, \dots, 16$ corresponden al detector SciBar; para $i = 17, \dots, 36$ corresponden a la predicción en SciMRD.

i	$j = 1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	0.0376063	0.0295163	0.0232638	0.0206373	0.0199975	0.0207118	0.0199632	0.0218236	0.0223848	0.0194863	0.0200471	0.0267665	0.0261885	0.0224577	0.0215183	0.0251723
2	0.0295163	0.0267892	0.0236791	0.0221484	0.0218897	0.0228999	0.0217534	0.0227936	0.0234994	0.0205614	0.0220682	0.0243603	0.0264789	0.0241664	0.0223463	0.0249935
3	0.0232638	0.0236791	0.0246086	0.0248411	0.0260907	0.0274845	0.0265704	0.0275365	0.0280395	0.0272001	0.0303005	0.0275063	0.0340431	0.0266268	0.0270598	0.026703
4	0.0246086	0.0248411	0.0248411	0.0291755	0.0307491	0.0371611	0.0360576	0.0424811	0.0458166	0.0393781	0.0371647	0.0340749	0.0372929	0.0363951	0.0425139	0.0314295
5	0.0291755	0.0307491	0.0307491	0.0260907	0.0307491	0.0360464	0.0422224	0.0426227	0.0439371	0.0508854	0.0467471	0.0415201	0.0492377	0.0463287	0.0461958	0.0371741
6	0.0360464	0.0360464	0.0360464	0.0307491	0.0360464	0.0422224	0.0426227	0.0439371	0.0489554	0.0409238	0.0523911	0.0634541	0.0640541	0.0566248	0.0407607	0.0524228
7	0.0409238	0.0409238	0.0409238	0.0360464	0.0409238	0.0422224	0.0426227	0.0439371	0.0549118	0.0775763	0.0582527	0.0481851	0.0485816	0.0712758	0.0712556	0.0466508
8	0.0582527	0.0582527	0.0582527	0.0409238	0.0582527	0.0422224	0.0426227	0.0439371	0.0648115	0.0629422	0.0637799	0.0705018	0.0627824	0.0687444	0.0686433	0.0658057
9	0.0629422	0.0629422	0.0629422	0.0582527	0.0629422	0.0422224	0.0426227	0.0439371	0.0963425	0.0583487	0.0647233	0.0935079	0.0640844	0.104341	0.066355	0.0651628
10	0.0935079	0.0935079	0.0935079	0.0629422	0.0935079	0.0629422	0.0629422	0.0629422	0.139946	0.0876632	0.0876632	0.0303462	0.050246	0.0886935	0.113087	0.0530428
11	0.139946	0.139946	0.139946	0.0935079	0.139946	0.0629422	0.0629422	0.0629422	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
12	0.166724	0.166724	0.166724	0.139946	0.166724	0.0935079	0.0935079	0.0935079	0.113087	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
13	0.185813	0.185813	0.185813	0.166724	0.185813	0.139946	0.139946	0.139946	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
14	0.209042	0.209042	0.209042	0.166724	0.209042	0.166724	0.166724	0.166724	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
15	0.229096	0.229096	0.229096	0.209042	0.229096	0.209042	0.209042	0.209042	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
16	0.246636	0.246636	0.246636	0.229096	0.246636	0.229096	0.229096	0.229096	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
17	0.262665	0.262665	0.262665	0.246636	0.262665	0.246636	0.246636	0.246636	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
18	0.277576	0.277576	0.277576	0.262665	0.277576	0.262665	0.262665	0.262665	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
19	0.290625	0.290625	0.290625	0.277576	0.290625	0.277576	0.277576	0.277576	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
20	0.303042	0.303042	0.303042	0.290625	0.303042	0.290625	0.290625	0.290625	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
21	0.314942	0.314942	0.314942	0.303042	0.314942	0.303042	0.303042	0.303042	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
22	0.326393	0.326393	0.326393	0.314942	0.326393	0.314942	0.314942	0.314942	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
23	0.337576	0.337576	0.337576	0.326393	0.337576	0.326393	0.326393	0.326393	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
24	0.348513	0.348513	0.348513	0.337576	0.348513	0.337576	0.337576	0.337576	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
25	0.359246	0.359246	0.359246	0.348513	0.359246	0.348513	0.348513	0.348513	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
26	0.369791	0.369791	0.369791	0.359246	0.369791	0.359246	0.359246	0.359246	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
27	0.380178	0.380178	0.380178	0.369791	0.380178	0.369791	0.369791	0.369791	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
28	0.390457	0.390457	0.390457	0.380178	0.390457	0.380178	0.380178	0.380178	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
29	0.400651	0.400651	0.400651	0.390457	0.400651	0.390457	0.390457	0.390457	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
30	0.410774	0.410774	0.410774	0.400651	0.410774	0.400651	0.400651	0.400651	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
31	0.420829	0.420829	0.420829	0.410774	0.420829	0.410774	0.410774	0.410774	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
32	0.430819	0.430819	0.430819	0.420829	0.430819	0.420829	0.420829	0.420829	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
33	0.440746	0.440746	0.440746	0.430819	0.440746	0.430819	0.430819	0.430819	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
34	0.450614	0.450614	0.450614	0.440746	0.450614	0.440746	0.440746	0.440746	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
35	0.460431	0.460431	0.460431	0.450614	0.460431	0.450614	0.450614	0.450614	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
36	0.470198	0.470198	0.470198	0.460431	0.470198	0.460431	0.460431	0.460431	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
37	0.480000	0.480000	0.480000	0.470198	0.480000	0.470198	0.470198	0.470198	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
38	0.489746	0.489746	0.489746	0.480000	0.489746	0.480000	0.480000	0.480000	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
39	0.499431	0.499431	0.499431	0.489746	0.499431	0.489746	0.489746	0.489746	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
40	0.509063	0.509063	0.509063	0.499431	0.509063	0.499431	0.499431	0.499431	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
41	0.518643	0.518643	0.518643	0.509063	0.518643	0.509063	0.509063	0.509063	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
42	0.528178	0.528178	0.528178	0.518643	0.528178	0.518643	0.518643	0.518643	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
43	0.537668	0.537668	0.537668	0.528178	0.537668	0.528178	0.528178	0.528178	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
44	0.547114	0.547114	0.547114	0.537668	0.547114	0.537668	0.537668	0.537668	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
45	0.556516	0.556516	0.556516	0.547114	0.556516	0.547114	0.547114	0.547114	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
46	0.565874	0.565874	0.565874	0.556516	0.565874	0.556516	0.556516	0.556516	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
47	0.575194	0.575194	0.575194	0.565874	0.575194	0.565874	0.565874	0.565874	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082
48	0.584478	0.584478	0.584478	0.575194	0.584478	0.575194	0.575194	0.575194	0.104341	0.0886935	0.0629864	0.112071	0.0368222	0.0411055	0.061339	0.0974082

Cuadro B.2: Valores $V_{i,j}$ de la matriz de error sistemático \mathbf{V} con $i = 1, \dots, 48, j = 1, \dots, 16$.

i	$j = 17$	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	0.0426382	0.0425921	0.0396149	0.0341742	0.0310961	0.0282405	0.0270889	0.0261122	0.0251019	0.0229311	0.0230843	0.0222434	0.0237241	0.0253521	0.0284702	0.0271805
2	0.0302399	0.0312628	0.0306589	0.0281497	0.0262355	0.0249744	0.0242444	0.0235959	0.023031	0.0215546	0.0218503	0.0216528	0.0239817	0.0236888	0.0272993	0.0266228
3	0.0233551	0.0230554	0.0222107	0.0210299	0.0201785	0.0201313	0.0199942	0.0199693	0.0206336	0.0205307	0.0224899	0.023564	0.0269974	0.0266628	0.0307273	0.0281182
4	0.0215109	0.0204293	0.0181129	0.0175037	0.0173775	0.017973	0.0189746	0.0188781	0.0206949	0.0206949	0.0217999	0.0254011	0.0285913	0.0302261	0.0373519	0.0383298
5	0.0225035	0.020446	0.0179721	0.0170602	0.0181695	0.0183006	0.0197098	0.0205452	0.0220367	0.0233393	0.0258008	0.0297633	0.0344493	0.0381009	0.0441077	0.0406896
6	0.0218655	0.0219008	0.0195979	0.0180673	0.0164433	0.0188596	0.0190396	0.0217416	0.0247454	0.0268357	0.0354776	0.0380057	0.0432035	0.0451222	0.0451949	0.0436506
7	0.0276433	0.0235823	0.0181423	0.0174874	0.0188305	0.0191254	0.0229168	0.0239178	0.0242266	0.026997	0.025041	0.034384	0.0379736	0.0452035	0.05893	0.0638269
8	0.0255082	0.0251287	0.0204173	0.0245557	0.0186195	0.0202451	0.0217275	0.0245358	0.0258954	0.0301732	0.0335747	0.0407065	0.0446978	0.0523407	0.0535752	0.0571944
9	0.0269452	0.0275175	0.0245557	0.0225647	0.0175324	0.0244832	0.0250075	0.0286754	0.0308609	0.0341404	0.0428271	0.0479368	0.0502369	0.0563077	0.0551645	0.0792736
10	0.0381522	0.0261381	0.0175066	0.015476	0.0238099	0.0174892	0.0267308	0.026894	0.0271034	0.0295912	0.0181893	0.0352682	0.0410853	0.0561977	0.0808479	0.0741338
11	0.0313993	0.024733	0.0210631	0.0191395	0.0231262	0.021129	0.0246738	0.0257	0.0309123	0.0331226	0.0385771	0.0441559	0.0492406	0.0599559	0.0631119	0.0538209
12	0.0237269	0.0290423	0.0278655	0.0227435	0.0157469	0.0231339	0.0322298	0.0309473	0.0300404	0.0283334	0.0253436	0.0275598	0.0285304	0.0333214	0.0399126	0.0382353
13	0.0218827	0.0236065	0.0249655	0.0215202	0.0226313	0.0229096	0.0221643	0.0235476	0.0310402	0.0280349	0.0520178	0.0454045	0.0535909	0.0618648	0.0631465	0.035567
14	0.0352636	0.0323943	0.0246638	0.0209732	0.0131446	0.0212614	0.0268708	0.032022	0.0309457	0.0364595	0.0340566	0.0526709	0.0538483	0.061024	0.0629294	0.113796
15	0.0366721	0.0296275	0.0196536	0.0166207	0.0174234	0.0189201	0.0293571	0.0271728	0.0250651	0.0299629	0.0203328	0.0389725	0.041274	0.0513089	0.0638018	0.0975858
16	0.0310806	0.0315703	0.0265631	0.0242868	0.0207058	0.0201124	0.0229229	0.0252056	0.0270067	0.0359749	0.0352551	0.0463648	0.0504901	0.0454684	0.022579	0.0590125
17	0.0695582	0.0623486	0.0509561	0.0405484	0.0359934	0.0311329	0.0322298	0.0309473	0.0300404	0.0283334	0.0253436	0.0275598	0.0285304	0.0333214	0.0399126	0.0382353
18	0.0623486	0.0617321	0.0540518	0.0451014	0.0396454	0.0359606	0.0355368	0.0342458	0.032607	0.0298985	0.027647	0.0266371	0.0277014	0.0287583	0.0328462	0.0360258
19	0.0509561	0.0540518	0.0530977	0.0466022	0.0424218	0.0390063	0.0379513	0.0359878	0.0344309	0.0298793	0.0282543	0.0266371	0.0277014	0.0287583	0.0328462	0.0360258
20	0.0405484	0.0451014	0.0466022	0.0432421	0.0399833	0.037468	0.0364534	0.0345392	0.0327021	0.0284672	0.0255441	0.0209273	0.0208451	0.019508	0.0200849	0.0256311
21	0.0359934	0.0396454	0.0424218	0.0399833	0.0410513	0.0361177	0.0358088	0.0345384	0.0327558	0.0276587	0.0232244	0.0190716	0.0194427	0.0209259	0.0224676	0.0175905
22	0.0311329	0.0359606	0.0390063	0.037468	0.0361177	0.0349	0.034113	0.0329406	0.0317475	0.0283073	0.0259709	0.0216793	0.0217255	0.0212673	0.0217642	0.0243285
23	0.032298	0.0355368	0.0379513	0.0364534	0.0358088	0.034113	0.0354945	0.0337904	0.0324396	0.0294399	0.0254973	0.023073	0.0223694	0.0233038	0.0256502	0.0301574
24	0.0309473	0.0342458	0.0359878	0.0345392	0.0335384	0.0329406	0.0337904	0.0344045	0.0335953	0.032056	0.0291986	0.0279856	0.0278622	0.0292026	0.0306962	0.0321656
25	0.0300404	0.032607	0.0344309	0.0327021	0.0322753	0.0317475	0.0324396	0.0335953	0.0354558	0.0340317	0.0345375	0.0327299	0.0339009	0.0379510	0.037878	0.0363978
26	0.0283334	0.0298985	0.0298793	0.0284672	0.0276587	0.0283073	0.0294399	0.032056	0.0340317	0.0357263	0.0357625	0.0368612	0.0339009	0.0379510	0.037878	0.0363978
27	0.0253436	0.027647	0.0282543	0.0255441	0.0232244	0.0259709	0.0254973	0.0291986	0.0343375	0.0357625	0.0466144	0.046537	0.0462526	0.0465062	0.0432288	0.0364313
28	0.0275598	0.0266371	0.0236291	0.0209273	0.0190716	0.0216793	0.023073	0.0279856	0.0327299	0.0368612	0.043537	0.0496475	0.0516263	0.0538132	0.0538588	0.0506214
29	0.0285304	0.0277014	0.023656	0.0208451	0.0194427	0.0217255	0.0223694	0.0278622	0.0333302	0.0379009	0.0462526	0.0516263	0.0597199	0.0579313	0.0603791	0.0517063
30	0.0333214	0.0287583	0.0242586	0.019508	0.0209259	0.0212673	0.0233038	0.0292026	0.037502	0.0379519	0.0465062	0.0538132	0.0579313	0.0763748	0.0753814	0.0570806
31	0.0399126	0.0328462	0.0247425	0.0200849	0.0224676	0.0217642	0.0256502	0.0306962	0.0349104	0.037878	0.0432288	0.0538588	0.0603791	0.0753814	0.10484	0.0730307
32	0.0382353	0.0360258	0.0282264	0.0256311	0.0175905	0.0243285	0.0301574	0.0321656	0.0313749	0.0369378	0.0364313	0.0506214	0.0517063	0.0570806	0.0730307	0.122414
33	0.0336938	0.0385768	0.0418797	0.0398769	0.0381972	0.0347943	0.0333292	0.0310545	0.0278343	0.0228132	0.0185605	0.0151574	0.0160508	0.0160854	0.0191318	0.0194667
34	0.0262117	0.0296652	0.0319306	0.0310223	0.0303195	0.0283981	0.0276727	0.0262191	0.0239494	0.0206509	0.0178999	0.0162346	0.0174339	0.0183888	0.0208712	0.0213108
35	0.0235067	0.0257256	0.0268936	0.0262494	0.0259222	0.0248885	0.0247559	0.0239825	0.0227483	0.0208506	0.0193679	0.0190412	0.0205735	0.0219618	0.0243305	0.0245992
36	0.0228071	0.0241953	0.0245055	0.0238515	0.0236681	0.0231611	0.0234037	0.0230942	0.0225402	0.0215698	0.0209911	0.0216281	0.0235532	0.0252121	0.0276568	0.0278065
37	0.023596	0.0247194	0.0246357	0.0238739	0.0236702	0.0234561	0.0239136	0.0238377	0.0236028	0.023029	0.0228664	0.0240095	0.0262596	0.0281485	0.0307669	0.0309284
38	0.0244924	0.0255322	0.0252248	0.0243668	0.0243015	0.0241883	0.0249023	0.0250501	0.0251329	0.024849	0.0250183	0.026526	0.0290876	0.0311398	0.0338782	0.034024
39	0.0251651	0.0257438	0.0248308	0.0237077	0.0235972	0.0237138	0.0246889	0.025057	0.0258219	0.0261631	0.0269252	0.0289717	0.0317049	0.0336918	0.0365862	0.0364696
40	0.0263606	0.0269207	0.0258194	0.0245548	0.0244725	0.0247431	0.0260251	0.0269503	0.0280578	0.0288439	0.0298047	0.0319009	0.0343463	0.0360738	0.0391285	0.038541
41	0.0270843	0.0276076	0.0263185	0.0249648	0.0249713	0.0254732	0.0271376	0.0285476	0.0302777	0.0316223	0.0328762	0.0350778	0.0371999	0.0386229	0.0417269	0.0405443
42	0.0283104	0.0285842	0.0274018	0.0258576	0.0258346	0.0264492	0.0284084	0.030216	0.0324951	0.0343099	0.0358603	0.0381637	0.0401239	0.0412305	0.0444607	0.0428182
43	0.0302618	0.0311131	0.0297439	0.0279971	0.0279654	0.028629	0.0308977	0.0330401	0.0357659	0.0378946	0.039623	0.042003	0.0438597	0.0447975	0.0481886	0.0461847
44	0.0311424	0.0319173	0.0302895	0.0283892	0.0283174	0.0290836	0.0315455	0.0340012	0.0370947	0.0396882	0.0419011	0.0448037	0.0468377	0.047752	0.0511636	0.048948
45	0.0326468	0.0335347	0.0317648	0.029635	0.0293892	0.0300163	0.0324072	0.03487	0.0378199	0.0404804	0.0432787	0.0472055	0.0504379	0.0520289	0.0555878	0.0540467
46	0.0332498	0.0343027	0.0325283	0.0303356	0.0300324	0.0306122	0.0330058	0.0355118	0.0383936	0.0410665	0.044134	0.0484981	0.0523476	0.0542323	0.0580443	0.056981
47	0.0332906	0.0344193	0.0327691	0.0306873	0.0303028	0.0308036	0.0330258	0.0353909	0.0380829	0.0406231	0.0436928	0.0482551	0.0524933	0.0548107	0.0590004	0.0583893
48	0.0340311	0.0342078	0.0314227	0.0289314	0.0289365	0.0310543	0.0334931	0.036318	0.03994318	0.0433351	0.0488615	0.0541488	0.0569721	0.0618467	0.0618467	0.0616749

Cuadro B.3: Valores $V_{i,j}$ de la matriz de error sistemático \mathbf{V} con $i = 1, \dots, 48, j = 17, \dots, 32$.

$i = 1$	$j = 33$	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
0.0340624	0.0259072	0.0222659	0.0208883	0.021186	0.0216897	0.0219146	0.0224604	0.0225643	0.0233723	0.0246827	0.025303	0.0271189	0.0279741	0.028439	0.0291814	
0.0303791	0.0253394	0.0227482	0.0217714	0.0221491	0.0226786	0.0225548	0.0226884	0.0224871	0.0227585	0.0236539	0.0240522	0.0260073	0.0269183	0.0276126	0.0283088	
0.0231878	0.0219544	0.0216967	0.0220372	0.0228984	0.0237414	0.023924	0.0240638	0.0239553	0.0240627	0.0246834	0.0251375	0.0269483	0.0277055	0.0284186	0.0297147	
4	0.0189824	0.0200957	0.0217886	0.0233065	0.0247061	0.0259861	0.0265558	0.0268266	0.0269003	0.0270277	0.0276504	0.0282293	0.0298958	0.0304525	0.0310628	0.0327641
5	0.0174266	0.0199965	0.0229854	0.0253339	0.0272317	0.0289714	0.0298443	0.0303121	0.0306038	0.0308327	0.0316609	0.0323841	0.0341063	0.0346319	0.0351188	0.0370407
6	0.0168994	0.0201144	0.0239158	0.0268889	0.0291887	0.0313764	0.0325691	0.0331963	0.0337016	0.0340932	0.0351433	0.0359779	0.0378002	0.0383429	0.0384905	0.0407521
7	0.0166262	0.0204845	0.0249353	0.0283359	0.0309344	0.0334261	0.0348173	0.0356225	0.0363167	0.036841	0.0380856	0.0390376	0.0409145	0.0414676	0.041536	0.0438622
8	0.016303	0.0204029	0.025514	0.0295108	0.0324776	0.0354223	0.0371966	0.0382383	0.0392026	0.0399925	0.0414853	0.0422324	0.0444419	0.0444994	0.044605	0.0473049
9	0.0162773	0.0208938	0.0262402	0.030404	0.0335018	0.0365891	0.0384692	0.0395692	0.0406205	0.0414809	0.0431109	0.0442324	0.0467917	0.0467917	0.0462126	0.0508063
10	0.016419	0.0204657	0.0260686	0.0305655	0.0338812	0.0372678	0.0393703	0.040569	0.0417042	0.0427229	0.0444828	0.0456906	0.0479252	0.0486577	0.0475219	0.0491073
11	0.0159679	0.0199795	0.0258417	0.0306318	0.0341009	0.0377338	0.0400749	0.0414082	0.0427165	0.0439266	0.0457786	0.0470088	0.049131	0.0499119	0.0482459	0.0518837
12	0.0154394	0.0184665	0.0241826	0.0292413	0.0328639	0.0368614	0.0395878	0.0407046	0.0420587	0.0433848	0.0452863	0.0464673	0.0486628	0.0498463	0.0472912	0.0517656
13	0.0177523	0.0211611	0.0267568	0.031496	0.0350262	0.0386787	0.0410594	0.0423364	0.0435406	0.0446913	0.0465425	0.0477705	0.0502019	0.0510171	0.0493652	0.0533906
14	0.0177935	0.0201703	0.0256328	0.0304377	0.0340551	0.0379271	0.0405567	0.0412688	0.0423915	0.0433694	0.0452761	0.0464114	0.0491784	0.0499211	0.0479841	0.0521687
15	0.0155228	0.0178729	0.0238163	0.0292378	0.032975	0.0372524	0.040198	0.0414475	0.042822	0.0443392	0.0462125	0.0473096	0.0493748	0.0501936	0.0464216	0.0515342
16	0.0186689	0.018764	0.0231871	0.0276291	0.0309299	0.0346585	0.0375884	0.0389529	0.0405541	0.0423078	0.0444646	0.0456281	0.0481529	0.0481529	0.0452181	0.0499031
17	0.0336938	0.0262117	0.0235067	0.0228071	0.023596	0.0244924	0.0251651	0.0263606	0.0270843	0.0283104	0.0302618	0.0311424	0.0326468	0.0332906	0.0340311	0.0342078
18	0.0385768	0.0296652	0.0257256	0.0241953	0.0247194	0.0255322	0.0257438	0.0269207	0.0276076	0.0288542	0.031131	0.0319173	0.0335347	0.0343027	0.0344193	0.0342078
19	0.0418797	0.0319306	0.0268936	0.0245055	0.0246357	0.0252248	0.0248308	0.0258194	0.0263185	0.0274018	0.0297439	0.0302895	0.0317648	0.0325283	0.0327691	0.0314227
20	0.0398769	0.0310223	0.0262494	0.0238515	0.0238739	0.0243668	0.0237077	0.0245548	0.0249648	0.0258576	0.0279971	0.0283856	0.0303356	0.0306873	0.03289314	0.0289314
21	0.0381972	0.0303195	0.0259222	0.023681	0.0237602	0.0243015	0.0235972	0.0244725	0.0249713	0.0258346	0.0279654	0.0283174	0.0293892	0.0300324	0.0303228	0.0283624
22	0.0347943	0.0283981	0.0248885	0.0231611	0.0234561	0.0241883	0.0237138	0.0247431	0.0254732	0.0264492	0.028629	0.0290836	0.0300163	0.0306122	0.0308036	0.0289365
23	0.0333292	0.0276727	0.0247559	0.0234057	0.0239136	0.0249023	0.0246889	0.0260251	0.0271376	0.0284084	0.0308977	0.0315455	0.0324072	0.0330058	0.0330238	0.0310543
24	0.0310545	0.0262191	0.0239825	0.0230942	0.0238377	0.0250501	0.0252057	0.0269503	0.0285476	0.030216	0.0330401	0.0340012	0.03487	0.0355118	0.0353909	0.0334931
25	0.0278343	0.0239494	0.0227483	0.0225608	0.0236028	0.02451329	0.02458219	0.0280578	0.0316223	0.0343099	0.0357659	0.0370947	0.0378199	0.0383936	0.0380829	0.036318
26	0.0228132	0.0206506	0.0215698	0.0215698	0.0220229	0.024849	0.0261631	0.0288439	0.0316223	0.0343099	0.0357659	0.0370947	0.0378199	0.0383936	0.0380829	0.036318
27	0.0185605	0.0178999	0.0193679	0.0209911	0.0228664	0.0250183	0.0262925	0.0298407	0.0328762	0.0358603	0.039623	0.0419011	0.0432787	0.044134	0.0436928	0.0433351
28	0.0151574	0.0162346	0.0190412	0.0216281	0.0240095	0.026526	0.0289717	0.0319009	0.0350778	0.0381637	0.042003	0.0448037	0.0472055	0.0484981	0.0482551	0.0488615
29	0.0160508	0.0174339	0.0205735	0.0235532	0.0262596	0.0290876	0.0317049	0.0343463	0.0371999	0.0401239	0.0438597	0.0468377	0.0504379	0.0523476	0.0524933	0.0541488
30	0.0160854	0.0183888	0.0219618	0.0252121	0.0281485	0.0311398	0.0336918	0.0360738	0.0386229	0.0412305	0.0447975	0.047752	0.05020289	0.0542323	0.0548107	0.0569721
31	0.0191318	0.0208712	0.0243305	0.0276568	0.0307669	0.0338782	0.0365862	0.0391285	0.0417269	0.0444607	0.0481886	0.0511636	0.0555878	0.0580443	0.0590004	0.0618467
32	0.0194607	0.0213108	0.0245992	0.0278065	0.0309284	0.034024	0.0364696	0.038541	0.0405443	0.0428182	0.0461888	0.048942	0.0540467	0.056981	0.0583893	0.0616749
33	0.0640489	0.0510892	0.0417369	0.0354621	0.0324732	0.0298774	0.0261402	0.0230768	0.0198208	0.0171223	0.0160086	0.0135898	0.0142553	0.0136202	0.0127463	0.0102338
34	0.0510892	0.0440384	0.0377378	0.0332206	0.0310139	0.0290112	0.0256658	0.0229348	0.0200305	0.0173352	0.016076	0.0139251	0.0145748	0.0140202	0.0134597	0.0112177
35	0.0417369	0.0377378	0.0341724	0.0314277	0.0301152	0.028885	0.0264099	0.024344	0.0221301	0.0199208	0.0189393	0.0171813	0.0174121	0.0166203	0.0158908	0.0141501
36	0.0354621	0.0332206	0.0314277	0.0300647	0.0295311	0.0290158	0.0273802	0.025898	0.024319	0.0226486	0.0220433	0.0207305	0.0208949	0.0201422	0.0192917	0.018202
37	0.0324732	0.0310139	0.0301152	0.0295511	0.0297083	0.029822	0.0287809	0.0278825	0.026859	0.0256769	0.0245574	0.0237043	0.0225574	0.0218218	0.0212177	0.0203617
38	0.0298774	0.0290112	0.028885	0.0290158	0.029822	0.0307091	0.0302928	0.029294	0.0295137	0.0289362	0.0294276	0.0290932	0.0301016	0.0301366	0.0297346	0.0295962
39	0.0261402	0.0256658	0.0264099	0.0273302	0.0287809	0.0302928	0.0308558	0.0312869	0.0317235	0.0319313	0.0331774	0.0335544	0.0348993	0.0352904	0.035108	0.0357268
40	0.0230768	0.0229348	0.024344	0.025898	0.0278825	0.029941	0.0312869	0.0328752	0.0344183	0.0356802	0.0379367	0.0391445	0.0406286	0.0413995	0.0414408	0.0424197
41	0.0198208	0.0200305	0.0221301	0.024319	0.026859	0.0295137	0.0317235	0.0344183	0.037261	0.0396638	0.0431163	0.0452659	0.0470311	0.0482753	0.0485201	0.0499015
42	0.0171223	0.0173352	0.0199208	0.0226486	0.0256769	0.0289362	0.0319313	0.0356802	0.0396638	0.0433503	0.0479811	0.0511447	0.0534337	0.0553577	0.0560168	0.0579004
43	0.0160086	0.016076	0.0189393	0.0220433	0.025574	0.029472	0.0331774	0.0379367	0.0431163	0.0479811	0.0511447	0.0542659	0.0561689	0.05644381	0.0656687	0.0680493
44	0.0135898	0.0139251	0.0171813	0.0207305	0.0247047	0.0290932	0.0335544	0.0391445	0.0452659	0.0511447	0.0584629	0.0642103	0.0687504	0.0725751	0.0748277	0.0779168
45	0.0142553	0.0145748	0.0174121	0.0208949	0.0252504	0.0301016	0.0348993	0.0406286	0.0470311	0.0534337	0.061089	0.0687504	0.0765768	0.0823017	0.0863897	0.0907349
46	0.0136262	0.0140202	0.0166203	0.0201422	0.0248218	0.0301366	0.0352904	0.0413995	0.0482753	0.0553577	0.0644381	0.0725751	0.0823017	0.089997	0.0956372	0.101246
47	0.0127463	0.0134597	0.0158908	0.0192917	0.0242182	0.0297346	0.035108	0.0414408	0.0485201	0.0560168	0.0656687	0.0748277	0.0863897	0.0956372	0.104573	0.111152
48	0.0102338	0.0112177	0.0141501	0.018202	0.023617	0.0295962	0.0357268	0.0424197	0.0499015	0.0579004	0.0680493	0.0779168	0.0907349	0.101246	0.111152	0.12165

Cuadro B.4: Valores $V_{i,j}$ de la matriz de error sistemático \mathbf{V} con $i = 1, \dots, 48, j = 33, \dots, 48$.

Apéndice C

Ejemplo de ajuste simultáneo para el caso de dos bins

Una matriz fraccionaria de 10 % de error asociada a dos *bins* no correlacionados sería de la forma

$$\mathbf{M}_{i,j}^{\text{frac}} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.1})$$

Mientras que una matriz correlacionada de normalización con error del 10 % se vería como

$$\mathbf{M}_{i,j}^{\text{frac}} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.2})$$

La ecuación (C.2) es un ejemplo de matriz de error de normalización. Dicho ejemplo se puede interpretar como que si el contenido del primer *bin* aumenta en 10 %, entonces la matriz de error que relaciona al *bin* 1 con el *bin* 2 nos dice que se espera que el contenido del segundo *bin* aumente también en un 10 %.

La importancia de las correlaciones se explota en el estadístico χ^2 . Empleando únicamente una matriz de error estadístico con X número de eventos en el *bin* 1 y Y eventos en el *bin* 2,

$$\mathbf{M}^{\text{est}} = \begin{bmatrix} X & 0 \\ 0 & Y \end{bmatrix}, \quad (\text{C.3})$$

y añadiendo una parte de normalización

$$\mathbf{M}^{\text{est+norm}} = \begin{bmatrix} X + N & N \\ N & Y + N \end{bmatrix}, \quad (\text{C.4})$$

la inversión¹ de la matriz M es

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{(X + N)(Y + N) - N^2} \begin{bmatrix} Y + N & -N \\ -N & X + N \end{bmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

Definiendo $\Delta_i = d_i - p_i$ y $\psi \equiv 1/(XY + NY + XN)$ entonces

$$\chi^2 = \psi[\Delta_1(Y + N) - 2N\Delta_1\Delta_2 + \Delta_2(X + N)] \equiv \psi(\Delta_1^2(X + Y)). \quad (\text{C.6})$$

¹Note que no se puede invertir a una matriz completamente correlacionada de la de forma (C.2) pero sí a una matriz completamente correlacionada con errores estadísticos (C.4)

Por lo tanto, un error de normalización espera que la variación entre los datos y la predicción en un bin α sea la misma variación que en el bin β . Si $\Delta_1 = \Delta_2$, entonces no hay una contribución al valor de χ^2 debido al error de normalización N . En cambio, si χ^2 se calculase solamente con errores estadísticos, el resultado sería $\chi^2 = \frac{1}{XY}[\Delta_1^2(X+Y)]$. Así pues, la única diferencia reside en que χ^2 es menor para el caso de normalización. Las correlaciones actúan aumentando los valores de χ^2 mientras que la normalización los reduce. Sin embargo, cualquier diferencia que no sea similar entre el bin 1 y el bin 2 aumentará la χ^2 .

Una matriz de error de *forma* también puede cumplir con la función de disminuir los valores de χ^2 en donde *forma* se refiere al error que prevalece a lo largo de los *bins* de energía. Un cambio en uno de los *bins* puede compensarse con la disminución en otro pudiendo verse como una escala de error de energía o de resolución en donde los eventos *migran* a *bins* vecinos pero el número total de eventos se conserva. Dicho tipos de matrices son conocidas como matrices de anticorrelación como la siguiente

$$M_{i,j}^{forma} = \begin{bmatrix} 0.01 & -0.01 \\ -0.01 & 0.01 \end{bmatrix}. \quad (C.7)$$

Una matriz de forma o de anticorrelación como la anterior traslada el 10 % de los eventos de un *bin* en el otro. Esta matriz se comporta como una matriz de error de normalización en el estadístico χ^2 . La χ^2 será pequeña si el número de eventos extra en el *bin* 1 es compensado con el déficit de eventos en el 2.

C.1. Ejemplo de constricción con detector cercano

Un detector cercano provee la medición del flujo no oscilado lo cual restringe la tasa del detector cercano. Para ejemplificar como funciona la constricción, usemos el caso simple con dos *bins*.

Existen dos formas de usar las mediciones del detector cercano:

- **Ajuste simultáneo** Ajustar ambos detectores simultáneamente
- **Ajuste espectral** Aplicar las mediciones del detector lejano y reducir las incertidumbres en el detector cercano como corresponda.

Ambos métodos se emplearon en el análisis conjunto de MiniBooNE y SciBooNE. Sin embargo, en este trabajo se aborda únicamente el primer caso; el ajuste espectral puede consultarse detalladamente en el capítulo 7 de la referencia [113].

El estadístico χ^2 compara las predicciones $p_i = n, p_2 = f$ con las observaciones $d_1 = N, d_2 = F$ con una matriz de error M , tal que:

$$\chi^2 = \sum_{i,j}^{n,f} (d_i - p_i) M_{ij}^{-1} (d_j - p_j), \quad (C.8)$$

donde n, N y f, F se refieren a los datos para el detector cercano y para el detector lejano, respectivamente, y

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \sigma_n^2 + \delta_n^2 & \rho \delta_n \delta_f \\ \rho \delta_f \delta_n & \sigma_f^2 + \delta_f^2 \end{bmatrix}. \quad (C.9)$$

El valor de la desaparición observada Δ ocurre cuando χ^2 es minimizada en

$$\Delta = (F - f) \left[1 - \frac{\rho}{\frac{\sigma_n}{\delta_n} + 1} \frac{\frac{N-n}{\delta_n}}{\frac{F-f}{\delta_f}} \right]. \quad (\text{C.10})$$

La incertidumbre en la medición de la desaparición, obtenida a partir de minimizar χ^2 es

$$\delta_\Delta^2 = \sigma_f^2 + \delta_f^2 \left(1 - \frac{\rho^2}{(\sigma_n/\delta_n + 1)} \right). \quad (\text{C.11})$$

Cuando $\rho = 0$, el detector cercano sirve de nada pues $\Delta = (F - f) \pm \sigma_f^2 + \delta_f^2$ y solo se hace una medición en el detector lejano. Cuando ambos detectores están perfectamente correlacionados, entonces la incertidumbre sistemática en el detector lejano es escalada por la razón entre el error sistemático y el estadístico en el detector cercano. Cuando los errores estadísticos son iguales a las incertidumbres sistemáticas se tiene $\delta_\Delta^2 = \sigma_f^2 + \frac{1}{2}\delta_f^2$; cuando las incertidumbres estadísticas en el detector lejano son pequeñas, entonces $\delta_\Delta^2 = \sigma_f^2$ y la incertidumbre sistemática es removida por completo.

Apéndice D

Matrices de error

La matriz de error para el análisis de oscilación contiene el error en cada uno de los *bins* de energía así como las correlaciones entre ellos. Cada una de sus entradas es equivalente al tamaño del error en términos del número de eventos. Por otro lado, una matriz fraccionaria de error es un porcentaje elevado al cuadrado en cada uno de los *bins*; ésta se multiplica por el número de eventos en cada uno de los *bins* para formar una matriz de error *completa*. Así pues,

$$\mathbf{M}^{\text{completa}} \equiv V_{i,j}^{\text{frac}} p_i p_j. \quad (\text{D.1})$$

En el apéndice C se desarrolla un ejemplo para el caso de dos *bins*.

D.1. Cálculo de una matriz de error

Para entender el efecto que un parámetro α tiene sobre el espectro de energías se estudia el comportamiento de la distribución a partir de distintas predicciones. Suponiendo que α solamente tiene una fuente de incertidumbre $\pm\delta_\alpha$ y creando dos predicciones, una con el valor por defecto p_i^α y otro con $p_i^\delta = \alpha + \delta_\alpha$, entonces p_i^α y p_i^δ forman al conjunto de valores correlacionados del número de eventos predichos en cada uno de los *bins* de energía.

La matriz de error que representa al error de correlación entre el *bin* i y el j debido a que $\alpha \pm \delta_\alpha$ es

$$M_{ij}^\alpha = (p_i^\alpha - p_i^\delta)(p_j^\alpha - p_j^\delta). \quad (\text{D.2})$$

Así pues, si α es, por ejemplo, el error de normalización de POT, entonces $p_i^\alpha - p_i^\delta = c$ es el mismo para cada *bin* i por lo que $M_{ij}^\alpha = c$ para todo i, j y es un error de normalización. Por otro lado, si α no tiene efecto alguno en la distribución de energías, entonces $p_i^\alpha - p_i^\delta = 0$ y la matriz de error es 0. A éste método de obtención de la matriz de errores se le conoce en MiniBooNE como *unisim* en donde se varía a cada parámetro por separado de acuerdo con su incertidumbre.

Para incluir correlaciones se emplea otro método llamado *multisims*. Este método para formar la matriz de error varía a un conjunto de $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ de forma correlacionada. En el ejemplo anterior, en vez de variar el parámetro individualmente, se consideraría una región permitida la cual relacionara dos (o más) parámetros junto con sus respectivos errores requiriendo que una de las variables del experimento se mantenga constante; en lugar de variar luz por centelleo separadamente de la luz Cherenkov y ambas se relacionarían con la condición de que la cantidad total de luz fuera fija. La región de correlación determinada sería análoga

a la matriz de forma en donde un incremento en la luz de centelleo implica una disminución en la luz Cherenkov.

Se le asoció la predicción p^k a cada lanzamiento o tirada¹ α_k de la región permitida de parámetros. La matriz de error que describe el efecto de las variaciones de $\vec{\alpha}$ en la región permitida es

$$M_{ij}^{\vec{\alpha}} = \sum_k^N (p_i^{vc} - p_i^k)(p_j^{vc} - p_j^k), \quad (\text{D.3})$$

donde se usó un total de N lanzamientos y p^{cv} representa el “valor central” de la predicción usando el conjunto $\vec{\alpha}$ predeterminado. Para un error de $\alpha \pm \delta_\alpha$ distribuido en forma normal, considerado en el caso unisim, es suficiente con una tirada; la ventaja del método multisim es que la fuente de incertidumbre es no lineal o los $\vec{\alpha}$ están correlacionados. En el caso en el que existe solo un parámetro y un *bin* de energía, 1000 tiradas serían suficientes para mapear el efecto que un parámetro tiene sobre la distribución de energías. Para el análisis de MiniBooNE se usaron 1000 números aleatorios para formar la mayoría de las matrices².

Para correr múltiples simulaciones o multisims (cientos o miles de tiradas de $\vec{\alpha}$), se requeriría de fuentes computacionales sustanciales si el flujo, la sección transversal y la simulación del detector se volvieran a correr en cada tirada. Para evitar ese problema se usa la técnica de “re-pesado” para calcular el peso de un evento en lugar de uno nuevo. Es por ello que se almacena la información más relevante de cada evento (energía del neutrino, distancia viajada, tipo de interacción de sección transversal y cinemática, tipo de neutrino padre, cinemática del muón). Ahora, en vez de volver a correr toda la simulación, se aplica un peso w_k a cada evento de neutrino basándose en el cambio debido a incertidumbres sistemáticas particulares. El peso se aplica entonces a todos los eventos para formar el conjunto de predicciones p_i^k . Esta técnica se usa para el error en el flujo y la sección transversal así como también para algunos errores sistemáticos del detector.

¹La obtención de números aleatorios es fundamental para llevar a cabo cálculos y simulaciones. Nos referimos a un *lanzamiento* o a una *tirada* como la acción de obtener un número (o conjunto de números) al azar.

²Una explicación más amplia se encuentra en el apéndice C de la referencia [88]

D.1.1. Resumen de incertidumbres

Se resume cada fuente de error para la construcción de la matriz de error sistemático en la tabla D.1 de donde se aprecia que la incertidumbre asociada a las secciones eficaces es el factor dominante, en especial la incertidumbre de la sección eficaz de los eventos CCQE.

Tipo de incertidumbre	Fuente de la incertidumbre	Normalización de la incertidumbre
Flujo	Producción de π^+	6.2%
	Producción de K^+	4.0%
	Campo magnético del corno	0.2%
		4.1%
	Secciones eficaces hadrónicas p-Be	1.0%
Sección eficaz	Normalización de protones en el blanco	2.0%
	Sección eficaz de eventos CCQE (M_A, κ, E_B, p_F)	19.1%
	Dependencia del modelo de la sección eficaz de eventos CCQE	16.6%
	Sección eficaz de eventos CC π : $M_A^{1\pi}$	7.4%
	Dependencia del modelo de sección eficaz de eventos CC π	5.6%
Detector		0.4%
	Modelo óptico + efectos FSI	3.4%
	Modelo de la electrónica	2.7%
	Interacciones hadrónicas en el medio del detector	2.6%
		0.2%
Total		20.1%

Cuadro D.1: Resumen de las incertidumbres sistemáticas consideradas en el análisis por ajuste de desaparición. La tercera columna indica la incertidumbre en la normalización debida a cada una de las fuentes de error sistemático [88].

Lista de Acrónimos

ADC convertidor de señal analógica a digital específica, *Analog Digital Convertor*

ASIC circuito integrado de aplicación específica, *Application Specific Integrated Circuit*

BMP sistema de monitoreo de la posición del haz, *Beam Position Monitors*

BNB línea del haz de neutrinos, *Baseline Neutrino Beam*

BooNE *Booster Neutrino Experiment*

Booster Acelerador sincrotrón del laboratorio Fermilab

BR tasa de decaimiento, *Branching Ratio*

CC corriente cargada, *Charged Current*

CCQE corriente cargada cuasi-elástica, *Charged Current Quasi-elastic*

CERN Organización Europea para la Investigación Nuclear, *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire*

DAQ adquisición de datos, *Data Acquisition System*

DUNE *Deep Underground Neutrino Experiment*

Fermilab *Fermi National Laboratory*

FSI interacción del estado final, *Final State Interaction*

LAMPF laboratorio de los Álamos, *Los Alamos Neutron Science Center*

LBL línea del haz a distancias largas, *Long Baseline*

LED diodo emisor de luz, *Light Emitting Diode*

LINAC acelerador lineal, *Linear Accelerator*

LMC contador de muones, *Little Muon Counter*

LSND *Liquid Scintillator Neutrino Experiment*

MAPMT tubo fotomultiplicador multiánodo, *Multianode Photo Multiplier Tube*

- ME** Modelo Estándar
- MiniBooNE** *Mini Booster Neutrino Experiment*
- MINOS** *Main Injector Neutrino Oscillation Search*
- MIP** partícula mínimamente ionizadora *Minimum Ionizing Particle*
- NC** corriente neutra, *Neutral Current*
- NO ν A** *NuMI Off-Axis ν_e Appearance*
- PMT** tubo fotomultiplicador, *Photo Multiplier Tube*
- POT** protones en el blanco, *Protons On Target*
- QCD** cromodinámica cuántica, *Quantum Chromodynamics*
- QED** electrodinámica cuántica, *Quantum Electrodynamics*
- QFT** teoría cuántica de campos, *Quantum Field Theory*
- SBL** línea del haz a distancias cortas, *Short Baseline*
- SciBooNE** *SciBar Booster Neutrino Experiment*
- SciCRT** *SciBar Cosmic Ray Telescope*
- SNO** *The Sudbury Neutrino Observatory*
- SSM** modelo solar estándar, *Standard Solar Model*
- SUSY** supersimetría, *Supersymmetry*
- T2K** *Tokai to Kamioka*
- TDC** conversión digital de tiempo, *Time to Digital Conversion*
- TPC** cámara de proyección temporal *Time Projection Chamber*
- VSBL** línea del haz a distancias muy cortas, *Very Short Baseline*
- WLS** corrimiento de longitud de onda, *Wavelength Shifting*

Bibliografía

- [1] B. Pontecorvo, “Mesonium and anti-mesonium,” *Sov.Phys.JETP*, vol. 6.
- [2] N. M. S. S. Maki, Z., “Remarks on the Unified Model of Elementary Particles,” *Progress of Theoretical Physics*, vol. 28, pp. 870–880, 1962.
- [3] R. Davis, D. S. Harmer, and K. C. Hoffman, “Search for neutrinos from the sun,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 20, pp. 1205–1209, 1968.
- [4] U. Dore and D. Orestano, “Experimental results on neutrino oscillations,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 71, no. 10, p. 106201, 2008. <http://stacks.iop.org/0034-4885/71/i=10/a=106201>.
- [5] S. Schael *et al.*, “Precision electroweak measurements on the Z resonance,” *Phys.Rept.*, vol. 427, pp. 257–454, 2006.
- [6] G. Karagiorgi, A. Aguilar-Arevalo, J. Conrad, M. Shaevitz, K. Whisnant, *et al.*, “Leptonic CP violation studies at MiniBooNE in the (3+2) sterile neutrino oscillation hypothesis,” *Phys.Rev.*, vol. D75, p. 013011, 2007.
- [7] A. E. Nelson and J. Walsh, “Short Baseline Neutrino Oscillations and a New Light Gauge Boson,” *Phys.Rev.*, vol. D77, p. 033001, 2008.
- [8] G. Karagiorgi, “Confronting Recent Neutrino Oscillation Data with Sterile Neutrinos,” 2011.
- [9] J. Chadwick, “The intensity distribution in the magnetic spectrum of beta particles from radium (B + C),” *Verh.Phys.Gesell.*, vol. 16, pp. 383–391, 1914.
- [10] R. Davis, “Attempt to detect the antineutrinos from a nuclear reactor by the $^{37}\text{Cl}(\bar{\nu}, e^{-})^{37}\text{Ar}$ reaction,” *Phys. Rev.*, vol. 97, pp. 766–769, 1955.
- [11] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson, “Experimental test of parity conservation in beta decay,” *Phys. Rev.*, vol. 105, pp. 1413–1414, 1957.
- [12] R. L. Garwin, L. M. Lederman, and M. Weinrich, “Observations of the failure of conservation of parity and charge conjugation in meson decays: the magnetic moment of the free muon,” *Phys. Rev.*, vol. 105, pp. 1415–1417, Feb 1957.
- [13] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. W. Sunyar, “Helicity of neutrinos,” *Phys. Rev.*, vol. 109, pp. 1015–1017, Feb 1958.

- [14] G. Danby, J. Gaillard, K. A. Goulianos, L. Lederman, N. B. Mistry, *et al.*, “Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 9, pp. 36–44, 1962.
- [15] S. Weinberg, “A model of leptons,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 19, pp. 1264–1266, Nov 1967.
- [16] G. Arnison *et al.*, “Experimental Observation of Isolated Large Transverse Energy Electrons with Associated Missing Energy at $s^{*}(1/2) = 540\text{-GeV}$,” *Phys.Lett.*, vol. B122, pp. 103–116, 1983.
- [17] P. Bagnaia *et al.*, “Evidence for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN anti-p p Collider,” *Phys.Lett.*, vol. B129, pp. 130–140, 1983.
- [18] V. Baruzzi, R. Carosio, F. Crijns, L. Gerdyukov, Y. Goldschmidt-Clermont, *et al.*, “Use of a large multicell ionization detector, the external particle identifier, in experiments with the bebc hydrogen bubble chamber,” *Nucl.Instrum.Meth.*, vol. 207, p. 339, 1983.
- [19] J. Valle, “Neutrinos and physics beyond the standard model,” *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*, vol. 59, pp. 249–261, 1997.
- [20] S. M. Boucenna, R. M. Fonseca, F. Gonzalez-Canales, and J. W. F. Valle, “Small neutrino masses and gauge coupling unification,” 2014.
- [21] M. Gonzalez-Garcia and M. Maltoni, “Phenomenology with Massive Neutrinos,” *Phys.Rept.*, vol. 460, pp. 1–129, 2008.
- [22] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic quantum mechanics*. International series in pure and applied physics, New York, NY: McGraw-Hill, 1964.
- [23] J. Formaggio and G. Zeller, “From eV to EeV: Neutrino Cross Sections Across Energy Scales,” *Rev.Mod.Phys.*, vol. 84, p. 1307, 2012.
- [24] W. Grimus and P. Stockinger, “Real oscillations of virtual neutrinos,” *Phys.Rev.*, vol. D54, pp. 3414–3419, 1996.
- [25] B. Kayser, “On the quantum mechanics of neutrino oscillation,” *Phys. Rev. D*, vol. 24, pp. 110–116, Jul 1981.
- [26] E. K. Akhmedov and A. Y. Smirnov, “Paradoxes of neutrino oscillations,” *Phys.Atom.Nucl.*, vol. 72, pp. 1363–1381, 2009.
- [27] J. N. Bahcall, N. A. Bahcall, and G. Shaviv, “Present status of the theoretical predictions for the Cl-36 solar neutrino experiment,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 20, pp. 1209–1212, 1968.
- [28] W. Hampel *et al.*, “GALLEX solar neutrino observations: Results for GALLEX IV,” *Phys.Lett.*, vol. B447, pp. 127–133, 1999.
- [29] M. Altmann *et al.*, “Complete results for five years of GNO solar neutrino observations,” *Phys.Lett.*, vol. B616, pp. 174–190, 2005.
- [30] J. Abdurashitov *et al.*, “Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal,” *Phys.Rev.*, vol. C60, p. 055801, 1999.

- [31] Q. Ahmad *et al.*, “Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 89, p. 011302, 2002.
- [32] J. Maneira, “Combined Analysis of all Three Phases of Solar Neutrino Data from the Sudbury Neutrino Observatory,” pp. 360–366, 2011.
- [33] J. Abdurashitov *et al.*, “Measurement of the solar neutrino capture rate with gallium metal. III: Results for the 2002–2007 data-taking period,” *Phys.Rev.*, vol. C80, p. 015807, 2009.
- [34] B. Cleveland, T. Daily, J. Davis, Raymond, J. R. Distel, K. Lande, *et al.*, “Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector,” *Astrophys.J.*, vol. 496, pp. 505–526, 1998.
- [35] G. Bellini *et al.*, “Precision measurement of the ${}^7\text{Be}$ solar neutrino interaction rate in borexino,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 141302, 2011.
- [36] G. Bellini *et al.*, “Measurement of the solar ${}^8\text{B}$ neutrino flux with 246 live days of borexino and observation of the msw vacuum-matter transition,” *Phys. Rev.*, vol. D82, p. 033006, 2010.
- [37] J. Hosaka *et al.*, “Solar neutrino measurements in super-kamiokande-i,” *Phys. Rev.*, vol. D73, p. 112001, 2006.
- [38] J. Cravens *et al.*, “Solar neutrino measurements in Super-Kamiokande-II,” *Phys.Rev.*, vol. D78, p. 032002, 2008.
- [39] K. Abe *et al.*, “Solar neutrino results in Super-Kamiokande-III,” *Phys.Rev.*, vol. D83, p. 052010, 2011.
- [40] J. Vergados, “The Neutrinoless double beta decay from a modern perspective,” *Phys.Rept.*, vol. 361, pp. 1–56, 2002.
- [41] K. Abe *et al.*, “A Long Baseline Neutrino Oscillation Experiment Using J-PARC Neutrino Beam and Hyper-Kamiokande,” 2014.
- [42] M. Aartsen *et al.*, “Atmospheric and astrophysical neutrinos above 1 TeV interacting in IceCube,” *Phys.Rev.*, vol. D91, no. 2, p. 022001, 2015.
- [43] M. Aartsen *et al.*, “Letter of Intent: The Precision IceCube Next Generation Upgrade (PINGU),” 2014.
- [44] M. Ambrosio *et al.*, “Measurements of atmospheric muon neutrino oscillations, global analysis of the data collected with MACRO detector,” *Eur.Phys.J.*, vol. C36, pp. 323–339, 2004.
- [45] M. C. Sanchez *et al.*, “Measurement of the L/E distributions of atmospheric neutrinos in Soudan 2 and their interpretation as neutrino oscillations,” *Phys.Rev.*, vol. D68, p. 113004, 2003.
- [46] R. Wendell, “Atmospheric Results from Super-Kamiokande,” 2014.

- [47] M. Apollonio *et al.*, “Search for neutrino oscillations on a long baseline at the CHOOZ nuclear power station,” *Eur.Phys.J.*, vol. C27, pp. 331–374, 2003.
- [48] F. Boehm, J. Busenitz, B. Cook, G. Gratta, H. Henrikson, *et al.*, “Final results from the Palo Verde neutrino oscillation experiment,” *Phys.Rev.*, vol. D64, p. 112001, 2001.
- [49] T. Matsubara, “First result from the Double Chooz reactor-neutrino experiment,” 2012.
- [50] J. Ahn *et al.*, “Observation of Reactor Electron Antineutrino Disappearance in the RENO Experiment,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 108, p. 191802, 2012.
- [51] C. Zhang, “Recent Results From The Daya Bay Experiment,” 2015.
- [52] J. Park, “Study of Neutrino Mass Hierarchy with RENO-50,” *PoS*, vol. Neutel2013, p. 076, 2013.
- [53] B.-Z. Hu, “New Results from the Daya Bay Reactor Neutrino Experiment,” 2014.
- [54] B. Pontecorvo, “Electron and Muon Neutrinos,” *Sov.Phys.JETP*, vol. 10, pp. 1236–1240, 1960.
- [55] M. Schwartz, “Feasibility of using high-energy neutrinos to study the weak interactions,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 4, pp. 306–307, 1960.
- [56] C. Adams *et al.*, “The Long-Baseline Neutrino Experiment: Exploring Fundamental Symmetries of the Universe,” 2013.
- [57] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “Evidence for neutrino oscillations from the observation of anti-neutrino(electron) appearance in a anti-neutrino(muon) beam,” *Phys.Rev.*, vol. D64, p. 112007, 2001.
- [58] B. Armbruster *et al.*, “Upper limits for neutrino oscillations muon-anti-neutrino \rightarrow electron-anti-neutrino from muon decay at rest,” *Phys.Rev.*, vol. D65, p. 112001, 2002.
- [59] P. Adamson *et al.*, “Combined analysis of ν_μ disappearance and $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ appearance in MINOS using accelerator and atmospheric neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 112, p. 191801, 2014.
- [60] P. Adamson *et al.*, “Measurement of Neutrino and Antineutrino Oscillations Using Beam and Atmospheric Data in MINOS,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 110, no. 25, p. 251801, 2013.
- [61] K. Abe *et al.*, “Measurements of neutrino oscillation in appearance and disappearance channels by the T2K experiment with $6.6E20$ protons on target,” 2015.
- [62] F. Jediný, “NO ν A neutrino experiment status,” *J.Phys.Conf.Ser.*, vol. 490, p. 012019, 2014.
- [63] M. Soderberg, “MicroBooNE: A New Liquid Argon Time Projection Chamber Experiment,” *AIP Conf.Proc.*, vol. 1189, pp. 83–87, 2009.
- [64] “Minos+, highlights from recent results.” <http://www-numi.fnal.gov/PublicInfo/forscientists.html>.

- [65] C. Athanassopoulos *et al.*, “Results on $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ neutrino oscillations from the lsnd experiment,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, pp. 1774–1777, Aug 1998.
- [66] M. Ahn *et al.*, “Measurement of Neutrino Oscillation by the K2K Experiment,” *Phys.Rev.*, vol. D74, p. 072003, 2006.
- [67] K. Abe *et al.*, “The T2K Experiment,” *Nucl.Instrum.Meth.*, vol. A659, pp. 106–135, 2011.
- [68] Y. Nagai, Y. Matsubara, Y. Itow, T. Sako, D. Lopez, Y. Sasai, T. Itow, K. Munakata, C. Kato, M. Kozai, T. Miyazaki, S. Shibata, H. Takamaru, H. Kojima, H. Tsuchiya, K. Watanabe, T. Koi, J. Valdés-Galicia, A. Hurtado, O. Musalem, E. Ortiz, L. González, M. Anzorena, and R. Garcia, “First cosmic-ray measurements by the scicrt solar neutron experiment in mexico,” *Astroparticle Physics*, vol. 59, no. 0, pp. 39 – 46, 2014.
- [69] I. e. a. Stancu, “8gev beam technical design report.” http://www.boone.fnal.gov/about_boone/publicpages/8gevtdr_2.0.ps.gz.
- [70] “Geant detector and simulation tool.” <http://wwwasd.web.cern.ch/wwwasd/geant/>.
- [71] “Fermilab visual media.” <http://vms.fnal.gov/index/vms-home>.
- [72] R. Nelson, “Constraining the kaon content in the MiniBooNE secondary beam with the Little Muon Counter,” *AIP Conf.Proc.*, vol. 842, pp. 831–833, 2006.
- [73] K. Hiraide *et al.*, “Search for Charged Current Coherent Pion Production on Carbon in a Few-GeV Neutrino Beam,” *Phys.Rev.*, vol. D78, p. 112004, 2008.
- [74] E. Eskut *et al.*, “Final results on $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ oscillation from the chorus experiment,” *Nucl. Phys.*, vol. B793, pp. 326–343, 2008.
- [75] K. Nitta, E. Aliu, S. Andringa, S. Aoki, S. Choi, *et al.*, “The K2K SciBar detector,” *Nucl.Instrum.Meth.*, vol. A535, pp. 147–151, 2004.
- [76] H. Takei, “SciBar detector for SciBooNE,” *J.Phys.Conf.Ser.*, vol. 160, p. 012034, 2009.
- [77] E. e. a. Church, “A proposal for an experiment to measure $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ oscillations and ν_μ disappearance at the fermilab booster: Boone.” LA-UR-98-352, Fermilab experiment 898. www.neutrino.lanl.gov/BooNE/boone_proposal.ps.
- [78] C. Athanassopoulos *et al.*, “Candidate events in a search for anti-muon-neutrino \rightarrow anti-electron-neutrino oscillations,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 75, pp. 2650–2653, 1995.
- [79] C. Athanassopoulos *et al.*, “Evidence for anti-muon-neutrino \rightarrow anti-electron-neutrino oscillations from the LSND experiment at LAMPF,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 77, pp. 3082–3085, 1996.
- [80] C. Athanassopoulos *et al.*, “Evidence for neutrino oscillations from muon decay at rest,” *Phys.Rev.*, vol. C54, pp. 2685–2708, 1996.
- [81] C. Athanassopoulos *et al.*, “Evidence for muon-neutrino and electron-neutrino oscillations from pion decay in flight neutrinos,” *Phys.Rev.*, vol. C58, pp. 2489–2511, 1998.

- [82] R. Becker-Szendy, C. Bratton, D. Casper, S. Dye, W. Gajewski, *et al.*, “The Electron-neutrino and muon-neutrino content of the atmospheric flux,” *Phys.Rev.*, vol. D46, pp. 3720–3724, 1992.
- [83] K. Hirata *et al.*, “Observation of a small atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in Kamiokande,” *Phys.Lett.*, vol. B280, pp. 146–152, 1992.
- [84] Y. Fukuda *et al.*, “Atmospheric muon-neutrino / electron-neutrino ratio in the multigeV energy range,” *Phys. Lett.*, vol. B335, pp. 237–245, 1994.
- [85] Y. Fukuda *et al.*, “Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 81, pp. 1562–1567, 1998.
- [86] S. Brice *et al.*, “Photomultiplier tubes in the MiniBooNE experiment,” *Nucl.Instrum.Meth.*, vol. A562, pp. 97–109, 2006.
- [87] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “Measurement of Neutrino-Induced Charged-Current Charged Pion Production Cross Sections on Mineral Oil at $E_\nu \sim 1$ GeV,” *Phys.Rev.*, vol. D83, p. 052007, 2011.
- [88] K. B. M. Mahn, “A search for muon neutrino and antineutrino disappearance in the Booster Neutrino Beam,” 2009.
- [89] K. Mahn *et al.*, “Dual baseline search for muon neutrino disappearance at $0,5eV^2 < \Delta m^2 < 40eV^2$,” *Phys.Rev.*, vol. D85, p. 032007, 2012.
- [90] G. Cheng *et al.*, “Dual baseline search for muon antineutrino disappearance at $0,1eV^2 < \Delta m^2 < 100eV^2$,” *Phys.Rev.*, vol. D86, p. 052009, 2012.
- [91] I. E. Stockdale *et al.*, “Limits on muon neutrino oscillations in the mass range $30 < \delta m^2 < 1000 eV^2/c^4$,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 52, p. 1384, 1984.
- [92] F. Dydak *et al.*, “A search for ν_μ oscillations in the δm^2 range $0,3 - 90 eV^2$,” *Phys. Lett.*, vol. B134, p. 281, 1984.
- [93] A. A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “A Search for muon neutrino and antineutrino disappearance in MiniBooNE,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 103, p. 061802, 2009.
- [94] P. Adamson *et al.*, “Active to sterile neutrino mixing limits from neutral-current interactions in MINOS,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 107, p. 011802, 2011.
- [95] Y. Hayato, “A neutrino interaction simulation program library NEUT,” *Acta Phys.Polon.*, vol. B40, pp. 2477–2489, 2009.
- [96] D. Casper, “The Nuance neutrino physics simulation, and the future,” *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*, vol. 112, pp. 161–170, 2002.
- [97] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “The Neutrino Flux prediction at MiniBooNE,” *Phys.Rev.*, vol. D79, p. 072002, 2009.
- [98] K. Hiraide, “A Study of Charged Current Single Charged Pion Productions on Carbon in a Few-GeV Neutrino Beam,” 2009.

- [99] <http://harp.web.cern.ch/harp/>.
- [100] R. Smith and E. Moniz, “Neutrino reactions on nuclear targets,” *Nucl.Phys.*, vol. B43, p. 605, 1972.
- [101] D. Rein, “Diffractive pion production in neutrino reactions,” *Nuclear Physics B*, vol. 278, no. 1, pp. 61 – 77, 1986.
- [102] R. Patterson, E. Laird, Y. Liu, P. Meyers, I. Stancu, *et al.*, “The Extended-track reconstruction for MiniBooNE,” *Nucl.Instrum.Meth.*, vol. A608, pp. 206–224, 2009.
- [103] M. Hasegawa, “Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with Neutrino-Nucleus Interaction studies in the K2K Experiment,” 2006.
- [104] Y. Kurimoto, “Measurement of Neutral Current Neutral Pion Production on Carbon in a Few-GeV Neutrino Beam,” 2010.
- [105] Y. Nakajima *et al.*, “Measurement of inclusive charged current interactions on carbon in a few-GeV neutrino beam,” *Phys.Rev.*, vol. D83, p. 012005, 2011.
- [106] A. Aguilar-Arevalo *et al.*, “Measurement of muon neutrino quasi-elastic scattering on carbon,” *Phys.Rev.Lett.*, vol. 100, p. 032301, 2008.
- [107] “Data release for joint seah for muon neutrino disappearance with sciboone and miniboone.” http://www-sciboone.fnal.gov/data_release/joint_numu_disap/.
- [108] F. E. James, *Statistical Methods in Experimental Physics, 2nd ed.* Singapore: World Scientific, 2006.
- [109] L. Lyons, *Statistics for nuclear and particle physicists.* Cambridge: Cambridge University Press, 1989.
- [110] P. R. Bevington and D. K. Robinson, *Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences.* New York: McGraw-Hill, 1992.
- [111] G. J. Feldman and R. D. Cousins, “Unified approach to the classical statistical analysis of small signals,” *Phys. Rev. D*, vol. 57, pp. 3873–3889, Apr 1998.
- [112] Z. Dostál, T. Kozubek, A. Markopoulos, and M. Menšík, “Cholesky decomposition of a positive semidefinite matrix with known kernel,” *Applied Mathematics and Computation*, vol. 217, no. 13, pp. 6067 – 6077, 2011.
- [113] Y. Nakajima, “A Measurement of Neutrino Charged Current Interactions and a Search for Muon Neutrino Disappearance with the Fermilab Booster Neutrino Beam,” 2011.
- [114] K. Zuber, *Neutrino Physics, 2nd ed.* CRC Press, 2012.
- [115] C. Giunti and C. W. Kim, *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics.* Oxford, UK: Oxford University Press, 2007. ISBN 978-0-19-850871-7.
- [116] I. L. De Icaza Astiz, “Búsquedas de oscilaciones de neutrinos en el experimento MiniBooNE: análisis de aparición de neutrinos y antineutrinos del electrón,” 2013.
- [117] G. S. Karagiorgi, “Searches for New Physics at MiniBooNE: Sterile Neutrinos and Mixing Freedom,” 2010.